GERAÇÃO
ALPHA

Matemática

6

Ensino Fundamental
Anos finais | 6º ano

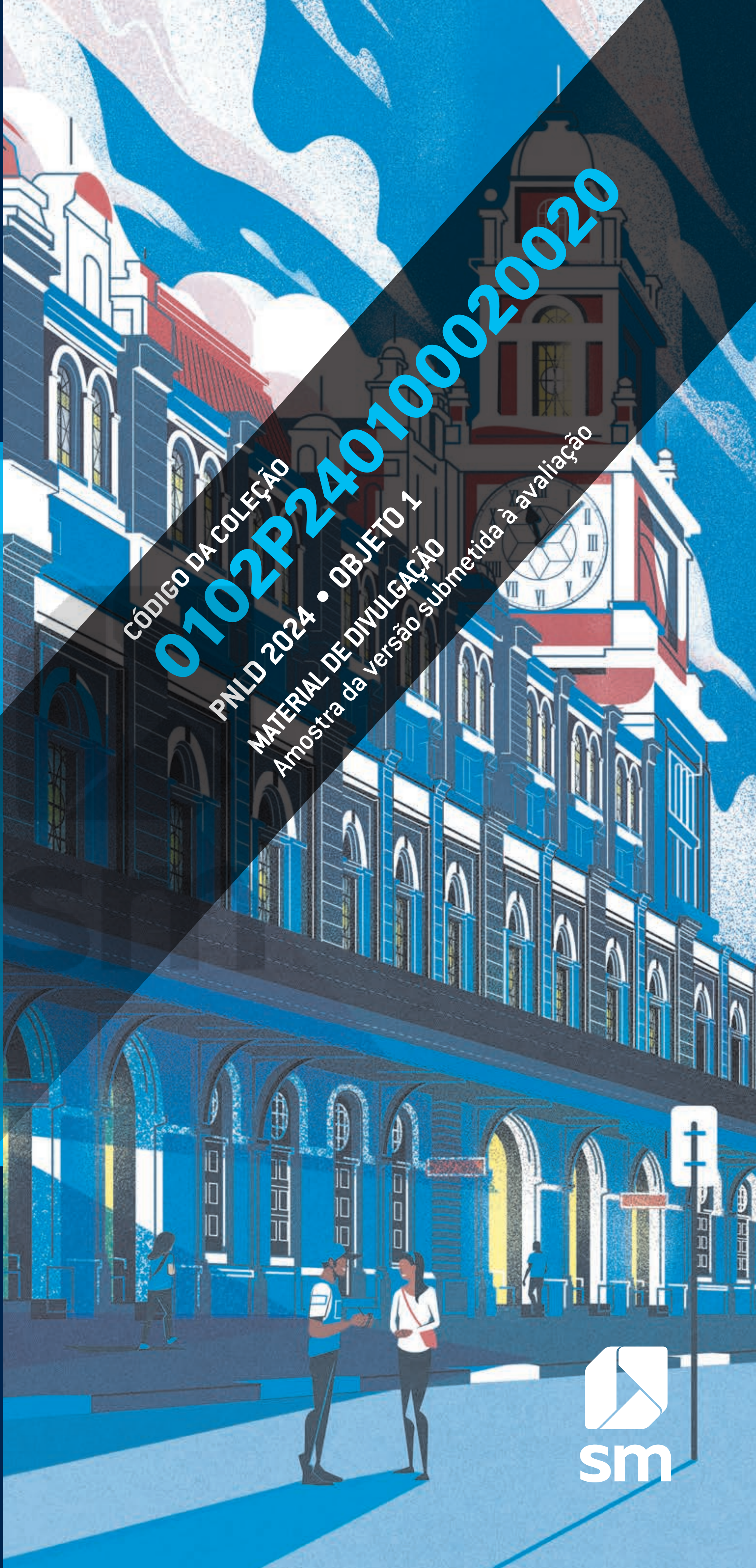
Componente curricular: Matemática

MANUAL DO PROFESSOR

Carlos N. C. de Oliveira
Felipe Fugita

Editora responsável:
Isabella Semaan

Organizadora: SM Educação
Obra coletiva concebida, desenvolvida
e produzida por SM Educação.



CÓDIGO DA COLEÇÃO
0102P24010002002O
PNLD 2024 • OBJETO 1
MATERIAL DE DIVULGAÇÃO
Amostra da versão submetida à avaliação

sm

GERAÇÃO
ALPHA

Matemática 6

Ensino Fundamental | Anos finais | 6º ano
Componente curricular: Matemática

MANUAL DO PROFESSOR

Carlos N. C. de Oliveira
Licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática
e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo (USP).
Especialista em Educação Matemática pelo
Centro Universitário Fundação Santo André (FSA).
Mestre em Educação Matemática pela
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP).
Professor e coordenador de ensino de Matemática.

Felipe Fugita
Licenciado em Matemática pelo IME-USP.
Professor de Matemática.

Editora responsável: Isabella Semaan
Bacharela em Ciência e Tecnologia pela Universidade Federal do ABC (UFABC).
Editora e elaboradora de conteúdo para materiais didáticos.

Organizadora: SM Educação
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida por SM Educação.

São Paulo, 4ª edição, 2022

***Geração Alpha* Matemática 6**

© SM Educação
Todos os direitos reservados

Direção editorial Cláudia Carvalho Neves
Gerência editorial Lia Monguilhott Bezerra
Gerência de *design* e produção André Monteiro

Edição executiva Isabella Semaan
Edição: Cármen Matricardi, Carolina Maria Toledo, Cristiano Oliveira da Conceição, Diana Maia, Eduardo Chavante, Luana Fernandes de Souza
Suporte editorial: Fernanda de Araújo Fortunato

Coordenação de preparação e revisão Cláudia Rodrigues do Espírito Santo
Preparação: Ana Paula Perestrelo, Helena Alves Costa, Maria Angélica Lau P. Soares, Renata Tavares
Revisão: Ana Paula Perestrelo, Helena Alves Costa, Maria Angélica Lau P. Soares
Apoio de equipe: Maria Clara Loureiro

Coordenação de *design* Gilciane Munhoz
***Design*:** Carla Almeida Freire, Tiago Stéfano, Victor Malta (Interação)

Coordenação de arte Andressa Fiorio
Edição de arte: Vitor Trevelin
Assistência de arte: Viviane Ayumi Yonamine
Assistência de produção: Júlia Stacciarini Teixeira

Coordenação de iconografia Josiane Laurentino
Pesquisa iconográfica: Camila D'Angelo, Fabio Matsuura
Tratamento de imagem: Marcelo Casaro

Capa João Brito/Gilciane Munhoz
Ilustração da capa: Denis Freitas

Projeto gráfico Rafael Vianna Leal
Pré-impressão Américo Jesus
Fabricação Alexander Maeda
Impressão

Em respeito ao meio ambiente, as folhas deste livro foram produzidas com fibras obtidas de árvores de florestas plantadas, com origem certificada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Oliveira, Carlos N. C. de
Geração alpha matemática : 6º ano : ensino fundamental : anos finais / Carlos N. C. de Oliveira, Felipe Fugita ; editora responsável Isabella Semaan ; organizadora SM Educação ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida por SM Educação. — 4. ed. — São Paulo : Edições SM, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-65-5744-758-1 (aluno)
ISBN 978-65-5744-754-3 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Fugita, Felipe. II. Semaan, Isabella. III. Título.

22-111784 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

4ª edição, 2022

SM Educação
Avenida Paulista, 1842 – 18º andar, cj. 185, 186 e 187 – Condomínio Cetenco Plaza
Bela Vista 01310-945 São Paulo SP Brasil
Tel. 11 2111-7400
atendimento@grupo-sm.com
www.grupo-sm.com/br

MANUAL DO PROFESSOR

Prezado professor,

O mundo contemporâneo apresenta muitos desafios para quem discute e pratica educação. Estamos cercados de informações e de situações que requerem estratégias e ferramentas diferentes das que eram usadas há algumas décadas. Como podemos olhar criticamente para a sociedade em que vivemos e ensinar nossos estudantes a enfrentar as demandas cotidianas, a solucionar problemas e a tomar decisões?

A reflexão sobre essas questões nos faz perceber que educar, nos dias de hoje, exige um empenho voltado para a formação de estudantes que não fique restrita ao consumo de informações do mundo contemporâneo, mas que os leve a serem capazes de interpretar a realidade, articulando os conhecimentos construídos às habilidades de investigação e aos valores de convivência com a diversidade, com o espaço e com a natureza.

Esperamos que esta coleção seja de grande apoio nessa tarefa e que, assim, possamos participar da construção de um mundo mais justo e solidário para todos.

Bom trabalho!

Equipe editorial

Sumário

A ESCOLA NO SÉCULO XXI – EDUCAÇÃO PARA COMPETÊNCIAS

Já há algumas décadas, vêm perdendo espaço os modelos tradicionais de aprendizagem, nos quais o ensino é baseado na figura do professor como detentor do conhecimento e responsável por transmiti-lo aos estudantes, que, por sua vez, devem memorizá-lo. No decorrer do século XX, pesquisadores do campo da educação, fundamentando-se nos estudos da psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem, passaram a defender outros modos de ensinar e de aprender, com base nas atitudes do estudante e no contexto em que está inserido. Essas novas ideias ganharam força não apenas porque propõem um ensino mais motivador, mas também porque defendem que, para haver aprendizagem real, é necessário que o estudante esteja envolvido no processo, estabelecendo relações que vão resultar no próprio conhecimento. Em suma, **o estudante deve ser o sujeito da aprendizagem**.

Esses pesquisadores colocaram aos profissionais da educação o desafio de mudar a maneira de ensinar, e de fato alguns avanços vêm ocorrendo desde então. No entanto, as transformações deste século impõem ações mais assertivas na busca por uma educação mais eficiente. O início do século XXI tem sido marcado por inovações em diferentes âmbitos, e as mudanças ocasionadas na tecnologia da informação e da comunicação têm alterado os modos de usufruir e de compartilhar conteúdos, já que uma parte expressiva do conhecimento produzido pelos seres humanos está atualmente disponível na internet. Essa facilidade de acesso a qualquer tipo de informação traz novos desafios à educação formal. O ensino do início do século passado, fundamentado na transmissão e na acumulação de conteúdos, não atende às demandas contemporâneas. A escola hoje deve auxiliar o estudante a desenvolver aprendizagens para usar de modo crítico e reflexivo seu conhecimento tecnológico e as informações a que tem acesso, para que se torne um cidadão pleno e atuante na sociedade do século XXI.

SÉCULO XX

Ensino fundamentado na transmissão e na acumulação de conteúdos

SÉCULO XXI

Desenvolvimento de aprendizagens para uso do conhecimento de modo crítico e reflexivo

↓

Cidadão pleno e atuante na sociedade

Nesse contexto, as noções de habilidade e de competência vêm sendo amplamente debatidas na educação. De acordo com Perrenoud (1999), podemos considerar que habilidade é a capacidade de se expressar verbalmente ou de realizar determinadas operações matemáticas, por exemplo. Competência, porém, é a faculdade de mobilizar um conjunto de saberes, de capacidades, de informações, etc. – ou seja, de habilidades – para solucionar com pertinência e eficácia uma série de situações. Assim, a habilidade de realizar operações matemáticas e a habilidade de se expressar verbalmente podem ser usadas em conjunto, por exemplo, para negociar com os colegas e solucionar um problema de orçamento.

COMPETÊNCIA

Faculdade de mobilizar habilidades para solucionar situações com pertinência e eficácia.

Capacidade de se expressar ou de realizar determinadas operações.

A construção de uma competência é própria de cada indivíduo e se realiza nos momentos em que ele é capaz de mobilizar conhecimentos prévios e ajustá-los a determinada situação. Em síntese, "a competência é agir com eficiência, utilizando com propriedade conhecimentos e valores na ação que desenvolve e agindo com a mesma propriedade em situações diversas" (Cruz, 2001, p. 31). A educação do século XXI deve se voltar ao desafio de proporcionar ao estudante o desenvolvimento de certas habilidades e competências, ou seja, deve formar pessoas que:

- dominem a escrita e a leitura;
- consigam se comunicar com clareza;
- saibam buscar informações e consigam utilizá-las com propriedade para elaborar argumentos e tomar decisões;
- sejam capazes de trabalhar em equipe, de construir um olhar crítico sobre a sociedade, de criar soluções para os problemas e, principalmente, de avaliar a própria aprendizagem.

Ao professor, cabe uma mudança de metodologia para auxiliar os estudantes a desenvolver habilidades e competências. Na sociedade da informação, mais do que ensinar conceitos, a escola e o professor devem proporcionar situações que permitam ao estudante explorar diferentes universos e aplicar os saberes construídos para atuar com eficiência em sua vida pessoal, comunitária e, futuramente, profissional.

O professor converte-se, então, em facilitador ou mediador da aprendizagem, e não na fonte única e exclusiva de conhecimentos que devem ser memorizados. Nesse cenário, torna-se muito mais importante valorizar: a investigação como processo de aprendizagem, em vez da transmissão de conceitos; o estudante como protagonista de seu processo de aprendizagem, em vez do professor como figura central desse processo; e o desenvolvimento de diversas habilidades cognitivas, em vez da rápida memorização dos conteúdos.

É preciso, portanto, que o professor tenha consciência do papel que ocupa no processo de ensino-aprendizagem e assuma sua responsabilidade quanto a isso. Machado (2004) defende que, nesse ponto, não há simetria entre estudante e professor, e o profissional é o professor. Como participantes de um processo de mão dupla, ainda que não necessariamente simétrico, professores e estudantes ocupam, cada um a seu modo, o centro de um destes dois espaços privilegiados: o ensino e a aprendizagem, respectivamente.

Dessa maneira, até mesmo professores especialistas podem diversificar as ferramentas de ensino de seu componente curricular para trabalhar habilidades e competências. Em atividades específicas, pode-se apresentar diferentes situações-problema ao estudante com o objetivo de trabalhar conjuntamente uma série de habilidades e competências. Assim, ele pode desempenhar um papel mais ativo na construção do próprio conhecimento, tornando-se capaz de realizar aprendizagens significativas. O estudante também pode ter mais oportunidades de refletir sobre o próprio aprendizado ao realizar uma constante autoavaliação de suas resoluções e procedimentos, de modo que esteja sempre os aprimorando. Consequentemente, ele pode situar-se criticamente e de forma autônoma na sociedade.

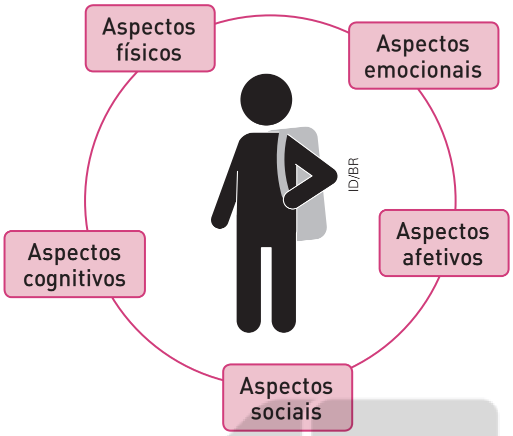
A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) teve sua formulação coordenada pelo Ministério da Educação, com ampla consulta à comunidade educacional e à sociedade. Trata-se de um documento que define as aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica, em conformidade com o Plano Nacional de Educação (PNE).

A BNCC está orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, conforme determinam as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN).

Denomina-se **educação integral** a formação voltada ao desenvolvimento humano global, integrando a dimensão intelectual cognitiva e a dimensão afetiva, segundo o processo complexo e não linear do desenvolvimento da criança, do adolescente e do jovem, em um ambiente de aprendizagem e de democracia inclusiva, afirmada nas práticas de não discriminação, de não preconceito e de respeito às diversidades.

EDUCAÇÃO INTEGRAL



ID/BR

TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS

Em consonância com o propósito de promover uma aprendizagem mais significativa aos estudantes e o engajamento deles com as situações de aprendizagem, vem se consolidando nas últimas décadas a necessidade da inclusão de questões sociais e de situações próprias da realidade dos discentes como objeto de reflexão e aprendizagem. Nessa perspectiva, cabe aos sistemas e às redes de ensino incluir em seus currículos “temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora” (Brasil, 2018a, p. 19), ou seja, os chamados Temas Contemporâneos Transversais (TCTs).

Os TCTs não fazem parte de uma área de conhecimento específica, mas perpassam todas elas, e estabelecem ligações entre diferentes componentes curriculares. A BNCC organiza esses temas em seis macroáreas: Meio Ambiente, Economia, Saúde, Cidadania e Civismo, Multiculturalismo, e Ciência e Tecnologia. Cada uma dessas áreas pode ser dividida nos temas indicados no esquema a seguir.

TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS NA BNCC

CIÊNCIA E TECNOLOGIA
- Ciência e Tecnologia

MEIO AMBIENTE
- Educação Ambiental
- Educação para o Consumo

ECONOMIA
- Trabalho
- Educação Financeira
- Educação Fiscal

MULTICULTURALISMO
- Diversidade Cultural
- Educação para Valorização do Multiculturalismo nas Matrizes Históricas e Culturais Brasileiras

CIDADANIA E CIVISMO
- Vida Familiar e Social
- Educação para o Trânsito
- Educação em Direitos Humanos
- Direitos da Criança e do Adolescente
- Processo de Envelhecimento, Respeito e Valorização do Idoso

SAÚDE
- Saúde
- Educação Alimentar e Nutricional

Nesta coleção, a abordagem de um Tema Contemporâneo Transversal baseia-se na problematização da realidade e das situações de aprendizagem, na integração das habilidades e competências curriculares em sua articulação com a resolução de problemas, e na visão do conhecimento como uma construção coletiva.

AS COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

A BNCC propõe que, ao longo da Educação Básica, o aprendizado deve concorrer para que o estudante desenvolva as dez competências gerais, a saber:

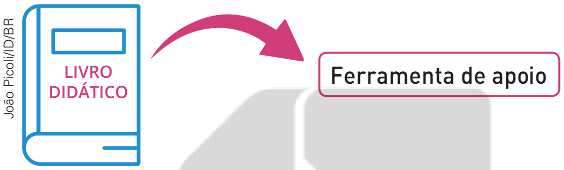
1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

(Brasil, 2018a, p. 9-10)

A determinação dessas competências pela BNCC, em consonância com o que foi apresentado anteriormente, evidencia a proposta de um ensino com foco na capacidade de aprender a aprender, de saber lidar com a disponibilidade cada vez maior de informações, de atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, de aplicar conhecimentos para resolver problemas, de ter autonomia para tomar decisões, de ser proativo para identificar os dados em uma situação e buscar soluções e de conviver em harmonia com as diversidades.

A BNCC explicita as aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas em cada componente curricular sem fixar currículos, mas incentivando especialmente a contextualização do que se aprende e o protagonismo do estudante. Essa abordagem possibilita maior equidade educacional, pois busca assegurar que todos – sem distinção de raça, gênero ou condição socioeconômica – tenham acesso à educação.

O desafio atual é compreender o conjunto de propostas da BNCC e colocá-lo em prática na realidade de cada escola. Nesse sentido, o livro didático pode ser uma ferramenta de apoio às redes de ensino e aos professores, que devem ter em mente que esse material não impõe um currículo nem deve ser encarado como única fonte de informação e conhecimento.



João Picoli/ID/BR

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS E HABILIDADES DE MATEMÁTICA

A Matemática é fundamental em nossa sociedade, sobretudo como recurso para lidar com diversas situações do cotidiano. Trata-se de uma ferramenta básica para o desenvolvimento de várias habilidades e competências e para a compreensão e o aprendizado de outras áreas do conhecimento. É também parte integrante da cultura científica e da tecnológica, apresentando-se como uma ciência com características próprias de investigação e linguagem.

Desse modo, é necessário que, como componente curricular, a **Matemática seja percebida como um instrumento de análise e compreensão da realidade que favorece a tomada de decisão diante de situações-problema do dia a dia**. Se a realidade requer habilidades matemáticas, também é fato que a escola é um local privilegiado para que elas se desenvolvam, pois no ambiente escolar os indivíduos podem exercitar diferentes situações de análise, discussão e prática dos conhecimentos formais. Além de desenvolver as habilidades e o senso crítico, na atividade escolar os estudantes podem participar de diversas ações de cooperação, solidariedade e respeito às normas e às diferenças culturais e sociais, que são oportunidades para o exercício da ética e da cidadania consciente. O aprimoramento dessas habilidades pode ocorrer ainda pelo contato crítico dos estudantes com a realidade interpretada: por notícias de jornal, televisão e outras mídias; por filmes e séries de televisão; por textos de publicidade e propaganda; pelo uso da internet e pela participação em redes sociais; e pela leitura variada de textos, como receitas, histórias em quadrinhos, livros de literatura, etc.

Desde o início do contato formal dos estudantes com a Matemática, é importante levá-los a perceber que esse componente curricular, ensinado e aprendido em sala de aula, está presente nas mais diversas situações da vida social (por exemplo, nas relações comerciais cotidianas e no orçamento doméstico) e da cultura (como na arquitetura, nas artes plásticas, na literatura e nos esportes). Em geral, a simples aproximação do conhecimento a situações cotidianas não é suficiente para estabelecer conexões entre o conhecimento empírico – adquirido na prática – e o conhecimento científico. No entanto, apesar de tal contextualização não ser capaz de transformar propriamente o conhecimento empírico em científico, ela permite explorar certas contradições e limitações de ambos os saberes, de modo a incentivar os estudantes a refletir sobre seus conhecimentos prévios.

Não há exagero em afirmar que, durante o processo de ensino e aprendizagem, o professor e o estudante estabelecem uma relação de cumplicidade. O papel do educador é de fundamental importância, já que suas atitudes são sempre observadas e avaliadas pela turma.

Ao estabelecer conexões entre o conhecimento prévio dos estudantes e o novo conhecimento, é possível desenvolver uma aprendizagem significativa e duradoura, capaz de permitir aos estudantes que apliquem seus conhecimentos nas mais diversas situações da vida escolar e cotidiana.

> [...]
>
> A vinda da criança para a instituição tem um objetivo claro e determinado: aprender determinados conhecimentos e, para tanto, dominar instrumentos específicos que lhe possibilitem esta aprendizagem.
>
> A relação da criança com o adulto, na escola, é mediada, então, pelo conhecimento formal. O professor detém o conhecimento formal que o educando deverá adquirir e a interação entre ambos deve ser tal que permita e promova a aprendizagem deste conhecimento. Desta forma, podemos dizer que a ação do professor é uma ação específica e apresenta, portanto, características que a distinguem da ação dos outros adultos com quem a criança convive.
>
> A ação pedagógica implica, portanto, numa relação especial em que o conhecimento é construído. Para tanto, exige do adulto uma ação adequada às possibilidades de desenvolvimento e aprendizagem de seus educandos. Esta relação não pode ser reduzida a uma atitude autoritária de quem detém o conhecimento e o transmite. Deve ser, antes, a atitude criativa de quem detém o conhecimento formal e possibilita a formulação deste conhecimento pelo aluno.
>
> (Lima, 2003, p. 21)

Corroborando essas ideias, a BNCC dá ênfase ao letramento e aos processos matemáticos, como podemos ver a seguir.

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**[1], definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).
>
> [...] Os **processos matemáticos** de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional.
>
> (Brasil, 2018a, p. 266)

---

[1] Segundo a Matriz do Pisa 2012, o “letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.”. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf. Acesso em: 9 jun. 2022.

Com isso, deve-se garantir que os estudantes desenvolvam as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental:

> 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
> 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
> 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
> 7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
>
> (Brasil, 2018a, p. 267)

Em síntese, realizar descobertas, elaborar conhecimentos e aprimorar e ampliar estratégias são atividades que incentivam no estudante o desenvolvimento de competências cognitivas e a autonomia, bem como o aprimoramento de suas maneiras de expressão e comunicação, o que, em geral, contribui para um melhor relacionamento interpessoal.

ESTRATÉGIAS E ABORDAGENS

AS INTERAÇÕES DISCIPLINARES NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Uma das características marcantes de nosso sistema de ensino é a fragmentação do conhecimento. Transferimos para as salas de aula uma divisão do saber em componentes curriculares, característica do modo de trabalho acadêmico. Para Lopes (2008, p. 54):

> O entendimento do que vem a ser uma disciplina é particularmente calcado na compreensão epistemológica de uma disciplina científica: uma forma específica de organizar e delimitar um território de pesquisa, que redunda em um conjunto específico de conhecimentos com características comuns – tanto do ponto de vista de sua produção teórico-metodológica quanto do ponto de vista de sua transmissão no ensino e na divulgação.

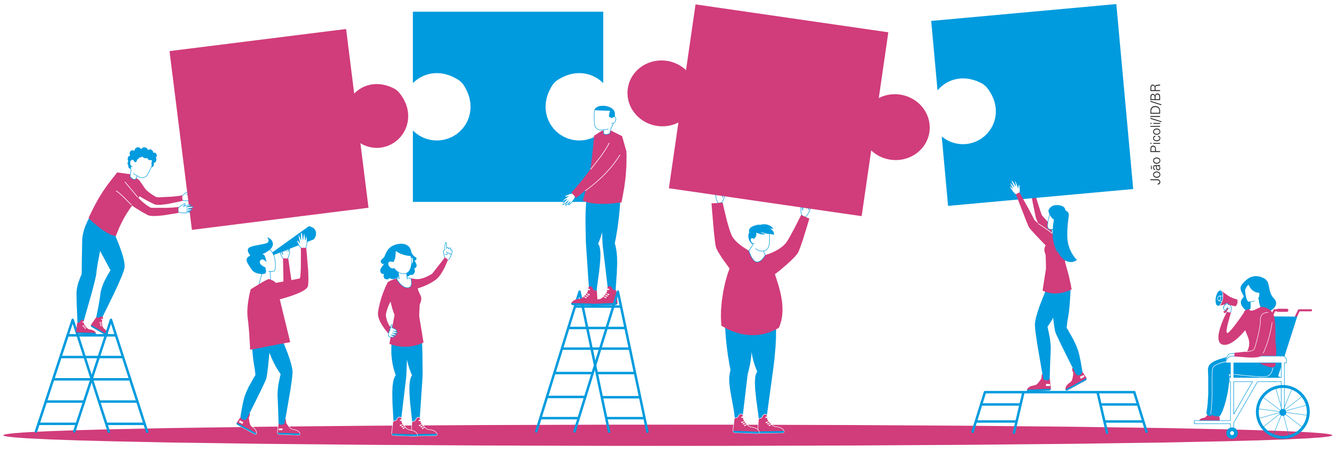
Os críticos à compartimentalização do conhecimento argumentam que o espelhamento entre os componentes curriculares acadêmicos e os componentes curriculares escolares não são compatíveis com os objetivos da educação atual, para a qual uma das grandes metas é que o estudante adquira uma visão global e torne-se um cidadão capaz de avaliar e resolver problemas, atuando criticamente na sociedade.

Vemo-nos, então, em um dilema. Se acreditamos que a Matemática tem uma maneira própria de abordar questões e de construir conhecimento sobre o mundo, reconhecemos o caráter único desse componente curricular e focamos em colaborar para que os estudantes compreendam seus eixos estruturantes.

Ainda assim, devemos perceber que apresentar aos estudantes essa visão fragmentada do conhecimento não contribui para uma visão de mundo global, para o reconhecimento de problemas e sua análise crítica. Desse modo, a aprendizagem de Matemática se reduziria a fragmentos ou detalhes, cada vez mais específicos, descontextualizados, que tenderiam, portanto, a não apresentar um significado para os estudantes.

Sem ter a visão do todo ou sem estar ao menos ciente de que há um todo, fica praticamente impossível a um aprendiz unir as peças e remontar, pelo menos em parte, o quebra-cabeça que as diversas ciências vêm compondo sobre o mundo. É óbvio, portanto, que a visão fragmentada do mundo e, em especial, a fragmentação no processo de ensino e aprendizagem precisam ser superadas. No entanto, como fazê-lo?

É certo que não temos respostas simples e que revolucionem a tradição do ensino compartimentado. Porém, o trabalho interdisciplinar e transdisciplinar, a inclusão de Temas Contemporâneos Transversais e a realização de projetos interáreas e intra-áreas do conhecimento nos fazem avançar nesse sentido.



João Picoli/ID/BR

Tais estratégias são válidas e permitem ganhos expressivos em eficácia na aprendizagem. Há em Matemática, por exemplo, noções e conceitos-chave que permeiam os muitos componentes curriculares. A seleção e a eleição dessas noções ou conceitos centrais como foco de trabalho interdisciplinar podem ser muito instigantes.

As ideias de operações numéricas e de transformação entre as unidades de medida, por exemplo, estão presentes e são relevantes em diversas áreas científicas, da Física à História, da Geologia à Geografia, passando pela Química e pela Biologia. Essas noções de natureza interdisciplinar podem, portanto, ser uma motivação especial para a abordagem da Matemática.

Os Temas Contemporâneos Transversais, por sua vez, representam o viés social que também se deseja no ensino. O trabalho com os temas propostos na BNCC, por exemplo, contribui de maneira significativa para a compreensão de questões consideradas de urgência social e de interesse da sociedade, de modo geral, ou que representem interesses locais vinculados diretamente à realidade ou a aspectos da vida social.

Vale lembrar que, quando se trata de relações entre componentes, o objetivo principal é combinar análise e síntese. A análise é necessária como procedimento e como habilidade cognitiva a ser desenvolvida pelos estudantes. A síntese reunifica os fatos e permite uma visão mais abrangente da situação que está sendo estudada. Assim, o trabalho conjunto e a aproximação com outros componentes curriculares, como História, Ciências e Arte, também devem ser vistos como estratégias que potencializam a aprendizagem da Matemática.

RELAÇÕES ENTRE COMPONENTES CURRICULARES

ANÁLISE
Procedimento e habilidade cognitiva a ser desenvolvida pelos estudantes.

\+

SÍNTESE
Reunifica os fatos e possibilita uma visão mais abrangente da situação estudada.

=

ESTRATÉGIAS QUE POTENCIALIZAM A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA.

METODOLOGIAS ATIVAS

As demandas da sociedade atual exigem que a escola altere o modo como orienta a construção de conhecimentos, já que os estudantes hoje são rodeados de tecnologias e ferramentas digitais que lhes permitem acessar informações de forma rápida – não cabendo, portanto, que sejam meros receptores de conteúdo.

Nesse sentido, a expressão “metodologias ativas” vem sendo bastante usada no meio educacional, tanto para tratar de abordagens que tornem as aulas experiências significativas de aprendizagem quanto para se referir a estratégias de ensino que privilegiam o estudante como autor do próprio aprendizado, em oposição ao uso exclusivo de abordagens tradicionais, que se valem somente da exposição de conteúdo.

O contexto contemporâneo propicia o uso dessas metodologias, pois vivemos um momento em que se combinam a disponibilidade das tecnologias de informação e de comunicação com as demandas de transformação da sociedade.

> A metodologia ativa se caracteriza pela inter-relação entre educação, cultura, sociedade, política e escola, sendo desenvolvida por meio de métodos ativos e criativos, centrados na atividade do aluno com a intenção de propiciar a aprendizagem.
>
> (ALMEIDA *in* BACICH; MORAN, 2018, p. XI)

As metodologias ativas são estratégias de ensino que indicam novos caminhos para as práticas pedagógicas. Visam deixar as aulas mais interessantes e dinâmicas e possibilitar maior autonomia aos estudantes, valorizando suas opiniões, reflexões, conhecimentos prévios e experiências, de modo a torná-los mais preparados para atuar na vida em sociedade.

Ao se engajarem nas propostas de aprendizagem, os estudantes passam a ocupar o centro desse processo e, assim, podem ter iniciativa, debater, tomar decisões, resolver problemas, realizar experimentos, questionar e testar, colaborar em equipe, gerenciar projetos e coordenar tempos pessoais e coletivos, adquirindo habilidades e competências que transbordam os limites da vida escolar, o que lhes propicia experiências significativas e geradoras de novas práticas em direção ao conhecimento.

METODOLOGIAS ATIVAS →

- Participação efetiva dos estudantes na construção da aprendizagem
- Aulas mais interessantes e dinâmicas
- Maior autonomia dos estudantes
- Valorização de opiniões, reflexões, conhecimentos prévios e experiências
- Preparação para atuar na vida em sociedade

Como sugere Moran (2018), a aprendizagem por meio de questionamento e experimentação é mais desafiadora e, por sua vez, motivadora para os estudantes, pois torna o conhecimento mais prático, flexível, interligado e híbrido.

> [...] envolve pesquisar, avaliar situações e pontos de vista diferentes, fazer escolhas, assumir riscos, aprender pela descoberta e caminhar do simples para o complexo. Os desafios bem planejados contribuem para mobilizar as competências desejadas, sejam intelectuais, emocionais, pessoais e comunicacionais.
>
> (Moran, 2018, p. 15)

Logo, é fundamental incentivar as potencialidades individuais, como a criatividade, o foco e a sensibilidade, contribuindo para que os estudantes desenvolvam seu potencial. Diante disso, esta coleção propicia a utilização de metodologias ativas, com as seguintes propostas:

- atividades desafiadoras;
- produções que combinam percursos pessoais com participação significativa dos grupos;
- trabalhos colaborativos, com foco em pesquisa e investigação a partir de uma situação-problema;
- criação de eventos;
- utilização de tecnologias adequadas para a realização dessas práticas.

Para viabilizar a condução dessas propostas, a obra oferece uma variedade de estratégias didáticas, como discussão em grupo, trabalho em equipe com distribuição de tarefas, debate sobre temas atuais e execução de projetos.

Na seção *Investigar* há exemplos mais evidentes de como as metodologias ativas são aplicadas na obra, pois os estudantes partem de uma situação a ser investigada por eles com base em procedimentos de coleta, organização e análise de dados. Os resultados obtidos são, então, divulgados à comunidade escolar, de acordo com o propósito da pesquisa. Neste volume, após a unidade 4, a proposta dessa seção é investigar a história da medição do tempo, e após a unidade 8 a seção propõe um estudo mais aprofundado sobre pesquisas estatísticas. Outro exemplo evidente de trabalho com metodologias ativas ocorre na seção *Interação*, em que os estudantes são convidados a desenvolver um projeto de pesquisa sobre representatividade.

ARGUMENTAÇÃO


João Picoli/ID/BR

Uma educação voltada à formação de sujeitos críticos, conscientes, questionadores e que agem orientados por princípios éticos e democráticos propicia o desenvolvimento da **competência argumentativa** dos estudantes. Essa competência lhes possibilita reconhecer sensos comuns, separar fatos de opiniões, analisar premissas e pressupostos e avaliar argumentos de autoridades para formar opiniões próprias com base em critérios objetivos. Além disso, favorece a participação atuante na sociedade ao oferecer subsídios para que os estudantes exponham suas ideias e seus conhecimentos com clareza, organização e respeito aos direitos humanos. Como explica Fiorin (2016), a vida em sociedade

> [...] trouxe para os seres humanos um aprendizado extremamente importante: não se poderiam resolver todas as questões pela força, era preciso usar a palavra para persuadir os outros a fazer alguma coisa. Por isso, o aparecimento da argumentação está ligado à vida em sociedade e, principalmente, ao surgimento das primeiras democracias. No contexto em que os cidadãos eram chamados a resolver as questões da cidade é que surgem também os primeiros tratados de argumentação. Eles ensinam a arte da persuasão.
>
> Todo discurso tem uma dimensão argumentativa. Alguns se apresentam como explicitamente argumentativos (por exemplo, o discurso político, o discurso publicitário), enquanto outros não se apresentam como tal (por exemplo, o discurso didático, o discurso romanesco, o discurso lírico). No entanto, todos são argumentativos: de um lado, porque o modo de funcionamento real do discurso é o dialogismo; de outro, porque sempre o enunciador pretende que suas posições sejam acolhidas, que ele mesmo seja aceito, que o enunciatário faça dele uma boa imagem. Se, como ensinava Bakhtin, o dialogismo preside à construção de todo discurso, então um discurso será uma voz nesse diálogo discursivo incessante que é a história. Um discurso pode concordar com outro ou discordar de outro. Se a sociedade é dividida em grupos sociais, com interesses divergentes, então os discursos são sempre o espaço privilegiado de luta entre vozes sociais, o que significa que são precipuamente o lugar da contradição, ou seja, da argumentação, pois a base de toda a dialética é a exposição de uma tese e sua refutação.
>
> (Fiorin, 2016, p. 9)

É fundamental, portanto, que os estudantes desenvolvam o raciocínio lógico e construam argumentos bem embasados, de modo que estejam aptos a defender seus posicionamentos e a negociar com seus interlocutores para, junto a eles, tomar as melhores decisões. Por essa razão, nesta obra, além do trabalho com foco no reconhecimento, na apreensão e no uso de estratégias argumentativas por meio da análise e da produção de textos dessa natureza, há diversas oportunidades em que se incentivam discussões sobre temas relevantes. Por exemplo, antes e depois da realização de atividades propostas, os estudantes são convidados a expor suas opiniões, seus conhecimentos prévios e suas impressões gerais sobre as estratégias utilizadas na resolução de um problema. A argumentação se apresenta por meio de atividades discursivas orais ou escritas. Em algumas atividades há momentos reservados à discussão e ao posicionamento sobre um tema. Já nas atividades propostas nas seções especiais há o incentivo à pesquisa e à análise de dados, o que, por conseguinte, requer discussão em grupo para avaliação das fontes e dos dados obtidos.

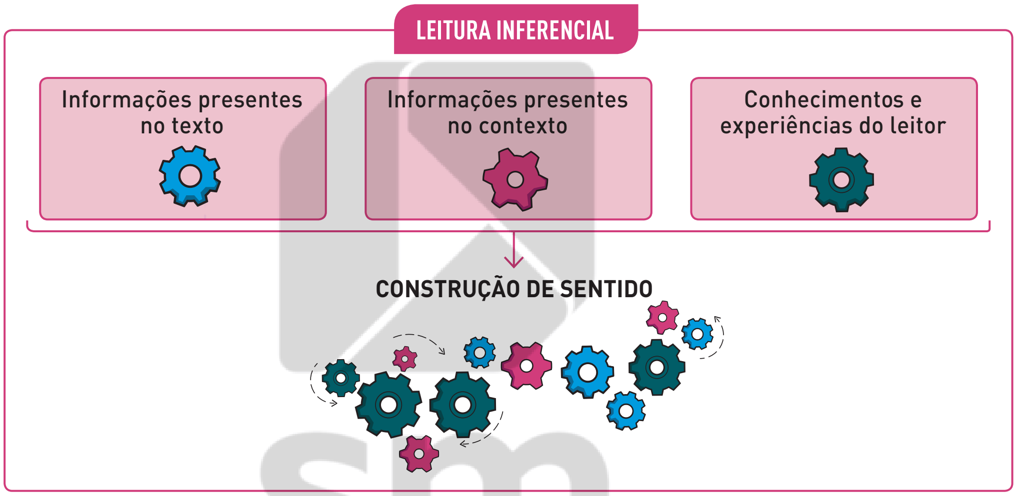
Assim, esta coleção contribui para que os estudantes desenvolvam a competência argumentativa de forma sistemática e orgânica, garantindo respeito à pluralidade de ideias e ao lugar de fala dos jovens e favorecendo, sobretudo, o desenvolvimento da competência geral 7 da BNCC.

LEITURA INFERENCIAL

O processo inferencial permite a organização dos sentidos elaborados pelo leitor em sua interação com o texto. A capacidade de realizar uma leitura em níveis inferenciais é uma característica essencial para a compreensão da linguagem, pois, da mesma maneira que o leitor memoriza as informações óbvias no texto, ele absorve as informações inferidas. Desse modo, compreender a linguagem é entender as relações entre o que está explícito no texto e aquilo que o leitor pensa, conclui e infere por conta própria, com base em seu conhecimento de mundo e em suas experiências de vida. Fazer inferências possibilita ao leitor, com base em informações presentes no texto, refletir e gerar novos conhecimentos, os quais passam então a fazer parte do conjunto de saberes desse leitor.

A inferência é um processo cognitivo que vai além da leitura e passa pelo entendimento ou pela suposição de algo desconhecido, fundamentado na observação e no repertório cultural do leitor. Trata-se, então, da conclusão de um raciocínio ou do levantamento de um indício com base no estabelecimento de relações.

A compreensão de um texto depende da qualidade e da quantidade de inferências geradas durante a leitura, visto que os textos contêm informações explícitas e implícitas, deixando lacunas a serem preenchidas pelo leitor. Ao associar informações explícitas a seus conhecimentos prévios, o estudante dá sentido ao conteúdo do texto e apreende detalhes e sequências, bem como as relações de causa e efeito. Portanto, a inferência ocorre com a interação do leitor com o texto, ou seja, por meio da leitura. As capacidades de concluir, deduzir, levantar hipóteses, ressignificar informações e formular novos sentidos são essenciais para a atuação consciente e responsável do estudante na sociedade, pois assim ele estará preparado para entender contextos históricos, compreender disputas políticas ou mesmo projetar soluções para problemas reais e cotidianos. Ao gerar uma nova informação partindo de uma anterior, já dada, o estudante desenvolve sua capacidade de reconhecer os diversos pontos de uma situação e de propor resoluções factíveis que beneficiem a maioria dos envolvidos.



João Picoli/ID/BR

Nesta coleção, o exercício da leitura inferencial é realizado de diversas formas, tanto na abordagem dos conteúdos como na execução das atividades. Por exemplo, em muitos momentos há perguntas que motivam o estudante a antecipar informações e a verificar se suas hipóteses são plausíveis, instigando-o a acessar seus conhecimentos prévios nesse processo. Com isso, pode-se levar o estudante a explicar o que está implícito em um texto, a preencher lacunas de informação com base em dados já fornecidos e a excluir ou confirmar hipóteses levantadas durante a leitura.

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Costuma-se imaginar que o pensamento computacional diz respeito a saber navegar na internet, utilizar as redes sociais, enviar *e-mails* ou usar ferramentas digitais para elaborar um texto ou resolver uma equação, porém o conceito de pensamento computacional está relacionado, na verdade, a estratégias voltadas a solucionar problemas de maneira eficaz.

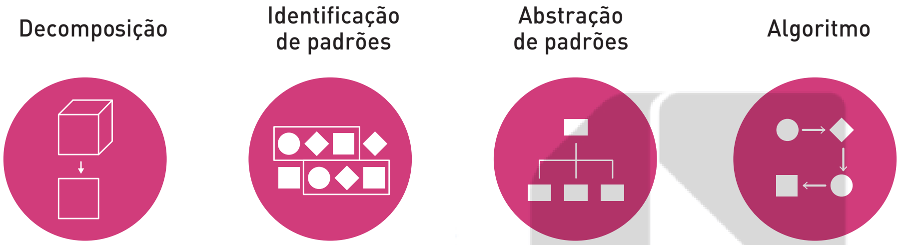
> O Pensamento Computacional é uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de identificar e resolver problemas, de maneira individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente.

(Kurshan, 2016 *apud* Brackmann, 2017, p. 29)

Essa estratégia de ensino e aprendizagem está próxima do pensamento analítico, que – assim como a Matemática, a Engenharia e a Ciência – busca, entre outras questões, aprimorar a proposição de soluções para problemas. De acordo com a BNCC, o pensamento computacional:

> [...] envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos.
>
> (Brasil, 2018a, p. 474)

Em síntese, o pensamento computacional pode ser entendido como uma habilidade para identificar e resolver problemas em que a solução proposta pode ser executada por meio de um computador. Para que isso aconteça, podem-se utilizar conceitos e práticas comuns à computação, mas não restritos a ela, como a simplificação de situações-problema com base na identificação de seus elementos essenciais e na similaridade com contextos anteriores (também definida como abstração), a decomposição de problemas em partes menores e a definição de sequências de ações para a realização e a automação de tarefas (Grover; Pea, 2013).



João Picoli/ID/BR

De maneira geral, o pensamento computacional pode ser organizado em quatro etapas: decomposição, identificação de padrões, abstração de padrões e algoritmo.

Atividades direcionadas podem desenvolver algumas formas de pensar próprias, marcadas pelo pensamento algorítmico, como a linguagem específica da tecnologia computacional para descrever processos regrados por etapas bem definidas. Entre esses recursos de linguagem estão os fluxogramas e os algoritmos destacados nas habilidades da BNCC para descrever o processo de resolução de problemas.

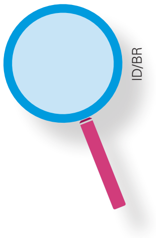
Nesse sentido, a problematização favorece diferentes maneiras de pensar, compreender e analisar um mesmo problema, colaborando para o desenvolvimento das seguintes habilidades que compõem o pensamento computacional:

- formulação de problemas;
- análise de dados de forma lógica e organizada;
- representação da realidade por meio de abstrações;
- proposição de soluções por meio de identificação e análise crítica dos problemas;
- transferência da solução encontrada para resolver problemas análogos.

Compreendendo a lógica que aproxima a resolução de problemas ao pensamento computacional, as atividades propostas aos estudantes nesta coleção podem contribuir para o desenvolvimento de competências fundamentais no século XXI, como produzir algo por meio da abstração, raciocinar sobre a resolução de um problema e correlacionar estratégias utilizadas na computação com a Matemática e com outras áreas de conhecimento, permitindo que os estudantes trabalhem a criatividade e elaborem novas ideias.

Esta coleção propõe experiências didáticas para que o pensamento computacional possa integrar a formação dos estudantes, tornando-os aptos a intervir de forma cidadã no meio em que vivem. Como exemplo dessas práticas, temos as situações-problema em que os estudantes devem reconhecer padrões, identificando as características de problemas apresentados na seção *Resolvendo problemas* e definindo estratégias de resolução por meio das seguintes etapas: *Compreensão do problema*, *Resolução do problema* e *Reflexão sobre o problema*. Além disso, há o encadeamento de processos, como o de construção de gráficos estatísticos.

INVESTIGAÇÃO E PRÁTICAS DE PESQUISA


ID/BR

A proposição de questões ou problemas deve servir ao processo típico do pensar e do fazer científicos, que envolve a admiração e o questionamento dos estudantes diante de algo, a ponto de formularem hipóteses ou suposições e sentirem-se motivados a empreender uma investigação.

Portanto, a proposição de uma questão ou de um problema inicial é fundamental. Ela é o estopim do processo de pensar e agir cientificamente. Mas, tão importante quanto a problematização ou a geração de um conflito inicial é possibilitar meios para que os estudantes percorram o caminho investigativo que os levará à solução do problema e à aprendizagem de fato.

O que chamamos aqui de investigação ou de estratégias investigativas envolve grande variedade de atividades, como a realização de experimentos, as entrevistas e as pesquisas em livros e em multimeios. Assim, nas aulas de Matemática, investigação envolve todo o tipo de atividade acompanhada de situações problematizadoras que levem à busca ativa de dados ou informações – que, uma vez analisados e discutidos, conduzam à solução de um problema ou à geração de informações que evidenciem ou contradigam uma ou mais hipóteses ou suposições formuladas.

Na realidade, o que faz com que uma atividade seja considerada de investigação é a forma como ela é apresentada e conduzida pelo professor e o caráter que ela assume nesse processo de ensino e aprendizagem.

> A atividade investigativa é aquela que possibilita, sobretudo, a reflexão crítica e o engajamento ativo. Esse tipo de atividade exige que os estudantes mobilizem várias habilidades (reflexão, discussão, pesquisa, relatório, explicação, construção, etc.), demanda a tomada de atitudes e a expressão de valores (colaboração, respeito, organização, criatividade, etc.) e requer da parte deles o conhecimento de variados conteúdos de natureza conceitual (informações, fatos, dados, conceitos, vocabulário específico, teorias já estabelecidas, etc.).

Para resolver um problema, os estudantes deverão mobilizar diferentes habilidades cognitivas e processuais. Entre essas habilidades estão aquelas relacionadas ao pensamento científico: a observação, a formulação de hipóteses, o planejamento e a construção de modelos, a realização de testes e experimentos, a coleta, a sistematização e a análise de dados e informações, o estabelecimento de sínteses e relações e a comunicação de conclusões, entre outras.

Além disso, as atividades investigativas oferecem aos estudantes oportunidades de desenvolver habilidades relacionadas à linguagem na modalidade oral – como a construção de um discurso oral coerente para apresentar uma explicação, argumentar ou relatar um experimento – e na modalidade escrita – como nas situações de comunicação de resultados, seja em um relatório ou em um cartaz, por exemplo. Inclusive, deve ser incentivado o uso de outras linguagens, como a linguagem típica da Geografia na produção e leitura de mapas.

Percebe-se, desse modo, que a escolha e o planejamento de atividades investigativas são fundamentais em uma proposta de ensino de Matemática que vise ao desenvolvimento do pensar e do agir de maneira científica, sem no entanto negligenciar a aquisição de conteúdos conceituais.

Ademais, se conduzidas de maneira colaborativa e solidária, atividades investigativas favorecem a consolidação de valores e atitudes e exemplificam a construção do conhecimento científico. Ou seja, elas possibilitam também vivenciar e debater o caráter coletivo, social e cultural do conhecimento científico.

Os estudantes devem aprender a pesquisar durante a Educação Básica, e para isso se faz necessário ensinar o **comportamento do pesquisador**. Esse comportamento, por sua vez, está intimamente relacionado ao desenvolvimento da intelectualidade, que envolve as capacidades de analisar, comparar, refletir, levantar hipóteses, estabelecer relações e sintetizar, entre outras.

Assim, é preciso um planejamento para que a aprendizagem do **ato de pesquisar** seja desenvolvida, trazendo aos estudantes habilidades inerentes a esse processo. São elas:

- localizar, selecionar e compartilhar informações;
- ler, compreender e interpretar textos;
- consultar, de forma crítica, fontes de informações diferentes e confiáveis;
- formar e defender opiniões;
- argumentar de forma respeitosa;
- sintetizar;
- expor oralmente o aprendizado, apoiando-se em diferentes recursos;
- generalizar conhecimentos;
- produzir gêneros acadêmicos.

A própria história da Matemática é um recurso para tal aprendizado. De acordo com a BNCC:

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica, é importante incluir a **história da Matemática** como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar **integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos**.
>
> (Brasil, 2018a, p. 298, grifos nossos)

De acordo com Oliveira V., Oliveira C. e Vaz (2014), a história da Matemática é considerada um instrumento de investigação das origens e descobertas, das notações matemáticas e dos métodos desenvolvidos ao longo do tempo. Além disso, esses autores destacam que a base

> [...] do que hoje conhecemos como Matemática foi desenvolvida ao longo de muitos anos, desde os primórdios da sociedade organizada até a contemporaneidade. Reconhecer esse processo histórico é fundamental para compreender as origens das ideias que deram forma à cultura, e também observar os aspectos humanos de seu desenvolvimento, enxergar os homens que contribuíram nesse processo evolutivo da ciência, bem como as circunstâncias que as desenvolveram.
>
> (Oliveira; Oliveira; Vaz, 2014, p. 459)

Ao propor aos estudantes a realização de uma pesquisa, é fundamental compartilhar com eles por que a pesquisa está sendo realizada e a relação dessa proposta com os conteúdos desenvolvidos, além de outras informações que contextualizem e problematizem a atividade.

O trabalho com atividades investigativas e práticas de pesquisa também tem papel fundamental no combate às *fake news*. Nos últimos anos, a expressão "*fake news*" ganhou notoriedade e se tornou pauta em rodas de conversa na rua, nas redes sociais, em casa e, principalmente, na escola. Aqui, estamos considerando *fake news* as informações falsas e caluniosas cujo objetivo é prejudicar ou descredibilizar instituições ou pessoas que não estão de acordo com o pensamento ideológico, político ou social de seus divulgadores. A dificuldade em identificar notícias falsas afeta até mesmo a população de países com altos índices de escolaridade.

Nesse sentido, ao propor de maneira sistemática atividades de investigação e pesquisa, estamos contribuindo para a criação de uma cultura de questionamento. Sempre que possível, essas atividades estão acompanhadas de orientações que incentivam os estudantes a construir seu repertório crítico.

CULTURA DE QUESTIONAMENTO

- As informações do título se confirmam na leitura do material?
- Quem é o autor/a autora?
- Em que veículo de comunicação o material está publicado?
- Qual é a data de publicação?
- As informações estão contextualizadas?
- Existem outras fontes que abordam esse tema? As informações convergem?

CULTURA JUVENIL

Até o início do século XX, as noções de adolescência e de juventude sequer existiam. Foi o psicólogo e educador G. Stanley Hall (1844-1924) que, em 1904, explorou esses conceitos. Antes, a infância findava quando a vida adulta começava – o que, em geral, se dava aos 18 anos de idade. O Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA, 1990), principal documento brasileiro que descreve os direitos e os deveres de crianças e jovens, em seu art. 2º, considera criança "a pessoa até doze anos de idade incompletos, e adolescente aquela entre doze e dezoito anos de idade" (ECA, p. 15).

Ainda existem divergências quando o assunto é definir quando começa ou finda a infância, a adolescência e a juventude, mas acreditamos ser consenso que os anos finais do Ensino Fundamental são a fase latente de transição da infância para a adolescência.

Com foco no desenvolvimento do protagonismo intelectual dos jovens e da capacidade deles em situar-se como cidadãos do/no mundo em suas dimensões emocional, intelectual, social e cultural, a BNCC apresenta a seguinte concepção de juventude, com base no Parecer CNE/CEB n. 5/2011:

> [...] a juventude como condição sócio-histórico-cultural de uma categoria de sujeitos que necessita ser considerada em suas múltiplas dimensões, com especificidades próprias que não estão restritas às dimensões biológica e etária, mas que se encontram articuladas com uma multiplicidade de atravessamentos sociais e culturais, produzindo múltiplas culturas juvenis ou muitas juventudes.

(Brasil, 2018a, p. 463)

A realidade de um jovem atualmente é muito diferente daquela de um jovem de vinte ou dez anos atrás. Uma diferença importante é que as crianças e os jovens do século XXI estão utilizando diversos modos de interação multimidiáticas e multimodais, em aplicativos educativos ou de entretenimento, por exemplo, e especialmente em sua atuação nas redes sociais.

O manejo consciente das tecnologias digitais é fundamental para a participação plena dos jovens no mundo contemporâneo. Embora no Brasil o acesso à internet não seja realidade para grande parcela da população, fomentar o debate sobre as responsabilidades e as potencialidades da rede dentro da escola amplia as possibilidades de uso dessas ferramentas, que transformam a cada dia o modo como são realizadas as atividades cotidianas.

Em contrapartida, é importante ressaltar que cultura digital não é sinônimo de cultura juvenil:

> O conceito de **cultura juvenil** está associado à forma como os jovens "tornam sua" ou reinterpretam essa cultura mais ampla na qual vivem, para ir definindo certos estilos de vida e traços de identidade – muitos deles relacionados com o seu tempo livre e lazer –, uma certa linguagem e estéticas com os seus códigos próprios, bem como outras formas de expressão, inclusive de criatividade artística ou científica próprios.
>
> Com **cultura digital**, estamos nos referindo a todas as formas de comunicação, expressão (individual e coletiva), consumo e participação cívica e institucional que são realizadas mediante a utilização de tecnologias digitais. Desde as vanguardas artísticas e científicas até a gestão burocrática (impostos, sanções administrativas etc.); desde a comunicação com amigos e familiares através de tecnologias digitais [...] até o acesso e uso de todo o tipo de informação e conteúdos audiovisuais existentes na internet [...].

(Ruiz, 2017)

Assim, a cultura digital não é definidora da juventude, mas as ferramentas digitais potencializam as formas de expressão dos jovens. Essa perspectiva retoma as posturas de empoderamento e protagonismo que devem ser fomentadas.

Se já não podíamos antes dizer que existe uma juventude, no singular, e padronizar nossa abordagem com os estudantes, depois da publicação da BNCC e de tantos estudos nas áreas de educação, psicologia e sociologia, é inadmissível que olhemos hoje para as individualidades e não enxerguemos que um jovem de periferia de uma grande metrópole não tem as mesmas necessidades que um jovem residente em um pequeno município rural, por exemplo. Há grande diversidade de jovens e de juventudes no Brasil e no mundo; a fim de exemplificar, basta mencionar alguns fatores que evidentemente impactam a forma de vivenciar o mundo e ser jovem, como gênero, local de residência, etnia e cultura da comunidade em que se está inserido.

Equidade, como a própria BNCC explicita, significa, na prática, reconhecer que as necessidades dos estudantes são diferentes. Ao fazer as escolhas curriculares, é papel de cada rede considerar a comunidade que a integra, de maneira ampla, assim como ficam a cargo das escolas e dos professores as escolhas necessárias para que esse currículo dialogue com a realidade de seus estudantes e engaje-os no desejo de aprendizagem. Logo, a equidade se explicita a cada escolha feita pelos atores que compõem cada rede estadual e municipal de ensino, por cada escolha feita pelos atores que compõem cada comunidade escolar, e essas decisões devem, necessariamente, dialogar com os diferentes perfis culturais e socioeconômicos que cada sala de aula acolhe.

Sabemos que não é uma tarefa fácil. Por isso, sob essa perspectiva, é preciso engajamento, colaboração e respeito mútuo, para que possamos garantir um melhor índice nas aprendizagens e uma cultura de paz em todo nosso amplo território brasileiro. Nesse sentido, apresentamos, em momentos estratégicos, como na seção *Ampliando horizontes* das páginas 154 e 155, orientações que servem de apoio a uma prática pedagógica que faça com que os estudantes se sintam acolhidos, ouvidos e que se percebam pertencentes ao grupo como agentes do desenvolvimento de suas habilidades e de suas competências.

Outra maneira de engajar os jovens é propor a eles a elaboração de soluções criativas para questões comunitárias. Tal postura favorece a percepção sobre a responsabilidade cidadã quanto aos anseios de melhorias sociais, fortalece a autoestima dos jovens e os empodera em relação a seus papéis como cidadãos atuantes.

Por isso, nesta coleção, as culturas juvenis estão presentes nas propostas de discussão sobre problemas que atingem a sociedade global e a comunidade local, mostrando que os interesses e os anseios dos jovens são valorizados e que suas ações são importantes elementos de transformação social e, consequentemente, do espaço.

EDUCAÇÃO COM BASE EM VALORES

A formação consciente do indivíduo como membro atuante da sociedade, que analisa as situações do cotidiano e atua nelas de maneira crítica, é condição para a **construção de um mundo mais justo**. Portanto, assim como o desenvolvimento de habilidades e competências, a formação de valores deve permear todo o trabalho escolar, dentro e fora da sala de aula. O intuito é contribuir para a formação de um indivíduo capaz de interagir com a natureza e com outros indivíduos, fazendo a mediação entre os próprios interesses e as necessidades da sociedade.

O trabalho com valores na escola não apenas trata de como viver em sociedade, mas também propõe a reflexão acerca das melhores maneiras de fazê-lo, ou seja, estimula a escolha consciente dos valores que devem orientar nossos comportamentos nos diferentes contextos sociais. Dessa forma, o trabalho com a educação em valores oferece bases para que o estudante possa tomar decisões visando à ponderação entre o que deseja e o que é social e ambientalmente mais justo.

Um modo de a escola trabalhar valores é incentivando diálogos, discussões e reflexões. O ideal é que essas práticas estejam presentes não só nas aulas, mas em toda a dinâmica escolar, com políticas claras de mediação de conflitos e valorização do respeito, da empatia, da responsabilidade e da honestidade nas situações cotidianas. Ao tratar dos valores como algo a ser desenvolvido também na escola, criam-se situações de assimilação desse conhecimento.

Pressupõe-se que a produção do conhecimento é um processo ativo, que envolve não só a assimilação e a apropriação, mas também a significação e a ressignificação, como lembra Jerome Bruner (1973) e, posteriormente, César Coll (2000). Ou seja, não basta listar os valores para que os estudantes os decorem: **os valores devem fazer parte de seu cotidiano**.

Nesse sentido, a educação em valores determina, ainda, atitudes e funções do educador. Durante o processo de aprendizagem, cabe ao professor incentivar o desenvolvimento da responsabilidade e da liberdade de pensamento dos estudantes. Não se trata, portanto, de doutrinação, e sim da construção de um discurso e de uma prática que leve o estudante a conquistar cada vez mais autonomia e, sobretudo, a se imbuir de noções de responsabilidade social, tornando gradualmente mais coletiva a visão que, no início, estava voltada para si. É por meio do trabalho intencional durante a vida escolar que os valores passarão a ter significado para o estudante, consolidando-se de fato como aprendizados que poderão ser levados para a vida adulta.

Nesta coleção, os valores estão divididos em seis grandes pilares, apresentados a seguir.

JUSTIÇA →	• Direito à igualdade. • Direito à alimentação. • Direito à saúde. • Direito à educação. • Direito à paz.
RESPEITO →	• A nós mesmos: autoestima, dignidade, autopreservação, autoentendimento. • Aos outros: empatia, escuta ativa, diálogo, resolução de conflitos. • Às culturas: ideologias, línguas, costumes, patrimônios, crenças, etnias. • À natureza: conservação, estima pela diversidade biológica e por todas as formas de vida.
SOLIDARIEDADE →	• Com as pessoas próximas que se sentem frágeis e indefesas em seu dia a dia. • Com as pessoas que têm doenças graves ou algum tipo de limitação. • Com imigrantes, refugiados e deslocados. • Com as vítimas de desastres naturais.
RESPONSABILIDADE →	• Diante das tarefas pessoais e de grupo: esforço, compromisso e cooperação. • Diante das regras sociais: civismo e cidadania. • Diante dos conflitos e dos dilemas morais: informações confiáveis, senso crítico e posicionamento. • Diante do consumo: consumo responsável e racional dos produtos. • Diante das próximas gerações: desenvolvimento sustentável e ética global a longo prazo.
HONESTIDADE →	• Apreço pela verdade e sinceridade, para si e para os outros. • Repúdio ao uso de atalhos para obtenção de vantagens. • Recusa à fraude, à omissão, à corrupção e ao engano intencional.
CRIATIVIDADE →	• Impulso de buscar e de criar soluções para diferentes problemas materiais e sociais. • Iniciativa, proatividade, confiança, visão de futuro, inovação, reaproveitamento de recursos, imaginação, curiosidade e desejo de saber.

Por meio do trabalho com cada um desses pilares, abordam-se empatia, reconhecimento de direitos, responsabilidade de consumo, recusa a vantagens ilícitas ou a atalhos para conseguir o que se deseja, respeito às diferentes culturas e individualidades e busca ativa de solução de problemas, entre outras questões.

SAÚDE MENTAL E *BULLYING*

Promover uma cultura de paz sistemática na educação vai além de criar leis ou de estudar as que já existem, buscando garantir os direitos constitucionais de cada cidadão. Essa importante missão requer ainda o engajamento e a colaboração de cada agente das comunidades escolares, para que, com sua humanidade, acolha as individualidades, promovendo um ambiente de real valorização da diversidade naquele contexto específico, e prepare os estudantes para viver outros contextos, mais amplos.

O fator convivência pode ter um impacto engajador na comunidade escolar, na mesma medida em que pode dificultar a aprendizagem e conduzir ao desinteresse e à alienação. E, quando falamos de convivência e engajamento, estamos incluindo as relações entre os diferentes membros da equipe escolar, em todas as instâncias, assim como entre estudantes, ou entre professores e estudantes, e entre escola e família. Sabemos que é pelo exemplo que as crianças e os jovens aprendem; assim, ao observar empatia, cooperação e respeito e experienciar um ambiente pacífico, eles poderão efetivamente desenvolver a competência geral 9:

> **9.** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
>
> (Brasil, 2018a, p. 10)

Nesse sentido, a escola, ao exercer seu compromisso de formar cidadãos atentos aos direitos humanos e aos princípios democráticos, deve envolver as famílias de maneira direta e intencional. Ou seja, é necessária a presença das famílias em encontros formativos nos quais sejam discutidos temas para que toda a comunidade escolar pactue valores e práticas que visem à cooperação e à resolução de conflitos de forma não violenta. Dessa maneira, a cultura de paz pode ser construída, potencializando a capacidade de aprendizagem das crianças e dos jovens, para citar apenas um dos inúmeros benefícios sociais que esse diálogo pode gerar.

Um cuidado importante ao falarmos de cultura de paz é trazer a atenção das crianças e dos jovens para o modo como se expressam tanto em situações presenciais quanto nas interações virtuais, proporcionando situações de aprendizagem que mobilizem algumas competências, como empatia, respeito, responsabilidade, comunicação, colaboração, entre outras. Nesse sentido, temos de desnaturalizar qualquer forma de violência.

É importante frisar aqui a obrigatoriedade de combatermos o *bullying* no ambiente escolar. Sobre esse tema, citamos um artigo que vale a pena ser lido na íntegra, pois colabora com a prática docente, trazendo sugestões valiosas.

> *Bullying* é uma situação que se caracteriza por agressões intencionais, verbais ou físicas, feitas de maneira repetitiva, por um ou mais alunos contra um ou mais colegas. O termo *bullying* tem origem na palavra inglesa *bully*, que significa valentão, brigão. Mesmo sem uma denominação em português, é entendido como ameaça, tirania, opressão, intimidação, humilhação e maltrato. [...]
>
> **10.** O que fazer em sala de aula quando se identifica um caso de *bullying*?
>
> Ao surgir uma situação em sala, a intervenção deve ser imediata. “Se algo ocorre e o professor se omite ou até mesmo dá uma risadinha por causa de uma piada ou de um comentário, vai pelo caminho errado. Ele deve ser o primeiro a mostrar respeito e dar o exemplo”, diz Aramis Lopes Neto, presidente do Departamento Científico de Segurança da Criança e do Adolescente da

> Sociedade Brasileira de Pediatria. O professor pode identificar os atores do *bullying*: autores, espectadores e alvos. Claro que existem as brincadeiras entre colegas no ambiente escolar. Mas é necessário distinguir o limiar entre uma piada aceitável e uma agressão. "Isso não é tão difícil como parece. Basta que o professor se coloque no lugar da vítima. O apelido é engraçado? Mas como eu me sentiria se fosse chamado assim?", orienta o pediatra Lauro Monteiro Filho.

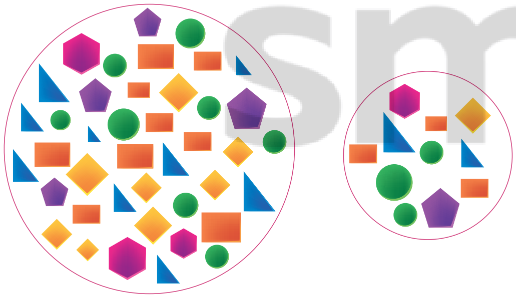
21 PERGUNTAS e respostas sobre *bullying*. *Nova Escola*, 1º ago. 2009.
Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/336/bullying-escola. Acesso em: 16 maio 2022.

Além dessas sugestões, nesta coleção contribuímos com o combate a qualquer tipo de violência, principalmente o *bullying*, ressaltando momentos em que esse tema pode ser abordado e sugerindo uma maneira de conduzir conversas e trocas de experiência que objetivam uma educação equitativa e a cultura de paz.

Por fim, não poderíamos deixar de mencionar uma estratégia que pode colaborar muito na promoção da paz, que é a Comunicação Não Violenta (CNV), sistematizada por Marshall Rosenberg. A CNV propõe caminhos para se estabelecer uma conexão consciente por meio da empatia e da compaixão entre interlocutores e é usada até mesmo pela Organização das Nações Unidas (ONU) na mediação de situações de conflito em todo o mundo. Para saber mais sobre a CNV, sugerimos assistir ao vídeo disponível em: https://ecoativos.org.br/biblioteca/comunicacao-nao-violenta-parte-1-marshall-rosenberg/ (acesso em: 7 jul. 2022).

TRABALHO COM GRUPOS GRANDES E DIVERSOS DE ESTUDANTES

Embora uma turma numerosa implique desafios ao professor no que se refere ao cotidiano de sala de aula e ao acompanhamento das aprendizagens individuais, há pontos positivos nessa realidade: em um grupo grande, amplifica-se a heterogeneidade de histórias de vida, pensamentos, potencialidades e valores. Tal diversidade, se recebida e tratada com atenção e respeito por todos os envolvidos, pode enriquecer as propostas e as dinâmicas – sobretudo se forem sugeridas atividades colaborativas entre os estudantes.


João Picoli/ID/BR

Há diversos prós e contras em trabalhar com grupos grandes e com grupos pequenos em sala de aula. Elencar os itens que compõem essas listas é fundamental para uma boa condução das aulas.

Trabalhar, portanto, com grupos grandes e diversos exige estratégias didáticas específicas. No início do ano letivo, recomenda-se investir tempo no estabelecimento de vínculos saudáveis com os estudantes. Isso permitirá, posteriormente, reconhecer e mapear as necessidades, dificuldades e potencialidades de cada um. Com esse levantamento, será possível privilegiar trabalhos em grupo, propondo atividades mais significativas com base nas especificidades de cada estudante e beneficiando-se da troca entre os pares.

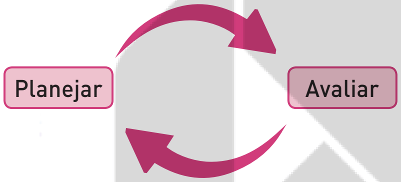
Nesta coleção há diversos momentos em que se ressalta o trabalho colaborativo. Pode-se, por exemplo, organizar duplas ou trios com estudantes de diferentes níveis de aprendizagem para a resolução de problemas, considerando que a dificuldade de um pode ser superada com o auxílio de outro. Em outro viés, pode-se sugerir que se formem parcerias para compartilhar as estratégias utilizadas e a correção de resoluções, de modo que os estudantes proponham ajustes e melhorias nas soluções propostas pelos colegas. Essas dinâmicas promovem a troca de conhecimentos e contribuem para o amadurecimento e o fortalecimento da turma como grupo.

Outra questão relevante diz respeito à condução de atividades mais elaboradas, que envolvem pesquisa, desenvolvimento de projetos ou produção de sínteses e conclusões. Pensando no trabalho com grupos grandes, para solucionar o problema da má distribuição de tarefas nos grupos – quando há sobrecarga de um ou dois estudantes e os demais ficam sem espaço e oportunidade para participar ou colaborar com alguma etapa do trabalho –, convém ajudá-los a estabelecer um papel para cada integrante com base no perfil, nas habilidades e nos interesses de cada um. Essa divisão auxilia os estudantes a reconhecer sua importância e suas contribuições para o grupo, permitindo que atuem com mais responsabilidade e iniciativa.

Vale lembrar que lidar com diferentes perfis vai impeli-los a buscar novas perspectivas, o que eventualmente pode resultar em conflitos. Nesse sentido, as atividades poderão, também, servir de espaço para o exercício da escuta atenta, da empatia, de habilidades deliberativas e da comunicação não violenta voltada à resolução de conflitos, favorecendo o diálogo e as práticas da cultura de paz na escola.

AVALIAÇÃO

Planejar e avaliar são processos indissociáveis. A avaliação é, sem dúvida, um dos aspectos mais sensíveis e complexos de qualquer planejamento.



João Picoli/ID/BR

Na perspectiva da formação integral, a avaliação passa a ser um instrumento de comunicação com o estudante, com os demais professores, com as equipes da escola responsáveis pela formação do estudante e até mesmo com as famílias.

Quando a avaliação é entendida como parte da formação integral dos estudantes, ela não pode mais estar relacionada apenas à nota atribuída ao final de um período de ensino, como um bimestre ou um trimestre, quando os estudantes recebem um número ou um conceito que certifica ou não sua aprendizagem. A nota em si exclui muitos dos fatores determinantes do processo de aprender. A história do estudante, o momento das avaliações, os recursos e o tempo para o estudo individual e até mesmo o instrumento de avaliação utilizado podem ser elementos decisivos para uma nota, que não corresponde necessariamente ao que o estudante aprendeu de fato.

Além disso, um currículo alinhado com a BNCC, pautado pelo desenvolvimento de competências e habilidades, visando ao aprofundamento e à consolidação das aprendizagens, não pode se sustentar em processos de avaliação pontuais e meramente numéricos. A avaliação, ainda que venha a gerar uma nota, deve corresponder ao projeto da escola no sentido da formação do estudante. Quando há um projeto de educação e a escola assume seu papel de formadora, a avaliação deve sinalizar se o estudante está ou não na direção do projeto traçado para ele. Nesse sentido, é preciso que a avaliação corresponda ao papel da escola na formação do estudante.

A avaliação em uma perspectiva formativa é composta de três grandes etapas: o diagnóstico, a análise e a intervenção. Um efetivo processo avaliativo da aprendizagem se inicia com a coleta de dados, ou seja, com um diagnóstico, proveniente da observação e do registro do professor com base nas mais diversas produções dos estudantes. De posse desses dados, antes da nota ou de qualquer parecer sobre o que o estudante aprendeu ou não, a avaliação formativa pressupõe a análise das informações coletadas, pautada pela reflexão sobre as aprendizagens esperadas, a atividade proposta e seu desenvolvimento. Essa análise precede a terceira etapa da avaliação, que corresponde à tomada de decisão sobre o que retomar e como agir em face das aprendizagens dos estudantes. É a fase da intervenção. Completa-se, assim, o ciclo avaliativo.

Nos casos em que se identifica algo que os estudantes deveriam saber e cuja deficiência pode impedir a continuidade de seu percurso de aprendizagem, a intervenção pode ser imediata. Outras vezes, a análise e o planejamento idealizado permitem antever que o conhecimento ausente nesse momento pode ser retomado mais adiante em outro tema, outro momento ou outra situação. Desse modo, a intervenção é pensada e planejada, sem ser imediata.

Como forma de organizar esse processo contínuo, há três etapas importantes de avaliação.

ETAPAS DA AVALIAÇÃO

Avaliação inicial ou diagnóstica	Permite ao professor realizar uma investigação no sentido de levantar os conhecimentos prévios dos estudantes. Ela servirá de subsídio para que o professor organize sua proposta hipotética de intervenção.
Avaliação formativa ou processual	Pode ser vista com o objetivo de replanejamento por parte do professor, ocorrendo em momentos variados ao longo do processo de ensino e aprendizagem, tornando possível aos estudantes tomar consciência de suas dúvidas e dificuldades e de seus avanços.
Avaliação final ou somativa	Espera-se, sobretudo, identificar se os objetivos propostos inicialmente foram atingidos, se houve de fato aprendizagem, se é possível dar prosseguimento ao processo ou se há necessidade de revisão e complementação do que foi trabalhado.

Outro aspecto importante para a formação dos estudantes é o incentivo à autoavaliação, que colabora para que eles se tornem responsáveis pelo próprio processo de aprendizagem, já que subsidia estratégias de autoconhecimento.

Portanto, a autoavaliação pode levar a ótimos resultados no trabalho em sala de aula, na medida em que os estudantes se tornam conscientes do próprio processo de aprendizagem, além de desenvolverem a capacidade de monitorar a realização das tarefas propostas, obtendo assim maior controle sobre suas ações. Ao requerer a participação ativa dos estudantes, essa estratégia geralmente permite a evolução deles no desempenho das tarefas realizadas.

Os estudantes devem estar cientes de que a autoavaliação não recebe nota, mas revela a qualidade da autocrítica. Por essa razão, não se deve superestimar a autoavaliação se ela não estiver de acordo com os resultados observados no dia a dia.

INSTRUMENTOS AVALIATIVOS

Não existe processo de avaliação sem a reunião de dados a serem analisados; daí a importância dos instrumentos de avaliação, sua escolha e seus critérios de uso.

A seleção e a elaboração de um instrumento de avaliação têm início ainda durante o planejamento, quando o professor questiona: “O que ensino?”; “Por que ensino?”; “Os estudantes podem aprender isso?”. Tais questionamentos já apontam para a necessidade de refletir sobre as ações didáticas a fim de garantir o aprendizado dos estudantes.

O foco da avaliação deve ser fornecer dados que possibilitem ao professor compreender o que foi aprendido ou não e fazer intervenções que levem o estudante a avançar no aprendizado. Os instrumentos de avaliação podem guiar o olhar do professor nesse sentido.

A variedade de instrumentos avaliativos favorece a individualização do processo de ensino e aprendizagem, tornando-o uma experiência que, embora se realize no coletivo, seja única para cada estudante.

Há instrumentos que estão mais diretamente relacionados à obtenção de dados pelo professor. Neles, embora o estudante seja chamado a colaborar, é o professor que centraliza as ações de reunião e análise de dados. É o caso da observação e do registro, da análise da produção dos estudantes e das avaliações e da análise de erros, que podem ser usados em vários momentos.

Na correção de uma tarefa ou de um trabalho em grupo, por exemplo, é possível observar e registrar o que os estudantes aprenderam e permitir que eles apresentem à turma suas resoluções, dúvidas ou imprecisões de linguagem. Essa dinâmica pode ser um bom contexto para fazer uma intervenção ou acompanhar esses estudantes nas próximas atividades.

Há situações propostas nesta coleção que podem ser utilizadas com finalidade de avaliação formativa ou processual, não necessariamente para dar uma nota, mas para obter dados e planejar intervenções. Por exemplo: quando é solicitado ao estudante que organize o que aprendeu, que elabore problemas, que produza textos após as atividades e analise problemas com erros na resolução e também nas atividades propostas na seção *Atividades integradas*. Nessa análise, a oralidade, os desenhos, os gráficos, os esquemas e as escritas pessoais são importantes para acompanhar as percepções e os avanços de cada um. Relembramos que o letramento matemático é uma meta na Educação Básica: avaliar a leitura, a escrita e a utilização da linguagem em diferentes contextos é tão importante quanto assegurar os objetos de conhecimento específicos.

Por fim, vale ressaltar que a avaliação não é mera “tarefa burocrática” ou instrumento de julgamento dos estudantes. Na realidade, o que está em jogo, quando se planeja e executa a avaliação, é a possibilidade de aferir, por meio de uma coleta sistemática de dados, os ganhos e as perdas do processo educativo. Com base nessa aferição, a prática de ensino e aprendizagem é pensada para contemplar diferentes dimensões ou tipos de conteúdo.

PREPARAÇÃO PARA EXAMES DE LARGA ESCALA

Apresentamos a seguir algumas atividades com o formato das que compõem avaliações externas, como o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). As matrizes de referência para cada uma dessas avaliações podem ser encontradas nos *links* indicados (acessos em: 7 jul. 2022).

- Enem: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf
- Saeb: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/matrizes-e-escalas
- Pisa: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/matrizes-de-referencia

As atividades propostas foram elaboradas com o intuito de preparar os estudantes para exames de larga escala. Além delas, você pode utilizar as próprias atividades de exames dessa natureza realizados em anos anteriores, pois há muitos que se encontram disponíveis na internet, ou ainda criar novas atividades com base nas matrizes de referência desses exames.

Ao trabalhar esse material com os estudantes, os registros deles podem ser utilizados como instrumento de avaliação de caráter preparatório para as avaliações externas. A abordagem pode ser complementada com avaliações organizadas por você, para que os estudantes estejam preparados não apenas em termos de conceito, mas possam vivenciar o ambiente em que essas avaliações acontecem.

Atividades de preparação para exames de larga escala

Questão 1

Um jogo eletrônico funciona assim: o avatar do jogador, representado em vermelho na imagem a seguir, está em uma localidade delimitada e deve comer todas as pastilhas pretas que estão espalhadas nesse ambiente, sem deixar que os monstros o peguem. Cada vez que o jogador avança para uma nova fase, aumenta a dificuldade em percorrer o ambiente e em fugir dos monstros.

A seguir, é possível ver a representação de um momento desse jogo.

ID/BR

O jogador vai comer a ficha que está na rua Saltador, que é paralela à:

a) avenida Pátio Alegre.

b) rua do Além.

c) rua Alto do Mar.

d) rua da Florinda.

e) rua Jasmine.

Questão 2

Um casal precisa encomendar 300 convites de casamento. Eles selecionaram as três empresas que apresentaram as condições mais interessantes.

Empresa 1

Criação do desenho: 10 reais

Impressão: 30 reais a cada 100 convites

Empresa 2

Criação do desenho e impressão:

- Até 100 convites – 31 reais o cento
- Acima de 100 convites – 29 reais o cento

Empresa 3

Criação do desenho e impressão:

- 15 reais a cada 50 convites

Considerando o preço mais vantajoso para a produção dos convites de que o casal necessita, a quantia paga e a empresa contratada serão, respectivamente:

a) 40 reais na empresa 1.

b) 65 reais na empresa 3.

c) 87 reais na empresa 2.

d) 90 reais na empresa 3.

e) 90 reais na empresa 1.

Questão 3

A pessoa responsável pelo preparo do café de uma empresa utiliza 88 gramas de café em pó para cada litro de água. Sabe-se que a xícara de café utilizada nessa empresa tem medida de capacidade igual a 50 mL. Quantos gramas de café em pó essa pessoa deve utilizar para preparar 75 xícaras de café?

a) 3,3 g

b) 30,3 g

c) 33 g

d) 330 g

e) 3 030 g

Questão 4

O Museu de Ciências Catavento é um museu interativo com 4 000 m², localizado no centro de São Paulo e dividido em quatro seções temáticas. Em cada uma dessas seções, o visitante pode interagir com o tema por meio de vídeos, filmes, experimentos e jogos. Ao longo do ano de 2022, as seções livres podiam ser visitadas de terça-feira a domingo, com ingresso único no valor de R$ 15,00, sendo que determinado público tem direito à meia-entrada.

Van Campos/Fotoarena

Seção "Engenho" do Museu Catavento. São Paulo (SP). Foto de 2019.

Em certo dia de 2022, foram comprados 420 ingressos. Desse total, 70% eram de meia-entrada. Na ocasião, a arrecadação da bilheteria com a venda de ingressos foi de:

a) R$ 6 300,00.

b) R$ 1 764,00.

c) R$ 4 095,00.

d) R$ 2 205,00.

e) R$ 1 890,00.

Questão 5

Um projeto social tem 240 ações a serem cumpridas em um ano. Para que isso seja possível, o projeto conta com dois líderes. No início do ano, foi acordado o seguinte: o líder 1 ficaria responsável por 96 ações e o líder 2 ficaria responsável pelas demais. Ao final do primeiro semestre, o líder 1 havia concluído 24 ações, enquanto o líder 2 havia concluído 50% das ações que estavam sob sua responsabilidade.

O percentual de ações concluídas no primeiro semestre pelo líder 1 em relação ao total de ações a serem cumpridas pelo projeto social e o número de ações que o líder 2 concluiu a mais que o líder 1 foram, respectivamente:

a) 25% e 144.

b) 25% e 48.

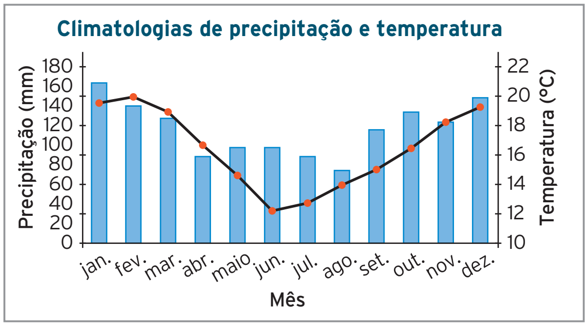
c) 25% e 72.

d) 10% e 48.

e) 10% e 72.

Questão 6

O gráfico a seguir mostra as medidas de precipitação (em mm) e de temperatura (em °C) em certa cidade.



Ilustrações: ID/BR

Dados fictícios.

Em quais meses a medida de temperatura foi superior a 18 °C?

a) Janeiro, fevereiro, outubro e dezembro.

b) Janeiro, fevereiro, outubro, novembro e dezembro.

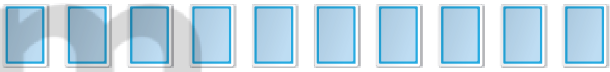
c) Janeiro, fevereiro, março, outubro e dezembro.

d) Abril, maio, junho, julho, agosto e setembro.

e) Janeiro, fevereiro, março, novembro e dezembro.

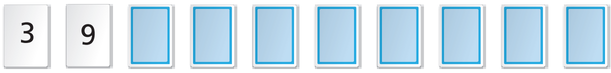
Questão 7

Em uma aula sobre probabilidade, o professor Fábio enfileirou dez cartões, numerados de 1 a 10, com os números voltados para baixo, ou seja, sem que pudessem ser vistos.



Depois, ele virou os dois primeiros cartões, um de cada vez, e pediu aos estudantes que imaginassem se o próximo cartão teria um número maior ou menor que aquele do cartão virado por último.

O primeiro cartão virado foi o de número 3, e o segundo foi o de número 9.



Qual é a probabilidade de o cartão virado após o de número 9 ter um número maior que esse?

a) $\frac{7}{8}$

b) $\frac{7}{9}$

c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{9}$

e) $\frac{1}{10}$

Questão 8

Um grupo de pesquisadores estimou que, se houvesse apenas 100 pessoas no mundo:

- 20 seriam crianças;
- 25 estariam sem comida e abrigo;
- 16 falariam chinês;
- 8 falariam inglês.

Considerando que essa previsão se mantenha constante para outras quantidades de pessoas no mundo, quantas pessoas a mais falariam chinês, em comparação às que falariam inglês, em uma população mundial de 7,5 bilhões de pessoas?

a) 60 milhões.

b) 600 milhões.

c) 6 bilhões.

d) 60 bilhões.

e) 600 bilhões.

Questão 9

Em determinado jogo, cada jogador, em sua vez, deve retirar uma carta do monte colocado sobre o centro da mesa. Em seguida, deve identificar o número que está sendo representado por símbolos de um sistema de numeração fictício, que segue as mesmas regras do sistema de numeração romano. Para isso, as cartas apresentam algumas dicas.

Na vez de Clara, ela tirou a seguinte carta:

Ilustrações: ID/BR

Clara acertará se disser que o número representado na carta é:

a) 91

b) 95

c) 101

d) 111

e) 115

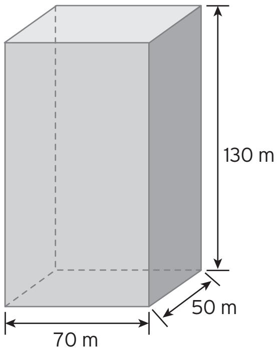
Questão 10

O uso de vidro para revestir fachadas de prédios tem se tornado comum, principalmente nas grandes metrópoles.

ASenseOfWonder/Shutterstock.com/ID/BR

↑ **Fachada de prédio revestida de vidro espelhado. Moscou, Rússia. Foto de 2016.**

Um prédio cujo formato está representado a seguir, com suas respectivas dimensões, terá suas faces laterais revestidas de vidro espelhado.



O retângulo que representa a planificação das faces laterais que serão revestidas de vidro espelhado terá as seguintes dimensões:

a) 240 m × 130 m

b) 120 m × 260 m

c) 120 m × 130 m

d) 70 m × 180 m

e) 50 m × 200 m

Respostas e comentários das atividades de preparação para exames de larga escala

A seguir, para cada uma das questões, apresentamos o conteúdo trabalhado, a habilidade da BNCC que pode ser associada à questão proposta, os indicadores das matrizes de referência de alguns exames de larga escala que podem ser trabalhados e, por fim, a resolução. As matrizes de referência indicadas são do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa).

Questão 1

- **Conteúdo**

  Retas paralelas e perpendiculares

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA22

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 2: Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

  Habilidade 6: Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Geometria.

  Eixo cognitivo: Compreender e aplicar conceitos e procedimentos.

  Habilidade 9G1.9: Identificar retas ou segmentos de retas concorrentes, paralelos ou perpendiculares.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidade fundamental da Matemática: Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações.

  Processo matemático: Espaço e forma.

  Contexto e situações: Pessoal.

- **Resolução**

  Alternativa **c**.

  Quando duas retas situadas em um mesmo plano não apresentam um ponto em comum, ou seja, não se cruzam, elas são paralelas. Podemos associar duas ruas paralelas a duas retas paralelas. Observando a imagem e imaginando o prolongamento das ruas apresentadas nas alternativas, a única que obedece à condição de paralela é a rua Alto do Mar.

Questão 2

- **Conteúdo**

  Operações com números naturais

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA03

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 1: Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

  Habilidade 4: Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Números.

  Eixo cognitivo: Resolver problemas e argumentar.

  Habilidade 9N2.1: Resolver problemas de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação envolvendo números reais, inclusive notação científica.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidades fundamentais da Matemática: “Matematizar”; Representação.

  Processos matemáticos: Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos; Quantidade.

  Contexto e situações: Pessoal.

- **Resolução**

  Alternativa **c**.

  Como o casal precisa de 300 convites de casamento, vamos analisar o custo dos convites em cada uma das empresas:

  - Empresa 1: $10 + 30 \cdot 3 = 10 + 90 = 100$
  - Empresa 2: $29 \cdot 3 = 87$
  - Empresa 3: $15 \cdot 6 = 90$

  Comparando os três valores, é mais vantajoso utilizar os serviços da empresa 2.

Questão 3

- **Conteúdo**

  Unidades de medida de massa e de capacidade

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA24

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 3: Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

  Habilidade 12: Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Grandezas e medidas.

  Eixo cognitivo: Resolver problemas e argumentar.

  Habilidade 9M2.1: Resolver problemas que envolvam medidas de grandezas (comprimento, massa, tempo, temperatura, capacidade ou volume) em que haja conversões entre unidades mais usuais.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidade fundamental da Matemática: Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações.

  Processo matemático: Quantidade.

  Contexto e situações: Pessoal e/ou ocupacional.

- **Resolução**

  Alternativa **d**.

  A medida de capacidade total das 75 xícaras de café é dada por:

  $$75 \cdot 50\text{ mL} = 3\,750\text{ mL}$$

  Convertendo essa quantia para litro, temos:

  $$3\,750\text{ mL} = 3{,}75\text{ L}$$

  Para cada litro de água, são utilizados 88 gramas de café em pó. Então, para 3,75 litros de água, serão necessários 330 gramas de café em pó ($3{,}75 \cdot 88 = 330$).

Questão 4

- **Conteúdo**

  Porcentagem

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA13

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 1: Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

  Habilidade 3: Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Números.

  Eixo cognitivo: Resolver problemas e argumentar.

  Habilidade 9N2.3: Resolver problemas que envolvam porcentagens, incluindo os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidade fundamental da Matemática: Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações.

  Processo matemático: Quantidade.

  Contexto e situações: Pessoal e/ou social.

- **Resolução**

  Alternativa **c**.

  Se foram comprados 420 ingressos e 70% desses ingressos eram de meia-entrada, a quantidade de ingressos com o valor de meia-entrada é igual a:

  $$70\%\text{ de }420 = \frac{70}{100} \cdot 420 = 294$$

  Então, foram comprados 126 ingressos com o valor inteiro ($420 - 294 = 126$).

  Para descobrir a arrecadação da bilheteria nesse dia, é preciso fazer a seguinte operação:

  $$294 \cdot 7{,}50 + 126 \cdot 15 = 2\,205 + 1\,890 = 4\,095$$

  Logo, a arrecadação da bilheteria nesse dia foi R$ 4 095,00.

Questão 5

- **Conteúdo**

  Porcentagem

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA13

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 1: Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

  Habilidade 3: Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Números.

  Eixo cognitivo: Resolver problemas e argumentar.

  Habilidade 9N2.3: Resolver problemas que envolvam porcentagens, incluindo os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidade fundamental da Matemática: Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações.

  Processos matemáticos: Empregar conceitos, fatos, procedimentos e raciocínio matemáticos; Quantidade.

  Contexto e situações: Ocupacional e/ou social.

- **Resolução**

  Alternativa **d**.

  - Total de ações sob responsabilidade do líder 1: 96
  - Total de ações sob responsabilidade do líder 2: 144 (240 − 96 = 144)

  No primeiro semestre, o líder 1 havia concluído 24 das ações sob sua responsabilidade. Em relação ao total de ações que o projeto social deve cumprir em um ano, esse número representa, em porcentagem, 10% $\left(\frac{24}{240} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%\right)$.

  O líder 2 concluiu 50% das ações sob sua responsabilidade, então ele concluiu 72 ações $\left(50\% \text{ de } 144 = \frac{50}{100} \cdot 144 = \frac{1}{2} \cdot 144 = 72\right)$.

  A diferença entre o número de ações concluídas pelo líder 2 e pelo líder 1 é de 48 (72 − 24 = 48).

Questão 6

- **Conteúdo**

  Leitura e interpretação de gráficos

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA32

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 6: Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

  Habilidade 24: Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Probabilidade e estatística.

  Eixo cognitivo: Resolver problemas e argumentar.

  Habilidade 9E2.1: Resolver problemas que envolvam dados estatísticos apresentados em tabelas (simples ou de dupla entrada) ou gráficos (barras simples ou agrupadas, colunas simples ou agrupadas, pictóricos, de linhas, de setores ou em histograma).

- **Matriz do Pisa**

  Capacidade fundamental da Matemática: Representação.

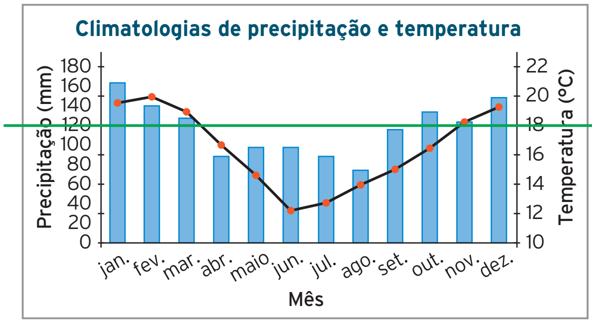
  Processo matemático: Incertezas e dados.

  Contexto e situações: Científico.

- **Resolução**

  Alternativa **e**.

  Observando o gráfico a seguir, é possível perceber que os meses nos quais a medida de temperatura foi superior a 18 °C são os meses em que os pontos em laranja se encontram na parte superior da linha verde, ou seja, os meses de janeiro, fevereiro, março, novembro e dezembro.


Climatologias de precipitação e temperatura

ID/BR

Dados fictícios.

Questão 7

- **Conteúdo**

  Probabilidade

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA30

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 7: Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

  Habilidade 28: Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Probabilidade e estatística.

  Eixo cognitivo: Resolver problemas e argumentar.

  Habilidade 9E2.4: Resolver problemas que envolvam a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios equiprováveis independentes ou dependentes.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidade fundamental da Matemática: Delinear estratégia para resolução de problemas.

  Processo matemático: Incertezas e dados.

  Contexto e situações: Pessoal.

- **Resolução**

  Alternativa **c**.

  Após virar o cartão de número 9, temos as seguintes possibilidades de número para sair: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10. Portanto, temos 8 possibilidades de saída de número.

  Como, entre essas possibilidades, o único número maior que 9 é o 10, é necessário calcular a probabilidade de sortear o cartão com o número 10, isto é, apenas um desses cartões. Logo, a probabilidade de isso acontecer é $\frac{1}{8}$.

Questão 8

- **Conteúdo**

  Números racionais

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA09

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 1: Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

  Habilidade 3: Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Números.

  Eixo cognitivo: Resolver problemas e argumentar.

  Habilidade 9N2.1: Resolver problemas de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação envolvendo números reais, inclusive notação científica.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidade fundamental da Matemática: Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações.

  Processos matemáticos: Quantidade; Incertezas e dados.

  Contexto e situações: Ocupacional, social e/ou científico.

- **Resolução**

  Alternativa **b**.

  Como a estimativa é de que, a cada 100 pessoas, 16 falariam chinês e 8 falariam inglês, a diferença entre essas pessoas pode ser representada pela fração $\frac{8}{100}$ $\left(\frac{16}{100} - \frac{8}{100} = \frac{8}{100}\right)$.

  Considerando que essa previsão se mantenha constante, para 7,5 bilhões de pessoas, temos:

  $$7\,500\,000\,000 \cdot \frac{8}{100} = 600\,000\,000$$

  Portanto, a diferença entre as pessoas que falariam chinês e as que falariam inglês seria de 600 milhões de pessoas.

Questão 9

- **Conteúdo**

  Sistemas de numeração

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA02

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 1: Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

  Habilidade 1: Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações — naturais, inteiros, racionais ou reais.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Números.

  Eixo cognitivo: Compreender e aplicar conceitos e procedimentos.

  Habilidade 9N1.9: Converter uma representação de um número racional positivo para outra representação.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidades fundamentais da Matemática: Comunicação; Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações.

  Processos matemáticos: Formular situações matematicamente; Mudanças e relações; Quantidade.

  Contexto e situações: Pessoal e/ou científico.

- **Resolução**

  Alternativa **b**.

  Espera-se que os estudantes percebam que as dicas apresentam a lógica de organização do sistema romano. Assim, o quadrado vale V (5), o círculo vale I (1), o triângulo vale X (10) e o pentágono vale C (100).

  Seguindo as regras do sistema de numeração romano, quando um símbolo de menor valor é apresentado à esquerda de outro de maior valor numérico, isso significa que ele deve ser subtraído. Portanto, ■▲ = XC = 100 − 10 = 90. Para descobrir o número representado pela carta, devemos adicionar 5 ao valor encontrado (90), ou seja, o número representado é 95.

Questão 10

- **Conteúdo**

  Prismas

- **Habilidade da BNCC**

  EF06MA18

- **Matriz do Enem**

  Competência de área 2: Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

  Habilidade 7: Identificar características de figuras planas ou espaciais.

- **Matriz do Saeb**

  Eixo do conhecimento: Geometria.

  Eixo cognitivo: Compreender e aplicar conceitos e procedimentos.

  Habilidade 9G1.3: Relacionar objetos tridimensionais às suas planificações ou vistas.

- **Matriz do Pisa**

  Capacidade fundamental da Matemática: Representação.

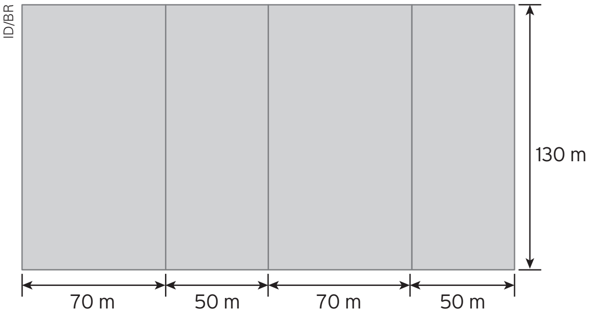
  Processos matemáticos: Espaço e forma; Quantidade.

  Contexto e situações: Pessoal, ocupacional e/ou científico.

- **Resolução**

  Alternativa **a**.

  Como apenas as faces laterais do prisma reto de base retangular serão revestidas de vidro espelhado, considerando a planificação do prisma que representa o prédio e desconsiderando as bases, temos:



  Logo, o retângulo que representa a planificação das faces laterais desse prisma terá as dimensões 240 m × 130 m.

ORGANIZAÇÃO DA COLEÇÃO

ESTRUTURA DO LIVRO DO ESTUDANTE

A coleção é composta de quatro volumes, divididos em unidades e capítulos. Cada unidade tem como foco uma unidade temática (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e Estatística) e apresenta textos, atividades, seções e boxes. No conjunto, pretende-se que a coleção seja um material de apoio para o trabalho de professores e estudantes, a fim de alcançar o desenvolvimento das competências gerais e específicas de Matemática.

ABERTURA DE UNIDADE

No início das unidades há uma imagem que ocupa uma dupla de páginas. Essa imagem tem como objetivo despertar o interesse e a curiosidade dos estudantes sobre o tema que será tratado na unidade. O texto e as questões propostas em *Primeiras ideias* procuram incentivá-los a explorar a imagem, estabelecendo relações possíveis acerca dos assuntos que serão estudados. Além disso, as questões propostas podem ser utilizadas para diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema, realizando uma avaliação inicial da turma.

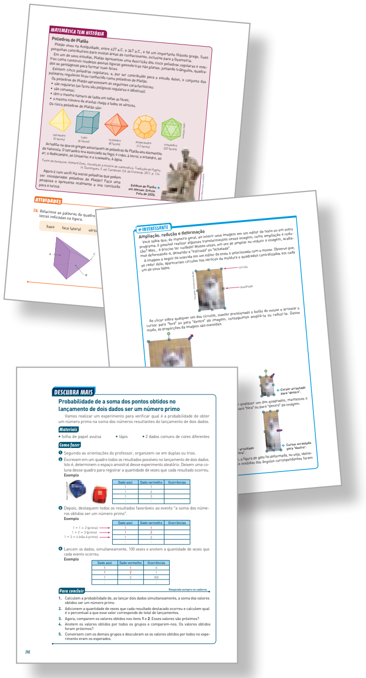
CAPÍTULOS

Cada unidade tem seu conteúdo disposto em dois ou três capítulos. O texto é apresentado de forma organizada e clara por meio de situações contextualizadas. De modo geral, estão associados a ilustrações, fotografias, gráficos, mapas, tabelas, entre outros recursos, a fim de facilitar o entendimento do conteúdo e propiciar o contato com diversos modos de organização das informações. Termos essenciais e ideias-chave são destacados.

O trabalho voltado à formação de valores ocorre ao longo das unidades e pode ser evidenciado no boxe *Valor*. Além dele, há boxes complementares que ampliam o conhecimento e revelam alguns desdobramentos e relações que o conteúdo apresentado estabelece com outros assuntos. Palavras que eventualmente poderiam dificultar a compreensão do texto são explicadas nos glossários, inseridos na mesma página em que o termo aparece, facilitando a consulta.

Além disso, os boxes *Matemática tem história* e *+Interessante* contêm temas que se referem, respectivamente, à história da Matemática e a curiosidades relacionadas à Matemática no dia a dia. Em alguns boxes *Matemática tem história*, também é possível encontrar atividades de pesquisa sobre a história da Matemática.

O boxe *Descubra mais* propõe atividades de caráter investigativo de forma organizada e orientada. Esse boxe está estruturado da seguinte maneira: texto introdutório (contextualização do tema), “Materiais” (opcional com a apresentação de itens – em geral – de fácil acesso), “Como fazer” (descrição das etapas) e “Para concluir” (questões para o auxílio dos estudantes a respeito da avaliação e da reflexão sobre o desenvolvimento e o resultado).



ATIVIDADES E DIVERSIFICANDO

A seção *Atividades*, proposta após a apresentação de alguns conteúdos, e a seção *Diversificando*, no final de cada capítulo, buscam desenvolver diferentes habilidades, abrangendo conceitos trabalhados ao longo do capítulo. Essas seções também podem ser utilizadas como avaliação reguladora.

AO FINAL DA UNIDADE

AMPLIANDO HORIZONTES

A seção tem como principal objetivo fornecer informações, dados e conhecimentos específicos que possibilitem aos estudantes fazer boas escolhas financeiras e compreender suas consequências. A intenção é permitir o desenvolvimento da Educação Financeira. Esse aprendizado ocorre por meio da compreensão e da discussão de situações elucidadas em textos e imagens.

Os principais objetivos dessa seção são:

- Formar para a cidadania.
- Desenvolver a cultura de prevenção.
- Formar multiplicadores de conhecimento.
- Ensinar a planejar em curto, médio e longo prazos.
- Ensinar a consumir e a poupar de modo ético, consciente e responsável.
- Oferecer conceitos e ferramentas para tomadas de decisão autônomas com base em mudanças de atitude.

RESOLVENDO PROBLEMAS

Um dos principais objetivos dessa seção é expor os estudantes a situações-problema diversificadas, buscando desenvolver o interesse por estratégias de resolução. Compreender e resolver problemas, criar estratégias de resolução, identificar informações pertinentes, tomar decisões individuais e em grupo e saber comunicá-las são capacidades importantes na vida em sociedade.

A seção é proposta em dois momentos em cada volume e está estruturada da seguinte maneira: "O problema" (apresentação do problema a ser resolvido), "Compreensão do problema" (questões que ajudam os estudantes a compreender o problema proposto), "Resolução do problema" (perguntas que orientam os estudantes a traçar uma estratégia para a resolução do problema), "Reflexão sobre o problema" (atividades que incentivam a reflexão a respeito do problema) e "Mais problemas" (outras situações-problema que podem ser resolvidas com a estratégia desenvolvida).

A seguir, são apresentadas as estratégias predominantes na abordagem sugerida para a resolução dos problemas dessa seção ao longo da coleção.

	Unidade	ESTRATÉGIA PREDOMINANTE NA ABORDAGEM SUGERIDA
6º ANO	3	Resolução de trás para a frente
	5	Resolução por tentativa e erro
7º ANO	3	Representação esquemática ou mental
	6	Tradução para a linguagem algébrica
8º ANO	3	Observação de padrões
	6	Tradução para a linguagem algébrica
9º ANO	3	Consulta de um problema mais simples
	6	Organização de informações

INVESTIGAR

A seção *Investigar* propõe atividades de caráter investigativo, voltadas à aplicação de métodos de pesquisa de modo organizado e orientado, incluindo estudos bibliográficos, entrevistas, etc.

Essa seção é proposta em dois momentos em cada volume, sempre no final das unidades 4 e 8.

Ela está estruturada do seguinte modo: “Para começar” (contextualização e apresentação da proposta, exposição da questão a ser investigada e apresentação da prática de pesquisa e do instrumento de coleta), “Procedimentos” (texto instrucional sobre como realizar a atividade), “Questões para discussão” (perguntas para debate sobre a realização do trabalho e os resultados obtidos) e “Comunicação dos resultados” (orientação a respeito do compartilhamento do conhecimento produzido).

A seguir, são apresentados os temas, as práticas de pesquisa, os instrumentos de coleta e os produtos, propostos nessa seção ao longo da coleção.

	Unidade	TEMA	PRÁTICA DE PESQUISA	INSTRUMENTO DE COLETA	PRODUTO
6º ANO	4	Medir o tempo: origens e instrumentos	Bibliográfica	Levantamento de referências teóricas	Seminário
	8	Descobrindo a pesquisa estatística	Bibliográfica	Levantamento de referências teóricas	Resumo
7º ANO	4	Arquitetura e Matemática	Bibliográfica	Levantamento de referências teóricas	Exposição de fotografias
	8	De casa para a escola: quanto tempo leva?	De campo	Questionário	Cartaz
8º ANO	4	Escolhendo a melhor amostra	De campo	Questionário e entrevista	Relatório
	8	Vida saudável	De campo	Questionário e entrevista	Vídeo
9º ANO	4	Personalidades da Matemática	Bibliográfica	Levantamento de referências teóricas	Blogue
	8	Mais pessoas ou menos pessoas?	Documental	Levantamento de registros institucionais	Exposição de cartazes e fotos

ATIVIDADES INTEGRADAS


ATIVIDADES INTEGRADAS

No final de cada unidade há a seção *Atividades integradas*, que retoma e integra os conteúdos estudados nos capítulos. É uma oportunidade de fazer uma avaliação final, observando quais dificuldades os estudantes ainda têm e retomando conceitos conforme julgar necessário.

FINAL DE VOLUME

INTERAÇÃO


INTERAÇÃO

REPRESENTATIVIDADE EM NÚMEROS

A seção oferece aos estudantes a oportunidade de planejar e de realizar um projeto. Com o objetivo de desenvolver as habilidades necessárias à participação em atividades em grupo (por exemplo: cooperação, capacidade de resolver problemas e comunicação), apresenta uma proposta de trabalho colaborativo como forma de relacionar os conteúdos estudados a situações práticas. Além disso, possibilita um trabalho interdisciplinar.

Essa seção está localizada ao final do volume, para que você tenha mais controle sobre o desenvolvimento da atividade. Entretanto, a proposta é de longa duração; portanto, sugerimos que seja desenvolvida ao longo do ano ou de um semestre.

O esquema a seguir evidencia a organização dessa seção na coleção.

	TEMA	INTERDISCIPLINARIDADE PROPOSTA	PRODUTO
6º ANO	Representatividade em números	Língua Portuguesa	Vídeo
7º ANO	Vamos reciclar?	Arte	Exposição de arte
8º ANO	Escola sustentável	Ciências	Maquete
9º ANO	Imigrantes e refugiados	Geografia e História	Exposição

SUGESTÃO DE CRONOGRAMA

Apresentamos a seguir uma proposta de distribuição dos conteúdos presentes neste volume em bimestres, trimestres e semestres. Entretanto, sabemos que o dinamismo do contexto escolar exige uma prática docente que seja flexível diante dos desafios presentes ao longo do ano letivo. Essa proposta, portanto, tem o objetivo de nortear a prática pedagógica de maneira que você possa adaptá-la à realidade escolar e ao projeto pedagógico desenvolvido na escola. Você também pode complementar a proposta em questão, explorando mais detalhadamente os temas, os boxes e as seções que compõem os capítulos e as unidades e, ainda, os momentos previstos para avaliações.

CONTEÚDO	PERÍODO	1º bimestre						2º bimestre						3º bimestre						4º bimestre					
		1º trimestre								2º trimestre								3º trimestre							
		1º semestre												2º semestre											
Unidade 1 Sistemas de numeração e números naturais	**Capítulo 1** Sistemas de numeração	■																							
	Capítulo 2 Números naturais e operações com números naturais		■	■																					
Unidade 2 Geometria	**Capítulo 1** Noções primitivas e ângulos				■	■																			
	Capítulo 2 Figuras geométricas						■																		
Unidade 3 Divisibilidade	**Capítulo 1** Múltiplos e divisores							■																	
	Capítulo 2 Números primos								■																
Unidade 4 Localização, semelhança e construções geométricas	**Capítulo 1** Coordenadas									■															
	Capítulo 2 Semelhança										■														
	Capítulo 3 Construções geométricas											■	■												
Unidade 5 Números racionais na forma fracionária	**Capítulo 1** Frações													■											
	Capítulo 2 Operações com frações														■	■									
Unidade 6 Números racionais na forma decimal	**Capítulo 1** Números na forma decimal																■								
	Capítulo 2 Operações com números na forma decimal																	■	■						
Unidade 7 Probabilidade e Estatística	**Capítulo 1** Probabilidade																			■					
	Capítulo 2 Estatística																				■				
Unidade 8 Grandezas e medidas	**Capítulo 1** Comprimento, área, volume e capacidade																					■	■		
	Capítulo 2 Vistas e plantas baixas																							■	
	Capítulo 3 Massa, temperatura e tempo																								■
Interação Representatividade em números														■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

QUADROS DE CONTEÚDOS DA COLEÇÃO

Os quadros a seguir sintetizam os conteúdos, as habilidades, as competências gerais e específicas de Matemática da BNCC e os Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta coleção. Eles estão organizados por volume e por unidade.

6º ANO

UNIDADE 1 – SISTEMAS DE NUMERAÇÃO E NÚMEROS NATURAIS

Conteúdos	• Sistema de numeração egípcio • Sistema de numeração romano • Sistema de numeração indo-arábico • Ordens e classes dos números naturais no sistema de numeração decimal • Números naturais (representação na reta numérica, comparação e ordenação) • Operações com números naturais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada) • Propriedades das operações com números naturais • Arredondamentos e estimativas • Expressões numéricas envolvendo números naturais
Habilidades	EF06MA01, EF06MA02, EF06MA03, EF06MA12 e EF06MA14.
Competências gerais	1, 2, 7 e 9.
Competências específicas	1, 2, 3 e 7.
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente e Economia.

UNIDADE 2 – GEOMETRIA

Conteúdos	• Ponto, reta e plano – conceito, representação e nomenclatura • Semirretas • Segmentos de reta • Ponto médio • Ângulos – conceito, representação e classificação • Posições relativas entre retas no plano • Classificação de figuras geométricas planas • Classificação de figuras geométricas não planas • Polígonos e seus elementos • Classificação de triângulos • Classificação de quadriláteros • Poliedros, classificações e seus elementos • Relação de Euler • Não poliedros
Habilidades	EF06MA17, EF06MA18, EF06MA19, EF06MA20, EF06MA25, EF06MA26 e EF06MA27.
Competências gerais	2, 4 e 9.
Competências específicas	1, 2, 7 e 8.
Temas Contemporâneos Transversais	Economia, Cidadania e Civismo e Multiculturalismo.

UNIDADE 3 – DIVISIBILIDADE

Conteúdos	• Sequências numéricas • Múltiplos de um número natural • Divisores de um número natural • Relações entre múltiplo e divisor • Critérios de divisibilidade • Números primos e números compostos • Decomposição em fatores primos
Habilidades	EF06MA04, EF06MA05, EF06MA06 e EF06MA34.
Competências gerais	7, 8 e 9.
Competências específicas	3 e 6.
Temas Contemporâneos Transversais	Cidadania e Civismo e Multiculturalismo.

UNIDADE 4 – LOCALIZAÇÃO, SEMELHANÇA E CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Conteúdos	• Localização • Localização de pontos • Plano cartesiano • Pares ordenados no plano cartesiano • Localização de vértices de polígonos no plano cartesiano • Deslocamento no plano cartesiano • Figuras semelhantes • Ampliação, redução e reprodução de figuras na malha quadriculada • Ampliação e redução de figuras no plano cartesiano • Ampliação, redução e deformação de figuras em *software* • Construção de retas paralelas e perpendiculares com régua e esquadro ou par de esquadros • Construção de quadriláteros com régua e esquadro e com *software* de geometria dinâmica
Habilidades	EF06MA16, EF06MA21, EF06MA22 e EF06MA23.
Competências gerais	8, 9 e 10.
Competência específica	8
Tema Contemporâneo Transversal	Cidadania e Civismo

UNIDADE 5 – NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA

Conteúdos	• Números racionais positivos na forma fracionária (leitura e escrita) • Situações que envolvem frações • Tipos de fração • Números mistos • Fração de um número • Frações equivalentes • Simplificação e comparação de frações • Operações com frações: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada • Porcentagem
Habilidades	EF06MA07, EF06MA08, EF06MA09, EF06MA10, EF06MA13, EF06MA14 e EF06MA15.
Competências gerais	2, 7 e 9.
Competências específicas	1, 3, 4 e 6.
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente e Saúde.

UNIDADE 6 – NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL

Conteúdos	• Números racionais positivos na forma decimal: leitura e representação • Frações decimais • Transformações que envolvem números na forma decimal e frações • Números na forma decimal equivalentes • Comparação de números na forma decimal • Operações com números na forma decimal: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada • Porcentagem
Habilidades	EF06MA01, EF06MA02, EF06MA08, EF06MA11, EF06MA13 e EF06MA14.
Competências gerais	2, 9 e 10.
Competência específica	3
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente, Economia e Ciência e Tecnologia.

UNIDADE 7 – PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Conteúdos	• Conceitos iniciais de probabilidade – experimento aleatório, espaço amostral e evento • Cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento • Etapas e elementos de uma pesquisa estatística • Tabelas e gráficos • Fluxogramas, organogramas e infográficos
Habilidades	EF06MA30, EF06MA31, EF06MA32, EF06MA33 e EF06MA34.
Competências gerais	1, 5 e 9.
Competências específicas	5 e 6.
Temas Contemporâneos Transversais	Cidadania e Civismo e Multiculturalismo.

UNIDADE 8 – GRANDEZAS E MEDIDAS

Conteúdos	• Grandezas e medidas • Sistema Internacional de Unidades • Medidas de comprimento, de área, de volume, de capacidade, de massa, de temperatura e de tempo • Transformações entre unidades de medida de uma mesma grandeza • Perímetro de uma figura plana • Área de um retângulo • Área de um triângulo • Volume do bloco retangular • Relação entre volume e capacidade • Vistas e plantas baixas • Escalas
Habilidades	EF06MA24, EF06MA28 e EF06MA29.
Competências gerais	6, 7, 8, 9 e 10.
Competências específicas	1, 2, 3, 6, 7 e 8.
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente, Economia, Multiculturalismo e Ciência e Tecnologia.

7º ANO

UNIDADE 1 – NÚMEROS

Conteúdos	• Múltiplos • Divisores • Divisibilidade • Mínimo múltiplo comum • Máximo divisor comum • Conjunto dos números inteiros • Representação dos números inteiros na reta numérica • Comparação e ordenação de números inteiros • Módulo (ou valor absoluto) de um número inteiro • Oposto (ou simétrico) de um número inteiro • Operações com números inteiros: adição, subtração, multiplicação e divisão • Propriedades da adição e da multiplicação de números inteiros • Operações inversas • Expressões numéricas envolvendo números inteiros
Habilidades	EF07MA01, EF07MA03 e EF07MA04.
Competência geral	9
Competências específicas	1 e 4.
Tema Contemporâneo Transversal	Meio Ambiente

UNIDADE 2 – NÚMEROS RACIONAIS

Conteúdos	• Números racionais nas representações fracionária e decimal • Conjunto dos números racionais • Representação dos números racionais na reta numérica • Representação decimal de números racionais: finita ou infinita e periódica • Módulo e simétrico de um número racional • Comparação de números racionais • Operações com números racionais • Relação fundamental da subtração • Números inversos • Relação fundamental da divisão • Expressões numéricas envolvendo números racionais
Habilidades	EF07MA05, EF07MA07, EF07MA08, EF07MA09, EF07MA10, EF07MA11 e EF07MA12.
Competências gerais	7, 8, 9 e 10.
Competências específicas	3, 5 e 8.
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente e Ciência e Tecnologia.

UNIDADE 3 – FIGURAS GEOMÉTRICAS

Conteúdos	• Ângulos • Grau e submúltiplos do grau • Construção de ângulos com régua e transferidor • Adição, subtração, multiplicação e divisão com medidas de ângulos • Ângulos congruentes, adjacentes, consecutivos, complementares e suplementares • Ângulos opostos pelo vértice • Ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal • Elementos dos polígonos • Diagonais dos polígonos • Ângulos externos e internos dos polígonos • Condição de existência de um triângulo • Soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo • Soma das medidas dos ângulos internos e externos de polígonos • Classificação dos triângulos quanto aos lados e aos ângulos • Construção de triângulos com régua e compasso • Construção de polígonos regulares com régua e transferidor
Habilidades	EF07MA23, EF07MA24, EF07MA25, EF07MA26, EF07MA27 e EF07MA28.
Competência geral	2
Competências específicas	3, 4 e 6.
Temas Contemporâneos Transversais	Multiculturalismo e Cidadania e Civismo.

UNIDADE 4 – INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA

Conteúdos	• Introdução às expressões algébricas • Termos de uma expressão algébrica • Simplificação de uma expressão algébrica • Sequências e expressões algébricas • Solução ou raiz de uma equação • Conjunto universo e conjunto solução de uma equação • Equações do 1º grau com uma incógnita • Equações com duas incógnitas
Habilidades	EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, EF07MA16 e EF07MA18.
Competências gerais	4, 6, 8, 9 e 10.
Competência específica	3
Temas Contemporâneos Transversais	Economia e Cidadania e Civismo.

UNIDADE 5 – PROPORCIONALIDADE E PORCENTAGEM

Conteúdos	• Razão • Proporção • Sequências diretamente e inversamente proporcionais • Grandezas diretamente e inversamente proporcionais • Regra de três • Porcentagem envolvendo números na forma fracionária, na forma decimal e cálculo mental • Porcentagem e proporcionalidade • Acréscimos e decréscimos
Habilidades	EF07MA02, EF07MA13 e EF07MA17.
Competências gerais	2, 7, 9 e 10.
Competências específicas	3, 5 e 6.
Tema Contemporâneo Transversal	Meio Ambiente

UNIDADE 6 – CIRCUNFERÊNCIA, CÍRCULO E TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Conteúdos	• Circunferência • Elementos de uma circunferência: raio, corda, diâmetro, arcos e ângulo central • Medida de comprimento e medida angular de um arco • Cálculo aproximado do número π • Posições relativas entre ponto e circunferência, entre reta e circunferência e entre duas circunferências • Círculo e setor circular • Eixo de simetria • Figuras assimétricas • Construções de figuras simétricas • Transformações geométricas: reflexão, rotação e translação • Outras transformações geométricas no plano cartesiano
Habilidades	EF07MA06, EF07MA19, EF07MA20, EF07MA21, EF07MA22 e EF07MA33.
Competência geral	7
Competências específicas	1, 2, 5 e 6.
Tema Contemporâneo Transversal	Meio Ambiente

UNIDADE 7 – PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Conteúdos	• Experimento aleatório, espaço amostral e evento • Cálculo de probabilidade de ocorrência de um evento • Simulações que envolvem cálculo de probabilidade • Pesquisa amostral e pesquisa censitária • Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações • Tabelas simples e de dupla entrada • Gráficos de barras simples, de barras duplas, de linhas, pictórico e de setores • Cálculo da média aritmética com e sem o uso de planilhas eletrônicas
Habilidades	EF07MA34, EF07MA35, EF07MA36 e EF07MA37.
Competências gerais	4, 8, 9 e 10.
Competências específicas	2, 4, 6 e 7.
Temas Contemporâneos Transversais	Saúde, Cidadania e Civismo e Ciência e Tecnologia.

UNIDADE 8 – GRANDEZAS E MEDIDAS

Conteúdos	• Grandezas e medidas • Unidades de medida padronizadas e não padronizadas • Equivalência entre figuras planas • Área e suas unidades de medida padronizadas • Área de quadriláteros e triângulos • Volume de um bloco retangular
Habilidades	EF07MA29, EF07MA30, EF07MA31 e EF07MA32.
Competências gerais	1, 4, 7 e 9.
Competências específicas	1, 3, 4 e 5.

8º ANO

UNIDADE 1 – POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

Conteúdos	• Potenciação de números racionais • Propriedades da potenciação • Notação científica • Radiciação de números racionais • Potenciação com expoente fracionário • Propriedades da radiciação
Habilidades	EF08MA01 e EF08MA02.
Competências gerais	7 e 9.
Competências específicas	2 e 3.
Temas Contemporâneos Transversais	Saúde, Ciência e Tecnologia, Meio Ambiente e Economia.

UNIDADE 2 – CÁLCULO ALGÉBRICO

Conteúdos	• Situações que envolvem expressões algébricas • Valor numérico de uma expressão algébrica • Monômios • Operações com monômios: adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação • Polinômios • Operações com polinômios: adição, subtração, multiplicação e divisão
Habilidade	EF08MA06
Competências gerais	7, 9 e 10.
Competência específica	3
Tema Contemporâneo Transversal	Economia

UNIDADE 3 – EQUAÇÕES E SISTEMAS

Conteúdos	• Equações do 1º grau com uma incógnita • Fração geratriz de uma dízima periódica • Equações do 1º grau com duas incógnitas • Resolução gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas • Equações do 2º grau na forma $ax^2 = b$ • Resolução de equações do 2º grau do tipo $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$ • Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas • Resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas • Análise da solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas por meio de representação gráfica • Classificação de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas em: SPD, SI ou SPI
Habilidades	EF08MA05, EF08MA07, EF08MA08 e EF08MA09.
Competências gerais	7 e 9.
Competências específicas	1, 3, 5 e 6.
Temas Contemporâneos Transversais	Cidadania e Civismo, Ciência e Tecnologia e Saúde.

UNIDADE 4 – TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

Conteúdos	• Elementos e classificação dos triângulos • Condição de existência ou desigualdade triangular • Relação entre um ângulo externo e dois ângulos não adjacentes • Cevianas de um triângulo • Mediatriz do lado de um triângulo • Pontos notáveis do triângulo: ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro • Casos de congruência de triângulos • Elementos de um quadrilátero • Classificação dos quadriláteros • Soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo • Paralelogramos: classificação e propriedades • Trapézios: classificação e propriedades
Habilidade	EF08MA14
Competências gerais	7 e 9.
Competências específicas	3 e 7.
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente e Cidadania e Civismo.

UNIDADE 5 – SEQUÊNCIAS E PROPORCIONALIDADE

Conteúdos	• Sequências recursivas e não recursivas • Termos de uma sequência • Grandezas direta e inversamente proporcionais • Constante de proporcionalidade • Grandezas não proporcionais
Habilidades	EF08MA10, EF08MA11, EF08MA12 e EF08MA13.
Competências gerais	3, 7, 8 e 9.
Competências específicas	2 e 7.
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente, Cidadania e Civismo e Multiculturalismo.

UNIDADE 6 – CONSTRUÇÕES E TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Conteúdos	• Conceito e construção de bissetriz de um ângulo e de mediatriz de um segmento com régua e compasso • Construção de ângulos de 30º, 45º, 60º e 90º com régua e compasso • Polígonos regulares inscritos em uma circunferência • Elementos de um polígono regular inscrito em uma circunferência • Construção de polígonos regulares (triângulo equilátero, quadrado e octógono regular) inscritos em uma circunferência, com o auxílio de régua e compasso • Construção de polígonos regulares (pentágono regular, dodecágono regular e hexágono regular) inscritos em uma circunferência pelo ângulo central • Isometrias • Transformações geométricas por reflexão, translação e rotação
Habilidades	EF08MA15, EF08MA16, EF08MA17 e EF08MA18.
Competência geral	7
Competência específica	6
Temas Contemporâneos Transversais	Ciência e Tecnologia e Multiculturalismo.

UNIDADE 7 – PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Conteúdos	• Árvore de possibilidades • Princípio fundamental da contagem • Conceitos iniciais de probabilidade: experimento aleatório, espaço amostral e evento • Cálculo da probabilidade de um evento • Eventos complementares • Medidas de tendência central: média aritmética, média aritmética ponderada, mediana e moda • Medidas de dispersão: amplitude, desvio, variância e desvio-padrão • Frequência absoluta e frequência relativa • Histograma • Pesquisa amostral e pesquisa censitária • Representação de dados e análise dos diferentes tipos de gráfico • Planejamento e execução de pesquisa amostral
Habilidades	EF08MA03, EF08MA04, EF08MA22, EF08MA23, EF08MA24, EF08MA25, EF08MA26 e EF08MA27.
Competências gerais	6 e 9.
Competências específicas	3, 4 e 8.
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente, Ciência e Tecnologia e Cidadania e Civismo.

UNIDADE 8 – GRANDEZAS E MEDIDAS

Conteúdos	• Área de figuras planas • Ideias associadas a volume e capacidade • Volume de um bloco retangular • Volume de um cilindro
Habilidades	EF08MA19, EF08MA20 e EF08MA21.
Competências gerais	5, 7, 8 e 9.
Competência específica	7
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente, Economia, Saúde e Ciência e Tecnologia.

9º ANO

UNIDADE 1 – CONJUNTOS NUMÉRICOS, POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

Conteúdos	• Conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais) • Representação, ordenação e comparação dos números reais na reta numérica • Potenciação com expoentes inteiros e suas propriedades • Notação científica • Radiciação e suas propriedades • Comparação entre radicais • Operação com radicais • Racionalização de denominadores • Potência de radicais • Potência de expoente racional e suas propriedades
Habilidades	EF09MA02, EF09MA03 e EF09MA04.
Competências gerais	7 e 9.
Competência específica	3
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente, Cidadania e Civismo, Ciência e Tecnologia e Economia.

UNIDADE 2 – RAZÃO, PROPORÇÃO E MATEMÁTICA FINANCEIRA

Conteúdos	• Razão • Proporção • Divisão em partes proporcionais • Regra de três simples e regra de três composta • Porcentagem • Descontos e acréscimos sucessivos • Juros
Habilidades	EF09MA05, EF09MA07 e EF09MA08.
Competências gerais	1, 5, 8 e 9.
Competência específica	3
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente, Economia e Cidadania e Civismo.

UNIDADE 3 – RETAS E ÂNGULOS, SEMELHANÇA E TRIÂNGULO RETÂNGULO

Conteúdos	• Retas cortadas por uma transversal • Relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal • Razão e proporção entre segmentos • Feixe de retas paralelas cortadas por transversais • Teorema de Tales • Aplicações do teorema de Tales • Figuras semelhantes • Ampliação e redução de figuras • Semelhança de polígonos • Casos de semelhança de triângulos • Elementos do triângulo retângulo • Medidas no triângulo retângulo • Relações métricas no triângulo retângulo • Teorema de Pitágoras e suas aplicações
Habilidades	EF09MA01, EF09MA10, EF09MA12, EF09MA13 e EF09MA14.
Competências gerais	7 e 9.
Competências específicas	1, 3 e 6.
Temas Contemporâneos Transversais	Multiculturalismo e Cidadania e Civismo.

UNIDADE 4 – PRODUTOS NOTÁVEIS, FATORAÇÃO E EQUAÇÕES

Conteúdos	• Quadrado da soma e da diferença de dois termos • Produto da soma pela diferença de dois termos • Cubo da soma e da diferença de dois termos • Fator comum em evidência • Agrupamento • Diferença de dois quadrados • Trinômio quadrado perfeito • Soma e diferença de dois cubos • Fração algébrica: valor numérico e simplificação • Operações com frações algébricas
Habilidade	EF09MA09
Competências gerais	1, 7 e 9.
Competências específicas	1, 3 e 8.
Temas Contemporâneos Transversais	Meio Ambiente, Economia e Saúde.

UNIDADE 5 – GEOMETRIA

Conteúdos	• Plano cartesiano • Medida da distância entre dois pontos no plano • Ponto médio de um segmento no plano cartesiano • Perímetro e área de figuras planas representadas no plano cartesiano • Circunferência e arcos de circunferência • Ângulo central e ângulo inscrito em uma circunferência • Relação entre o ângulo inscrito e o arco da circunferência determinado por ele • Relação entre o ângulo central e o ângulo inscrito • Polígonos regulares • Construção de polígonos regulares com régua e compasso e com *software* de geometria dinâmica • Representação de vistas • Noções de perspectiva
Habilidades	EF09MA11, EF09MA15, EF09MA16 e EF09MA17.
Competências gerais	9 e 10.
Temas Contemporâneos Transversais	Multiculturalismo e Cidadania e Civismo.

UNIDADE 6 – FUNÇÕES

Conteúdos	• Noção de função • Lei de formação de uma função • Valor de uma função • Representação gráfica de uma função • Função afim • Casos de função afim • Gráfico de uma função afim • Zero de uma função afim • Variação de uma função afim • Estudo do sinal da função afim • Função linear e proporcionalidade
Habilidades	EF09MA06 e EF09MA08.
Competência geral	8
Competências específicas	3, 6 e 8.

UNIDADE 7 – PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

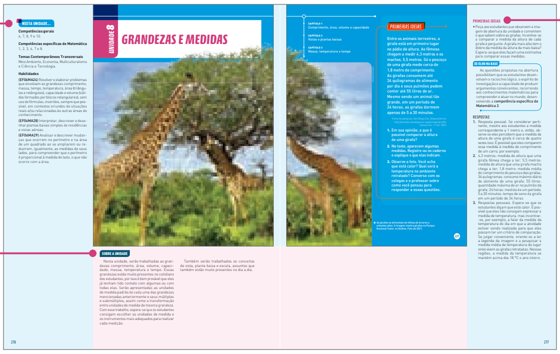
Conteúdos	• Experimento aleatório, espaço amostral e eventos • Probabilidade condicional • Eventos dependentes e independentes • Medidas de tendência central: média, moda e mediana • Medidas de dispersão: amplitude, desvio, variância e desvio-padrão • Análise de tabelas e gráficos estatísticos • Etapas e elementos de uma pesquisa estatística
Habilidades	EF09MA20, EF09MA21, EF09MA22 e EF09MA23.
Competências gerais	1 e 9.
Competências específicas	2, 5 e 6.

UNIDADE 8 – GRANDEZAS E MEDIDAS

Conteúdos	• Medidas muito grandes ou muito pequenas • Prefixos do Sistema Internacional (SI) de unidades • Unidades de medida de comprimento • Unidades de medida de massa • Unidades de medida de informática • Volume de prisma, pirâmide, cilindro e cone
Habilidades	EF09MA18 e EF09MA19.
Competências gerais	7 e 9.
Competências específicas	3, 4, 7 e 8.

O MANUAL DO PROFESSOR

O Manual do Professor dispõe seu conteúdo ao redor da imagem reduzida do Livro do Estudante. Esse formato facilita a análise e a integração das orientações, situadas e contextualizadas próximas aos textos, às imagens, às atividades e aos demais recursos presentes no livro didático.



Nesta unidade...

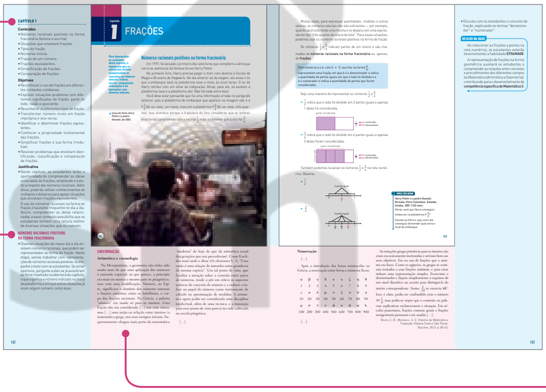
Listas com as competências gerais e específicas de Matemática, os Temas Contemporâneos Transversais e as habilidades da BNCC desenvolvidos na unidade.

Primeiras ideias

Comentários sobre a abertura da unidade e as respostas das questões propostas.

Sobre a unidade

Texto que apresenta e descreve o tema a ser desenvolvido na unidade, mostrando o que se espera que os estudantes aprendam e como os objetivos e a justificativa da unidade estão articulados.



Capítulo

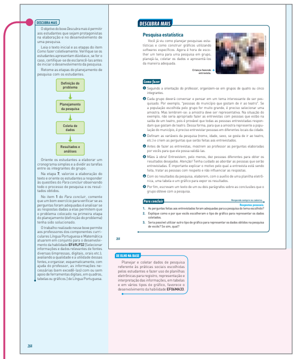
Apresenta uma lista com os principais conteúdos do capítulo, os objetivos do capítulo e a justificativa da pertinência desses objetivos.

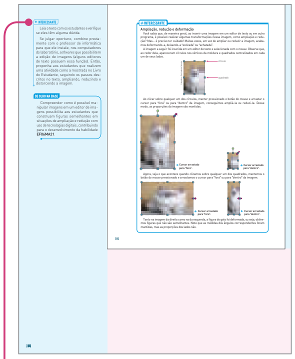
Temas

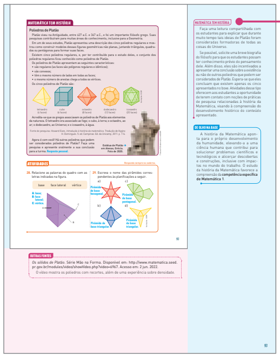
Orientações para a abordagem e o encaminhamento dos conteúdos propostos. Em alguns momentos, constam respostas das atividades propostas.

(In)formação

Textos para a formação do professor que podem subsidiar o trabalho com temas específicos.

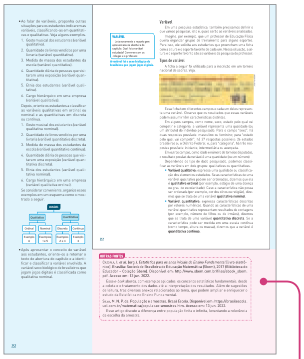


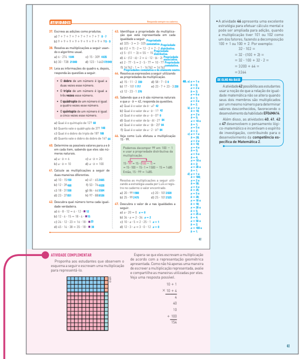


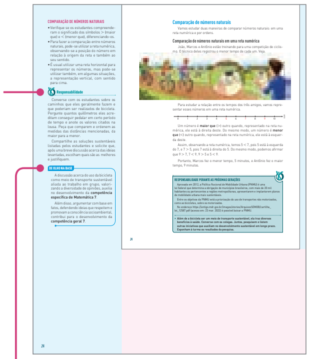


Descubra mais, +Interessante e Matemática tem história

Comentários que subsidiam o trabalho com os boxes presentes no Livro do Estudante.







Valor

O ícone sinaliza o valor trabalhado naquele momento, sobre o qual os estudantes vão refletir.

Outras fontes

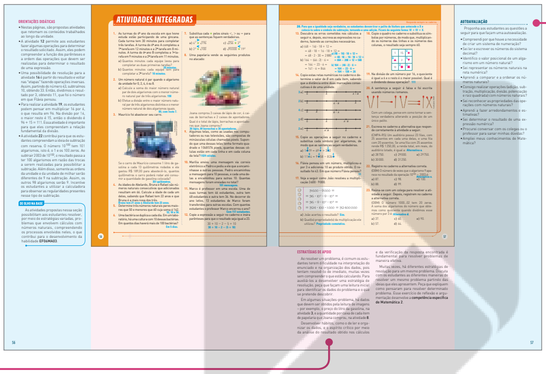
Sugestões para o professor de textos, livros, *sites* e vídeos que podem subsidiar o trabalho com temas específicos.

Atividade complementar

Proposta de atividades extras para serem realizadas com os estudantes.

De olho na Base

Indica e comenta a habilidade e/ou a competência da BNCC que está relacionada ao conteúdo trabalhado.

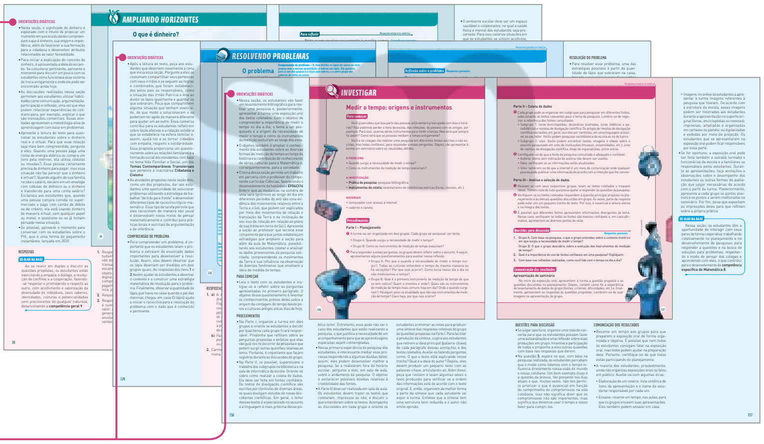


Estratégias de apoio

Nas seções *Diversificando* e *Atividades integradas*, são apresentadas sugestões de outras abordagens para apoiar estudantes com eventuais dificuldades.

Autoavaliação

Questões para que os estudantes façam uma autoavaliação do aprendizado.



Seções

Traz algumas orientações didáticas para o trabalho com essas seções, com comentários e eventuais respostas.

Interação

Apresenta orientações didáticas para a condução da seção. Além disso, traz uma proposta de cronograma, com a indicação do número de aulas a serem trabalhadas na seção, e aponta a abordagem interdisciplinar, demonstrando as habilidades trabalhadas de outro(s) componente(s) curricular(es).

BIBLIOGRAFIA COMENTADA

Bacich, L.; Moran, J. (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

Essa obra analisa por que e para que usar metodologias ativas, cujo foco é a participação efetiva dos estudantes na construção do conhecimento e no desenvolvimento de competências. Segundo os autores, a aplicação inovadora de tais metodologias na educação favorece a aprendizagem, levando em consideração o ritmo, o tempo e o estilo de cada estudante, por meio de diferentes atividades e de compartilhamento de informações, dentro e fora da sala de aula, com mediação docente e incorporação de recursos digitais.

Boaler, J. *Mentalidades matemáticas*: estimulando o potencial dos estudantes por meio da Matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018. (Série Desafios da Educação).

A autora apresenta razões pelas quais a Matemática se tornou uma fonte de experiências negativas para estudantes na Educação Básica. Com base em sua extensa pesquisa e nas descobertas recentes da neurociência, ela analisa como professores, gestores e pais podem auxiliar os estudantes a transformar sua experiência com a Matemática ao desenvolver neles uma mentalidade de crescimento. Com exemplos práticos, o livro propõe técnicas e atividades que podem ser implementadas na escola para tornar a aprendizagem da Matemática mais significativa e acessível a todos os estudantes.

Brackmann, C. P. *Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica*. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/172208. Acesso em: 17 jun. 2022.

O autor trata do pensamento computacional como uma abordagem de ensino que utiliza técnicas oriundas da Ciência da Computação.

Brasil. *Constituição* (1988). Constituição da República Federativa do Brasil: texto constitucional promulgado em 5 de outubro de 1988, com as alterações adotadas pelas Emendas Constitucionais n. 1/1992 a 99/2017, pelo Decreto Legislativo n. 186/2008 e pelas Emendas Constitucionais de Revisão n. 1 a 6/1994. 53. ed. Brasília: Edições Câmara, 2018.

Nesse documento encontram-se os itens da Constituição brasileira que deram origem à Lei de Diretrizes e Bases de 1996, que, por sua vez, estabelece os fundamentos da atual Base Nacional Comum Curricular (BNCC), cuja última versão, até a publicação deste material, foi apresentada em 2018.

Brasil. Lei n. 9 394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: Diário Oficial da União, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm. Acesso em: 17 jun. 2022.

O documento, que contribuiu para a posterior elaboração da BNCC, estabelece as competências e as habilidades para a formação dos estudantes diante dos desafios do mundo contemporâneo.

Brasil. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Matriz de avaliação de Matemática – Pisa 2012*. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf. Acesso em: 17 jun. 2022.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) traz informações sobre o desempenho dos estudantes na faixa etária de 15 anos. Nesse documento, é possível conhecer a matriz de avaliação de Matemática do programa.

Brasil. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Matriz de referência Enem*. Disponível em: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf. Acesso em: 17 jun. 2022.

O Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) é uma prova do governo federal que avalia o desempenho individual dos participantes. A matriz de referência do Enem apresenta as competências e as habilidades que são exigidas no exame.

Brasil. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Matrizes de referência de Matemática do Saeb*. Brasília: Inep, 2022.
Esse documento apresenta as competências e as habilidades que se espera que os participantes das avaliações do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) tenham desenvolvido na etapa da Educação Básica.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*: educação é a base. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 17 jun. 2022.
De caráter normativo, esse documento define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e das modalidades da Educação Básica.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao* bullying. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/195-competencias-socioemocionais-como-fator-de-protecao-a-saude-mental-e-ao-bullying. Acesso em: 17 jun. 2022.
As competências socioemocionais, presentes no contexto escolar, estão de acordo com as novas diretrizes propostas pela BNCC. No contexto da educação para o século XXI, os estudantes devem se preparar para além das competências cognitivas, mantendo a inter-relação dos conteúdos, por meio do gerenciamento das emoções, para que possam resolver problemas em todas as áreas que a vida prática venha a exigir deles.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica*. Brasília: MEC/SEB/Dicei, 2013.
Esse documento traz as diretrizes que estabelecem a base nacional comum, responsável por orientar a organização, a articulação, o desenvolvimento e a avaliação das propostas pedagógicas das redes de ensino brasileiras.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Ensino Fundamental de nove anos*: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília: MEC/SEB, 2007.
O documento foi elaborado com base no diálogo com gestores dos sistemas de ensino e tem como propósito desenvolver uma metodologia de trabalho voltada à ampliação do programa de Ensino Fundamental para alunos de 6 anos de idade.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: proposta de práticas de implementação. Brasília: MEC/SEB, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 17 jun. 2022.
Esse documento explicita a relação entre os diferentes componentes curriculares e as situações vivenciadas pelos estudantes. O texto considera ainda os contextos escolar e social na formação para o trabalho, a cidadania e a democracia, respeitando as características regionais e locais da cultura e da economia e seu impacto na vida dos estudantes.

Bruner, J. S. *O processo da educação*. 3. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973.
Tendo em vista a reforma curricular na área da educação, o autor mostra nesse livro que os conceitos básicos da ciência e das humanidades podem ser ensinados a crianças desde muito pequenas.

Bussab, W. O.; Morettin, P. A. *Estatística básica*. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.
O livro é dividido em três partes: a análise de dados unidimensionais e bidimensionais, os conceitos básicos de probabilidades e de variáveis aleatórias e os tópicos principais da inferência estatística, além de temas especiais, como regressão linear simples. Em todos os capítulos, traz uma seção que ensina a aplicar a teoria por meio de *softwares*.

Coll, C. *Psicologia e currículo*: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar. São Paulo: Ática, 2000.
Esse livro apresenta um modelo de projeto curricular que orienta a elaboração de propostas curriculares na educação escolar, abordando desde as relações entre aprendizagem, desenvolvimento e educação até as funções do currículo no planejamento de ensino.

Cruz, C. *Competências e habilidades*: da proposta à prática. São Paulo: Loyola, 2001.
Nesse livro, o autor explica a diferença do que se entende por competência e habilidade e a relação entre essas ideias. O texto fornece subsídios de como colocar em prática o ensino por meio de competências e habilidades.

Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA). 1990. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei8069_02.pdf. Acesso em: 17 jun. 2022.
Esse é o principal documento brasileiro que descreve os direitos e os deveres de crianças e jovens, em seu art. 2º, e considera criança "a pessoa até doze anos de idade incompletos, e adolescente aquela entre doze e dezoito anos de idade" (ECA, p. 1).

Eves, H. *Introdução à história da Matemática.* Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2011.
Nesse livro, uma das obras mais completas da área da história da Matemática, o autor descreve a história da Matemática desde a Antiguidade até os tempos modernos, além de apresentar recursos pedagógicos e o panorama cultural de cada época abordada.

Fiorin, J. L. *As astúcias da enunciação*: as categorias de pessoa, espaço e tempo. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.
No livro, por meio de exemplos diversos, o autor descreve e analisa como as categorias de pessoa, espaço e tempo se manifestam no discurso e quais são os efeitos de sentido que nele engendram.

Freire, P. *Pedagogia da autonomia*. São Paulo: Paz e Terra, 2005.
Trata-se de uma obra de referência na área da educação, em que o autor, com base no olhar revolucionário e no rigor crítico, reflete sobre o que o ato de ensinar exige de educadores e de educandos.

Gardner, H. *Inteligências múltiplas*: a teoria na prática. Porto Alegre: Artmed, 1995.
Precursor dos estudos de neurociência, o autor apresenta as ideias fundamentais que desencadeiam uma revolução na forma de compreender a inteligência humana e as possibilidades de sua aplicação na educação, em especial nas escolas ou nas salas de aula nas quais a aprendizagem é pensada com profundidade, para além do estudo superficial de conteúdos, visando a um ensino voltado para a compreensão.

Grover, S.; Pea, R. Computational thinking in K-12: a review of the state of the field. *Educational Researcher*, v. 42, n. 1, p. 38-43, 2013. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/258134754_Computational_Thinking_in_K-12_A_Review_of_the_State_of_the_Field. Acesso em: 17 jun. 2022.
Esse artigo reúne relatos da experiência de um curso de formação continuada em pensamento computacional, do Programa Norte-rio-grandense de Pensamento Computacional (PENSA RN), com professores dos anos finais do Ensino Fundamental. Tal experiência permitiu que professores adotassem novas estratégias em seu ambiente de trabalho, elaborando e aplicando práticas educativas integradas ao pensamento computacional na rede de ensino em escolas públicas.

Hattie, J. *Aprendizagem visível para professores*: como maximizar o impacto da aprendizagem. Porto Alegre: Penso, 2017.
Fundamentado em amplas pesquisas com milhões de estudantes ao redor do mundo, o autor explica como é possível maximizar a aprendizagem na escola por meio do que ele define como aprendizagem visível. Nessa obra, ele apresenta conceitos bastante inovadores relacionados à avaliação e ao acompanhamento contínuo da aprendizagem pelo educador e pelo estudante, ensinando como aplicar os princípios da aprendizagem visível em qualquer sala de aula.

Iezzi, G. *et al. Fundamentos de Matemática elementar, v. 1*: Conjuntos e funções. São Paulo: Atual, 2013.
Com um total de 11 volumes, essa coleção é consagrada por oferecer aos leitores o mais completo conteúdo de Matemática elementar. Neste volume são desenvolvidos os conteúdos referentes a conjuntos e funções.

Lima, E. C. de S. *Algumas questões sobre o desenvolvimento do ser humano e a aquisição de conhecimentos na escola*: currículo básico para a escola pública do estado do Paraná. 3. ed. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2003.
Esse trabalho foi desenvolvido com base na análise da prática em sala de aula e na reflexão sobre ela, com vistas a uma sociedade mais justa, em que todos tenham acesso ao conhecimento e dele possam se apropriar.

Lopes, A. C. *Políticas de integração curricular*. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2008. Disponível em: https://www.eduerj.uerj.br/engine/wp-content/uploads/woocommerce_uploads/2016/01/Pol%C3%ADticas-de-Integra%C3%A7%C3%A3o-Curricular.pdf. Acesso em: 17 jun. 2022.

Nesse livro, a autora analisa a atual política de organização do currículo a partir do entendimento da história do pensamento curricular nas principais organizações curriculares clássicas, que permitem entender os atuais discursos pedagógicos.

Luckesi, C. *Avaliação da aprendizagem escolar*: estudos e proposições. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2018.

O objetivo dessa obra é apresentar estudos sobre avaliação da aprendizagem escolar, bem como proposições para torná-la mais viável e construtiva para estudantes e professores.

Machado, N. J. *Conhecimento e valor*. São Paulo: Moderna, 2004.

Nesse livro, o autor reuniu alguns ensaios referentes ao conhecimento como valor, apresentando textos cuja finalidade maior é a compreensão do valor do conhecimento e da função da educação. Ele afirma que o único caminho para a “distribuição” de conhecimento é, sem dúvida, a educação, e a omissão dos educadores pode provocar o predomínio das perspectivas de outros profissionais, como os economistas, no terreno educacional.

Marques, M. *Teoria da medida*. Campinas: Ed. da Unicamp, 2009.

Nessa obra, o autor apresenta uma série de notas de aulas sobre estudos avançados em teoria de probabilidade e teoria estatística matemática, entre outros, para estudantes de Pós-graduação em Matemática e Estatística. Além disso, traz demonstrações desenvolvidas detalhadamente, visando permitir o aprendizado autossuficiente do leitor.

Mlodinow, L. *A janela de Euclides*: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. Belo Horizonte: Geração, 2010.

Nessa obra, o autor apresenta uma jornada pela Geometria, desde o conceito grego de linhas paralelas até as mais recentes noções de hiperespaço.

Nova Escola. Criança e Adolescente. *21 perguntas e respostas sobre* bullying. 1º ago. 2009. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/336/bullying-escola. Acesso em: 17 jun. 2022.

Nesse artigo, especialistas respondem a 21 perguntas sobre *bullying*, um problema que preocupa pais, professores e gestores.

Oliveira, V. C.; Oliveira, C. P.; Vaz, F. A. *A história da Matemática e o processo de ensino-aprendizagem*. *In*: XX EREMAT – Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul. Fundação Universidade Federal do Pampa (Unipampa), Bagé (RS), Brasil, 13-16 nov. 2014. p. 429. Disponível em: https://eventos.unipampa.edu.br/eremat/files/2014/12/PO_oliveira_00971876070.pdf. Acesso em: 17 jun. 2022.

Nesse trabalho, os autores apresentam a utilização da história da Matemática como instrumento de investigação científica no ensino de Matemática. Eles demonstram que tais investigações propiciam aos estudantes momentos de reflexão para o estabelecimento de conexões entre as descobertas, os conhecimentos matemáticos e sua realidade.

Organização Pan-Americana de Saúde (Opas). *Folha informativa sobre covid-19*. Disponível em: https://www.paho.org/pt/covid19. Acesso em: 17 jun. 2022.

Esse documento apresenta diversas informações e atualizações sobre a covid-19 e a pandemia causada pelo novo coronavírus SARS-CoV-2.

Perrenoud, P. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

As competências são enfatizadas pelo sociólogo suíço Philippe Perrenoud ao tratar dos desafios da educação contemporânea. A organização, a administração e o desenvolvimento da aprendizagem, a utilização de novas tecnologias, o trabalho em equipe, o envolvimento dos estudantes em suas aprendizagens e a participação na administração da escola são alguns dos temas abordados.

Piaget, J. *Psicologia e pedagogia*. 9. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2008.

Essa obra é resultado de 40 anos de pesquisas sobre novos métodos psicológicos aplicados à pedagogia. Nela, o autor apresenta as falhas da pedagogia tradicional, excessivamente empírica, e retraça a história das tentativas mais importantes que vêm sendo feitas nesse campo há mais de meio século.

Polya, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
Essa obra aborda a prática de resolver problemas, que implica uma série de procedimentos cognitivos para despertar a curiosidade, a atenção e o interesse pelo trabalho mental, contribuindo para outras atividades da vida.

Rezende, E. Q. F.; Queiroz, M. L. B. *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*. 2. ed. Campinas: Ed. da Unicamp, 2008.
Os autores da obra apresentam as construções geométricas com argumentações lógicas, auxiliando professores e estudantes na resolução de problemas.

Rosenberg, M. *Comunicação não violenta*. Nova edição: Técnicas para aprimorar relacionamentos pessoais e profissionais. São Paulo: Ágora, 2021.
O autor da obra cresceu em um bairro turbulento de Detroit (EUA) e se interessou por novas formas de comunicação para criar alternativas pacíficas de diálogo que amenizassem o clima de violência com o qual convivera. Militante pelos direitos civis, voluntário em abrigos e terapeuta familiar, o autor criou uma organização internacional sem fins lucrativos com pessoas habilitadas a dar treinamentos em comunicação não violenta. O trabalho foi realizado em mais de sessenta países com educadores, profissionais da área de saúde, mediadores, empresários, prisioneiros, guardas, policiais, militares, membros do clero e funcionários públicos.

Ruiz, J. A. L. A internet na cultura juvenil: condicionamentos, significados e usos sociais. Observatório da Juventude na Ibero-América, 1º jun. 2017. Disponível em: https://oji.fundacion-sm.org/a-internet-na-cultura-juvenil-condicionamentos-significados-e-usos-sociais/. Acesso em: 17 jun. 2022.
Nesse artigo, o autor esclarece dois conceitos fundamentais: cultura juvenil e cultura digital. Ele ressalta que a interação dos jovens com todos os meios digitais pode estar impulsionando neles habilidades e potenciais.

Sperandio, D.; Mendes, J. T.; Silva, L. H. M. *Cálculo numérico*: características matemáticas e computacionais dos métodos numéricos. São Paulo: Pearson, 2006.
Esse livro apresenta os procedimentos mais importantes para a análise de complexos modelos matemáticos, provenientes das mais variadas áreas de conhecimento. Além disso, exercícios ao final de cada capítulo permitem ao leitor testar seus conhecimentos e explorar o conteúdo teórico desenvolvido.

Stein, J. D. A. *A Matemática pode mudar sua vida*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
Essa obra é um guia prático repleto de orientações sobre como a Matemática pode mudar a vida das pessoas. Utilizando situações suscetíveis à análise da Matemática, o autor traz aplicações matemáticas simples que podem se mostrar muito eficientes na vida financeira, profissional e pessoal de uma pessoa.

Tahan, M. *Matemática divertida e curiosa*. 27. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.
Para mostrar a importância da Matemática, esse livro traz enigmas aritméticos, problemas matemáticos, jogos de engenhosidade, ilusões de ótica, lendas, histórias, piadas, paradoxos geométricos e curiosidades que desafiam a inteligência do leitor.

Van de Walle, J. A. *Matemática no Ensino Fundamental*: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
Nessa obra, são apresentadas ideias e discussões para orientar os professores de Ensino Fundamental que lecionam esse componente curricular.

Waal, F. de. *A era da empatia*: lições da natureza para uma sociedade mais gentil. São Paulo: Companhia das Letras, 2009.
Tomando como base estudos realizados com macacos-prego e chimpanzés, o autor mostra nessa obra como diversos animais (incluindo os seres humanos), ao longo da evolução, apresentaram uma tendência à empatia, ou seja, à capacidade de se colocar no lugar do próximo.

World Health Organization (WHO). Disponível em: https://www.who.int/pt/. Acesso em: 17 jun. 2022.
Esse *site* apresenta diversas informações e atualizações sobre a pandemia de covid-19, causada pelo novo coronavírus, o SARS-CoV-2.

Zegarelli, M. *Matemática básica e pré-álgebra para leigos*. Rio de Janeiro: Alta Books, 2009.
A obra é um convite ao estudo de muitos temas e conceitos matemáticos, com lições fáceis de acompanhar e uma série de exercícios práticos.

RESOLUÇÕES

UNIDADE 1 – SISTEMAS DE NUMERAÇÃO E NÚMEROS NATURAIS

CAPÍTULO 1 – SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

PÁGINA 14 – ATIVIDADES

1. a) 100 000 + 100 000 + 1000 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 = 201032
   b) 10 000 + 10 000 + 10 000 + 1000 + 1000 + 10 + 10 + 10 + + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 32 035
   c) 1000 000 + 100 000 + 10 + 10 + 10 000 + 10 000 + 10 000 + + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1130 026
2. a) 35 = 30 + 5 = 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1
   ∩∩∩|||||
   b) 103 = 100 + 3 = 100 + 1 + 1 + 1
   𓍢|||
   c) 264 = 200 + 60 + 4 =
   = 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1
   𓍢𓍢∩∩∩∩∩∩||||
3. a) 2 · 100 + 3 · 10 + 1 = 200 + 30 + 1 = 231
   b) 100 + 5 + 3 = 108
   c) 2 · 1000 + 50 + (5 − 1) = 2 000 + 50 + 4 = 2 054
   d) 1000 + (1000 − 100) + (50 − 10) + (5 − 1) =
   = 1000 + 900 + 40 + 4 = 1 944
   e) 1000 + (1000 − 100) + (100 − 10) + 1 =
   = 1000 + 900 + 90 + 1 = 1 991
   f) [10 + (10 − 1)] · 1000 000 + [500 − 100] · 1000 =
   = [10 + 9] · 1000 000 + 400 · 1000 =
   = 19 · 1000 000 + 400 000 =
   = 19 000 000 + 400 000 = 19 400 000
4. a) $\underbrace{CC}_{200} + \underbrace{XL}_{40} + \underbrace{IV}_{4}$
   b) $\underbrace{M}_{1\,000} + \underbrace{CM}_{900} + \underbrace{LXXX}_{80} + \underbrace{II}_{2}$
   c) $\underbrace{MM}_{2\,000} + \underbrace{CM}_{900} + \underbrace{XL}_{40} + \underbrace{IX}_{9}$
   d) $\underbrace{MMM}_{3\,000} + \underbrace{II}_{2}$
   e) $\underbrace{\overline{V}}_{5\,000} + \underbrace{DC}_{600} + \underbrace{II}_{2}$
   f) $\underbrace{\overline{I}}_{1\,000\,000} + \underbrace{DC}_{600} + \underbrace{LXX}_{70} + \underbrace{II}_{2}$
5. a) 2 h 45 min ou 14 h 45 min   b) 6 h 10 min ou 18 h 10 min

PÁGINA 14 – DESCUBRA MAIS

PARA CONCLUIR

1. Resposta pessoal.   2. Resposta pessoal.

PÁGINA 18 – ATIVIDADES

6. a) 4 575: 45 centenas, 7 dezenas e 5 unidades.
   b) 4 312: 4 unidades de milhar, 3 centenas e 12 unidades ou 4 312: 4 milhares, 3 centenas e 12 unidades.
7. a) Classe das unidades; ordem das dezenas (2ª ordem); por extenso: oitenta e sete.
   b) Classe dos milhares; ordem das unidades de milhar (4ª ordem); por extenso: um mil quatrocentos e doze.
   c) Classe das unidades; ordem das centenas (3ª ordem); por extenso: novecentos e noventa e nove.
   d) Classe das unidades; ordem das centenas (3ª ordem); por extenso: quinhentos e vinte e nove.
   e) Classe dos milhares; ordem das unidades de milhar (4ª ordem); por extenso: dois mil trezentos e cinquenta e cinco.
   f) Classe dos milhões; ordem das unidades de milhão (7ª ordem); por extenso: um milhão trezentos e dezoito mil quatrocentos e dez.
8. a) 320 252   b) 9 442 864   c) 4 324 261 125
9. Colocando o número 4 572 no quadro de ordens, tem-se:

Classe dos milhares			Classe das unidades		
Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
		4	5	7	2

   a) O algarismo 7 ocupa a ordem das dezenas.
   b) Como o algarismo 5 ocupa a ordem das centenas, seu valor posicional é 5 centenas ou 50 dezenas ou 500 unidades.
   c) Unidade de milhar (4ª ordem).
   d) Quatro mil quinhentos e setenta e dois.
10. Respostas possíveis:
   a) 148 914 = 100 000 + 40 000 + 8 000 + 900 + 10 + 4
   148 914 = 140 000 + 8 000 + 900 + 14
   b) 67 536 176 = 60 000 000 + 7 000 000 + 500 000 + 30 000 + + 6 000 + 100 + 70 + 6
   67 536 176 = 67 000 000 + 536 000 + 176
   c) 291 464 871 = 200 000 000 + 90 000 000 + 1000 000 + 400 000 + + 60 000 + 4 000 + 800 + 70 + 1
   291 464 871 = 280 000 000 + 10 000 000 + 1000 000 + 200 000 + + 260 000 + 4 000 + 870 + 1
   d) 735 129 310 = 700 000 000 + 30 000 000 + 5 000 000 + + 100 000 + 20 000 + 9 000 + 300 + 10
   735 129 310 = 725 000 000 + 10 000 000 + 129 000 + 310
11. a) 9 876   c) 1800
   b) 10 000   d) 983
12. Analisando as condições, tem-se que:
   - Se a maior ordem do número é a unidade de milhar, então o número tem quatro algarismos.
   - Se o algarismo da dezena é 2 e os últimos três algarismos são iguais, então as posições da centena e da unidade serão preenchidas pelo algarismo 2.
   - Para que a soma de todos os algarismos seja 11, o algarismo da ordem da unidade de milhar deve ser igual à diferença entre 11 e a soma dos valores absolutos dos algarismos que já foram preenchidos.

$$11 - (2 + 2 + 2) = 11 - 6 = 5$$

Portanto, o número que satisfaz as condições dadas é 5 222.

PÁGINA 19 – DIVERSIFICANDO

1. a) 

   b) 

Ilustrações: ID/BR

2. - $1998 = \underbrace{1000}_{M} + \underbrace{900}_{CM} + \underbrace{90}_{XC} + \underbrace{8}_{VIII}$

  1998: MCMXCVIII

- $25 = \underbrace{20}_{XX} + \underbrace{5}_{V}$

  25: XXV

- $2014 = \underbrace{2\,000}_{MM} + \underbrace{10}_{X} + \underbrace{4}_{IV}$

  2014: MMXIV

- $1100 = \underbrace{1000}_{M} + \underbrace{100}_{C}$

  1100: MC

- $2\,276 = \underbrace{2\,000}_{MM} + \underbrace{200}_{CC} + \underbrace{70}_{LXX} + \underbrace{6}_{VI}$

  2 276: MMCCLXXVI

- $23 = \underbrace{20}_{XX} + \underbrace{3}_{III}$

  23: XXIII

- $2022 = \underbrace{2\,000}_{MM} + \underbrace{20}_{XX} + \underbrace{2}_{II}$

  2022: MMXXII

3. **a)** 166 913: cento e sessenta e seis mil novecentos e treze.

   b) 831 820: Oitocentos e trinta e um mil oitocentos e vinte.

4. MMDLIV:

   1000 + 1000 + 500 + 50 + (5 − 1) =

   = 2 000 + 500 + 50 + 4 = 2 554

   Logo, os algarismos que devem ser escritos são 5 e 4.

5. **a)** 222, 225, 226, 252, 255, 256, 262, 265 e 266.

   b) 256, 265, 526, 562, 625 e 652.

   c) 222, 225, 226, 252, 255, 262, 266, 522, 525, 552, 555, 556, 565, 566, 622, 626, 655, 656, 662, 665 e 666.

6. **a)** Em nenhum dos dois sistemas de numeração há um símbolo para representar o zero.

   b) Resposta pessoal.Espera-se que os estudantes percebam que apesar de nos sistemas de numeração egípcio e romano não haver um símbolo que represente o zero, não há impedimento para representar qualquer número.

CAPÍTULO 2 – NÚMEROS NATURAIS E OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

PÁGINA 22 – ATIVIDADES

1. **a)** São 9 estados: Alagoas, Bahia, Ceará, Maranhão, Paraíba, Pernambuco, Piauí, Rio Grande do Norte e Sergipe.

   b) 193

   c) Resposta pessoal.

   d) Página 10.

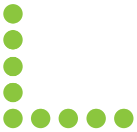
   e) Resposta pessoal.

   f) Resposta pessoal.

   Os números que foram usados nos itens **a** e **f** representam contagem, o número usado no item **b** representa um código, os números usados nos itens **c** e **d** representam ordenação e o número usado no item **e** representa uma medida.

2. Para que o número formado seja ímpar, o último algarismo deve ser 1, 3, 5, 7 ou 9. Como os dígitos 3, 5 e 7 já foram usados, os dígitos que podem completar essa senha são 1 ou 9.

3. **a)** Observando as figuras das posições 1 a 4, nota-se que cada figura dessa sequência tem dois círculos a mais que a anterior. Usando esse padrão, para desenhar a 5ª figura, deve-se acrescentar à 4ª figura dois círculos, um na horizontal e um na vertical, obtendo esta figura:



Ilustrações: ID/BR

   b) 1, 3, 5, 7 e 9.

4. **a)** Resposta pessoal.

   b)

1º termo	2º termo	3º termo	4º termo	5º termo
1	4	9	16	25
				

6º termo	7º termo	8º termo	9º termo	10º termo
36	49	64	81	100
				

5. Nessa sequência, a diferença entre dois termos consecutivos é de 1 unidade, pois 1010 − 1007 = 3 e 3 : 3 = 1. Os números ausentes nessa sequência podem ser determinados efetuando uma subtração ou uma adição, dependendo da posição que os números dados e os ausentes ocupam na sequência. Assim:

   - Posição 1: 1007 − 2 = 1005 ou 1010 − 5 = 1005
   - Posição 2: 1007 − 1 = 1006 ou 1010 − 4 = 1006
   - Posição 4: 1007 + 1 = 1008 ou 1010 − 2 = 1008
   - Posição 5: 1007 + 2 = 1009 ou 1010 − 1 = 1009

   Portanto, a sequência é:

   1005, 1006, **1007**, 1008, 1009, **1010**

6. Como Marina foi a 1ª colocada e Joana foi a sucessora de Marina, então Joana foi a 2ª colocada. Como Flávia chegou na frente de Carina, a ordem de chegada das amigas é: Marina, Joana, Flávia e Carina.

PÁGINA 23 – ATIVIDADES

7. **a)** Nessa reta numérica, a distância entre dois pontos consecutivos é de 1 unidade, pois 204 − 203 = 1. O quadrado está localizado duas unidades à direita de 204. Logo, o quadrado corresponde ao número 206, pois 204 + 2 = 206.

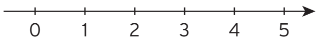
   b) Nessa reta numérica, a distância entre dois pontos consecutivos é de 1 unidade, pois 1231 − 1230 = 1. Os quadrados estão localizados nas seguintes posições: duas unidades à esquerda de 1230, uma unidade à esquerda de 1230 e uma unidade à direita de 1231. Logo, os quadrados correspondem aos números 1228, 1229 e 1232, pois 1230 − 2 = 1228, 1230 − 1 = 1229 e 1231 + 1 = 1232.

   c) Nessa reta numérica, a distância entre dois pontos consecutivos é de 2 unidades, pois 21 − 15 = 6 e 6 : 3 = 2. O quadrado está localizado imediatamente à esquerda de 21. Logo, o quadrado corresponde ao número 19, pois 21 − 2 = 19.

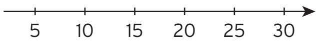
   d) Nessa reta numérica, a distância entre dois pontos consecutivos é de 5 unidades, pois 550 − 540 = 10 e 10 : 2 = 5. O quadrado está localizado imediatamente à esquerda de 540. Logo, o quadrado corresponde ao número 535, pois 540 − 5 = 535.

8. Respostas possíveis:

   a)

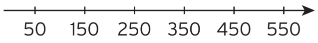


   b)

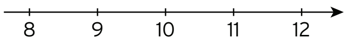


   c)

   d)



9. A sequência é formada pelos números: 8, 9, 10, 11 e 12.



10. Em uma reta numérica que começa no número 42 e cuja distância entre dois pontos consecutivos é de 3 unidades, podemos representar os números: 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, ...

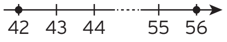
    Logo, estarão representados 7 números entre 46 e 67 e esses números são: 48, 51, 54, 57, 60, 63 e 66.

PÁGINA 25 – ATIVIDADES

11. Dados dois números naturais distintos, ao representá-los em uma mesma reta numérica, o número maior estará à direita do menor.

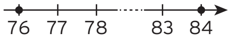
    Exemplos de representação:

    a)



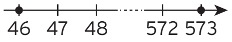
    42 < 56

    b)



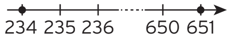
    84 > 76

    c)



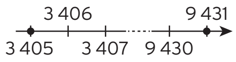
    46 < 573

    d)



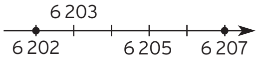
    651 > 234

    e)



    3 405 < 9 431

    f)



    6 202 < 6 207

12. a) Comparando o algarismo das centenas, 589 é o menor número, seguido de 895. Como os números 958 e 985 têm a mesma centena, deve-se comparar as dezenas: o número 958 é menor que 985. Assim:

589, 895, 958, 985

b) Como todos os números têm o mesmo algarismo na unidade de milhar, deve-se comparar as centenas: 1234 é o menor número, seguido de 1324. Como 1423 e 1432 têm o mesmo algarismo na centena, deve-se comparar as dezenas: o número 1423 é menor que 1432. Assim:

1234, 1324, 1423, 1432

c) Como todos os números têm o mesmo algarismo na unidade de milhar, deve-se comparar as centenas: 3567 é o menor número, seguido de 3576. Como 3756 e 3765 têm o mesmo algarismo na centena, deve-se comparar as dezenas: 3756 é menor que 3765. Assim:

3567, 3576, 3756, 3765

PÁGINA 29 – ATIVIDADES

13. a) Usando a decomposição:

832 + 165 =

= 800 + 30 + 2 + 100 + 60 + 5 =

= 900 + 90 + 7 = 997

b) Usando a decomposição:

1367 + 68 =

= 1000 + 300 + 60 + 7 + 60 + 8 =

= 1000 + 300 + 120 + 15 =

= 1000 + 300 + 100 + 20 + 15 =

= 1000 + 400 + 35 = 1435

c) Usando a decomposição:

2973 + 127 =

= 2000 + 900 + 70 + 3 + 100 + + 20 + 7 =

= 2000 + 1000 + 90 + 10 =

= 3000 + 100 = 3100

d) Usando o algoritmo usual da adição:

$$\begin{array}{ccccc} & {}^{1} & & {}^{1} & \\ & 3 & 6 & 2 & 8 \\ + & 2 & 4 & 0 & 6 \\ \hline & 6 & 0 & 3 & 4 \end{array}$$

e) Usando o algoritmo usual da adição:

$$\begin{array}{ccccc} & & {}^{1} & {}^{1} & \\ & 5 & 3 & 4 & 9 \\ + & & 1 & 6 & 4 \\ \hline & 5 & 5 & 1 & 3 \end{array}$$

f) Usando o algoritmo usual da adição:

$$\begin{array}{cccc} & & {}^{1} & \\ & & 2 & 5 \\ & & 1 & 6 \\ + & 1 & 3 & 5 \\ \hline & 1 & 7 & 6 \end{array}$$

14. a) Observando os algarismos de cada ordem, tem-se:

- Na ordem das unidades, deve-se determinar o número que, adicionado a 9, resulta em um número que tenha 4 como algarismo das unidades. Esse número é 5, pois 5 + 9 = 14 e, assim, deve-se trocar 10 unidades por 1 dezena.
- Na ordem das dezenas, deve-se determinar o número que, adicionado a 3 dezenas e a 1 dezena, resulta em um número com 1 dezena. Esse número é 7 dezenas, pois 3 + 1 + 7 = 11, ou seja, 11 dezenas, e, assim, deve-se trocar 10 dezenas por 1 centena.
- Na ordem das centenas, deve-se determinar o número que, adicionado a 4 centenas e a 1 centena, resulta em um número com 12 centenas. Esse número é 7 centenas, pois 4 + 1 + 7 = 12, ou seja, 12 centenas, que equivalem a 1 unidade de milhar e 2 centenas.

Portanto, 🟩 = 5 e ✦ = 7.

b) Observando os algarismos de cada ordem, tem-se:

- Na ordem das unidades, deve-se determinar o número que, adicionado a 7, resulta em um número que tenha 1 como algarismo das unidades. Esse número é 4, pois 4 + 7 = 11 e, assim, deve-se trocar 10 unidades por 1 dezena.
- Na ordem das dezenas, deve-se determinar o número que, adicionado a 4 dezenas e a 1 dezena, resulta em um número que tenha 3 como algarismo das dezenas. Esse número é 8 dezenas, pois 4 + 1 + 8 = 13, ou seja, 13 dezenas, e, assim, deve-se trocar 10 dezenas por 1 centena.
- Na ordem das centenas, deve-se determinar o número que, adicionado a 6 centenas e a 1 centena, resulta em um número que tenha 2 como algarismo das centenas. Esse número é 5 centenas, pois 6 + 1 + 5 = 12, ou seja, 12 centenas, e, assim, deve-se trocar 10 centenas por 1 unidade de milhar.
- Na ordem das unidades de milhar, deve-se determinar o número que, adicionado a 3 unidades de milhar e a 1 unidade de milhar, resulta em um número com 11 unidades de milhar. Esse número é 7 unidades de milhar, pois 3 + 1 + 7 = 11, ou seja, 11 unidades de milhar, que equivalem a 1 dezena de milhar e 1 unidade de milhar.

Portanto, ✸ = 4, ◆ = 8, 🟩 = 5 e ✦ = 7.

15. De acordo com a regra, cada número equivale à soma dos dois números que estão representados abaixo dele. Logo, os valores de *A*, *C*, *D* e *E* são dados por:

$A = 7 + 5 = 12$

$C = 10 + A = 10 + 12 = 22$

$D = A + 7 = 12 + 7 = 19$

$E = C + D = 22 + 19 = 41$

16. Como foram dados todos os números de uma diagonal do quadrado mágico, sabe-se que a soma é 15 (4 + 5 + 6). Assim, é possível determinar os demais números.

- Na primeira linha, os números 4 e 2 somam 6. Logo, faltam 9 unidades para completar 15.
- Na terceira coluna, os números 2 e 6 somam 8. Logo, faltam 7 unidades para completar 15.
- Na segunda coluna, os números 9 e 5 somam 14. Logo, falta 1 unidade para completar 15.
- Na segunda linha, os números 5 e 7 somam 12. Logo, faltam 3 unidades para completar 15.
- Na primeira coluna, os números 4 e 3 somam 7. Logo, faltam 8 unidades para completar 15.

Portanto, o quadrado mágico completo é:

4	9	**2**
3	**5**	7
8	1	**6**

17. Comparando os dois membros da igualdade, tem-se:

a) 12 + 8 + 7 = 15 + 5 + ■

27 = 20 + ■

Portanto, ■ = 7.

b) 32 + 6 + 2 = 20 + 18 + ■

40 = 38 + ■

Portanto, ■ = 2.

c) 150 + 372 + 281 = 222 + 300 + ■

803 = 522 + ■

Portanto, ■ = 281.

d) 1285 + 315 + 2178 = 1200 + 400 + ■

3778 = 1600 + ■

Portanto, ■ = 2178.

18. a) Propriedade comutativa da adição.

b) Propriedade associativa da adição.

c) Propriedade do elemento neutro da adição.

d) Propriedade comutativa da adição.

19. Resoluções possíveis:

- Usando a decomposição:

  7 + 32 + 43 + 8 + 10 =

  = 7 + 30 + 2 + 40 + 3 + 8 + 10 =

  = (30 + 40 + 10) + (7 + 2 + 3 + 8) =

  = 80 + 20 = 100
- Aplicando as propriedades associativa e comutativa da adição:

  (7 + 43) + (32 + 8) + 10 =

  = 50 + 40 + 10 = 100

a) O resultado deve ser o mesmo, independentemente do modo utilizado na resolução.

b) Resposta pessoal.

c) Resposta possível: Propriedades comutativa e associativa da adição.

20. a) 900 + 95 + 1100 + 5 =

= (900 + 1100) + (95 + 5) =

= 2000 + 100 = 2100

b) 800 + 6 + 1 + 200 + 3 =
= (800 + 200) + (6 + 1 + 3) =
= 1000 + 10 = 1010

c) 3 200 + 5 + 1 + 534 + 800 =
= (3 200 + 800) + (5 + 1 + 534) =
= 4 000 + 540 = 4 540

21. a) 32 + 13 + 25 =
= 30 + 2 + 10 + 3 + 20 + 5 =
= (30 + 10 + 20) + (2 + 3 + 5) =
= 60 + 10 = 70

b) 42 + 0 + 105 + 8 =
= 40 + 2 + 0 + 100 + 5 + 8 =
= (40 + 100) + (2 + 0 + 5 + 8) =
= 140 + 15 = 155

22. a) $a + 10 = 10$

Pela propriedade do elemento neutro, tem-se: 0 + 10 = 10

Portanto, $a = 0$.

b) $4 + (5 + 3) = (b + 5) + 3$

Pela propriedade associativa, tem-se: $(4 + 5) + 3 = (b + 5) + 3$

Assim, $4 + 5 = b + 5$.

Portanto, $b = 4$.

PÁGINA 35 – ATIVIDADES

23. a) Usando a decomposição:
95 − 23 = (90 − 20) + (5 − 3) =
= 70 + 2 = 72

b) Usando a decomposição:
145 − 33 =
= 100 + (40 − 30) + (5 − 3) =
= 100 + 10 + 2 = 112

c) Usando a decomposição:
278 − 126 =
= (200 − 100) + (70 − 20) + (8 − 6) =
= 100 + 50 + 2 = 152

d) Usando a decomposição:
589 − 286 =
= (500 − 200) + (80 − 80) + (9 − 6) =
= 300 + 0 + 3 = 303

e) Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{rcccc} & \overset{0}{\cancel{1}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{11}{\cancel{2}} & {}^{1}4 \\ - & & & 2 & 6 \\ \hline & & 9 & 9 & 8 \end{array}$$

f) Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{rccc} & 9 & \overset{7}{\cancel{8}} & {}^{1}0 \\ - & 8 & 7 & 5 \\ \hline & 1 & 0 & 5 \end{array}$$

g) Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{rcccc} & \overset{2}{\cancel{3}} & \overset{16}{\cancel{7}} & \overset{13}{\cancel{4}} & {}^{1}4 \\ - & 2 & 9 & 8 & 7 \\ \hline & & 7 & 5 & 7 \end{array}$$

h) Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{rcccc} & \overset{4}{\cancel{5}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & {}^{1}1 \\ - & 3 & 3 & 5 & 4 \\ \hline & 1 & 6 & 4 & 7 \end{array}$$

24.
- Usando a decomposição:
  3 628 − 406 =
  = 3 000 + 600 + 20 + 8 − 400 − 6 =
  = 3 000 + (600 − 400) + 20 + (8 − 6) =
  = 3 000 + 200 + 20 + 2 = 3 222

  Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{rcccc} & 3 & 6 & 2 & 8 \\ - & & 4 & 0 & 6 \\ \hline & 3 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

- Usando a decomposição:
  367 − 68 =
  = 300 + 60 + 7 − 60 − 8 =
  = 300 + 60 − 60 + 7 − 8 =
  = 300 + 0 + 7 − 8 =
  = 307 − 8 = 299

  Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{rccc} & \overset{2}{\cancel{3}} & \overset{15}{\cancel{6}} & {}^{1}7 \\ - & & 6 & 8 \\ \hline & 2 & 9 & 9 \end{array}$$

a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

25. a) Observando os algarismos de cada ordem, tem-se:

- Na ordem das unidades, deve-se determinar o número que, ao subtrair 9 unidades, resulta em zero. Esse número é 9, pois 9 − 9 = 0. Portanto, 🟩 = 9.
- Na ordem das dezenas, deve-se determinar qual é o número obtido ao subtrair 3 dezenas de 9 dezenas. Esse número é 6, pois 9 − 3 = 6. Portanto, ▲ = 6.
- Na ordem das centenas, deve-se determinar o número que, ao ser subtraído de 8 centenas, resulta em 3 centenas. Esse número é 5 centenas, pois 8 − 5 = 3. Portanto, ● = 5.

b) Observando os algarismos de cada ordem, tem-se:

- Na ordem das unidades, deve-se determinar qual é o número que, subtraído de 2 unidades, resulta em 4 unidades, mas não há um número natural que satisfaça essa subtração. Assim, é necessário considerar que houve uma troca de 1 dezena por 10 unidades, totalizando 12 unidades. Logo, o número procurado é 8, pois 12 − 8 = 4. Portanto, ▲ = 8.

  É necessário notar que no minuendo há 0 dezena e, por isso, para fazer a troca de 1 dezena por 10 unidades, foi preciso, antes, trocar 1 centena por 10 dezenas. Assim, com essas duas trocas, o minuendo ficou com 9 dezenas e com 1 centena a menos.
- Na ordem das centenas, deve-se determinar o número que, ao subtrair 6 centenas, resulta em 6 centenas, mas não há um número natural que satisfaça essa subtração.

  Assim, é necessário considerar que houve a troca de 1 unidade de milhar por 10 centenas. Logo, 6 centenas foram subtraídas de 12 centenas, pois 12 − 6 = 6. Porém, como houve a troca de 1 centena por 10 dezenas, antes dessa troca havia 13 centenas. Além disso, como houve a troca de 1 unidade de milhar por 10 centenas, antes dessa troca havia 3 centenas, que é o número procurado. Portanto, 🟩 = 3.
- Na ordem das unidades de milhar, deve-se considerar que houve a troca de 1 unidade de milhar por 10 centenas, restando 4 unidades de milhar no minuendo. Logo, deve-se determinar qual é o número que, subtraído de 4 unidades de milhar, resulta em 0 unidade de milhar. Então, o número procurado é 4 unidades de milhar, pois 4 − 4 = 0. Portanto, ● = 4.

26. a) Como 16 < 20, ao retirar 16 de 65, o resultado é maior que o obtido ao retirar 20 de 65.

Logo, 65 − 16 > 65 − 20.

b) Como 86 < 91, ao retirar 65 de 86, o resultado é menor que o obtido ao retirar 65 de 91.

Logo, 86 − 65 < 91 − 65.

c) 348 − 215 = 133 e 453 − 320 = 133.

Logo, 348 − 215 = 453 − 320.

d) O minuendo da primeira subtração é 1 unidade maior que o minuendo da segunda subtração, mas o subtraendo da primeira subtração é 4 unidades menor que o subtraendo da segunda subtração.

Logo, 623 − 453 > 622 − 457.

e) Comparando os termos das duas subtrações, tem-se que 2 545 = 2 542 + 3 e 1 438 = 1 435 + 3, isto é, o minuendo da primeira subtração é 3 unidades menor que o minuendo da segunda subtração e ocorre o mesmo entre os subtraendos.

Logo, 2 542 − 1 435 = 2 545 − 1 438.

f) 43 − 18 = 25 e 44 − 17 = 27.

Logo, 43 − 18 < 44 − 17.

27. a) 135 − 26 − 32 = 87 + 22 − 🟪
109 − 32 = 109 − 🟪
🟪 = 32

b) 792 − 356 − 168 = 871 − 435 − 🟪
436 − 168 = 436 − 🟪
🟪 = 168

c) 1845 + 75 − 469 = 2348 − 429 − 🟪
1920 − 469 = 1919 − 🟪

Como o minuendo do segundo membro da igualdade é 1 unidade menor que o minuendo do primeiro membro, para que a igualdade se mantenha, deve existir a mesma diferença entre os subtraendos.

Logo, 🟪 = 469 − 1 = 468.

d) 2 871 − 2 092 − 214 = 4 237 − 3 458 − 🟪
779 − 214 = 779 − 🟪
🟪 = 214

28. a) 1378 922 − 395 237 = 983 685

$$\begin{array}{cccccccc} & \overset{0}{\cancel{1}} & \overset{12}{\cancel{3}} & {}^{1}7 & 8 & \overset{8}{\cancel{9}} & \overset{11}{\cancel{2}} & {}^{1}2 \\ - & & 3 & 9 & 5 & 2 & 3 & 7 \\ \hline & & 9 & 8 & 3 & 6 & 8 & 5 \end{array}$$

b) 257 291 − 13 588 = 243 703

$$\begin{array}{ccccccc} & 2 & 5 & \overset{6}{\cancel{7}} & {}^{1}2 & \overset{8}{\cancel{9}} & {}^{1}1 \\ - & & 1 & 3 & 5 & 8 & 8 \\ \hline & 2 & 4 & 3 & 7 & 0 & 3 \end{array}$$

c) 2 862 003 − 1 962 099 = 899 904

$$\begin{array}{cccccccc} & \overset{1}{\cancel{2}} & \overset{17}{\cancel{8}} & \overset{15}{\cancel{6}} & \overset{11}{\cancel{2}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & {}^{1}3 \\ - & 1 & 9 & 6 & 2 & 0 & 9 & 9 \\ \hline & 0 & 8 & 9 & 9 & 9 & 0 & 4 \end{array}$$

d) 992 735 − 521 937 = 470 798

$$\begin{array}{ccccccc} & 9 & 9 & \overset{1}{\cancel{2}} & \overset{16}{\cancel{7}} & \overset{12}{\cancel{3}} & {}^{1}5 \\ - & 5 & 2 & 1 & 9 & 3 & 7 \\ \hline & 4 & 7 & 0 & 7 & 9 & 8 \end{array}$$

29. a) 983 685 + 395 237 = 1378 922

$$\begin{array}{cccccccc} & & \overset{1}{9} & 8 & 3 & \overset{1}{6} & \overset{1}{8} & 5 \\ + & & 3 & 9 & 5 & 2 & 3 & 7 \\ \hline & 1 & 3 & 7 & 8 & 9 & 2 & 2 \end{array}$$

b) 243 703 + 13 588 = 257 291

$$\begin{array}{ccccccc} & 2 & 4 & \overset{1}{3} & 7 & \overset{1}{0} & 3 \\ + & & 1 & 3 & 5 & 8 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 7 & 2 & 9 & 1 \end{array}$$

c) 899 904 + 1 962 099 = 2 862 003

$$\begin{array}{cccccccc} & {}^{1} & \overset{1}{8} & \overset{1}{9} & \overset{1}{9} & \overset{1}{9} & \overset{1}{0} & 4 \\ + & 1 & 9 & 6 & 2 & 0 & 9 & 9 \\ \hline & 2 & 8 & 6 & 2 & 0 & 0 & 3 \end{array}$$

d) 470 798 + 521 937 = 992 735

$$\begin{array}{ccccccc} & 4 & 7 & \overset{1}{0} & \overset{1}{7} & \overset{1}{9} & 8 \\ + & 5 & 2 & 1 & 9 & 3 & 7 \\ \hline & 9 & 9 & 2 & 7 & 3 & 5 \end{array}$$

30. a) Utilizando a relação fundamental da subtração, se 🟨 − 649 = 4 992, então 🟨 = 4 992 + 649.
Portanto, 🟨 = 5 641.

b) 6 824 − 🟨 = 4 652

O número que se deve subtrair de 6 824 para obter 4 652 é igual a 6 824 − 4 652.
Portanto, 🟨 = 2 172.

c) 5 689 − 🟨 = 1 345

O número que se deve subtrair de 5 689 para obter 1 345 é igual a 5 689 − 1 345.
Portanto, 🟨 = 4 344.

d) Utilizando a relação fundamental da subtração, se 🟨 − 3 467 = 2 400, então 🟨 = 2 400 + 3 467.
Portanto, 🟨 = 5 867.

31. Respostas possíveis:

Representando o número desconhecido por 🟥, tem-se as igualdades a seguir.

a) 🟥 + 50 = 130

🟥 + 50 **− 50** = 130 **− 50**

🟥 = 130 − 50

🟥 = 80

b) 🟥 − 320 = 34

Utilizando a relação fundamental da subtração, se 🟥 − 320 = 34, então 🟥 = 320 + 34.

Portanto, 🟥 = 354.

c) 214 − 🟥 = 12

O número que devemos subtrair de 214 para obter 12 é igual a 214 − 12.

Portanto, 🟥 = 202.

d) 🟥 + 367 = 1544

🟥 + 367 **− 367** = 1544 **− 367**

🟥 = 1544 − 367

🟥 = 1177

32. a) 80 000 **c)** 40 000

b) 10 000 **d)** 20 000

33. a) 82 000 **c)** 39 000

b) 14 000 **d)** 23 000

34. a) 82 000 **c)** 38 800

b) 14 100 **d)** 23 200

35. Respostas possíveis:

a) Arredondando as parcelas para a dezena mais próxima, tem-se:

90 + 20 = 110

b) Arredondando as parcelas para a dezena mais próxima, tem-se:

170 + 350 = 520

c) Arredondando as parcelas para a centena mais próxima, tem-se:

3 700 + 200 = 3 900

d) Arredondando as parcelas para a unidade de milhar mais próxima, tem-se:

2 000 + 5 000 = 7 000

e) Arredondando o minuendo e o subtraendo para a dezena mais próxima, tem-se:

180 − 20 = 160

f) Arredondando o minuendo e o subtraendo para a centena mais próxima, tem-se:

8 200 − 600 = 7 600

g) Arredondando o minuendo e o subtraendo para a centena mais próxima, tem-se:

4 200 − 1 100 = 3 100

h) Arredondando o minuendo e o subtraendo para a centena mais próxima, tem-se:

15 000 − 9 200 = 5 800

36. a) Maior, pois, adicionando apenas as centenas exatas, tem-se:

100 + 200 = 300

Além disso, 83 + 15 > 0.

Assim, 183 + 215 > 300.

b) Maior, pois, adicionando apenas as centenas exatas, tem-se:

900 + 1200 = 2100

Além disso, 81 + 34 > 0.

Assim, 981 + 1234 > 2 000.

c) Menor, pois, subtraindo apenas as centenas, tem-se:

400 − 100 = 300

Além disso, 56 < 63.

Assim, 456 − 163 < 300.

d) Maior, pois, subtraindo apenas as dezenas de milhar exatas, tem-se:

22 000 − 11 000 = 11 000

Além disso, 345 > 150.

Assim, 22 345 − 11 150 > 10 000.

PÁGINA 41 – ATIVIDADES

37. a) 8 · 7 **b)** 9 · 9

38. a) 6 · 274 = 1644

$$\begin{array}{ccccc} & & \overset{4}{2} & \overset{2}{7} & 4 \\ \times & & & & 6 \\ \hline & 1 & 6 & 4 & 4 \end{array}$$

b) 30 · 728 = 21840

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & \overset{2}{2} & 8 \\ \times & & & & 3 & 0 \\ \hline & 2 & 1 & 8 & 4 & 0 \end{array}$$

c) 15 · 309 = 4 635

$$\begin{array}{ccccc} & & 3 & \overset{4}{0} & 9 \\ \times & & & 1 & 5 \\ \hline & 1 & \overset{1}{5} & 4 & 5 \\ + & 3 & 0 & 9 & 0 \\ \hline & 4 & 6 & 3 & 5 \end{array}$$

d) 123 · 1463 = 179 949

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \overset{1}{1} & \overset{\overset{1}{1}}{4} & 6 & 3 \\ \times & & & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & & {}^{1} & 4 & \overset{1}{3} & 8 & 9 \\ & & 2 & 9 & 2 & 6 & 0 \\ + & 1 & 4 & 6 & 3 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 7 & 9 & 9 & 4 & 9 \end{array}$$

39. a) O quíntuplo de 12 é 5 · 12 = 60.

b) O quádruplo de 37 é 4 · 37 = 148.

c) O dobro do triplo de 18 é 2 · (3 · 18) = = 2 · 54 = 108.

d) O dobro do dobro de 16 é 2 · (2 · 16) = = 2 · 32 = 64.

40. a) Se $a \cdot b = 6$, os possíveis valores para a e b são:

- $a = 1$ e $b = 6$
- $a = 2$ e $b = 3$
- $a = 3$ e $b = 2$
- $a = 6$ e $b = 1$

b) Se $a \cdot b = 10$, os possíveis valores para a e b são:

- $a = 1$ e $b = 10$
- $a = 2$ e $b = 5$
- $a = 5$ e $b = 2$
- $a = 10$ e $b = 1$

c) Se $a \cdot b = 20$, os possíveis valores para a e b são:

- $a = 1$ e $b = 20$
- $a = 2$ e $b = 10$
- $a = 4$ e $b = 5$
- $a = 5$ e $b = 4$
- $a = 10$ e $b = 2$
- $a = 20$ e $b = 1$

d) Se $a \cdot b = 100$, os possíveis valores para a e b são:

- $a = 1$ e $b = 100$
- $a = 2$ e $b = 50$
- $a = 4$ e $b = 25$
- $a = 5$ e $b = 20$
- $a = 10$ e $b = 10$
- $a = 20$ e $b = 5$
- $a = 25$ e $b = 4$
- $a = 50$ e $b = 2$
- $a = 100$ e $b = 1$

41. a) Usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação:

$10 \cdot 15 = 10 \cdot (10 + 5) =$

$= 10 \cdot 10 + 10 \cdot 5 = 100 + 50 = 150$

Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{cccc} & & 1 & 5 \\ \times & & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 5 & 0 \end{array}$$

b) Usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação:

$12 \cdot 39 = (10 + 2) \cdot (30 + 9) =$

$= 10 \cdot 30 + 10 \cdot 9 + 2 \cdot 30 + 2 \cdot 9 =$

$= 300 + 90 + 60 + 18 = 468$

Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{cccc} & & {\scriptstyle 1} & \\ & & 3 & 9 \\ \times & & 1 & 2 \\ \hline & {\scriptstyle 1} & & \\ & & 7 & 8 \\ + & 3 & 9 & 0 \\ \hline & 4 & 6 & 8 \end{array}$$

c) Usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação:

$18 \cdot 31 = (10 + 8) \cdot (30 + 1) =$

$= 10 \cdot 30 + 10 \cdot 1 + 8 \cdot 30 + 8 \cdot 1 =$

$= 300 + 10 + 240 + 8 = 558$

Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{cccc} & & 3 & 1 \\ \times & & 1 & 8 \\ \hline & 2 & 4 & 8 \\ + & 3 & 1 & 0 \\ \hline & 5 & 5 & 8 \end{array}$$

d) Usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação:

$23 \cdot 37 = (20 + 3) \cdot (30 + 7) =$

$= 20 \cdot 30 + 20 \cdot 7 + 3 \cdot 30 + 3 \cdot 7 =$

$= 600 + 140 + 90 + 21 = 851$

Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{cccc} & & {\scriptstyle 1} & \\ & & {\scriptstyle 2} & \\ & & 3 & 7 \\ \times & & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ + & 7 & 4 & 0 \\ \hline & 8 & 5 & 1 \end{array}$$

e) Usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação:

$41 \cdot 65 = (40 + 1) \cdot (60 + 5) =$

$= 40 \cdot 60 + 40 \cdot 5 + 1 \cdot 60 + 1 \cdot 5 =$

$= 2\,400 + 200 + 60 + 5 = 2\,665$

Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{ccccc} & & & {\scriptstyle 2} & \\ & & & 6 & 5 \\ \times & & & 4 & 1 \\ \hline & & & 6 & 5 \\ + & 2 & 6 & 0 & 0 \\ \hline & 2 & 6 & 6 & 5 \end{array}$$

f) Usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação:

$53 \cdot 76 = (50 + 3) \cdot (70 + 6) =$

$= 50 \cdot 70 + 50 \cdot 6 + 3 \cdot 70 + 3 \cdot 6 =$

$= 3\,500 + 300 + 210 + 18 = 4\,028$

Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{ccccc} & & & {\scriptstyle 3} & \\ & & & {\scriptstyle 1} & \\ & & & 7 & 6 \\ \times & & & 5 & 3 \\ \hline & {\scriptstyle 1} & & & \\ & & 2 & 2 & 8 \\ + & 3 & 8 & 0 & 0 \\ \hline & 4 & 0 & 2 & 8 \end{array}$$

g) Usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação:

$86 \cdot 64 = (80 + 6) \cdot (60 + 4) =$

$= 80 \cdot 60 + 80 \cdot 4 + 6 \cdot 60 + 6 \cdot 4 =$

$= 4\,800 + 320 + 360 + 24 = 5\,504$

Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{ccccc} & & & {\scriptstyle 3} & \\ & & & {\scriptstyle 2} & \\ & & & 8 & 6 \\ \times & & & 6 & 4 \\ \hline & & {\scriptstyle 1} & & \\ & & 3 & 4 & 4 \\ + & 5 & 1 & 6 & 0 \\ \hline & 5 & 5 & 0 & 4 \end{array}$$

h) Usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação:

$97 \cdot 88 = (90 + 7) \cdot (80 + 8) =$

$= 90 \cdot 80 + 90 \cdot 8 + 7 \cdot 80 + 7 \cdot 8 =$

$= 7\,200 + 720 + 560 + 56 = 8\,536$

Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{ccccc} & & & {\scriptstyle 5} & \\ & & & {\scriptstyle 5} & \\ & & & 9 & 7 \\ \times & & & 8 & 8 \\ \hline & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\ & & 7 & 7 & 6 \\ + & 7 & 7 & 6 & 0 \\ \hline & 8 & 5 & 3 & 6 \end{array}$$

42. a) $6 \cdot 8 \cdot 12 = 4 \cdot 12 \cdot \blacksquare$

$48 \cdot 12 = 48 \cdot \blacksquare$

$\blacksquare = 12$

b) $12 \cdot 6 \cdot 15 = 18 \cdot 4 \cdot \blacksquare$

$72 \cdot 15 = 72 \cdot \blacksquare$

$\blacksquare = 15$

c) $24 \cdot 12 \cdot 23 = 16 \cdot 18 \cdot \blacksquare$

$288 \cdot 23 = 288 \cdot \blacksquare$

$\blacksquare = 23$

d) $45 \cdot 14 \cdot 38 = 35 \cdot 18 \cdot \blacksquare$

$630 \cdot 38 = 630 \cdot \blacksquare$

$\blacksquare = 38$

43. a) Propriedade comutativa.

b) Propriedade distributiva.

c) Propriedade distributiva.

d) Propriedade associativa.

e) Propriedade comutativa.

f) Propriedade comutativa e do elemento neutro.

44. Resoluções possíveis:

a) $15 \cdot 11 \cdot 2 = 15 \cdot 2 \cdot 11 =$

$= 30 \cdot 11 = 330$

b) $17 \cdot 101 = 17 \cdot (100 + 1) =$

$= 1700 + 17 = 1717$

c) $12 \cdot 23 \cdot 1 = 12 \cdot 23 =$

$= (10 + 2) \cdot (20 + 3) =$

$= 10 \cdot 20 + 10 \cdot 3 + 2 \cdot 20 + 2 \cdot 3 =$

$= 200 + 30 + 40 + 6 = 276$

d) $58 \cdot 7 \cdot 0 = 0$

e) $23 \cdot 7 + 23 \cdot 3 = 23 \cdot (7 + 3) =$

$= 23 \cdot 10 = 230$

45. a) Pela propriedade comutativa da multiplicação, $b \cdot a = a \cdot b = 42$.

b) Pela propriedade do elemento neutro, $a \cdot b \cdot 1 = a \cdot b = 42$.

c) Como um fator é igual a zero, tem-se $a \cdot b \cdot 0 = 0$.

d) $(a \cdot b) \cdot 2 = 42 \cdot 2 = 84$

e) Pela propriedade associativa, tem-se $a \cdot (b \cdot 2) = (a \cdot b) \cdot 2 = 42 \cdot 2 = 84$.

f) Pela propriedade comutativa, tem-se $a \cdot 2 \cdot b = a \cdot b \cdot 2 = 42 \cdot 2 = 84$.

46. a) $20 \cdot 99 = 20 \cdot (100 - 1) =$

$= 2\,000 - 20 = 1980$

b) $25 \cdot 99 = 25 \cdot (100 - 1) =$

$= 2\,500 - 25 = 2\,475$

c) $20 \cdot 101 = 20 \cdot (100 + 1) =$

$= 2\,000 + 20 = 2\,020$

d) $25 \cdot 101 = 25 \cdot (100 + 1) =$

$= 2\,500 + 25 = 2\,525$

47. a) Como o produto é zero e $20 \neq 0$, então $a = 0$.

b) Pela propriedade comutativa, tem-se $34 \cdot a = a \cdot 34$ e $a \cdot 34 = 2 \cdot 34$. Logo, $a = 2$.

c) Pela propriedade comutativa, tem-se $10 \cdot a \cdot 5 = 10 \cdot 5 \cdot a = 2 \cdot 25 \cdot 1$.

Assim, $50 \cdot a = 50 \cdot 1$. Logo, $a = 1$.

d) Pela propriedade comutativa, tem-se $12 \cdot 3 \cdot a = 3 \cdot 0 \cdot 12 = 12 \cdot 3 \cdot 0$.

Então, $36 \cdot a = 36 \cdot 0$. Logo, $a = 0$.

PÁGINA 45 – ATIVIDADES

48. a)

$$\begin{array}{ccccc|l} & 9 & 6 & 0 & 0 & 3\,0 \\ \cline{6-6} - & 9 & 0 & & & 3\,2\,0 \\ \cline{2-3} & & 6 & 0 & & \\ & - & 6 & 0 & & \\ \cline{3-4} & & 0 & 0 & 0 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l}
6\,4\,8\,0 & 4\,0 \\ \cline{2-2}
-\underline{4\,0} & 1\,6\,2 \\
2\,4\,8 & \\
-\underline{2\,4\,0} & \\
8\,0 & \\
-\underline{8\,0} & \\
0\,0 &
\end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r|l}
1\,2\,5\,2 & 6 \\ \cline{2-2}
-\underline{1\,2} & 2\,0\,8 \\
0\,0\,5\,2 & \\
-\underline{4\,8} & \\
4 &
\end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r|l}
2\,7\,3\,7\,9\,5 & 3\,9 \\ \cline{2-2}
-\underline{2\,7\,3} & 7\,0\,2\,0 \\
0\,7\,9 & \\
-\underline{7\,8} & \\
1\,5 &
\end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r|l}
1\,4\,4\,7\,8 & 2\,4 \\ \cline{2-2}
-\underline{1\,4\,4} & 6\,0\,3 \\
0\,7\,8 & \\
-\underline{7\,2} & \\
6 &
\end{array}$$

f)
$$\begin{array}{r|l}
4\,0\,8\,5 & 1\,9 \\ \cline{2-2}
-\underline{3\,8} & 2\,1\,5 \\
2\,8 & \\
-\underline{1\,9} & \\
9\,5 & \\
-\underline{9\,5} & \\
0\,0 &
\end{array}$$

49. Respostas possíveis:

a) Ao dividir o dividendo e o divisor por 5, obtém-se 100 : 4.

b) Ao dividir o dividendo e o divisor por 20, obtém-se 50 : 2.

c) Ao dividir o dividendo e o divisor por 5, obtém-se 69 : 3.

d) Ao dividir o dividendo e o divisor por 6, obtém-se 140 : 4.

e) Ao dividir o dividendo e o divisor por 9, obtém-se 170 : 2.

f) Ao dividir o dividendo e o divisor por 3, obtém-se 830 : 2.

50. a) 234 : 6 : 2 = 117 : 3 : ■

39 : 2 = 39 : ■

■ = 2

b) 372 : 3 : 4 = 992 : 8 : ■

124 : 4 = 124 : ■

■ = 4

c) 860 : 4 : 5 = 1505 : 7 : ■

215 : 5 = 215 : ■

■ = 5

51. Utilizando a relação fundamental da divisão, tem-se:

a) ■ $= 369 \cdot 17 + 0$

■ $= 369 \cdot 17$

■ = 6 273

b) 1024 = 64 · ■ + 0

1024 = 64 · ■

O número que, multiplicado por 64, resulta em 1024 é o quociente de 1024 : 64.

■ = 1024 : 64

■ = 16

c) ■ $= 125 \cdot 36 + 7$

■ = 4 500 + 7

■ = 4 507

52. O maior resto possível de uma divisão é igual ao divisor menos 1. Nesse caso, como o divisor é 5, o maior resto possível é igual a 4. Assim:

Dividendo = quociente · divisor + resto

Dividendo = 25 · 5 + 4 = 125 + 4 = 129

Esse número é 129.

PÁGINA 48 – ATIVIDADES

53. a) 9^5

b) 10^8

54. a) 3 · 3 · 3 · 3 · 3

b) 9 · 9 · 9 · 9

c) 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7

d) 13 · 13 · 13

55. a) Quatro elevado à segunda potência, ou quatro elevado ao quadrado, ou quatro ao quadrado.

b) Dez elevado à terceira potência, ou dez elevado ao cubo, ou dez ao cubo.

c) Três elevado à quarta potência.

d) Onze elevado à quinta potência.

56. a) $2^0 = 1$, pois qualquer número elevado a 0 é igual a 1.

b) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

c) $9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$

d) $8^1 = 8$, pois qualquer número elevado a 1 é igual ao próprio número.

57. a) $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

b) $1^{10} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

58. a) $7^4 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2\,401$

b) $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

59. a) $100\,000\,000 = 10^8$

b) $1\,000\,000\,000 = 10^9$

PÁGINA 50 – ATIVIDADES

60. a) $\sqrt{36} = 6$, pois $6^2 = 36$.

b) $\sqrt{64} = 8$, pois $8^2 = 64$.

c) $\sqrt{121} = 11$, pois $11^2 = 121$.

d) $\sqrt{0} = 0$, pois $0^2 = 0$.

e) $\sqrt{144} = 12$, pois $12^2 = 144$.

f) $\sqrt{100} = 10$, pois $10^2 = 100$.

g) $\sqrt{225} = 15$, pois $15^2 = 225$.

h) $\sqrt{1} = 1$, pois $1^2 = 1$.

i) $\sqrt{196} = 14$, pois $14^2 = 196$.

j) $\sqrt{9} = 3$, pois $3^2 = 9$.

61. Como $18^2 = 324$, $\sqrt{324} = 18$.

62. Esse número é 6, pois $6^2 = 36$.

63. a) Verdadeira.

O número que elevado ao quadrado é igual a 196 é a raiz quadrada de 196. Visto que $100 < 196 < 225$, então $10 < \sqrt{196} < 15$.

b) Verdadeira.

Esse número é 19^2 e sabe-se que $18^2 = 324$ e que $20^2 = 400$. Como $18 < 19 < 20$, então $18^2 < 19^2 < 20^2$.

c) Falsa.

Como $400 < 529 < 625$, então se pode afirmar que $20 < \sqrt{529} < 25$, sabendo que $\sqrt{400} = 20$ e $\sqrt{625} = 25$.

d) Verdadeira.

Ao elevar um número ímpar ao quadrado, obtém-se necessariamente um número ímpar. Logo, a raiz quadrada de 441 é um número ímpar.

e) Verdadeira.

Como 55 225 está entre 54 756 e 55 696, então tem-se $234 < \sqrt{55\,225} < 236$.

f) Falsa.

Esse número é 108^2 e sabe-se que $100^2 = 10\,000$ e $105^2 = 11\,025$. Como $108 > 105$, então $108^2 > 11\,025$.

g) Falsa.

Esse número é a raiz quadrada de 43 681. Ao elevar um número par ao quadrado, obtém-se necessariamente um número par. Logo, a raiz quadrada de 43 681 é um número ímpar.

64. a) São 13 linhas com 13 quadradinhos em cada uma. Portanto, nessa figura há 169 quadradinhos.

b) Sendo essa figura uma região quadrada formada por 169 quadradinhos e observando que cada uma das linhas dessa região é formada por 13 quadradinhos, podemos afirmar que 169 é um quadrado perfeito e a raiz quadrada de 169 é 13.

PÁGINA 51 – ATIVIDADE

65. a) $1 + 752 - 5^2 + 9^1 - 2^3 =$

$= 1 + 752 - 25 + 9 - 8 =$

$= 753 - 25 + 9 - 8 =$

$= 728 + 9 - 8 = 737 - 8 = 729$

b) $\sqrt{196} + 699 - 3^2 + 5^2 =$

$= 14 + 699 - 9 + 25 =$

$= 713 - 9 + 25 = 704 + 25 = 729$

c) $12^2 + 251 - 9^2 + 7^2 - 80^1 - 163 =$

$= 144 + 251 - 81 + 49 - 80 - 163 =$

$= 395 - 81 + 49 - 80 - 163 =$

$= 314 + 49 - 80 - 163 =$

$= 363 - 80 - 163 = 283 - 163 = 120$

d) $5^3 + 2 \cdot (52 - 15) + 3^2 : 12^0 + \sqrt{49} =$

$= 125 + 2 \cdot 37 + 9 : 1 + 7 =$

$= 125 + 74 + 9 + 7 = 215$

e) $4^4 - (172 - 8^2 + 3^3 + 1^0) =$

$= 256 - (172 - 64 + 27 + 1) =$

$= 256 - (108 + 27 + 1) =$

$= 256 - (135 + 1) = 256 - 136 = 120$

f) $4^3 + 3 + (88 : 2^2 - 3) \cdot 10^1 - 42 =$

$= 64 + 3 + (88 : 4 - 3) \cdot 10 - 42 =$

$= 67 + (22 - 3) \cdot 10 - 42 =$

$= 67 + 19 \cdot 10 - 42 =$

$= 67 + 190 - 42 = 215$

As expressões que apresentam valores iguais são: **a** e **b**; **c** e **e**; **d** e **f**.

PÁGINA 52 – ATIVIDADES

66. Respostas possíveis.

a) 6 2 − 3 2 + 4 = ×
2 M+ 4 8 ÷ 6 M− MR +
6 =

No visor deve aparecer o número 66.

b) 5 9 + 1 = ÷ 3 = +
2 3 − 1 5 = M+ 1 1
× 4 = M+ MR

No visor deve aparecer o número 72.

c) 5 1 2 M+ 3 6 1 √ M−
1 2 + 6 3 + 1 1 =
÷ 2 = M+ MR

No visor deve aparecer o número 536.

d) 3 × 3 = M+ 1 0 0 √
× MR = MC M+ 4 × 4 =
M− 1 0 ÷ 5 = M− 6 ×
6 = M− 4 × 4 = M+ MR
+ 1

No visor deve aparecer o número 53.

67. Resposta pessoal.

Resoluções possíveis:

a) Como 7 = 5 + 2 e 20 = 22 − 2, tem-se a seguinte expressão numérica:

$$5 + 2 + 22 - 2 + 23$$

Assim, pode-se apertar as seguintes teclas na calculadora:

5 + 2 + 2 2 − 2 +
2 3 =

No visor deve aparecer o número 50.

b) Como $34 = 32 + 2$, $19 = 22 - 3$ e $16 = 2 \cdot 8$, e usando a propriedade comutativa, tem-se a seguinte expressão numérica:

$$2 \cdot 8 + 0 + 32 + 2 + 22 - 3 + 3$$

Assim, pode-se apertar as seguintes teclas na calculadora:

8 + 8 + 0 + 3 2 +
2 + 2 2 − 3 + 3 =

No visor deve aparecer o número 72.

c) Como $580 = 585 - 5$ e $350 = 353 - 3$, tem-se a seguinte expressão numérica:

$$585 - 5 - (353 - 3) - 2$$

Assim, pode-se apertar as seguintes teclas na calculadora:

5 8 5 − 5 − 2 = M+
3 5 3 − 3 = M− MR

No visor deve aparecer o número 228.

d) Como $9600 = 9595 + 5$ e $530 = 535 - 5$, tem-se a seguinte expressão numérica:

$$(9\,595 + 5) - (535 - 5)$$

Assim, pode-se apertar as seguintes teclas na calculadora:

9 5 9 5 + 5 = M+
5 3 5 − 5 = M− MR

No visor deve aparecer o número 9 070.

e) Como $120 = 95 + 25$, $15 = 3 \cdot 5$ e $80 = 78 + 2$, tem-se a seguinte expressão numérica:

$$95 + 25 + 3 \cdot 5 - (78 + 2) + 5$$

Assim, pode-se apertar as seguintes teclas na calculadora:

9 5 + 2 5 + 5 = M+
3 × 5 = M+ 7 8 + 2
= M− MR

No visor deve aparecer o número 60.

f) Como $1230 = 865 + 365$, tem-se a seguinte expressão numérica:

$$865 + 365 - 68 - 2$$

Assim, pode-se apertar as seguintes teclas na calculadora:

8 6 5 + 3 6 5 −
6 8 − 2

No visor deve aparecer o número 1 160.

PÁGINA 53 – DIVERSIFICANDO

1. **a)** Aves: $2\,251 + 1375 = 3\,626$
Répteis: $1368 + 654 = 2\,022$
Mamíferos: $1167 + 958 = 2125$

b) $1375 + 654 + 958 = 2\,987$

Logo, da primeira visita para a segunda, houve um aumento de 2 987 animais.

c) $3\,626 - 2125 = 1501$

Portanto, após a segunda visita, havia 1501 aves a mais que mamíferos.

d) Após a segunda visita, há 2125 mamíferos e 2 022 répteis na reserva. Como $2125 > 2\,022$, então, após a segunda visita, há mais mamíferos do que répteis nessa reserva.

2. Como cada carro tem 4 rodas e cada moto tem 2 rodas, tem-se:

- total de rodas dos carros: $102 \cdot 4$;
- total de rodas das motos: $65 \cdot 2$;
- total de rodas no estacionamento: $102 \cdot 4 + 65 \cdot 2$.

Calculando o resultado da expressão, temos: $102 \cdot 4 + 65 \cdot 2 = 408 + 130 = 538$
Logo, no total, há 538 rodas.

3. **a)** Se hoje Tânia correu 40 metros e a cada dia corre 100 metros a mais que no dia anterior, então daqui a 7 dias ela vai correr:

$$40 + 100 \cdot 7 = 40 + 700 = 740$$

Logo, daqui a 7 dias Tânia vai correr 740 metros.

b) Se Tânia caminha 20 metros a menos por dia e no primeiro dia caminhou 360 metros, basta calcular quantas vezes 20 cabe em 360:

$$360 : 20 = 18$$

Logo, daqui a 18 dias, Tânia apenas correrá.

4. Nas primeiras nove páginas do livro, foi escrito um algarismo em cada página, totalizando nove algarismos escritos. Como $61 - 9 = 52$, então foram escritos outros 52 algarismos.

Nas páginas seguintes do livro, foram escritos dois algarismos por página. Como $52 : 2 = 26$, então o total de páginas do livro é $9 + 26 = 35$.

Portanto, o livro tem 35 páginas.

5. **a)** Respostas possíveis: 20 e 1, 40 e 2, 60 e 3, 80 e 4 e assim por diante.

b) Resposta pessoal.

c) Sim, existem infinitas combinações possíveis.

6. Respostas possíveis: $a = 37$ e $b = 1$; $a = 74$ e $b = 2$; $a = 111$ e $b = 3$; $a = 370$ e $b = 10$; e assim por diante.

a) Resposta pessoal.

b) Há infinitas combinações possíveis para a e b.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que a quantidade de combinações possíveis não vai mudar.

7. Resposta pessoal.

PÁGINA 54 – AMPLIANDO HORIZONTES

PARA REFLETIR

1. Resposta pessoal.

2. Respostas pessoais.

3. Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

5. A marca-d'água, que apresenta o valor da cédula, e a imagem do animal; o número escondido, que aparece quando a cédula é colocada na posição horizontal, na altura dos olhos; e o alto-relevo, em diversas áreas da frente das cédulas. No *site* do Banco Central, é possível observar os elementos que conferem segurança a cédulas e moedas da segunda família do real, que são as utilizadas atualmente.

6. Os principais motivos são: fácil reconhecimento das cédulas por pessoas cegas ou com baixa visão e prevenção de falsificação monetária por lavagem química (lavar uma cédula de menor valor para imprimir outra cédula, de maior valor, aproveitando o mesmo papel).

PÁGINA 56 – ATIVIDADES INTEGRADAS

1. **a)** Para completar as duas primeiras tarefas, a equipe do 6º ano A levou 20 minutos ($12 + 8 = 20$) e a equipe do 6º ano B também ($9 + 11 = 20$).

b) Como ambas as equipes levaram 20 minutos para completar as duas primeiras tarefas, cada uma das equipes tem 10 minutos ($30 - 20 = 10$) para completar a 3ª tarefa.

2. a) O maior número natural par de dois algarismos é 98 e o menor número natural par de três algarismos é 100. A soma deles é $100 + 98 = 198$.

b) O maior número natural par de três algarismos distintos é 986 e o menor número natural de dois algarismos iguais é 11.

$$\begin{array}{r|l} 986 & 11 \\ \cline{2-2} -\underline{88} & 89 \\ 106 & \\ -\underline{99} & \\ 7 & \end{array}$$

Logo, a divisão de 986 por 11 tem quociente 89 e resto 7.

3. Se Maurício gastou R\$ 189,00 para abastecer o tanque do seu carro e o preço do litro da gasolina é R\$ 7,00, então, pode-se calcular $189 : 7 = 27$. Logo, Maurício abasteceu 27 litros de gasolina.

Como o carro de Maurício consome 1 litro de gasolina a cada 13 quilômetros rodados, para determinar a distância que ele pode percorrer com 27 litros de gasolina, basta calcular $13 \cdot 27 = 351$.

Portanto, o carro de Maurício poderá rodar 351 quilômetros até consumir a quantidade de gasolina colocada.

4. Sabendo que Rafael tem 22 anos, Bruna é a mais nova dos três, que as idades somam 66 anos e que os números que indicam as três idades são números naturais consecutivos, há duas hipóteses a serem testadas:

- Rafael é o mais velho: Bruna tem 20 anos, Abelardo tem 21 anos e Rafael tem 22 anos.
  Soma: $20 + 21 + 22 = 63$
  A soma dessas idades é 63 anos. Logo, essa hipótese não é válida.
- Abelardo é o mais velho: Bruna tem 21 anos, Rafael tem 22 anos e Abelardo tem 23 anos.
  Soma: $21 + 22 + 23 = 66$
  A soma dessas idades é 66 anos.

Portanto, Bruna tem 21 anos e Abelardo tem 23 anos.

5. Os números naturais pares maiores que 50 e menores que 60 são: 52, 54, 56 e 58. Assim, há quatro somas possíveis:

- $52 + 54 + 56 = 162$
- $52 + 54 + 58 = 164$
- $52 + 56 + 58 = 166$
- $54 + 56 + 58 = 168$

Portanto, os números são 52, 54 e 56.

6. Se no primeiro dia há 10 bactérias e essa quantidade é duplicada a cada dia, então a quantidade de bactérias nos próximos dias será:

- no segundo dia: $2 \cdot 10 = 20$;
- no terceiro dia: $2 \cdot 20 = 40$;
- no quarto dia: $2 \cdot 40 = 80$;
- no quinto dia: $2 \cdot 80 = 160$.

Logo, haverá mais de 100 bactérias em 5 dias.

7. a) $4^2 = 16$ e $\sqrt{196} = 14$

Então, $4^2 > \sqrt{196}$.

b) $2^3 = 8$ e $\sqrt{100} = 10$

Então, $2^3 < \sqrt{100}$.

c) $\sqrt{256} = 16$ e $2^4 = 16$

Então, $\sqrt{256} = 2^4$.

d) $\sqrt{90\,000} = 300$ e $19^2 = 361$

Então, $\sqrt{90\,000} < 19^2$.

8. Se 1 caixa de lápis de cor tem 12 unidades, então 3 caixas de lápis de cor têm 36 unidades, pois $3 \cdot 12 = 36$.

Se 1 caixa de borrachas tem 16 unidades, então 4 caixas de borrachas têm 64 unidades, pois $4 \cdot 16 = 64$.

Se 1 caixa de apontadores tem 15 unidades, então 2 caixas de apontadores têm 30 unidades, pois $2 \cdot 15 = 30$.

Logo, Joana comprou 36 lápis, 64 borrachas e 30 apontadores.

9. Sabendo que a tela tem formato quadrado, há a mesma quantidade de células em cada linha e em cada coluna. Essa quantidade corresponde à raiz quadrada de 1048576. Usando a tecla de raiz quadrada da calculadora, obtém-se 1024.

Logo, em cada linha e em cada coluna dessa tela há 1024 células.

10. Se Pedro encaminhou a mensagem para 10 pessoas e cada uma delas a encaminhou para outras 10, então foram enviadas $10 \cdot 10 = 100$ mensagens. Como Marília enviou 1 mensagem para Pedro, então, no total, foram enviadas 101 mensagens.

11. A quantidade de estudantes que o professor Marco tinha no final do ano é dada por:

$46 + 48 + 36 - 13 =$

$= 94 + 36 - 13 = 130 - 13 = 117$

Logo, o professor Marco encerrou o ano com 117 estudantes.

12. Para inserir parênteses na expressão dada de modo que o resultado seja igual a 23, é possível fazer algumas tentativas, por exemplo:

- $(30 + 10) - 2 - 5 + 10 =$
  $= 40 - 2 - 5 + 10 =$
  $= 38 - 5 + 10 = 33 + 10 = 43$
- $30 + (10 - 2) - 5 + 10 =$
  $= 30 + 8 - 5 + 10 =$
  $= 38 - 5 + 10 = 33 + 10 = 43$
- $30 + 10 - 2 - (5 + 10) =$
  $= 40 - 2 - 15 = 38 - 15 = 23$

Logo, para que o resultado seja 23, a expressão é: $30 + 10 - 2 - (5 + 10)$.

13. a) O erro foi cometido ao subtrair 16 de 18 e ao adicionar 18 a 12 antes de multiplicar 48 por 18 e 16 por 18. O correto é:

$(48 - 16) \cdot 18 + 12 =$

$= 48 \cdot 18 - 16 \cdot 18 + 12 =$

$= 864 - 288 + 12 = 576 + 12 = 588$

b) O erro foi cometido ao subtrair 23 de 164 antes de multiplicar 23 por 6. O correto é:

$164 - (46 : 2) \cdot 6 =$

$= 164 - 23 \cdot 6 = 164 - 138 = 26$

14. a) Como $A + B$ está 3 unidades à direita de A, pode-se escrever a igualdade $A + 3 = A + B$.

Logo, $B = 3$.

b) Como $A - B$ está 2 unidades à esquerda de A, pode-se escrever a igualdade $A - 2 = A - B$.

Logo, $B = 2$.

c) Como $A = 1$ e $B - A = 3$, então $B - 1 = 3$.

Logo, $B = 4$.

d) Como $A = 2$ e $A \cdot B = 4$, então $2 \cdot B = 4$.

Logo, $B = 2$.

e) Como $A = 4$ e $A : B = 2$, então $4 : B = 2$.

Logo, $B = 2$.

15. a) Usando o algoritmo usual, pode-se escrever:

$$\begin{array}{r} 6\;9\;\text{✦} \\ +\;\;3\;\blacksquare\;2 \\ \hline 1\;\clubsuit\;1\;9 \end{array}$$

- Na ordem das unidades, tem-se: ✦ + 2 = 9

  Como $7 + 2 = 9$, então ✦ = 7.
- Na ordem das dezenas, deve-se determinar o número que, adicionado a 9 dezenas, resulta em um número com 1 dezena.

  Esse número é 2 dezenas, pois $9 + 2 = 11$, ou seja, 11 dezenas, e, assim, deve-se trocar 10 dezenas por 1 centena. Logo, ■ = 2.
- Na ordem das centenas, deve-se determinar o número obtido ao adicionar 1 centena a 6 centenas e a 3 centenas: $1 + 6 + 3 = 10$, ou seja, 10 centenas, que equivalem a 1 unidade de milhar e 0 centena. Logo, ♣ = 0.

b) Usando o algoritmo usual, pode-se escrever:

$$\begin{array}{r} 9\;\blacklozenge\;5\;8 \\ -\;8\;2\;6\;\blacklozenge \\ \hline 1\;1\;\bigstar\;4 \end{array}$$

- Na ordem das unidades, tem-se: 8 − ◆ = 4.

  Como $8 - 4 = 4$, então ◆ = 4.
- Observando a ordem das centenas, pode-se concluir que o minuendo tem 4 centenas, pois ◆ = 4.
- Na ordem das dezenas, deve-se determinar a diferença entre 5 dezenas e 6 dezenas, mas não há um número natural que satisfaça essa subtração. Assim, é necessário trocar 1 centena por 10 dezenas, totalizando 15 dezenas. Logo, o número procurado é 9, pois $15 - 6 = 9$. Portanto, ★ = 9.

16. Sendo ★ o número que Flávia pensou, tem-se:

★ · 3 + 10 = 43

★ · 3 + 10 **−** **10** = 43 **−** **10**

★ · 3 = 33

Portanto, Flávia pensou no número 11.

17. a) O resultado obtido por João está correto. Ele reescreveu os fatores da multiplicação utilizando as potências de base 10.

$$3\,600 = 36 \cdot 100 = 36 \cdot 10^2$$

$$9\,000 = 9 \cdot 1000 = 9 \cdot 10^3$$

b) Ao considerar que $10^2 \cdot 9 = 9 \cdot 10^2$, João utilizou a propriedade comutativa da multiplicação.

18. Sabendo que o produto entre os números de cada linha ou de cada coluna é 60 e observando que há linhas e colunas que têm apenas um fator desconhecido, pode-se escrever uma igualdade para cada linha ou coluna.

- Na primeira linha, tem-se:

  1 · 15 · ♦ = 60

  15 · ♦ = 60

  Logo, ♦ = 4.
- Na primeira coluna, tem-se:

  1 · ▲ · 10 = 60

  ▲ · 10 = 60

  Logo, ▲ = 6.
- Na segunda coluna, tem-se:

  15 · 2 · ● = 60

  30 · ● = 60

  Logo, ● = 2.
- Na segunda linha, tem-se:

  ▲ · 2 · ♥ = 60

  Como ▲ = 6, então 6 · 2 · ♥ = 60, ou seja, 12 · ♥ = 60.

  Logo, ♥ = 5.
- Na terceira linha, tem-se:

  10 · ● · ■ = 60

  Como ● = 2, então 10 · 2 · ■ = 60, ou seja, 20 · ■ = 60.

  Logo, ■ = 3.

Portanto, o quadro completo é:

1	15	4
6	2	5
10	2	3

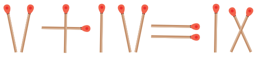
19. Se o divisor é 16, o maior resto possível é 15 (16 − 1). Pela relação fundamental da divisão, tem-se:vz

Dividendo = 6 · 16 + 15 = 96 + 15 = 111

O dividendo dessa operação é 111.

20. Para que a igualdade seja verdadeira, devemos tirar o palito de fósforo que antecede o X e usá-lo para transformar o sinal de subtração em um sinal de adição. Ficará da seguinte maneira:

Outra possibilidade é tirar o palito que sucede o primeiro V e usá-lo para transformar o sinal de subtração em um sinal de adição. Ficará da seguinte maneira:



21. Se uma fila com 25 assentos rende 1 250 reais, então cada assento custa 50 reais (1 250 : 25 = 50).

A quantidade de assentos do auditório é: 23 · 25 + 20 = 575 + 20 = 595.

Portanto, a renda total do auditório é: 595 · 50 reais = 29 750 reais.

Alternativa **e**.

22. O número 10^{100} tem 101 algarismos: o algarismo 1 seguido de 100 zeros. Ao subtrair 2 003 de 10^{100}, o resultado passa a ter 100 algarismos:

$$\begin{array}{rcccccccccccc} & \overset{0}{\cancel{1}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \ldots & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & \overset{9}{\cancel{0}} & {}^{1}0 \\ - & & & & & & & & & 2 & 0 & 0 & 3 \\ \hline & & 9 & 9 & 9 & 9 & \ldots & 9 & 9 & 7 & 9 & 9 & 7 \end{array}$$

Além disso, somente as ordens da unidade e da unidade de milhar serão diferentes de 9 na subtração.

$10^{100} - 2003 =$

$$= \underbrace{1\,000 \ldots 000\,000}_{101 \text{ algarismos}} - 2003 =$$

$$= \underbrace{9\,999 \ldots 997\,997}_{100 \text{ algarismos}}$$

Dos 100 algarismos do resultado, dois são o 7; portanto, o número de vezes que o algarismo 9 aparece no resultado é 100 − 2 = 98.

Alternativa **c**.

23. Ao reescrever o número 1000...02 como 1000...00 + 2, obtém-se 1000...00 com 21 algarismos zero. Reescrevendo 1000...00 + 2 como 999...99 + 3, pode-se perceber que 999...99 tem 21 algarismos 9.

Dividindo 999...99 + 3 por 3, obtém-se quociente 333...33 + 1. Como 333...33 tem 21 algarismos iguais a 3, então o quociente 333...33 + 1 tem 21 algarismos 3 e um algarismo 1. Assim, a soma dos algarismos é:

21 · 3 + 1 = 63 + 1 = 64

Alternativa **d**.

Outra maneira de resolver essa atividade é realizar inicialmente a divisão de 1002 por 3, obtendo 334. Em seguida, dividir 10 002 por 3, obtendo 3 334, e assim sucessivamente, utilizando a ideia de indução, aumentando a quantidade de zeros entre o primeiro algarismo do dividendo e o último.

O quociente será formado por uma sequência de algarismos 3, e a unidade do quociente sempre será 4. A quantidade de algarismos 3 do quociente é igual à quantidade de algarismos zero do dividendo.

Assim, como o dividendo 1000...02 tem 20 algarismos zero, o quociente 333...334 terá 20 algarismos 3 e um algarismo 4. Então, a soma dos algarismos será:

20 · 3 + 4 = 60 + 4 = 64

UNIDADE 2 – GEOMETRIA

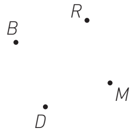
CAPÍTULO 1 – NOÇÕES PRIMITIVAS E ÂNGULOS

PÁGINA 61 – ATIVIDADES

1. Dado um ponto *A* qualquer, infinitas retas passam por esse ponto.
2. Dados dois pontos distintos, é possível traçar uma única reta que passa por eles.

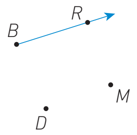
PÁGINA 64 – ATIVIDADES

3. Resposta possível:

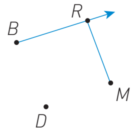


Ilustrações: ID/BR

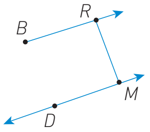
a)



b)



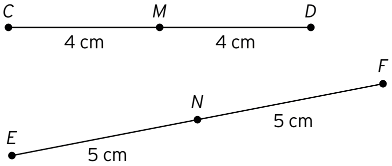
c)



4. **a)** Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são colineares, pois suas extremidades estão em uma mesma reta.

   b) Os segmentos $\overline{JK}$ e $\overline{KL}$ são consecutivos, pois têm apenas o ponto *K*, que é extremidade de ambos, em comum.

   c) Os segmentos $\overline{FG}$ e $\overline{GH}$ são adjacentes, pois estão em uma mesma reta e têm apenas o ponto *G*, que é extremidade de ambos, em comum.
5. Resposta possível:



PÁGINA 68 – ATIVIDADES

6. **a)** No ângulo $C\hat{D}E$, os lados são $\overrightarrow{DC}$ e $\overrightarrow{DE}$ e o vértice é *D*.

   b) No ângulo $E\hat{F}G$, os lados são $\overrightarrow{FE}$ e $\overrightarrow{FG}$ e o vértice é *F*.

   c) No ângulo $A\hat{B}D$, os lados são $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BD}$ e o vértice é *B*.
7. **a)** Resposta pessoal.

   b) Respostas possíveis: Há ângulos retos nos cantos da porta, das janelas, da lousa, do chão, do livro, etc.

8. **a)** Reto, pois é indicado pelo símbolo ∟.
   b) Agudo, pois sua medida é maior que a de um ângulo nulo e menor que a de um ângulo reto.
   c) Agudo, pois sua medida é maior que a de um ângulo nulo e menor que a de um ângulo reto.
   d) Obtuso, pois sua medida é maior que a de um ângulo reto e menor que a de um ângulo raso.
   e) Obtuso, pois sua medida é maior que a de um ângulo reto e menor que a de um ângulo raso.
   f) Obtuso, pois sua medida é maior que a de um ângulo reto e menor que a de um ângulo raso.

9. **a)** 45°
   b) 80°
   c) 120°
   d) 180°

PÁGINA 70 – ATIVIDADES

10. **a)** As retas r e s são concorrentes, pois têm apenas um ponto em comum.
    b) As retas m e n são paralelas, pois não têm pontos em comum.
    c) As retas q e t são concorrentes, pois, ao prolongá-las, vão se cruzar em um único ponto.
    d) As retas a e b são concorrentes, pois, ao prolongá-las, vão se cruzar em um único ponto.

11. **a)** As retas a e d têm um único ponto em comum e formam dois ângulos agudos e dois obtusos, portanto são concorrentes oblíquas.
    b) As retas a e b têm um único ponto em comum e formam dois ângulos agudos e dois obtusos, portanto são concorrentes oblíquas.
    c) As retas a e c têm um único ponto em comum e formam dois ângulos agudos e dois obtusos, portanto são concorrentes oblíquas.
    d) As retas b e c não têm nenhum ponto em comum, portanto são paralelas.
    e) As retas d e b têm um único ponto em comum e formam quatro ângulos retos, portanto são concorrentes perpendiculares.
    f) As retas c e d têm um único ponto em comum e formam quatro ângulos retos, portanto são concorrentes perpendiculares.

12. **a)** Falsa, pois duas retas pertencentes ao mesmo plano podem ser paralelas ou concorrentes. Sugestão de correção: Duas retas concorrentes têm sempre um ponto em comum.
    b) Verdadeira, pois duas retas paralelas estão no mesmo plano e não têm pontos em comum.

13. Ao prolongarmos as retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$, vemos que elas têm um ponto em comum, portanto são concorrentes. As retas $\overleftrightarrow{EF}$ e $\overleftrightarrow{GH}$ não têm ponto em comum, mesmo que sejam prolongadas, portanto são paralelas.

PÁGINA 71 – DIVERSIFICANDO

1. **a)** Reta.
   b) Plano.
   c) Ponto.

2. **a)** Apenas uma reta passa ao mesmo tempo por dois pontos distintos.
   b) Apenas uma reta passa ao mesmo tempo por dois pontos distintos.
   c) Nenhuma reta passa ao mesmo tempo pelos três pontos, porque esses pontos não são colineares.

3. **a)** 35°; agudo, pois $0° < 35° < 90°$.
   b) 52°; agudo, pois $0° < 52° < 90°$.
   c) 119°; obtuso, pois $90° < 119° < 180°$.
   d) 90°; reto, pois mede 90°.

4.

Ângulo	Medida	Classificação
$\widehat{B}$	120°	Obtuso
$\widehat{C}$	90°	Reto
$\widehat{D}$	60°	Agudo
$\widehat{E}$	120°	Obtuso
$\widehat{F}$	120°	Obtuso
$\widehat{O}$	180°	Raso

5. **a)** B, C, D, E, F, G, H, I e J.
   b) D, G e J.
   c) C, E, F, H e I.
   d) B.

CAPÍTULO 2 – FIGURAS GEOMÉTRICAS

PÁGINA 74 – ATIVIDADES

1. Respostas possíveis:
   a) Lata de milho, tubo hidráulico.
   b) *Pizza*, moeda.
   c) Caixa de fósforos, caixa de sapatos.
   d) Fotografia, folha de papel.

2. Respostas possíveis:
   a) Lata de lixo, caixa de sapatos e dado.
   b) Régua, folha de papel e toalha.
   c) Barbante, linha de costura e arame.

3. **a)** Linha, pois tem apenas uma dimensão.
   b) Figura não plana, pois não está contida em um único plano.
   c) Figura não plana, pois não está contida em um único plano.
   d) Região plana, pois é limitada por linhas simples e fechadas.

4. Resposta possível: No grupo I, as figuras possuem apenas partes curvas; no grupo II, as figuras possuem apenas partes sem curvas; e, no grupo III, as figuras possuem partes com curvas e partes sem curvas.

PÁGINA 77 – ATIVIDADES

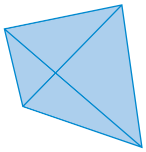
5. Linha poligonal, fechada e simples.

6. **a)** Figuras de Adriana:
   - quadrado: os vértices são A, B, C e D, os lados são $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$, as diagonais são $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ e os ângulos internos são $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$;
   - triângulo: os vértices são E, F e G, os lados são $\overline{EF}$, $\overline{FG}$ e $\overline{GE}$, não há diagonais e os ângulos internos são $\widehat{E}$, $\widehat{F}$ e $\widehat{G}$.

   Figuras de Tomás:
   - retângulo: os vértices são I, J, K e L, os lados são $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$ e $\overline{LI}$, as diagonais são $\overline{IK}$ e $\overline{JL}$ e os ângulos internos são $\widehat{I}$, $\widehat{J}$, $\widehat{K}$ e $\widehat{L}$;
   - pentágono: os vértices são M, N, O, P e Q, os lados são $\overline{MN}$, $\overline{NO}$, $\overline{OP}$, $\overline{PQ}$ e $\overline{QM}$, as diagonais são $\overline{MO}$, $\overline{MP}$, $\overline{NP}$, $\overline{NQ}$ e $\overline{OQ}$ e os ângulos internos são $\widehat{M}$, $\widehat{N}$, $\widehat{O}$, $\widehat{P}$ e $\widehat{Q}$.

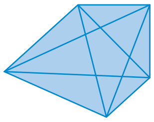
   b) São convexas, pois, em todas as figuras desenhadas, para quaisquer dois pontos X e Y pertencentes ao interior do polígono, o segmento $\overline{XY}$ está totalmente contido no interior desse polígono.
   c) Características comuns: elas são formadas por linhas fechadas poligonais; todas são polígonos convexos. Diferença: as figuras desenhadas por Adriana são regulares, enquanto as figuras desenhadas por Tomás não são regulares.

7. Respostas possíveis:
   a)

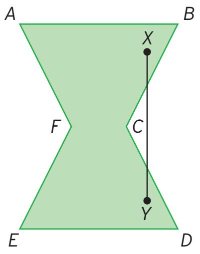


Ilustrações: ID/BR

   b)



8. **a)** Os vértices são A, B, C, D, E e F.
   b) Os lados são $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FA}$.
   c) Não convexo, pois existem dois pontos X e Y pertencentes ao interior do polígono, tais que $\overline{XY}$ não está totalmente contido no interior desse polígono. Exemplo:



   d) O polígono $ABCDEF$ é um hexágono, pois tem 6 lados.

PÁGINA 79 – ATIVIDADES

9. **a)** Escaleno, pois os três lados têm medidas diferentes.
   b) Equilátero, pois os três lados têm a mesma medida.
   c) Isósceles, pois tem dois lados com a mesma medida.

10. **a)** Obtusângulo, pois tem um ângulo interno obtuso (120°).
   b) Retângulo, pois um dos ângulos internos é reto (90°).
   c) Acutângulo, pois todos os seus ângulos internos são agudos.

11. **a)** Escaleno, pois os três lados têm medidas diferentes, e obtusângulo, pois tem um ângulo interno obtuso.
   b) Equilátero, pois os três lados têm a mesma medida, e acutângulo, pois tem todos os ângulos internos agudos.
   c) Escaleno, pois os três lados têm medidas diferentes, e retângulo, pois tem um ângulo interno reto.
   d) Isósceles, pois dois lados têm a mesma medida, e acutângulo, pois tem todos os ângulos internos agudos.

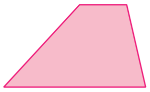
12. **a)** Obtusângulo, pois tem um ângulo obtuso, e escaleno, pois todos os lados têm medidas diferentes.
   b) Acutângulo, pois todos os ângulos são congruentes e cada um deles mede 60°, e equilátero, pois todos os lados são congruentes.
   c) Isósceles, pois dois de seus lados são congruentes, e retângulo, pois tem um ângulo de 90°.

PÁGINA 83 – ATIVIDADES

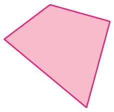
13. **a)** $\overline{AB}$ e $\overline{DC}$ são paralelos, e $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ são paralelos. Portanto, o quadrilátero é um paralelogramo, pois tem dois pares de lados paralelos.
   b) $\overline{HE}$ e $\overline{GF}$ são paralelos. Portanto, o quadrilátero é um trapézio, pois tem apenas um par de lados paralelos.
   c) $\overline{LI}$ e $\overline{KJ}$ são paralelos, e $\overline{LK}$ e $\overline{IJ}$ são paralelos. Portanto, o quadrilátero é um paralelogramo, pois tem dois pares de lados paralelos.
   d) $\overline{MN}$ e $\overline{PO}$ são paralelos. Portanto, o quadrilátero é um trapézio, pois tem apenas um par de lados paralelos.

14. **a)** As figuras B e F são trapézios, pois têm apenas um par de lados paralelos. A figura B é um trapézio isósceles, pois os lados opostos não paralelos são congruentes, e a figura F é um trapézio retângulo, pois tem dois ângulos retos.
   b) As figuras A, C, D e E são paralelogramos, pois têm dois pares de lados paralelos. A figura A é um retângulo, pois tem quatro ângulos retos e dois pares de lados congruentes; a figura C é um paralelogramo qualquer, pois tem dois pares de lados congruentes e nenhum ângulo reto; a figura D é um quadrado, pois tem quatro ângulos retos e quatro lados congruentes; e a figura E é um losango, pois seus quatro lados são congruentes.

15. Respostas possíveis:
   a)



   b)



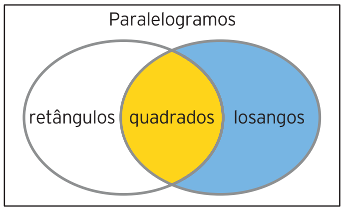
   c)

16. **a)** O quadrado é um quadrilátero que tem quatro ângulos retos e quatro lados congruentes.
   b) O quadrilátero que tem apenas dois ângulos retos e dois lados opostos paralelos é o trapézio retângulo.
   c) O trapézio é um quadrilátero que tem dois lados opostos paralelos e dois lados opostos não paralelos.
   d) O retângulo é um paralelogramo que tem quatro ângulos congruentes.
   e) O losango é um paralelogramo que tem quatro lados congruentes.

17. **a)** Quadrado.
   b) Ter quatro ângulos retos.
   c) Ter quatro lados com a mesma medida.

18. **a)** Falsa. Para ser um paralelogramo, é preciso ter dois pares de lados paralelos, e o trapézio tem apenas um par de lados paralelos.
   b) Verdadeira. Para ser um losango, um quadrilátero precisa ter todos os lados de mesma medida, e todo quadrado apresenta essa característica.
   c) Falsa. Para ser um quadrado, é necessário que o quadrilátero tenha quatro lados de mesma medida e quatro ângulos retos, mas existem losangos que não têm os quatro ângulos retos.
   d) Verdadeira. Para ser um retângulo, basta que o paralelogramo tenha os quatro ângulos retos. Para ser um quadrado, é necessário que, além dos quatro ângulos retos, o paralelogramo tenha os quatro lados congruentes. Portanto, retângulos que não têm seus quatro lados congruentes não são quadrados.

19.



Ilustrações: ID/BR

PÁGINA 84 – DESCUBRA MAIS

PARA CONCLUIR

1. O *tangram* é formado por 5 triângulos. Quanto aos lados, eles são isósceles e, quanto aos ângulos, são retângulos.
2. Um quadrado e um paralelogramo.
3. O segmento $\overline{BD}$ representa uma diagonal do quadrado *ABCD*.
4. Sim. Para verificar, basta sobrepor o lado $\overline{DE}$ do triângulo *DEG* no lado $\overline{CE}$ do triângulo *CEF* e concluir que eles são congruentes.
5. Resposta possível:

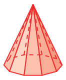
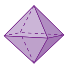
PÁGINA 88 – ATIVIDADES

20. **a)** Poliedro. Tem 8 faces, 18 arestas e 12 vértices.
   b) Não poliedro.
   c) Não poliedro.
   d) Poliedro. Tem 5 faces, 8 arestas e 5 vértices.
   e) Não poliedro.
   f) Poliedro. Tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

21. **a)** Não convexo.
   b) Convexo.
   c) Convexo.
   d) Não convexo.

22. Resposta pessoal.

23.

Poliedro				
Número de vértices	6	10	11	6
Número de faces	6	7	11	8
Números de arestas	10	15	20	12

24. **a)** Hexágonos e retângulos.
   b) Octógono e triângulos.
   c) Pentágonos.

PÁGINA 90 – ATIVIDADES

25. **a)** 7 faces.
   b) 12 vértices.
   c) 9 arestas.
   d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes reconheçam esse prisma como bloco retangular ou paralelepípedo.

26. **a)** Se o prisma tem 6 vértices em uma de suas bases, então os polígonos que formam suas bases são hexágonos. Portanto, é um prisma de base hexagonal.
   b) Como os prismas têm duas faces congruentes, que são as bases, então esse prisma possui 4 faces laterais, pois 6 − 2 = 4. Assim, as bases são quadriláteros e, portanto, o prisma tem 12 arestas (4 + 4 + 4 = 12).

c) Se a base do prisma tem 8 arestas, então ele tem 8 faces laterais. Como todo prisma tem duas bases, há mais duas faces. Então, esse prisma tem 10 faces (8 + 2 = 10).

d) Em um prisma de 10 faces, 2 faces são bases e 8 são faces laterais. Logo, nesse prisma, cada polígono da base tem 8 lados, ou seja, são octógonos. Portanto, é um prisma de base octogonal.

27. **a)** Octógono.

b) Quadriláteros.

c) 10 faces, 16 vértices e 24 arestas.

PÁGINA 91 – DESCUBRA MAIS

COMO FAZER

1. Resposta pessoal.

PARA CONCLUIR

1. Resposta pessoal.

2. As planificações que formaram um cubo são: 1, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14 e 15. Resposta pessoal.

3. Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

PÁGINA 93 – ATIVIDADES

28. A: base; B: face lateral; C: vértice.

29. **a)** Pirâmide de base hexagonal.

b) Pirâmide de base triangular.

c) Pirâmide de base pentagonal.

d) Pirâmide de base triangular.

PÁGINA 94 – ATIVIDADE

30. **a)** 10 + 7 = 15 + 2
17 = 17

b) 12 + 8 = 18 + 2
20 = 20

c) 6 + 6 = 10 + 2
12 = 12

d) 7 + 7 = 12 + 2
14 = 14

PÁGINA 96 – ATIVIDADES

31. Respostas possíveis:

a) Bola, laranja.

b) Casquinha de sorvete, chapéu de festa.

c) Lata de milho, poste de rua.

32. Círculo.

33. **a)** Cone.

b) Cilindro.

PÁGINA 97 – DIVERSIFICANDO

1. **a)** Verdadeira.

b) Verdadeira.

c) Verdadeira.

2. **a)** Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes percebam que os números aumentam de 2 em 2.

b) Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes percebam que os números aumentam de 1 em 1.

c) Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes percebam que os números aumentam de 3 em 3.

3. Respostas possíveis:

a) Característica comum: as bases são círculos; diferença: o cilindro tem duas bases, e o cone, apenas uma.

b) Característica comum: são figuras geométricas não planas; diferença: o cilindro é um não poliedro, e o cubo é um poliedro.

4.

Nome da pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de vértices	Número de faces	Número de arestas
Pirâmide de base triangular	3	4	4	6
Pirâmide de base quadrangular	4	5	5	8
Pirâmide de base pentagonal	5	6	6	10
Pirâmide de base hexagonal	6	7	7	12
Pirâmide de base heptagonal	7	8	8	14

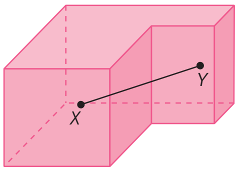
5. **a)** Verdadeira.

b) Falsa, pois o número de arestas é o dobro do número de lados do polígono da base da pirâmide.

c) Verdadeira.

d) Falsa, pois o número de vértices do polígono da base é igual ao número de faces da pirâmide menos 1.

6. Não, pois, apesar de esse poliedro satisfazer a relação de Euler, ele não é convexo. No exemplo a seguir, é possível verificar que existem dois pontos X e Y pertencentes ao interior desse poliedro, tais que $\overline{XY}$ não está totalmente contido no interior do poliedro.



PÁGINA 98 – AMPLIANDO HORIZONTES

PARA REFLETIR

1. Respostas pessoais.

2. Respostas pessoais.

3. Respostas pessoais.

4. Respostas pessoais.

5. Respostas pessoais.

6. Resposta pessoal.

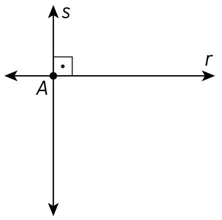
PÁGINA 100 – ATIVIDADES INTEGRADAS

1. **a)** Retângulos.

b) Triângulos isósceles e quadrado.

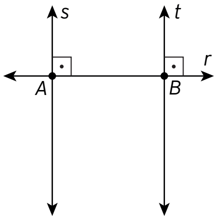
2. Resposta possível:

- Traça-se uma reta s, perpendicular a uma reta r que passa pelo ponto A:

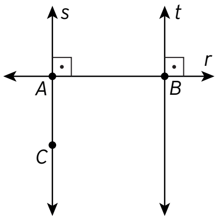


Ilustrações: ID/BR

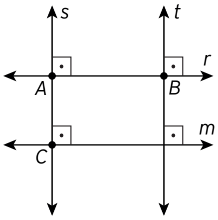
- Em seguida, traça-se uma reta *t* paralela a *s* que passe pelo ponto *B*.



- Marcando o ponto *C* na reta *s*, distinto de *A*, obtém-se:



- Por fim, traça-se a reta *m*, perpendicular a *s*, passando por *C*.



a) Os pares de retas perpendiculares são *r* e *s*; *r* e *t*; *m* e *s*; *m* e *t*.

b) Sim. Os pares de retas paralelas são *r* e *m*; *s* e *t*.

3. **a)** Nessa figura, há 15 segmentos. São eles: $\overline{AB}$, $\overline{AG}$, $\overline{AE}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BG}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DE}$, $\overline{DG}$, $\overline{EG}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$.

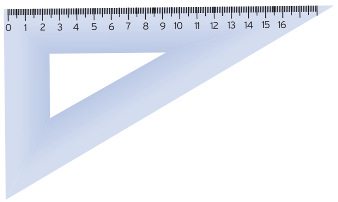
b) Resposta possível: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$.

c) Resposta possível: $\overline{AG}$ e $\overline{DE}$; $\overline{DE}$ e $\overline{EG}$.

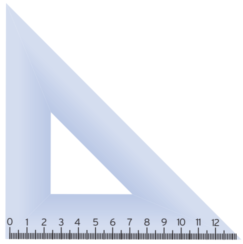
d) Resposta possível: $\overline{CE}$ e $\overline{EF}$; $\overline{BG}$ e $\overline{GF}$.

e) Os segmentos não são congruentes, pois eles não possuem a mesma medida: $AB = 2{,}3$ cm, $FE = 1{,}25$ cm, $FB = 2{,}9$ cm e $GD = 1{,}05$ cm.

4.



Triângulo retângulo escaleno de ângulos medindo 30°, 60° e 90°.



Triângulo retângulo isósceles de ângulos medindo 90°, 45° e 45°.

5. **a)** Verdadeira. Todo ângulo reto mede 90°.

b) Falsa. Os ângulos agudos são todos os ângulos cuja medida é maior que 0° e menor que 90°.

c) Verdadeira. Os ângulos obtusos têm medida maior que 90° e menor que 180°, e os ângulos agudos têm medida maior que 0° e menor que 90°; logo, todo ângulo obtuso é maior que qualquer ângulo agudo.

6. **a)** Quadrado.

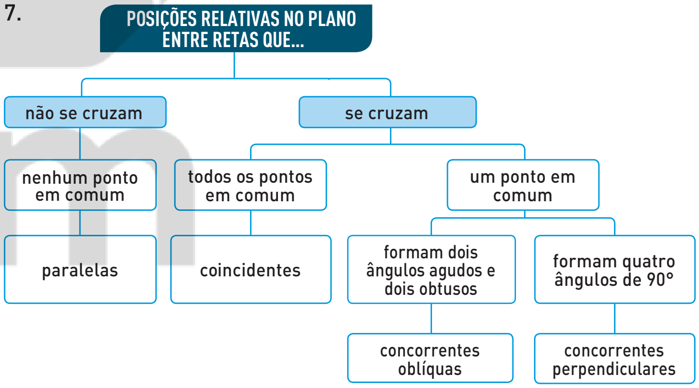
b) Para construir o número máximo de triângulos equiláteros com 12 palitos, deve-se usar a menor quantidade possível de palitos em cada triângulo. Logo, se em cada lado do triângulo for usado 1 palito, então para construir cada triângulo serão usados 3 palitos. Assim, pode-se construir, no máximo, 4 triângulos equiláteros utilizando 12 palitos.

c) Não é possível formar um trapézio utilizando 2, 3 ou 4 palitos; logo, utilizando no mínimo 5 palitos e, no máximo, 12 palitos, as possibilidades são:

Base maior	Base menor	Lado *a*	Lado *b*	Total de palitos
2	1	1	1	5
3	1	1	1	6
3	1	1	2	7
3	1	2	2	8
3	2	2	2	9
4	2	1	2	9
4	1	2	3	10
4	2	2	2	10
4	3	2	2	11
5	4	1	1	11
5	2	3	2	12
6	4	1	1	12

Portanto, há 12 trapézios possíveis.

7.



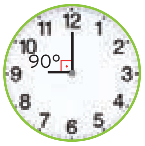
8. **a)**

c)

Ilustrações: ID/BR

b)

d)



Alternativa **d**.

9. **a)** I.

b) II, III, IV, V, VI.

c) III, V, VI.

d) II, IV.

10. Uma pirâmide de base quadrada tem 5 faces (4 faces laterais e 1 base), 5 vértices e 8 arestas. Logo, o número de faces é igual ao número de vértices.

Alternativa **b**.

UNIDADE 3 – DIVISIBILIDADE

CAPÍTULO 1 – MÚLTIPLOS E DIVISORES

PÁGINA 105 – ATIVIDADE

1. **a)** Os números da sequência aumentam de 7 em 7 unidades, portanto os próximos três números são: 32, 39, 46.
   b) Os números da sequência aumentam de 13 em 13 unidades, portanto os próximos três números são: 59, 72, 85.
   c) Os números da sequência diminuem de 5 em 5 unidades, portanto os próximos três números são: 21, 16, 11.
   d) Cada termo da sequência, a partir do primeiro, é obtido multiplicando o termo anterior por 2, portanto os próximos três números da sequência são: 48, 96, 192.
   e) Cada termo da sequência, a partir do primeiro, é obtido multiplicando o termo anterior por 10, portanto os próximos três números são: 20 000, 200 000, 2 000 000.
   f) Cada termo da sequência, a partir do primeiro, é obtido dividindo o termo anterior por 2, portanto os próximos três números da sequência são: 1000, 500, 250.

PÁGINA 106 – ATIVIDADES

2. Para obter os oito primeiros múltiplos de 2, 3 e 6 fazemos a multiplicação de cada um desses números por 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

Número	Oito primeiros múltiplos naturais
2	0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14
3	0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21
6	0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42

3. Para determinar se um número é múltiplo de outro, basta realizar a divisão e estudar o resto. Caso o resto seja 0, o dividendo é múltiplo do divisor; caso o resto seja diferente de 0, o dividendo não é múltiplo do divisor.

a)

$$\begin{array}{r|l} 78 & 8 \\ \underline{-72} & 9 \\ 6 & \end{array}$$

Como a divisão apresenta resto diferente de 0, então 78 não é múltiplo de 8.

b)

$$\begin{array}{r|l} 160 & 4 \\ \underline{-16} & 40 \\ 0 & \end{array}$$

Como a divisão apresenta resto igual a 0, então 160 é múltiplo de 4.

c)

$$\begin{array}{r|l} 432 & 6 \\ \underline{-42} & 72 \\ 12 & \\ \underline{-12} & \\ 0 & \end{array}$$

Como a divisão apresenta resto igual a 0, então 432 é múltiplo de 6.

d)

$$\begin{array}{r|l} 61725 & 5 \\ \underline{-5} & 12345 \\ 11 & \\ \underline{-10} & \\ 17 & \\ \underline{-15} & \\ 22 & \\ \underline{-20} & \\ 25 & \\ \underline{-25} & \\ 0 & \end{array}$$

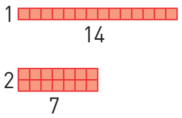
Como a divisão apresenta resto igual a 0, 61 725 é múltiplo de 5.

PÁGINA 109 – ATIVIDADES

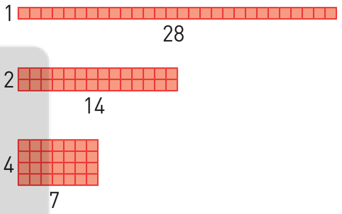
4. **a)** D(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}
   b) D(10) = {1, 2, 5, 10}
   c) D(13) = {1, 13}
   d) D(36) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}
   e) D(49) = {1, 7, 49}
   f) D(42) = {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}

5. **a)** D(32) = {1, 2, 4, 8, 16, 32}
   Regularidade: 1 · 32 = 32; 2 · 16 = 32; 4 · 8 = 32
   b) D(45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45}
   Regularidade: 1 · 45 = 45; 3 · 15 = 45; 5 · 9 = 45
   c) D(64) = {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64}
   Regularidade: 1 · 64 = 64; 2 · 32 = 64; 4 · 16 = 64; 8 · 8 = 64
   d) D(121) = {1, 11, 121}
   Regularidade: 1 · 121 = 121; 11 · 11 = 121

6. **a)**

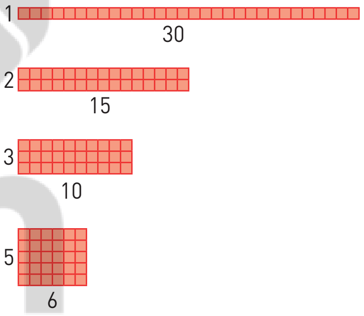


b)

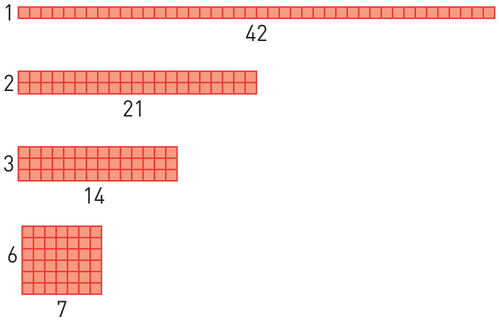


Ilustrações: ID/BR

c)



d)



7. Deve-se verificar se 144 é múltiplo de 7, 9 ou 13.

$$\begin{array}{r|l} 144 & 7 \\ \underline{-14} & 20 \\ 04 & \end{array}$$

Como o resto da divisão de 144 por 7 não é 0, 144 não é múltiplo de 7.

$$\begin{array}{r|l} 144 & 9 \\ \underline{-09} & 16 \\ 54 & \\ \underline{-54} & \\ 0 & \end{array}$$

Como o resto da divisão de 144 por 9 é 0, 144 é múltiplo de 9.

$$\begin{array}{r|l} 144 & 13 \\ \cline{2-2} -\underline{13} & 11 \\ 14 & \\ -\underline{13} & \\ 1 & \end{array}$$

Como o resto da divisão de 144 por 13 não é 0, 144 não é múltiplo de 13.

Portanto, para que todas as equipes tenham o mesmo número de estudantes e que todos os estudantes tenham uma equipe, será necessário agrupar os estudantes em grupos de 9.

8. **a)** Falsa. A divisão de 144 por 7 tem resto diferente de 0, portanto 144 não é divisível por 7.

b) Verdadeira. A divisão de 144 por 9 tem resto igual a 0, portanto 144 é múltiplo de 9.

c) Falsa. A divisão de 144 por 13 tem resto diferente de 0, portanto 144 não é divisível por 13.

d) Falsa. A divisão de 144 por 13 tem resto diferente de 0, portanto 13 não é divisor de 144.

e) Verdadeira. A divisão de 144 por 9 tem resto igual a 0, portanto 9 é divisor de 144.

f) Verdadeira. A divisão de 144 por 7 tem resto diferente de 0, portanto 7 não é divisor de 144.

g) Falsa. A divisão de 144 por 13 tem resto diferente de 0, portanto 144 não é múltiplo de 13.

h) Verdadeira. A divisão de 144 por 9 tem resto igual a 0, portanto 9 é um fator de 144.

i) Falsa. A divisão de 144 por 7 tem resto diferente de 0, portanto 7 não é um fator de 144.

j) Verdadeira. A divisão de 144 por 13 tem resto diferente de 0, portanto 13 não é um fator de 144.

9. A divisão de 180 por 15 é exata. Logo, 180 é divisível por 15, ou seja, 15 é divisor de 180 ou, ainda, 180 é múltiplo de 15.

PÁGINA 116 – ATIVIDADES

10. **a)**
- Múltiplos de 2: 36, 42, 112, 318, 406, 536, 600, 844, 916, 918, 996, 1100, 2268, 5732, 6000, 6400, 6810, 43000, 96258, 125874, 237156.
- Múltiplos de 9: 36, 135, 918, 2268, 18225, 125874.
- Múltiplos de 100: 600, 1100, 6000, 6400, 43000.

b)
- Divisíveis por 3: 36, 42, 75, 135, 303, 318, 600, 918, 996, 2268, 5043, 6000, 6810, 18225, 96258, 125874, 237156.
- Divisíveis por 4: 36, 112, 536, 600, 844, 916, 996, 1100, 2268, 5732, 6000, 6400, 43000, 237156.
- Divisíveis por 8: 112, 536, 600, 6000, 6400, 43000.

c) 36, 42, 318, 600, 918, 996, 2268, 6000, 6810, 96258, 125874, 237156.

d) 600, 1100, 6000, 6400, 6810, 43000.

e) 6000 e 43000.

11. **a)** Verdadeira. Como os três algarismos são iguais, então, ao adicionar os três algarismos, obtém-se um número que é múltiplo de 3. Logo, independentemente do valor do algarismo, o número sempre é divisível por 3.

b) Verdadeira. Um número é divisível por 10 quando o algarismo das unidades é 0. Esse também é um critério de divisibilidade por 5. Logo, um número divisível por 10 também é divisível por 5.

12. Não, pois 149 é ímpar e, portanto, não é divisível por 2. Adicionando-se os algarismos de 149, obtém-se 14 (1 + 4 + 9) e conclui-se que 14 não é divisível por 3. Além disso, o algarismo da unidade (9) é diferente de 0 ou de 5; portanto, 149 também não é divisível por 5. Assim, todas essas divisões são não exatas.

13. Para resolver essa atividade, utilizam-se os critérios de divisibilidade.

- 316

  316 é divisível por 4, pois os algarismos da dezena e da unidade formam o número 16, que é divisível por 4.

  316 não é divisível por 6, pois ele não é divisível por 3 (3 + 1 + 6 = 10, e 10 não é divisível por 3).

- 500

  500 é divisível por 4, pois os algarismos da dezena e da unidade formam um número divisível por 4 (00 : 4 = 0).

  500 não é divisível por 6, pois não é divisível por 3 (5 + 0 + 0 = 5, e 5 não é divisível por 3).

- 615

  615 não é divisível por 4, pois 15 não é divisível por 4.

  615 não é divisível por 6, pois não é divisível por 2 (615 não é par).

- 732

  732 é divisível por 4, pois 32 é divisível por 4.

  732 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (732 é par) e por 3 (7 + 3 + 2 = 12, e 12 é divisível por 3).

- 948

  948 é divisível por 4, pois 48 é divisível por 4.

  948 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (948 é par) e por 3 (9 + 4 + 8 = 21, e 21 é divisível por 3).

- 1056

  1056 é divisível por 4, pois 56 é divisível por 4.

  1056 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (1056 é par) e por 3 (1 + 0 + 5 + 6 = = 12, e 12 é divisível por 3).

Logo, 732, 948 e 1056 são divisíveis por 4 e por 6 ao mesmo tempo.

14. **a)** O maior número de quatro algarismos é 9999. Para encontrar o maior número de quatro algarismos que seja divisível por 2, deve-se encontrar o número par que vem imediatamente antes de 9999, ou seja, 9998.

b) O maior número de quatro algarismos é 9999. Considerando a sequência dos números em ordem decrescente a partir do número 9999, o maior número de quatro algarismos que é divisível por 5 será o primeiro número cujo último algarismo seja 5, ou seja, 9995.

c) O maior número de quatro algarismos é 9999. Considerando a sequência dos números em ordem decrescente a partir do número 9999, o maior número de quatro algarismos que é divisível por 6 será o primeiro número par divisível por 3 menor que 9999. O número 9998 não é divisível por 3 (9 + 9 + 9 + 8 = = 35, e 35 não é divisível por 3). O próximo número par é 9996, que é divisível por 3 (9 + 9 + 9 + 6 = 33, e 33 é divisível por 3). Logo, o maior número de quatro algarismos divisível por 6 é 9996.

d) O maior número de quatro algarismos é 9999 e esse número é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos é divisível por 9 (9 + 9 + 9 + 9 = 36).

15. Não é possível embalar todas as meias em pacotes econômicos porque a quantidade total de pares de meias, 35 · 5 + 40 · 10 = = 575, é ímpar, e os pacotes econômicos só admitem quantidade par (10) de pares de meias.

16. Alternativas **a**, **d**, **e** e **f**.

Podem ser sacados apenas valores múltiplos de 50. Os valores que preenchem esse requisito são R$ 100,00, R$ 200,00, R$ 250,00 e R$ 400,00.

PÁGINA 117 – DIVERSIFICANDO

1. Exemplos de números divisíveis por 2 e por 4 que não são divisíveis por 8.

- O número 4 é par e, portanto, é divisível por 2; além disso, é divisível por 4. Porém, não é divisível por 8.
- O número 20:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ \cline{2-2} -\underline{20} & 10 \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 4 \\ \cline{2-2} -\underline{20} & 5 \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 8 \\ \cline{2-2} -\underline{16} & 2 \\ 4 & \end{array}$$

Logo, 20 é divisível por 2 e por 4, mas não é divisível por 8.

- O número 28:

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ \underline{-2} & 14 \\ 08 & \\ \underline{-8} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \underline{-28} & 7 \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 28 & 8 \\ \underline{-24} & 3 \\ 4 & \end{array}$$

  Logo, 28 é divisível por 2 e por 4, mas não é divisível por 8.

- O número 36:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ \underline{-2} & 18 \\ 16 & \\ \underline{-16} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 4 \\ \underline{-36} & 9 \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 8 \\ \underline{-32} & 4 \\ 4 & \end{array}$$

  Logo, 36 é divisível por 2 e por 4, mas não é divisível por 8.

Seguindo esse raciocínio, algumas respostas possíveis são: 4, 20, 28, 36, 44, 52, 60, 68 e 76.

2. Paulo colocou adesivos em seu diário nas páginas cujo número é múltiplo de 3, ou seja, nas páginas 3, 6, 9, 12, 15, ...

Os múltiplos de 3 que estão entre 50 e 80 são: 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75 e 78.

Como Paulo colou um adesivo em cada página, e temos 10 páginas entre 50 e 80 cujos números são múltiplos de 3, então ele colou 10 adesivos entre essas páginas.

3. **a)** Possíveis multiplicações de dois fatores cujo produto é 45:

$1 \cdot 45 = 45$

$3 \cdot 15 = 45$

$5 \cdot 9 = 45$

Logo, D(45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45}.

b) Possíveis multiplicações de dois fatores cujo produto é 60:

$1 \cdot 60 = 60$

$2 \cdot 30 = 60$

$3 \cdot 20 = 60$

$4 \cdot 15 = 60$

$5 \cdot 12 = 60$

$6 \cdot 10 = 60$

Logo, D(60) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}.

c) Possíveis multiplicações de dois fatores cujo produto é 100:

$1 \cdot 100 = 100$

$2 \cdot 50 = 100$

$4 \cdot 25 = 100$

$5 \cdot 20 = 100$

$10 \cdot 10 = 100$

Logo, D(100) = {1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100}.

4. **a)** Não, pois 100 não é divisível por 6. Fazendo-se a divisão de 100 por 6, obtém-se 16 grupos de 6 balões e restam 4 balões cheios.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 6 \\ \underline{-6} & 16 \\ 40 & \\ \underline{-36} & \\ 4 & \end{array}$$

b) Como Helena não encheu todos os 106 balões, ainda restam 6 balões que podem ser enchidos.

Como $6 \cdot 16 = 96$, então o próximo múltiplo de 6 é 102, pois $96 + 6 = 102$.

Logo, Helena precisa encher mais 2 balões, ficando com 102 balões cheios para poder formar grupos de 6 balões, sem precisar estourar nenhum balão.

5. **a)** O menor número natural de seis algarismos é 100 000. Como os algarismos devem ser distintos, o algarismo que deve ocupar a ordem das dezenas de milhar será o 0, pois é o menor possível. O algarismo que deve ocupar a ordem das unidades de milhar será o 2, pois já utilizamos os algarismos 0 e 1. Seguindo esse raciocínio, o menor número natural de seis algarismos distintos é o 102 345. Como esse número termina em 5, ele é múltiplo de 5. Logo, Carlos escreveu o número 102 345.

b) O maior número natural de seis algarismos é 999 999. Como se quer o maior número de seis algarismos divisível por 4, deve-se observar se os dois últimos algarismos formam um número divisível por 4. Considerando a sequência dos números em ordem decrescente a partir do número 999 999, temos: 999 999, 999 998, 999 997, 999 996, 999 995, ... Assim, 99 não é divisível por 4, 98 não é divisível por 4, 97 não é divisível por 4, e 96 é divisível por 4. Logo, Fernanda pensou no número 999 996.

c) A sequência dos múltiplos de 11, com exceção do zero, pode ser representada por:

M(11) = {11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, ...}

O menor número natural não nulo, múltiplo de 11 e divisível por 4 ao mesmo tempo é 44 ($44 : 11 = 4$ e $11 \cdot 4 = 44$). Logo, Adelaide pensou no número 44.

6. Sequência dos múltiplos de 13:

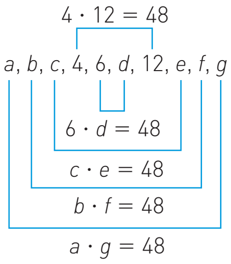
M(13) = {0, 13, 26, 39, 52, 65, ...}

Deve-se encontrar o menor número dessa sequência que satisfaça as três condições dadas.

- O número 0 é par e, portanto, não satisfaz uma das condições.
- O número 13 não é divisível por 3, pois $1 + 3 = 4$, e 4 não é divisível por 3.
- O número 26 é par e, portanto, não satisfaz uma das condições.
- O número 39 é divisível por 3, pois $3 + 9 = 12$, e 12 é divisível por 3.

Logo, Marcos tem 39 anos, pois 39 é o menor número que satisfaz as três condições.

7. Como os divisores naturais estão em ordem crescente, apresentam uma regularidade.



Para determinar os valores de *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* e *g*, escreve-se todas as multiplicações de dois números naturais cujo resultado é 48:

$1 \cdot 48 = 48$

$2 \cdot 24 = 48$

$3 \cdot 16 = 48$

$4 \cdot 12 = 48$

$6 \cdot 8 = 48$

Organiza-se esses fatores em ordem crescente:

$a = 1$; $b = 2$; $c = 3$; $d = 8$; $e = 16$; $f = 24$; $g = 48$.

8. Para resolver essa atividade, pode-se substituir o ■ por um número de um único algarismo (0 a 9) e observar o resultado.

$4 \cdot 506 = 2024$

$4 \cdot 516 = 2064$

$4 \cdot 526 = 2104$

$4 \cdot 536 = 2144$

$4 \cdot 546 = 2184$

$4 \cdot 556 = 2224$

$4 \cdot 566 = 2264$

$4 \cdot 576 = 2304$

$4 \cdot 586 = 2344$

$4 \cdot 596 = 2384$

a) Para que o resultado da multiplicação seja divisível por 3, a soma de seus algarismos deve ser divisível por 3, portanto:

$2 + 0 + 2 + 4 = 8$

$2 + 0 + 6 + 4 = 12$

$2 + 1 + 0 + 4 = 7$

$2 + 1 + 4 + 4 = 11$

$2 + 1 + 8 + 4 = 15$

$2 + 2 + 2 + 4 = 10$

$2 + 2 + 6 + 4 = 14$

$2 + 3 + 0 + 4 = 9$

$2 + 3 + 4 + 4 = 13$

$2 + 3 + 8 + 4 = 17$

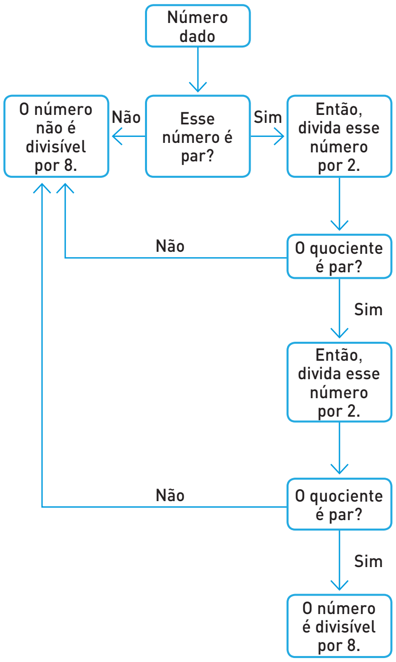
Logo, os resultados 2 064, 2 184 e 2 304 são divisíveis por 3, ou seja, os algarismos que podem ser colocados no lugar de ■ são 1, 4 ou 7.

b) Para que o resultado da multiplicação seja múltiplo de 6, ele deve ser divisível por 2 e por 3. Como os resultados 2 064, 2 184 e 2 304 são pares e divisíveis por 3 (como visto no item **a**), eles são múltiplos de 6. Logo, os algarismos que podem ser colocados no lugar de ■ são 1, 4 ou 7.

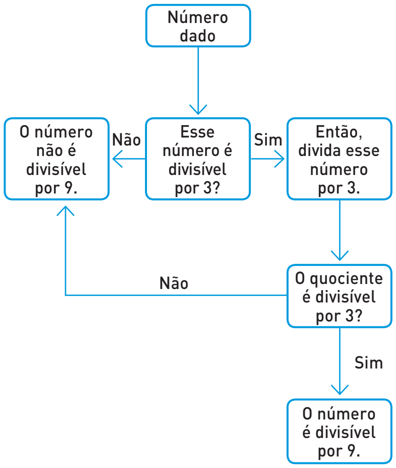
c) Para que o resultado da multiplicação seja múltiplo de 9, a soma de seus algarismos deve ser divisível por 9, e o resultado 2304 obedece a essa regra. Portanto, o algarismo que pode ser colocado no lugar de ■ para que o resultado da multiplicação seja múltiplo de 9 é 7.

d) Qualquer algarismo (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9) pode ser utilizado no lugar de ■, pois o número 4 é um dos fatores da multiplicação e, consequentemente, o produto sempre será divisível por 4.

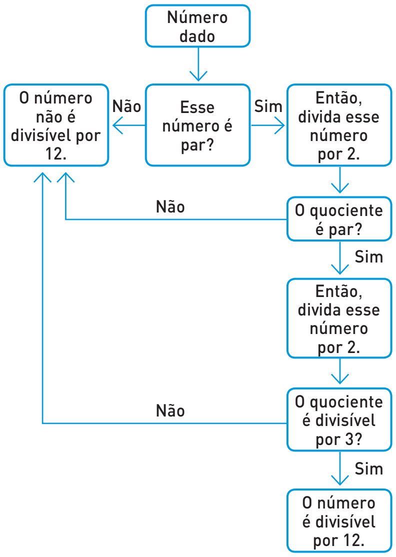
9. a) Considerando que $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, então pode-se fazer o esquema:



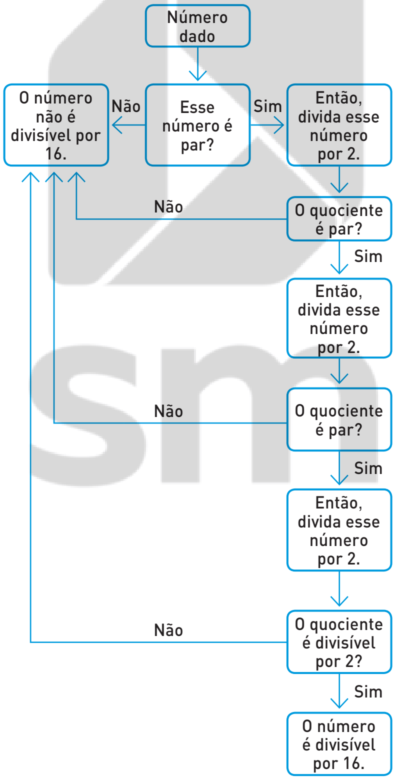
b) Considerando que $9 = 3 \cdot 3$, então pode-se fazer o esquema:



c) Considerando que $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, então pode-se fazer o esquema:



d) Considerando que $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, então pode-se fazer o esquema:



CAPÍTULO 2 – NÚMEROS PRIMOS

PÁGINA 122 – ATIVIDADES

1. Dez primeiros números primos em ordem crescente: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29.

2. a)
- 47 não é divisível por 2, pois é um número ímpar.
- 47 não é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos $(4 + 7 = 11)$ não é divisível por 3.
- 47 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.
- 47 não é divisível por 7, pois $47 : 7 = 6$ e resto 5.

Como nenhuma dessas divisões é exata e o quociente 6 é menor que o divisor 7, 47 é um número primo.

b)
- 79 não é divisível por 2, pois é um número ímpar.
- 79 não é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos $(7 + 9 = 16)$ não é divisível por 3.
- 79 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.
- 79 não é divisível por 7, pois $79 : 7 = 11$ e resto 2.
- 79 não é divisível por 11, pois $79 : 11 = 7$ e resto 2.

Como nenhuma dessas divisões é exata e o quociente 7 é menor que o divisor 11, 79 é um número primo.

c)
- 91 não é divisível por 2, pois é um número ímpar.
- 91 não é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos $(9 + 1 = 10)$ não é divisível por 3.
- 91 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.
- 91 é divisível por 7, pois $91 : 7 = 13$.

Como a última divisão acima é exata, 91 é um número composto.

d)
- 101 não é divisível por 2, pois é um número ímpar.
- 101 não é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos $(1 + 0 + 1 = 2)$ não é divisível por 3.
- 101 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.
- 101 não é divisível por 7, pois $101 : 7 = 14$ e resto 3.
- 101 não é divisível por 11, pois $101 : 11 = 9$ e o resto 2.

Como nenhuma dessas divisões é exata e o quociente 9 é menor que o divisor 11, 101 é um número primo.

e) 122 é divisível por 2, pois é um número par, logo 102 é um número composto.

f)
- 169 não é divisível por 2, pois é um número ímpar.
- 169 não é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos $(1 + 6 + 9 = 16)$ não é divisível por 3.
- 169 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.
- 169 não é divisível por 7, pois $169 : 7 = 24$ e resto 1.
- 169 não é divisível por 11, pois $169 : 11 = 15$ e resto 4.
- 169 é divisível por 13, pois $169 : 13 = 13$.

Como a divisão acima é exata, 169 é um número composto.

3. a)

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$.

b) $$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

c) $$\begin{array}{r|l} 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $44 = 2 \cdot 2 \cdot 11$.

d) $$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

e) $$\begin{array}{r|l} 82 & 2 \\ 41 & 41 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $82 = 2 \cdot 41$.

f) $$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$.

g) $$\begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$.

h) $$\begin{array}{r|l} 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$.

4. a) $$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, o menor fator primo de 15 é 3.

b) $$\begin{array}{r|l} 2\,431 & 11 \\ 221 & 13 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, o maior fator primo de 2 431 é 17.

c) $$\begin{array}{r|l} 67 & 67 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, o menor fator primo de 67 é o próprio 67, pois 67 é um número primo.

d) $$\begin{array}{r|l} 2\,990 & 2 \\ 1\,495 & 5 \\ 299 & 13 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, o maior fator primo de 2 990 é 23.

5. a) $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$

b) $3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 693$

c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 23 = 4\,600$

d) $13 \cdot 17 \cdot 17 = 3\,757$

e) $19 \cdot 19 \cdot 5 = 1\,805$

f) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 6\,125$

g) $2 \cdot 2 \cdot 43 = 172$

h) $2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 29 = 1\,914$

i) $5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 31 = 11\,935$

j) $2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 37 = 3\,626$

6. Considerando a sequência dos números em ordem decrescente a partir de 99, vamos analisar cada caso.

a)
- 99 não é divisível por 8, pois $99 : 8 = 12$ e resto 3.
- 98 não é divisível por 8, pois $98 : 8 = 12$ e resto 2.
- 97 não é divisível por 8, pois $97 : 8 = 12$ e resto 1.
- 96 é divisível por 8, pois $96 : 8 = 12$.

Portanto, o maior número natural menor que 100 e divisível por 8 é 96.

b)
- 99 é divisível por 9, pois $99 : 9 = 11$.

Portanto, o maior número natural menor que 100 e divisível por 9 é 99.

c) Para que o número seja divisível por 5, é necessário que termine em 0 ou em 5. Para que seja divisível por 6, é necessário que ele seja par e divisível por 3. Dessa forma, o número que atende às condições do problema é o número 90.

d) Para que o número seja divisível por 5, é necessário que termine em 0 ou em 5. Para que seja divisível por 9, a soma dos algarismos do número deve ser um número divisível por 9. Dessa forma, o número que atende às condições do problema é o número 90.

7. Para termos a representação geométrica do painel, a quantidade de quadrados na base do retângulo multiplicada pela quantidade de quadrados na sua altura deve ser 18. Fatorando 18, obtemos $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$. Então, 18 pode ser escrito como:

$$1 \cdot 18 = 18$$
$$2 \cdot 9 = 18$$
$$3 \cdot 6 = 18$$

Assim, Bruna pode fazer 3 tipos de disposição retangular diferentes.

PÁGINA 123 – DIVERSIFICANDO

1. Uma possível organização dos números de 0 a 100 no quadro é:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

Os números 0 e 1, por definição, não são primos nem compostos. Os números primos são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, e os demais números são compostos.

2.
- $$\begin{array}{r|l} 310 & 2 \\ 155 & 5 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array} \qquad 310 = 2 \cdot 5 \cdot 31$$
- $$\begin{array}{r|l} 311 & 311 \\ 1 & \end{array} \qquad 311 = 1 \cdot 311$$
- $$\begin{array}{r|l} 312 & 2 \\ 156 & 2 \\ 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad 312 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$$
- $$\begin{array}{r|l} 313 & 313 \\ 1 & \end{array} \qquad 313 = 1 \cdot 313$$

Logo, os números 311 e 313 são números primos, pois cada um deles tem como fatores apenas o número 1 e ele mesmo.

3. Como os avós de Ana têm menos de 100 anos, vamos considerar a sequência dos números primos menores que 100:

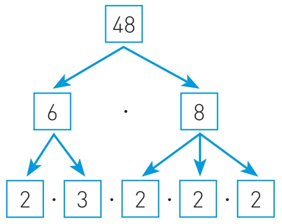
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Como a soma das idades dos avós de Ana ultrapassa 100 anos, vamos considerar a sequência numérica em ordem decrescente e efetuar a adição de dois números primos consecutivos:

$$97 + 89 = 186$$
$$89 + 83 = 172$$

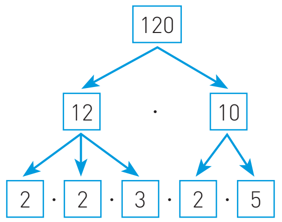
Logo, as idades dos avós da Ana são 89 e 83 anos. Como a avó é a mais velha, ela tem 89 anos e o avô, 83 anos.

4. a)



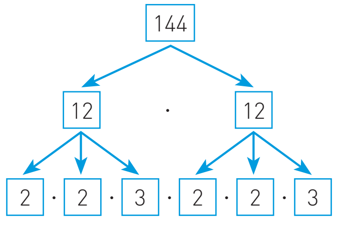
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

b)



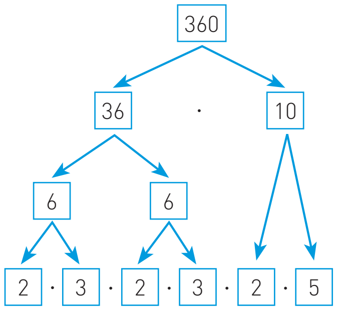
$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

c)



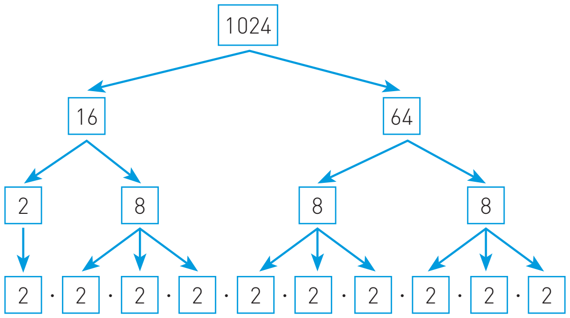
$144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

d)



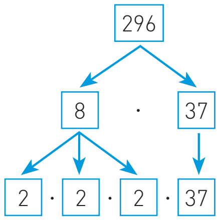
$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

e)



$1024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

f)



$296 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 37$

5. Resposta pessoal.
6. Resposta possível: Não precisamos excluir os múltiplos de 4 ou de 6, pois eles são automaticamente excluídos quando eliminamos os números pares (múltiplos de 2).

   Outra maneira de responder: Porque os múltiplos de 4 também são múltiplos de 2, e os múltiplos de 6 são múltiplos de 2 e de 3, e já foram excluídos anteriormente.
7. - Decomposição de 360:

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$, logo ★ = 3.

   - Decomposição de 324:

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$324 = 2^2 \cdot 3^4$, logo ♦ = 4.

8. a) Agrupando de três em três algarismos, o código é composto pelos números:

071	011	029	002	013	011	037	023	107
S	E	J	A	F	E	L	I	Z

Logo, a mensagem é: Seja feliz.

   b) Resposta pessoal.

   c) No código criado por Letícia e Felipe, os números primos estão organizados em ordem crescente. Se existissem mais três letras no nosso alfabeto, elas deveriam vir depois da letra Z e seriam representadas pelos números 109, 113 e 127.
9. Respostas possíveis: 11 e 13, 17 e 19, 29 e 31, 41 e 43.

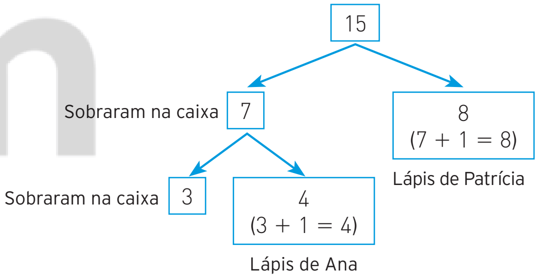
PÁGINA 124 – RESOLVENDO PROBLEMAS

COMPREENSÃO DO PROBLEMA

1. Como são duas pessoas, os lápis deveriam ter sido distribuídos em dois grupos.
2. Ao chegar em casa, Patrícia dividiu os lápis da caixa em dois grupos com a mesma quantidade e sobrou um lápis. Ela guardou para si um dos grupos e o lápis que sobrou, e o outro grupo ela colocou de volta na caixa.
3. Ao chegar em casa, Ana não sabia que Patrícia já tinha pegado parte dos lápis da caixa e dividiu os lápis em dois grupos com a mesma quantidade, e sobrou um lápis. Ela guardou para si um dos grupos e o lápis que sobrou, e o outro grupo ela colocou de volta na caixa.
4. As meninas não retiraram a mesma quantidade de lápis da caixa, pois Patrícia retirou parte dos lápis antes de Ana, sem que ela soubesse, isto é, a partilha não foi realizada no mesmo momento. Isso fez com que a caixa tivesse quantidades diferentes a cada retirada.

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

1. Havia 3 lápis na caixa.
2. Quando Ana dividiu os lápis em dois grupos, sobrou um lápis. Ela pegou um dos grupos, adicionou o lápis que sobrou e devolveu o outro grupo. Sabendo que sobraram 3 lápis na caixa, podemos concluir que Ana ficou com 4 lápis ($3 + 1 = 4$). Assim, havia 7 lápis na caixa quando Ana chegou em casa: os 3 da caixa mais os 4 que ela pegou.
3. Patrícia guardou para si 8 lápis antes de a irmã chegar em casa: os 7 da divisão e mais 1 que sobrou.
4. Havia 15 lápis na caixa que o pai das meninas comprou: os 7 que ficaram na caixa mais os 8 que Patrícia guardou para si ($7 + 8 = 15$).
5. Resposta pessoal. Um esquema possível é:



REFLEXÃO SOBRE O PROBLEMA

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Respostas pessoais.

MAIS PROBLEMAS

1. a) Para resolver esse problema, pode-se iniciar pela quantidade de competidores que chegaram em uma das portas finais: se dois competidores chegaram na final pela mesma porta, significa que eles estavam em três: os dois e mais o guarda da 4ª etapa. Seguindo o mesmo raciocínio, na 3ª etapa, havia 7 pessoas: três que foram para uma porta, três que foram para a outra e mais o guarda da 3ª etapa. Na 2ª etapa, havia 15 pessoas: 7 para cada uma das duas portas da 3ª etapa e mais o guarda da 2ª etapa. Na 1ª etapa, havia 31 pessoas, 15 que foram para cada porta da 2ª etapa e mais o guarda da 1ª etapa. Assim, a equipe tinha 31 competidores na área de concentração no início do jogo. Portanto, o número total de participantes da equipe é 31:

$$16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$$

   b) Se na última etapa chegassem 3 competidores, teríamos

$$3 \cdot 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63$$

   Logo, a equipe teria 63 participantes.

2. Para solucionar esse problema, pode-se utilizar a estratégia de resolver de trás para a frente. Carmem finalizou a semana com 13 pontos. Na sexta, não ganhou nem perdeu nada. Na quinta, como ela ganhou 4 pontos, então tinha 4 pontos a menos, isto é, 9 pontos. Na quarta, como ela ganhou 1 ponto, então tinha 8 pontos antes disso. Na terça, como ela perdeu 5 pontos, então ela tinha 5 pontos a mais, isto é, tinha 13 pontos. Finalmente, na segunda, ela ganhou 3 pontos. Então, antes de ganhá-los, ela tinha 10 pontos.

PÁGINA 126 – ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Alternativa **c**.

- 1ª solução: Determinar os divisores de 120 e verificar quais deles são múltiplos de 6.

  D(120) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120}

  Entre os divisores de 120, são seis os múltiplos de 6: 6, 12, 24, 30, 60 e 120.

- 2ª solução: Determinar os múltiplos de 6 menores ou iguais a 120 e verificar quais deles são divisores de 120.

  M(6) = {0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114, 120, ...}

  Entre os múltiplos de 6, são seis os divisores de 120: 6, 12, 24, 30, 60 e 120, pois 120 é múltiplo de todos eles.

- 3ª solução: Determinar os múltiplos de 6 e os divisores de 120 e, em seguida, verificar quais números aparecem nos dois conjuntos.

  M(6) = {0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114, 120, ...}

  D(120) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 60, 120}

  Os números 6, 12, 24, 30, 60 e 120 aparecem nos dois conjuntos.

Portanto, existem seis números divisores de 120 que são múltiplos de 6.

2. Analisando a dica de Ana, o número de dois algarismos deve ser par e, também, múltiplo de 9. Então, podem ser os números 18, 36, 54, 72 e 90.

3. Resposta pessoal.

4. **a)** Para saber como é possível montar as cestas, precisamos encontrar os divisores dos números 24, 48 e 36:

D(24) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

D(48) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}

D(36) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}

Os divisores comuns a 24, 48 e 36 são: 1, 2, 3, 4, 6 e12. Portanto, podemos montar as cestas da seguinte maneira:

- 1 cesta com 24 peras, 48 maçãs e 36 laranjas;
- 2 cestas, cada uma com 12 peras, 24 maçãs e 18 laranjas;
- 3 cestas, cada uma com 8 peras, 16 maçãs e 12 laranjas;
- 4 cestas, cada uma com 6 peras, 12 maçãs e 9 laranjas;
- 6 cestas, cada uma com 4 peras, 8 maçãs e 6 laranjas;
- 12 cestas, cada uma com 2 peras, 4 maçãs e 3 laranjas.

b) De acordo com o item **a**, os divisores comuns de 24, 48 e 36 são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12. Portanto, o maior divisor comum desses números é 12.

Logo, Kátia poderá montar, no máximo, 12 cestas.

5. Porque os únicos fatores de um número primo são o 1 e o próprio número. Como 1 não é um número primo, não podemos decompor o número em mais de um fator primo.

6. Pela 3ª coluna, temos:

$$19 + 5 + 73 + 23 = 120$$

Logo:

- 1ª linha: $120 - (3 + 19 + 37) = 120 - 59 = 61$
- Diagonal: $120 - (3 + 31 + 73) = 120 - 107 = 13$
- 4ª coluna: $120 - (37 + 29 + 13) = 120 - 79 = 41$
- 2ª linha: $120 - (31 + 5 + 41) = 120 - 77 = 43$
- 1ª coluna: $120 - (3 + 43 + 67) = 120 - 113 = 7$
- 3ª linha: $120 - (7 + 73 + 29) = 120 - 109 = 11$
- 4ª linha: $120 - (67 + 23 + 13) = 120 - 103 = 17$

Portanto, o quadrado mágico fica assim:

3	61	19	37
43	31	5	41
7	11	73	29
67	17	23	13

Todos os números do quadrado mágico são primos.

7. Marta visita o avô a cada 6 dias e vai visitá-lo nos dias: 15 de abril, 21 de abril, 27 de abril, 3 de maio, 9 de maio e 15 de maio.

Gustavo visita o avô a cada 4 dias e vai visitá-lo nos dias: 15 de abril, 19 de abril, 23 de abril, 27 de abril, 1º de maio, 5 de maio, 9 de maio e 13 de maio.

Logo, Marta e Gustavo poderão se encontrar novamente nos dias 27 de abril e 9 de maio.

8. **a)** Fazendo a fatoração de 110, temos:

$$\begin{array}{r|l} 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$

Como 110 tem três fatores primos, concluímos que Rosa tem 3 filhos.

b) Como a idade de cada um dos filhos corresponde a um número primo, concluímos que a idade de cada um deles é 2, 5 e 11 anos.

9. Alternativa **e**.

a) $10 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 30 + 14 = 44$

Logo, a alternativa **a** é falsa.

b) A quantidade de cestas de 2 pontos pode ser um número ímpar; por exemplo, 23 cestas de 2 pontos e 2 cestas de 3 pontos ($23 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 52$).

Logo, a alternativa **b** é falsa.

c) A quantidade de cestas de 3 pontos deve ser um número par, para que o número de pontos restantes seja divisível por 2. Logo, a alternativa **c** é falsa.

d) 52 : 3 = 17 e resto 1

Logo, a alternativa **d** é falsa.

e) A quantidade de cestas de 3 pontos deve ser um número par, para que o número de pontos restantes seja divisível por 2. Logo, a alternativa **e** é verdadeira.

10. Alternativa **d**.

Os cinco números da sequência 01234 se repetem a cada bloco de 5 em 5 posições. Assim, para descobrir qual dos cinco números vai ocupar a 1 024ª posição, basta observar o resto da divisão de 1 024 por 5:

- se o resto for 0, retorna o número 4;
- se o resto for 1, retorna o número 0;
- se o resto for 2, retorna o número 1;
- se o resto for 3, retorna o número 2;
- se o resto for 4, retorna o número 3.

Assim, temos:

$$\begin{array}{rr|l} & 1024 & 5 \\ \cline{3-3} - & 1020 & 204 \\ \cline{2-2} & 4 & \end{array}$$

Ou seja, o 1 024º caractere será o número 3.

11. As árvores serão plantadas de 8 em 8 metros desde o início da rua. Então, as árvores serão plantadas nas posições 0, 8, 16, 24, 32, ... (que correspondem à sequência dos múltiplos de 8).

Os postes serão instalados de 6 em 6 metros desde o início da rua. Então, os postes serão instalados nas posições 0, 6, 12, 18, 24, 30, ... (que correspondem à sequência dos múltiplos de 6).

Portanto, em 24 metros serão colocados o poste e a árvore frente a frente novamente.

12. **a)** D(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

D(13) = {1, 13}

D(14) = {1, 2, 7, 14}

D(15) = {1, 3, 5, 15}

D(16) = {1, 2, 4, 8, 16}

D(17) = {1, 17}

D(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}

D(19) = {1, 19}

D(20) = {1, 2, 4, 5, 10, 20}

b) Os números primos são aqueles que são divisíveis apenas por dois divisores naturais diferentes: o 1 e ele mesmo. Logo, os números primos dessa sequência são 13, 17 e 19.

UNIDADE 4 – LOCALIZAÇÃO, SEMELHANÇA E CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

CAPÍTULO 1 – COORDENADAS

PÁGINA 132 – ATIVIDADES

1. a) Resposta possível: Em ambas há uma coordenada que localiza algo.

   b) Resposta possível: Em ambas há duas coordenadas que localizam algo.

2. a) O trapézio está localizado na coluna G e linha 8, portanto na posição G8.

   b) Na coluna E e linha 2 está localizado o quadrado.

   c) O hexágono está localizado na coluna F e linha 5, portanto na posição F5.

   d) A figura localizada na coluna A e linha 1 é um triângulo. Essa figura tem 3 lados.

   e) O círculo está localizado na coluna C e linha 6, portanto na posição C6.

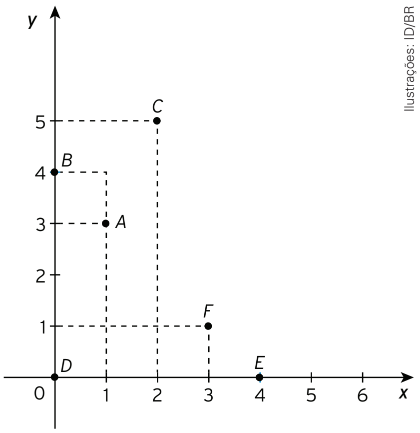
   f) A figura que possui 5 lados é o pentágono, localizado na coluna B e linha 4, portanto na posição B4.

PÁGINA 136 – ATIVIDADES

3. a) *A*(3, 0), *B*(1, 8), *C*(4, 5), *D*(6, 4), *E*(2, 3), *F*(8, 1), *G*(0, 3), *H*(3, 2), *I*(5, 4), *J*(1, 1), *K*(4, 6), *L*(3, 3), *M*(2, 7), *N*(8, 4).

   b) *A* e *G* – (3, 0) e (0, 3), *B* e *F* – (1, 8) e (8, 1), *D* e *K* – (6, 4) e (4, 6), *E* e *H* – (2, 3) e (3, 2).

4.

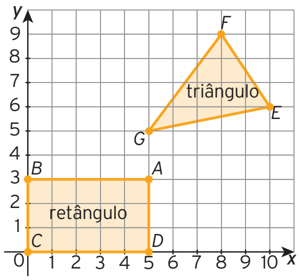


Ilustrações: ID/BR

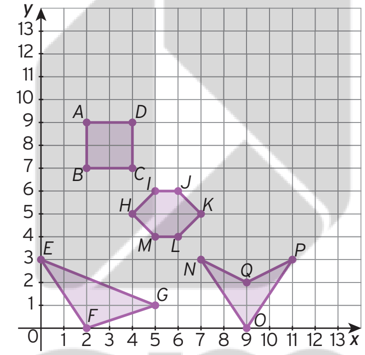
5. - Quadrilátero *ABCD*: *A*(0, 2), *B*(1, 4), *C*(2, 2) e *D*(1, 0); losango.
   - Quadrilátero *EFGH*: *E*(3, 4), *F*(3, 7), *G*(5, 7) e *H*(7, 4); trapézio.
   - Quadrilátero *IJKL*: *I*(6, 0), *J*(7, 2), *K*(9, 1) e *L*(7, 0); quadrilátero qualquer.

6. Desenha-se um plano cartesiano e localizam-se os pontos *A*(5, 3), *B*(0, 3), *C*(0, 0), *D*(5, 0), *E*(10, 6), *F*(8, 9) e *G*(5, 5). Com uma régua, traçam-se os segmentos:
   - $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$, formando um retângulo;
   - $\overline{EF}$, $\overline{FG}$ e $\overline{GE}$, formando um triângulo.

   Pintam-se e nomeiam-se as figuras formadas: retângulo e triângulo.



7. Desenha-se um plano cartesiano.
   - Para o item **a**, localizam-se os vértices *A*(2, 9), *B*(2, 7), *C*(4, 7) e *D*(4, 9) e constrói-se o quadrado *ABCD*.
   - Para o item **b**, localizam-se os pontos *E*(0, 3), *F*(2, 0) e *G*(5, 1) e constrói-se o triângulo *EFG*.
   - Para o item **c**, localizam-se os pontos *H*(4, 5), *I*(5, 6), *J*(6, 6), *K*(7, 5), *L*(6, 4) e *M*(5, 4) e constrói-se o hexágono *HIJKLM*.
   - Para o item **d**, localizam-se os pontos *N*(7, 3), *O*(9, 0), *P*(11, 3) e *Q*(9, 2) e constrói-se e o quadrilátero *NOPQ*.



8. a) O eixo das abscissas é o eixo horizontal e sobre esse eixo estão os pontos *F* e *O*. As ordenadas dos dois pontos são iguais a zero.

   b) *C*, *D* e *H*.

   c) *E*, *N* e *P*.

9. Resposta possível: O carrinho saiu do ponto (1, 2) e deslocou-se quatro unidades para a direita, chegando ao ponto (5, 2). Depois, girou um quarto de volta para a esquerda e seguiu por três unidades, chegando ao ponto (5, 5); girou um quarto de volta para a direita, deslocou-se duas unidades e chegou ao ponto (7, 5); girou um quarto de volta para a esquerda, seguiu por três unidades e chegou ao ponto (7, 8); girou um quarto de volta para a esquerda e percorreu quatro unidades, chegando ao ponto (3, 8).

PÁGINA 137 – DIVERSIFICANDO

1. a) Exemplo de percurso:

      I. Ande três unidades para o norte.
      II. Gire um quarto de volta à direita.
      III. Ande duas unidades para o leste.
      IV. Gire um quarto de volta à direita.
      V. Ande seis unidades para o sul.

   b) Nos mapas, a rosa dos ventos indica os pontos cardeais (norte, sul, leste e oeste), servindo para a orientação espacial.

2. a) O mirante está localizado na abscissa 2 e ordenada 7. Portanto, no ponto (2, 7).

   b) Resposta possível: Siga duas unidades para a direita até o ponto (2, 0), gire um quarto de volta para a esquerda e siga seis unidades até o ponto (2, 6); então gire um quarto de volta para a direita e siga uma unidade até o ponto (3, 6); gire um quarto de volta para a esquerda e siga uma unidade até o ponto (3, 7); gire um quarto de volta para a direita e siga cinco unidades até o ponto (8, 7); gire um quarto de volta para a direita e siga três unidades, chegando ao ponto (8, 4); gire um quarto de volta para a direita e siga uma unidade, chegando ao ponto (7, 4).

   c) Resposta possível: Saindo do ponto (2, 3), siga quatro unidades em direção ao mirante, chegando ao ponto (2, 7); gire um quarto de volta para a direita e siga seis unidades até o ponto (8, 7); gire um quarto de volta para a direita e siga duas unidades até o ponto (8, 5).

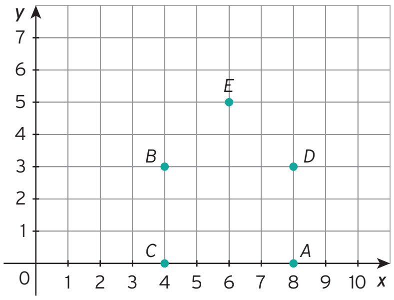
3. a)

(4, 2)	(1, 5)	(1, 3)	(3, 3)	(1, 2)	(6, 1)		
V	A	M	O	S			
(5, 5)	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 5)	(1, 5)	(6, 3)	(5, 1)
E	S	T	U	D	A	R	?

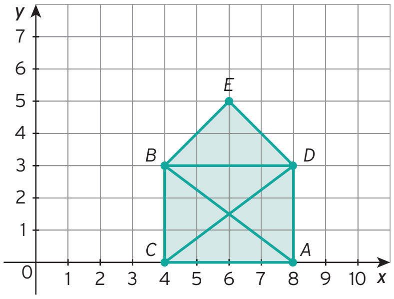
   Mensagem: VAMOS ESTUDAR?

   b) Resposta pessoal. Verifique se os estudantes compreenderam como escrever a mensagem utilizando a notação correta: o primeiro número indica a coluna, e o segundo, a linha.

4. a)



   b)



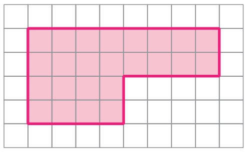
   c) Os triângulos que podem ser identificados pelos vértices são: *ABC*, *ACD*, *BDE*, *CBD* e *DBA*.

   d) Pentágono *ADEBC*. Os vértices são *A*, *D*, *E*, *B* e *C*.

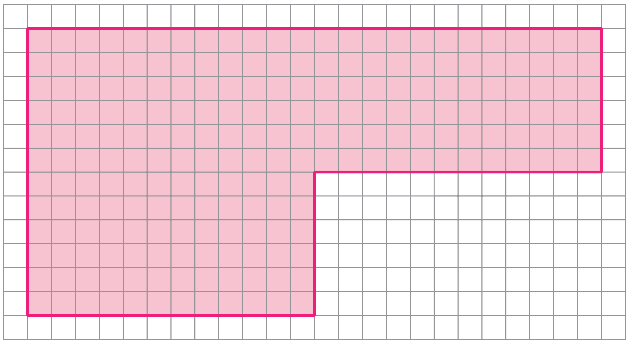
CAPÍTULO 2 – SEMELHANÇA

PÁGINA 141 – ATIVIDADES

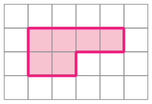
1.



a)



b)



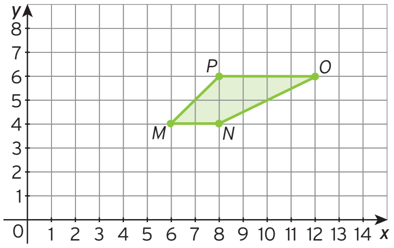
2. Comparando os polígonos A e B, percebe-se que eles são semelhantes, pois as medidas dos ângulos correspondentes são iguais e as medidas dos lados correspondentes são proporcionais, ou seja, ao dividir as medidas dos lados do polígono A pelas medidas correspondentes do polígono B, obtém-se sempre o mesmo valor, ou seja, 2.

   Comparando os polígonos B e C, conclui-se que eles não são semelhantes, pois, apesar de as medidas dos ângulos correspondentes serem iguais, as medidas dos lados correspondentes não são proporcionais, ou seja, ao dividir as medidas dos lados do polígono C pelas medidas correspondentes no polígono B, não se obtém sempre o mesmo valor.

   Comparando os polígonos A e C, conclui-se que eles não são semelhantes, pois, apesar de as medidas dos ângulos correspondentes serem iguais, as medidas dos lados correspondentes não são proporcionais, ou seja, ao dividir as medidas dos lados do polígono C pelas medidas correspondentes no polígono A, não se obtém sempre o mesmo valor.

PÁGINA 143 – ATIVIDADE

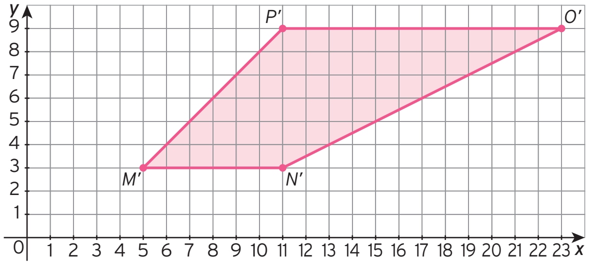
3. a) Inicialmente, constrói-se um plano cartesiano e localizam-se os pontos *M*(6, 4), *N*(8, 4), *O*(12, 6) e *P*(8, 6). Em seguida, constrói-se o quadrilátero *MNOP*.



Ilustrações: ID/BR

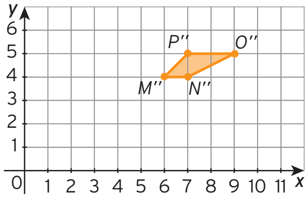
b) Sabe-se que *M'*(5, 3) e que o quadrilátero *M'N'O'P'* foi ampliado três vezes.

- Como o lado $\overline{MN}$ tem 2 unidades de medida, então o lado $\overline{M'N'}$ terá 6 unidades de medida, ou seja, ponto *N'*(11, 3).
- Como o lado $\overline{PN}$ tem 2 unidades de medida, então o lado $\overline{P'N'}$ terá 6 unidades de medida, ou seja, ponto *P'*(11, 9).
- Como o lado $\overline{PO}$ com 4 unidades de medida, então o lado $\overline{P'O'}$ terá 12 unidades de medida, ou seja, ponto *O'*(23, 9).

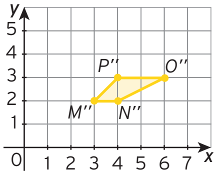


Logo, as coordenadas dos vértices são: *N'*(11, 3), *O'*(23, 9) e *P'*(11, 9).

c) Resposta possível: Supondo *M"*(6, 4) e fazendo a redução no plano cartesiano, os demais pontos serão: *N"*(7, 4), *O"*(9, 5) e *P"*(7, 5).

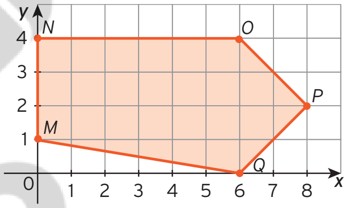


Outra resolução possível é dividir por 2 todas as coordenadas do quadrilátero original, obtendo: *M"*(3, 2), *N"*(4, 2), *O"*(6, 3) e *P"*(4, 3).



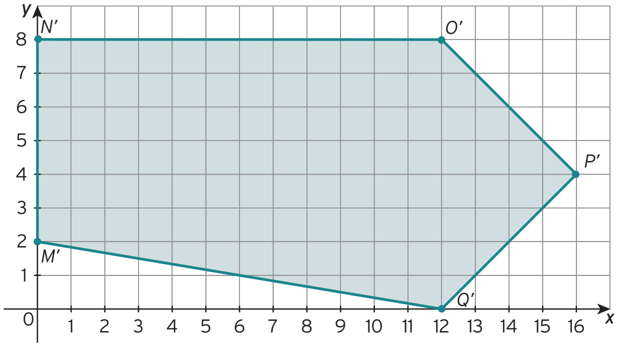
PÁGINA 145 – DIVERSIFICANDO

1. a)

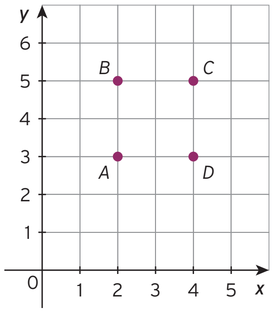


b) Considere inicialmente o ponto *M'*(0, 2). Deve-se ampliar esse pentágono em duas vezes. Assim, a medida de cada lado da figura ampliada deverá ser o dobro da medida de cada lado correspondente da figura original, e os ângulos correspondentes devem ser congruentes. Então:

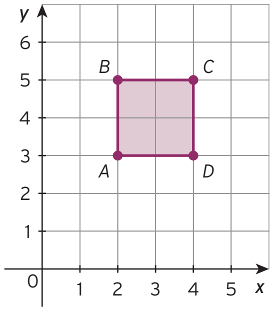
- Como o lado $\overline{MN}$ tem 3 unidades de medida, o lado $\overline{M'N'}$ terá 6 unidades. Assim, obtém-se o ponto *N'*(0, 8).
- Como o lado $\overline{NO}$ tem 6 unidades de medida, o lado $\overline{N'O'}$ terá 12 unidades. Assim, obtém-se o ponto *O'*(12, 8).
- Como o lado $\overline{OP}$ tem medida igual ao comprimento de 2 unidades de diagonal, o lado $\overline{O'P'}$ terá medida igual ao comprimento de 4 unidades de diagonal. Assim, obtém-se o ponto *P'*(16, 4).
- Como o lado $\overline{PQ}$ mede 2 unidades de diagonal, o lado $\overline{P'Q'}$ medirá 4 unidades de diagonal. Assim, obtém-se o ponto *Q'*(12, 0).



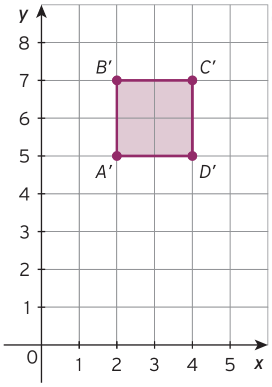
2. **a)**



b)



c) Deslocando-se o vértice *A* duas unidades para cima, os demais vértices deverão também ser deslocados 2 unidades para cima para que a figura reproduzida seja semelhante à original. Então, deve-se somar 2 unidades nas ordenadas de cada vértice. Assim, *A*'(2, 3 + 2), *B*'(2, 5 + 2), *C*'(4, 5 + 2) e *D*'(4, 3 + 2). Portanto, as coordenadas do quadrado *A*'*B*'*C*'*D*' serão *A*'(2, 5), *B*'(2, 7), *C*'(4, 7) e *D*'(4, 5).



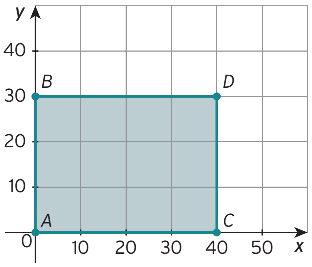
Ilustrações: ID/BR

3. **a)** Como a largura do campo de futebol representado tem 90 unidades (110 − 20 = 90), o comprimento terá 120 unidades (90 + 30 = 120). Para descobrir as coordenadas dos vértices que estão ocultos no desenho, deve-se somar 120 unidades a cada abscissa dos vértices conhecidos. Assim, os dois vértices que não aparecem no desenho terão as seguintes coordenadas:

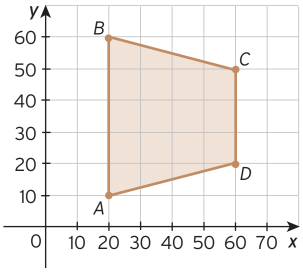
$$(30 + 120, 20) = (150, 20)$$

$$(30 + 120, 110) = (150, 110)$$

b) As dimensões da figura representada por Felipe são 90 unidades de largura e 120 unidades de comprimento. Como a nova figura terá suas medidas iguais a $\frac{1}{3}$ das medidas da figura de Felipe, sua largura medirá 30 unidades e seu comprimento medirá 40 unidades. Resposta possível:



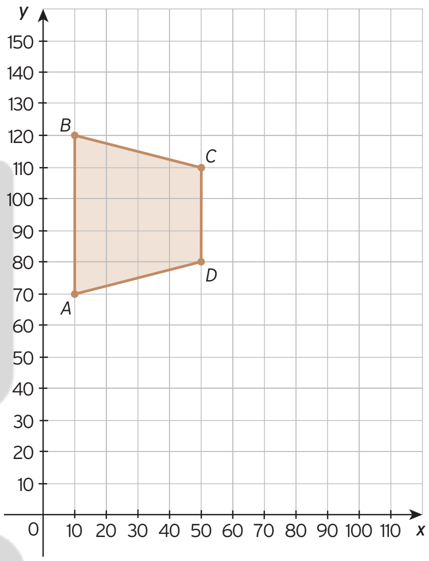
4. **a)**



b) Pode-se obter as coordenadas do trapézio *A*'*B*'*C*'*D*' realizando, para cada vértice, a mesma transformação de *A*(20, 10) para *A*'(10, 70), ou seja, subtrair 10 unidades da abscissa e adicionar 60 unidades à ordenada.

Assim:

- a partir de *B*(20, 60), obtém-se *B*'(20 − 10, 60 + 60) = *B*'(10, 120);
- a partir de *C*(60, 50), obtém-se *C*'(60 − 10, 50 + 60) = *C*'(50, 110);
- a partir de *D*(60, 20), obtém-se *D*'(60 − 10, 20 + 60) = *D*'(50, 80).



5. Luís. Comparando as medidas da figura original com as medidas das figuras de Fátima e de Luís, observa-se que Fátima ampliou a figura duas vezes, ou seja, todas as medidas da figura original foram duplicadas, enquanto Luís não fez uma ampliação, pois a altura do triângulo obtido por ele não é o dobro da altura do triângulo original. Além disso, todos os ângulos correspondentes permaneceram congruentes na figura de Fátima, o que não ocorre nos ângulos do triângulo da figura de Luís.

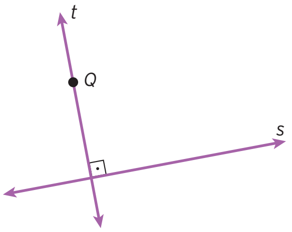
6. **a)** Resposta pessoal.
b) Resposta pessoal.
c) Resposta pessoal.
d) Resposta pessoal.

CAPÍTULO 3 – CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

PÁGINA 149 – ATIVIDADES

1. Resposta pessoal.

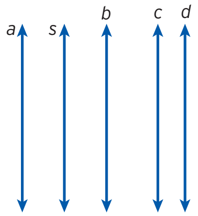
2. Com o auxílio de um par de esquadros ou de uma régua, obtém-se a figura a seguir:



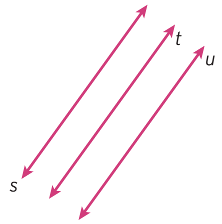
3. a) Resposta possível:

Ilustrações: ID/BR

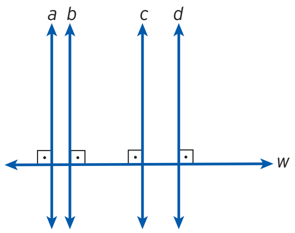
b) Resposta possível:



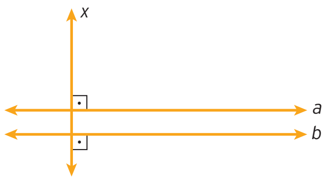
c) Resposta possível:



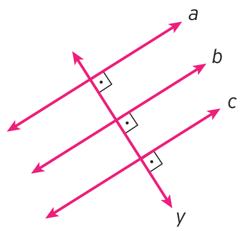
4. a) Resposta possível:



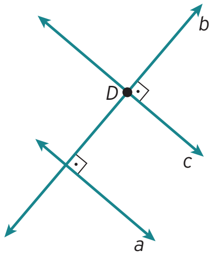
b) Resposta possível:



c) Resposta possível:

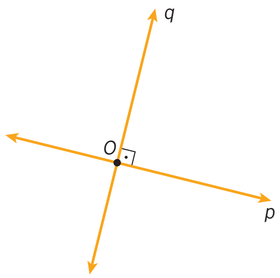


5. Resposta possível:



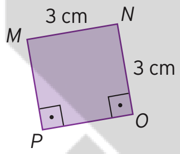
6. Utilizando o transferidor, pode-se verificar que as retas b e c formam quatro ângulos de 90°. Portanto, as retas b e c são perpendiculares.

7. Resposta possível:

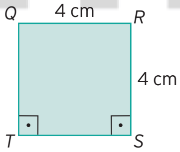


PÁGINA 151 – ATIVIDADES

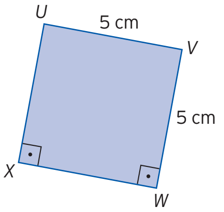
8. a) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{MN}$ com 3 cm de medida. Na extremidade N, traça-se um segmento perpendicular a $\overline{MN}$ com 3 cm de medida e marca-se o vértice O. Na extremidade M, traça-se um segmento perpendicular a $\overline{MN}$ com 3 cm de medida e marca-se o vértice P. Ao traçar o segmento $\overline{PO}$, obtém-se o quadrado $MNOP$, cujos lados medem 3 cm.



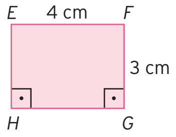
b) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{QR}$ com 4 cm de medida. Na extremidade R, traça-se um segmento perpendicular a $\overline{QR}$ com 4 cm de medida e marca-se o vértice S. Na extremidade Q, traça-se um segmento perpendicular a $\overline{QR}$ com 4 cm de medida e marca-se o vértice T. Ao traçar o segmento $\overline{TS}$, obtém-se o quadrado $QRST$, cujos lados medem 4 cm.



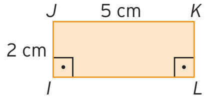
c) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{UV}$ com 5 cm de medida. Na extremidade V, traça-se um segmento perpendicular ao segmento $\overline{UV}$ com 5 cm de medida e marca-se o vértice W. Na extremidade U, traça-se um segmento perpendicular a $\overline{UV}$ com 5 cm de medida e marca-se o vértice X. Ao traçar o segmento $\overline{XW}$, obtém-se o quadrado $UVWX$, cujos lados medem 5 cm.



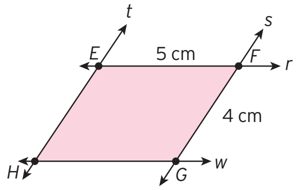
9. a) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{EF}$ com 4 cm de medida. Na extremidade F, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{EF}$ com 3 cm de medida e marca-se o vértice G. Na extremidade E, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{EF}$ com 3 cm de medida e marca-se o vértice H. Ao traçar o segmento $\overline{HG}$, obtém-se o retângulo $EFGH$.



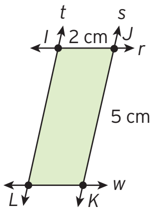
b) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{IJ}$ com 2 cm de medida. Na extremidade J, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{IJ}$ com 5 cm de medida e marca-se o vértice K. Na extremidade I, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{IJ}$ com 5 cm de medida e marca-se o vértice L. Ao traçar o segmento $\overline{LK}$, obtém-se o retângulo $IJKL$.



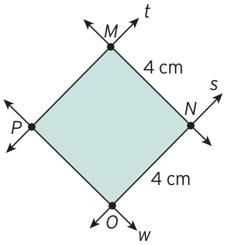
10. a) Resposta possível: Traça-se uma reta r e marcam-se os pontos E e F distintos; a medida de $\overline{EF}$ deve ser 5 cm. Em seguida, no ponto F, traça-se uma reta s concorrente e não perpendicular à reta r e, nela, marca-se o ponto G distinto de F; a medida de $\overline{FG}$ deve ser 4 cm. Traça-se uma reta t paralela à reta s passando pelo ponto E. Em seguida, traça-se uma reta w paralela à reta r passando pelo ponto G. A intersecção entre t e w é o ponto H. Obtém-se, assim, o paralelogramo $EFGH$.



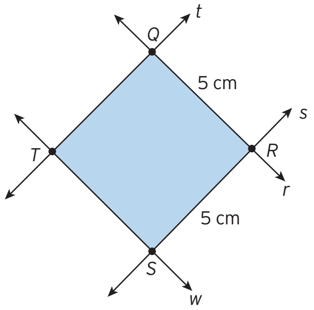
b) Resposta possível: Traça-se uma reta r e marcam-se os pontos I e J distintos; a medida de $\overline{IJ}$ deve ser 2 cm. Em seguida, no ponto J, traça-se uma reta s concorrente e não perpendicular à reta r e, nela, marca-se o ponto K distinto de J; a medida de $\overline{JK}$ deve ser 5 cm. Traça-se uma reta t paralela à reta s passando pelo ponto I. Então, traça-se uma reta w paralela à reta r passando pelo ponto K. A intersecção entre t e w é o ponto L. Obtém-se, assim, o paralelogramo $IJKL$.



11. a) Resposta possível: Traça-se uma reta r e marcam-se os pontos M e N distintos; a medida de $\overline{MN}$ deve ser 4 cm. Em seguida, no ponto N, traça-se uma reta s concorrente e não perpendicular à reta r e, nela, marca-se o ponto O distinto de N; a medida de $\overline{NO}$ deve ser 4 cm. Traça-se uma reta t paralela à reta s passando pelo ponto M e, em seguida, traça-se uma reta w paralela à reta r passando pelo ponto O. A intersecção entre t e w é o ponto P. Obtém-se, assim, o losango $MNOP$.

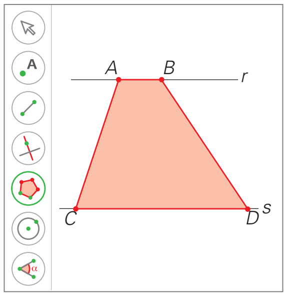


b) Resposta possível: Traça-se uma reta r e marcam-se os pontos Q e R distintos; a medida de $\overline{QR}$ deve ser 5 cm. Em seguida, no ponto R, traça-se uma reta s concorrente e não perpendicular à reta r e, nela, marca-se o ponto S distinto de R; a medida $\overline{RS}$ deve ser 5 cm. Traça-se uma reta t paralela à reta s passando pelo ponto Q e uma reta w paralela à reta r passando pelo ponto S. A intersecção entre t e w é o ponto T. Obtém-se, assim, o losango $QRST$.



PÁGINA 152 – ATIVIDADE

12. Resposta possível: Constrói-se uma reta r com a ferramenta *reta*, determinando os pontos A e B. Determina-se o ponto C não pertencente à reta r de modo que o segmento $\overline{AC}$ não seja perpendicular à reta r. Com a ferramenta *reta paralela*, constrói-se uma reta s passando por C, paralela à reta r. Com a ferramenta *ponto*, marca-se um ponto D, na reta s, distinto de C, de modo que o segmento $\overline{BD}$ não seja perpendicular à reta r. Com a ferramenta *polígono*, determina-se o trapézio $ABCD$.

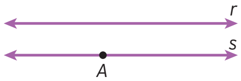


Ilustrações: ID/BR

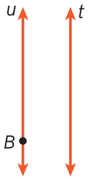
PÁGINA 153 – DIVERSIFICANDO

1. Respostas possíveis:

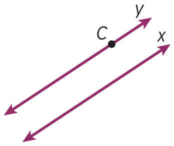
a)



b)

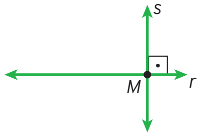


c)

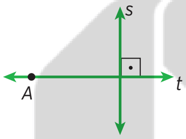


2. Respostas possíveis:

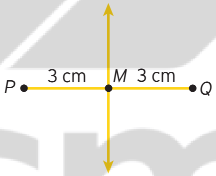
a)



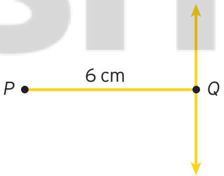
b)



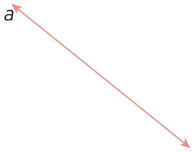
3. a) O ponto médio de $\overline{PQ}$ divide o segmento $\overline{PQ}$ em dois segmentos congruentes de medida igual à metade de $\overline{PQ}$.



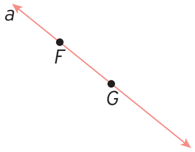
b) Resposta possível:



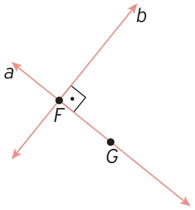
4. Respostas possíveis:



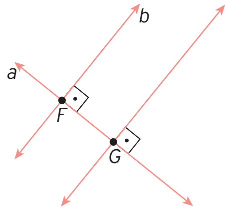
a)



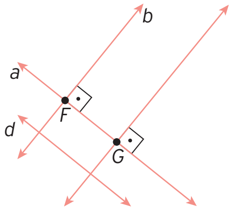
b)



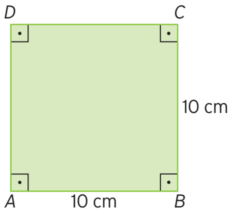
c)



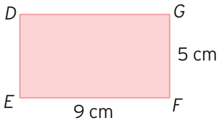
d)



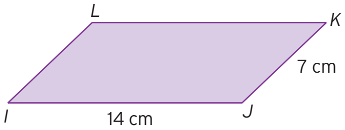
5. a) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{AB}$ com 10 cm de medida. Na extremidade B, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{AB}$ com 10 cm de medida e marca-se o vértice C. Na extremidade A, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{AB}$ com 10 cm de medida e marca-se o vértice D. Ao traçar o segmento $\overline{CD}$, obtém-se o quadrado $ABCD$.



b) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{EF}$ com 9 cm de medida. Na extremidade F, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{EF}$ com 5 cm de medida e marca-se o vértice G. Na extremidade E, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{EF}$ com 5 cm de medida e marca-se o vértice D. Ao traçar o segmento $\overline{DG}$, obtém-se o retângulo $DEFG$.

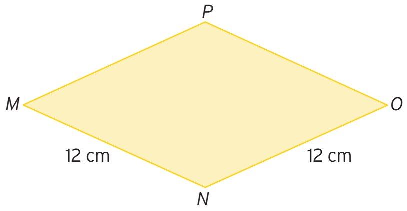


c) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{IJ}$ com 14 cm de medida. No ponto J, constrói-se um segmento que não seja perpendicular a $\overline{IJ}$ com 7 cm de medida e marca-se o vértice K. Na extremidade K, constrói-se um segmento paralelo a $\overline{IJ}$ com 14 cm de medida e marca-se o vértice L. Ao traçar o segmento $\overline{IL}$, obtém-se o paralelogramo $IJKL$.

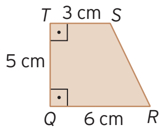


d) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{MN}$ com 12 cm de medida. Na extremidade N, constrói-se um segmento que não seja perpendicular a $\overline{MN}$ com

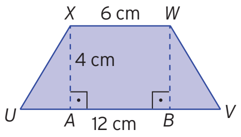
12 cm de medida e marca-se o vértice *O*. Na extremidade *O*, constrói-se um segmento paralelo a $\overline{MN}$ com 12 cm de medida e marca-se o vértice *P*. Ao traçar o segmento $\overline{MP}$, obtém-se o losango *MNOP*.



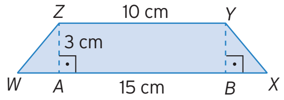
e) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{QR}$ com 6 cm de medida. Na extremidade *Q*, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{QR}$ com 5 cm de medida e marca-se o vértice *T*. Na extremidade *T*, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{QR}$ com 3 cm de medida e marca-se o vértice *S*. Ao traçar o segmento $\overline{RS}$, obtém-se o trapézio *QRST*.



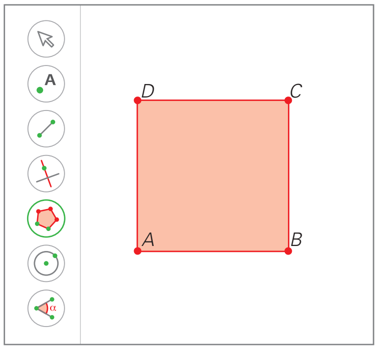
f) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{XW}$ com 6 cm de medida. Na extremidade *X*, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{XW}$ com 4 cm de medida e marca-se o ponto *A*. Na extremidade *W*, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{XW}$ com 4 cm de medida e marca-se o ponto *B*. Traça-se o segmento $\overline{AB}$ e prolonga-se a reta suporte de $\overline{AB}$ nas duas direções, marcando os pontos *U* e *V* não coincidentes e distintos de *A* e *B*, tal que $\overline{UV}$ meça 12 cm. Ao traçar os segmentos $\overline{UX}$ e $\overline{VW}$, obtém-se o trapézio *UVWX*.



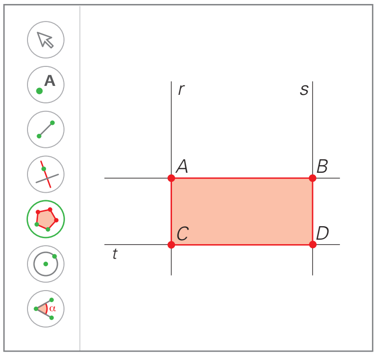
g) Resposta possível: Traça-se o segmento $\overline{ZY}$ com 10 cm de medida. Na extremidade *Z*, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{ZY}$ com 3 cm de medida e marca-se o ponto *A*. Na extremidade *Y*, constrói-se um segmento perpendicular a $\overline{ZY}$ com 3 cm de medida e marca-se o ponto *B*. Traça-se o segmento $\overline{AB}$ e prolonga-se a reta suporte de $\overline{AB}$ nas duas direções, marcando os pontos *W* e *X* não coincidentes e distintos de *A* e *B*, tal que $\overline{WX}$ meça 15 cm. Ao traçar os segmentos $\overline{WZ}$ e $\overline{YX}$, obtém-se o trapézio *WXYZ*.



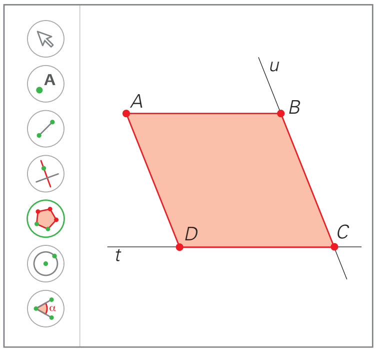
6. a) Resposta possível: Seleciona-se a ferramenta *polígono regular*. Marcam-se dois vértices e escolhe-se o número de vértices igual a 4, obtendo um quadrado.



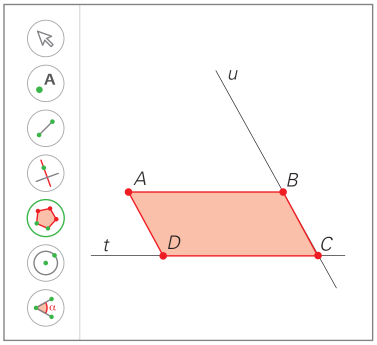
b) Resposta possível: Com a ferramenta *reta*, constrói-se uma reta que contém os pontos *A* e *B*. Com a ferramenta *reta perpendicular*, constroem-se duas retas *r* e *s* perpendiculares à reta $\overleftrightarrow{AB}$, sendo uma delas passando por *A* e a outra passando por *B*. Com a ferramenta *ponto*, constrói-se o ponto *C* em *r*. Passando por *C*, constrói-se uma reta *t* paralela à reta $\overleftrightarrow{AB}$ de maneira que a distância dos pontos *A* e *B* até a reta *t* seja diferente de $\overline{AB}$. Com a ferramenta *ponto em objeto*, marca-se o ponto de intersecção entre *s* e *t*, que é o vértice *D*. Com a ferramenta *polígono*, obtém-se o retângulo *ABDC*.



c) Resposta possível: Constrói-se um segmento $\overline{AB}$ com a ferramenta *segmento com comprimento fixo*. Na extremidade *A*, ainda com a mesma ferramenta, constrói-se um segmento congruente e não perpendicular a $\overline{AB}$ e marca-se o vértice *D*. Constrói-se, com a ferramenta *reta paralela*, uma reta *t* paralela à reta $\overleftrightarrow{AB}$ passando por *D* e uma reta *u* paralela à reta $\overleftrightarrow{AD}$ passando por *B*. Marca-se, com a ferramenta *ponto em objeto*, o ponto de intersecção das retas *t* e *u*, determinando o vértice *C* do losango *ABCD*. Com a ferramenta *polígono*, obtém-se o losango.

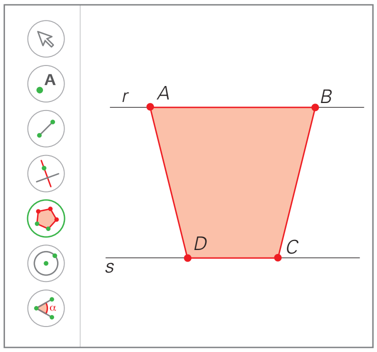


d) Resposta possível: Constrói-se um segmento $\overline{AB}$ com a ferramenta *segmento*. Na extremidade *A*, ainda com a mesma ferramenta, constrói-se um segmento que não seja congruente nem perpendicular a $\overline{AB}$ e marca-se o vértice *D*. Constrói-se, com a ferramenta *reta paralela*, uma reta *t* paralela ao segmento $\overline{AB}$ passando por *D* e uma reta *u* paralela à reta $\overleftrightarrow{AD}$ passando por *B*. Marca-se, com a ferramenta *ponto em objeto*, o ponto de intersecção das retas *t* e *u*, determinando o vértice *C* do paralelogramo *ABCD*. Com a ferramenta *polígono*, obtém-se o paralelogramo.

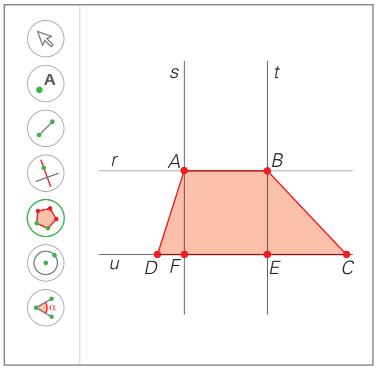


Ilustrações: ID/BR

e) Resposta possível: Constrói-se uma reta *r* com a ferramenta *reta*, determinando os pontos *A* e *B*. Na extremidade *A*, com a ferramenta *segmento com comprimento fixo*, constrói-se o segmento $\overline{AD}$, determinando sua medida. Com a ferramenta *reta paralela*, traça-se uma reta *s* paralela à reta *r* passando por *D*. Com a ferramenta *segmento com comprimento fixo*, constrói-se o segmento $\overline{BC}$ congruente ao segmento $\overline{AD}$ tal que *C* pertença à reta *s* e os segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ não sejam paralelos. Com a ferramenta *polígono*, obtém-se o trapézio isósceles *ABCD*.



f) Resposta possível: Constrói-se uma reta *r* com a ferramenta *reta*, determinando os pontos *A* e *B*. Constrói-se, com a ferramenta *reta perpendicular*, uma reta *s*, passando por *A* e perpendicular à reta *r*, e uma reta *t*, passando por *B* e perpendicular à reta *r*. Traça-se, com a ferramenta *reta paralela*, uma reta *u* paralela à reta *r*. Com a ferramenta *ponto em objeto*, marcam-se o ponto *E* na intersecção das retas *t* e *u* e o ponto *F* na intersecção das retas *s* e *u*. Com a ferramenta *ponto em objeto*, determinam-se os vértices *C* e *D*, tal que $\overline{CF}$ e $\overline{DE}$ não sejam congruentes e sejam maiores que $\overline{EF}$. Com a ferramenta *polígono*, obtém-se o trapézio escaleno *ABCD*.



PÁGINA 154 – AMPLIANDO HORIZONTES

PARA REFLETIR

1. Resposta pessoal.
2. **a)** Respostas pessoais.
   b) Resposta pessoal.
   c) Resposta pessoal.
3. Respostas pessoais.

PÁGINA 156 – INVESTIGAR

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

1. Resposta pessoal. Não se espera que os grupos A e B relatem tudo o que encontraram sobre o assunto, mas que apenas introduzam as respostas, uma vez que a apresentação completa se dará na exposição oral a ser realizada.
2. Resposta pessoal. Utilizar fontes de informação confiáveis em uma pesquisa é fundamental para garantir a veracidade e a qualidade da pesquisa em questão. Informações confiáveis são provenientes de fontes idôneas e podem ser utilizadas como base para a tomada de decisões.
3. Resposta pessoal.

PÁGINA 158 – ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Alternativa **a**.

   As colunas são representadas por letras, e as linhas, por números. O ponto que indica a localização da Estação Ciência encontra-se na coluna C e na linha 3.

2. Alternativa **d**.

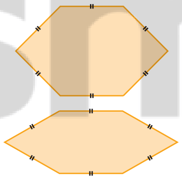
   A coordenada (5, G) localiza o ponto *Y*. Observando a legenda, o ponto *Y* representa o cinema. Logo, a coordenada (5, G) localiza o cinema.

3. Alternativa **b**.

   Para obter uma medida duas vezes menor, ou metade da medida original, deve-se dividi-las por 2.

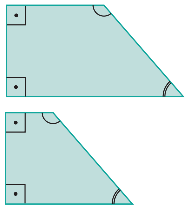
4. **a)** Duas figuras cujos lados correspondentes são proporcionais não serão semelhantes se, e somente se, os ângulos correspondentes não forem congruentes.

   Resposta possível:



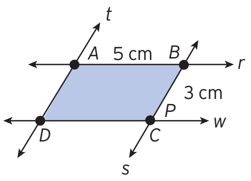
   b) Duas figuras cujos ângulos correspondentes são congruentes não serão semelhantes se, e somente se, os lados correspondentes não forem proporcionais.

   Resposta possível:



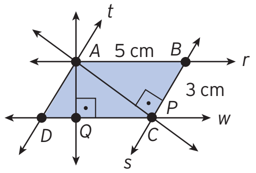
5. Resposta pessoal.

6. **a)** Resposta possível: Traça-se uma reta *r* e marcam-se os pontos *A* e *B* distintos tal que a medida de $\overline{AB}$ seja 5 cm. Em seguida, traça-se uma reta *s* concorrente e não perpendicular à reta *r* que passa pelo ponto *B* e, nela, marca-se o ponto *C* distinto de *B* tal que a medida de $\overline{BC}$ seja 3 cm. Traça-se uma reta *t* paralela à reta *s* passando pelo ponto *A* e uma reta *w* paralela à reta *r* passando pelo ponto *C*. A intersecção entre *t* e *w* é o ponto *D*. Obtém-se, assim, o paralelogramo *ABCD*.



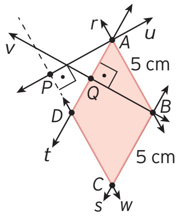
Ilustrações: ID/BR

   b)



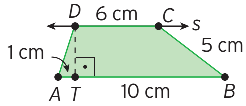
   c) Segmentos congruentes apresentam a mesma medida. Medindo e comparando os segmentos $\overline{AP}$ e $\overline{AQ}$, verifica-se que eles não têm a mesma medida. Portanto, as alturas $\overline{AP}$ e $\overline{AQ}$ não são congruentes.

7. Para construir o losango, traça-se uma reta *r* e marcam-se os pontos *A* e *B* distintos tal que a medida de $\overline{AB}$ seja 5 cm. Passando pelo ponto *B*, traça-se uma reta *s* concorrente e não perpendicular à reta *r* e, nela, marca-se o ponto *C*, distinto de *B*, tal que a medida de $\overline{BC}$ seja 5 cm. Traça-se uma reta *t* paralela à reta *s* passando pelo ponto *A* e uma reta *w* paralela à reta *r* passando pelo ponto *C*. A intersecção entre *t* e *w* é o ponto *D*. Obtém-se, assim, o losango *ABCD*. Em seguida, constrói-se uma reta *u* perpendicular à reta *w* passando por *A*. Nomeia-se *P* a intersecção das retas *u* e *w*. Constrói-se uma reta *v* perpendicular à reta *t* passando por *B* e nomeia-se *Q* a intersecção das retas *v* e *t*.

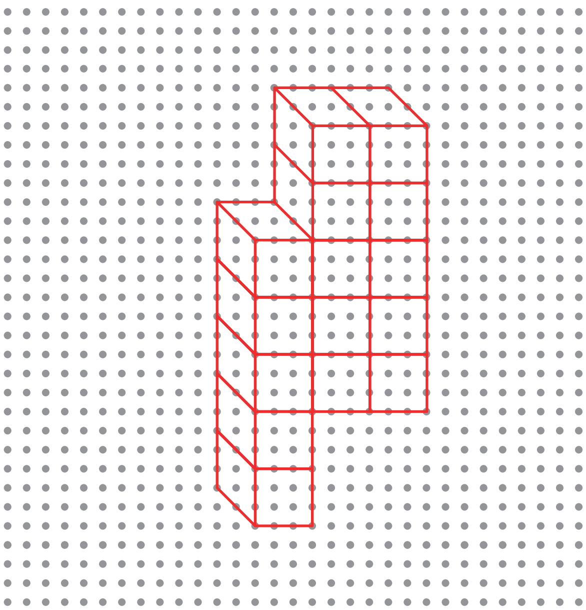


   Medindo-se $\overline{AP}$ e $\overline{BQ}$, verifica-se que os segmentos são congruentes.

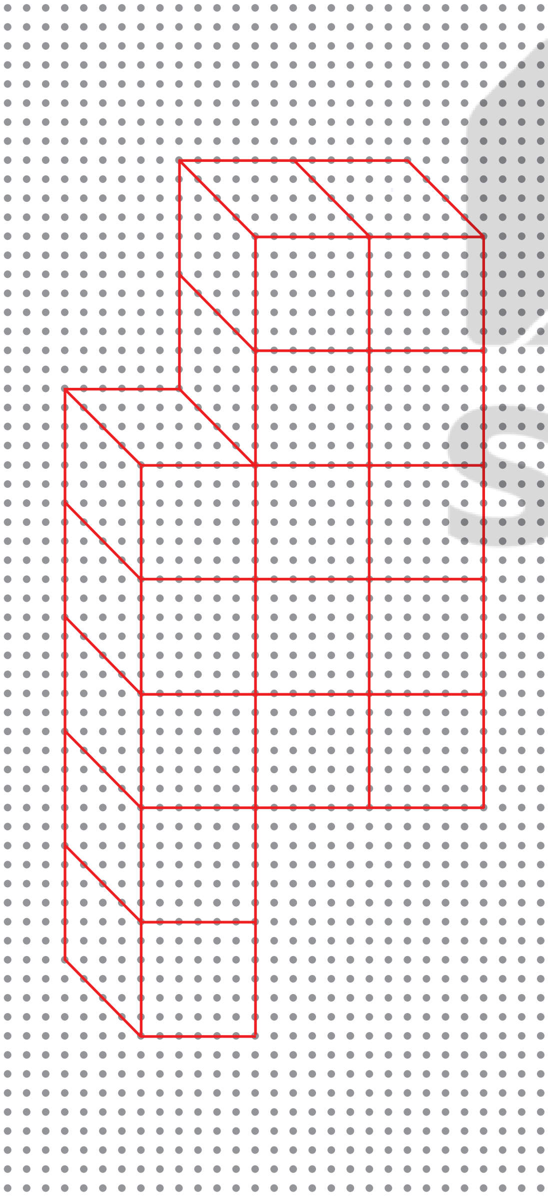
8. Constrói-se um segmento de reta $\overline{AB}$ cuja medida seja igual a 10 cm. Marca-se um ponto *T* em $\overleftrightarrow{AB}$, tal que *AT* = 1 cm e *BT* = 9 cm. Traça-se uma reta *r* perpendicular a $\overline{AB}$ passando por *T*. Em *r*, toma-se *D* tal que *TD* = 4 cm. Traça-se uma reta *s* paralela ao segmento de reta $\overline{AB}$ que passe por *D* e marca-se o ponto *C*, tal que *CD* = 6 cm. Traçam-se os segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ e obtém-se o trapézio *ABCD*. Ao medir $\overline{BC}$, obtém-se 5 cm.



9. a)



b)



Ilustrações: ID/BR

c) Resposta pessoal.

UNIDADE 5 – NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA

CAPÍTULO 1 – FRAÇÕES

PÁGINA 165 – ATIVIDADES

1. a) $\frac{4}{5}$; numerador: 4; denominador: 5.

   b) $\frac{4}{8}$; numerador: 4; denominador: 8.

   c) $\frac{5}{6}$; numerador: 5; denominador: 6.

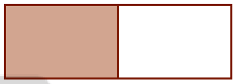
   d) $\frac{7}{13}$; numerador: 7; denominador: 13.

   e) $\frac{5}{12}$; numerador: 5; denominador: 12.

   f) $\frac{10}{16}$; numerador: 10; denominador: 16.

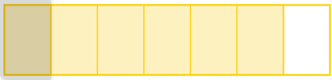
2. Respostas possíveis:

a)

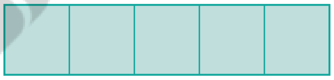


b)

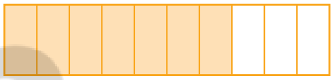
c)



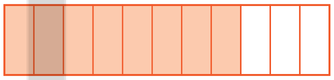
d)



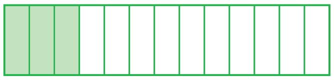
e)



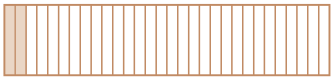
f)



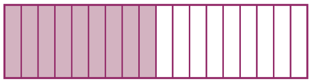
g)



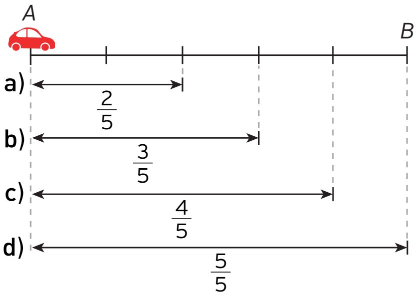
h)



i)



3. Como o esquema está dividido em 5 partes iguais, então cada parte corresponde a $\frac{1}{5}$ do trajeto. Assim:



4. **a)** 40
b) denominador
c) 100
d) denominador
e) numerador
f) numerador; denominador.

5. **a)** Numerador: 3; denominador: 5;três quintos.
b) Numerador: 9; denominador: 10; nove décimos.
c) Numerador: 7; denominador: 8; sete oitavos.
d) Numerador: 17; denominador: 25; dezessete vinte e cinco avos.
e) Numerador: 11; denominador: 40; onze quarenta avos.
f) Numerador: 20; denominador: 12; vinte doze avos.
g) Numerador: 34; denominador: 100; trinta e quatro centésimos.
h) Numerador: 109; denominador: 1 000; cento e nove milésimos.

6. As frações decimais são aquelas cujos denominadores são 10, 100, 1 000, ..., logo são decimais as frações dos itens **c**, **g** e **h**.

7. **a)** $\frac{7}{9}$

b) $\frac{42}{100}$

c) $\frac{15}{33}$

d) $\frac{121}{1\,000}$

e) $\frac{18}{100}$

f) $\frac{100}{62}$

PÁGINA 168 – ATIVIDADES

8. Há 18 garotas, portanto a fração que representa essa quantidade em relação ao total de amigos é $\frac{18}{30}$.

9. A *pizza* foi dividida em 8 pedaços iguais, logo o denominador de cada fração será 8. O numerador corresponde a quantas fatias cada pessoa comeu, portanto Caio comeu $\frac{3}{8}$ da *pizza*, Joana comeu $\frac{2}{8}$ da *pizza* e Laura comeu $\frac{3}{8}$ da *pizza*.

10. **a)** 6 + 4 + 2 = 12. Portanto, há 12 peixes no aquário.

b)

Cor do peixe	Fração correspondente
Azul	$\frac{6}{12}$
Vermelho	$\frac{4}{12}$
Roxo	$\frac{2}{12}$

c) Sabe-se que há 12 peixes no total e que a metade de 12 é 6. Como há 6 peixes azuis, então a metade dos peixes é azul.

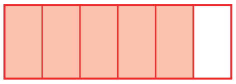
11. Há 39 livros no total: 24 + 15 = 39. Dessa forma:

a) a fração dos livros de poesia em relação ao total é $\frac{24}{39}$.

b) a fração dos livros de ficção científica em relação ao total é $\frac{15}{39}$.

12. **a)** Como há 5 tortas para serem divididas entre 6 amigos, a fração que representa essa divisão é $\frac{5}{6}$.

b) Resposta possível:



c) Receber $\frac{5}{6}$ das tortas significa que todas as tortas foram divididas em 6 partes iguais, e cada amigo recebeu 5 partes. Como uma torta inteira foi dividida em 6 partes, podemos concluir que $\frac{5}{6}$ é menor que 1 unidade.

13. Observando o vaso, vemos que há 5 flores amarelas e 7 flores vermelhas, totalizando 12 flores (5 + 7 = 12).

a) São 5 flores amarelas em um total de 12 flores, ou seja, $\frac{5}{12}$.

b) São 7 flores vermelhas em um total de 12 flores, ou seja, $\frac{7}{12}$.

c) Nesse caso, devemos relacionar o total de flores amarelas e o total de flores vermelhas, nessa ordem, ou seja, $\frac{5}{7}$.

d) Se existisse mais um vaso idêntico, o número total de flores amarelas seria 10 e o número total de flores, 24; logo, temos: $\frac{10}{24}$.

14. Como o valor total de R$ 2 000,00 será dividido em duas parcelas iguais, a fração correspondente é $\frac{2\,000}{2}$.

PÁGINA 171 – ATIVIDADES

15. **a)** $\frac{5}{9}$: fração própria.

b) $\frac{7}{2}$: fração imprópria não aparente.

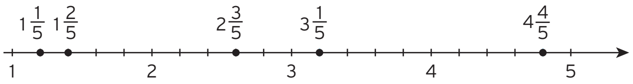
c) $\frac{12}{4}$: fração imprópria aparente.

d) $\frac{5}{8}$: fração própria.

16.

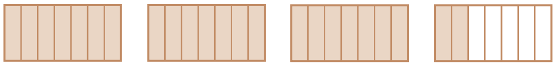
Número misto	Parte inteira	Parte fracionária
$1\frac{7}{10}$	1	$\frac{7}{10}$
$7\frac{1}{3}$	7	$\frac{1}{3}$
$8\frac{3}{5}$	8	$\frac{3}{5}$
$5\frac{3}{17}$	5	$\frac{3}{17}$

17.



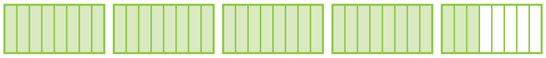
18. Respostas possíveis:

a)



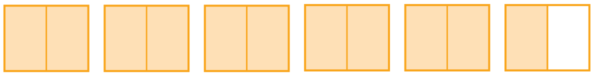
$\frac{23}{7}$

b)



$\frac{35}{8}$

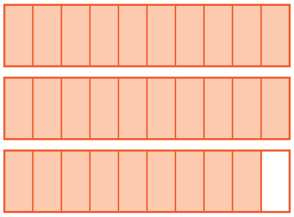
c)



$\frac{11}{2}$

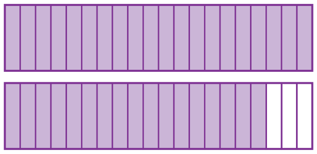
Ilustrações: ID/BR

d)



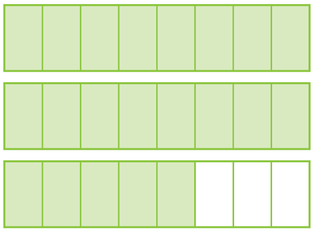
$\frac{29}{10}$

e)



$\frac{37}{20}$

f)



$\frac{21}{8}$

Ilustrações: ID/BR

19. a) A fração $\frac{32}{6}$ indica que cada um dos inteiros foi dividido em 6 partes iguais e que 32 partes foram consideradas. Ao dividir 32 por 6, obtemos quociente 5 e resto 2, o que significa que foram considerados 5 inteiros e mais 2 partes de outro inteiro. Portanto, o número misto é $5\frac{2}{6}$.

b) A fração $\frac{22}{5}$ indica que cada um dos inteiros foi dividido em 5 partes iguais e que 22 partes foram consideradas. Ao dividir 22 por 5, obtemos quociente 4 e resto 2, o que significa que foram considerados 4 inteiros e mais 2 partes de outro inteiro. Portanto, o número misto é $4\frac{2}{5}$.

c) A fração $\frac{100}{3}$ indica que cada um dos inteiros foi dividido em 3 partes iguais e que 100 partes foram consideradas. Ao dividir 100 por 3, obtemos quociente 33 e resto 1, o que significa que foram considerados 33 inteiros e mais 1 parte de outro inteiro. Portanto, o número misto é $33\frac{1}{3}$.

d) A fração $\frac{99}{10}$ indica que cada um dos inteiros foi dividido em 10 partes iguais e que 99 partes foram consideradas. Ao dividir 99 por 10, obtemos quociente 9 e resto 9, o que significa que foram considerados 9 inteiros e mais 9 partes de outro inteiro. Portanto, o número misto é $9\frac{9}{10}$.

e) A fração $\frac{140}{12}$ indica que cada um dos inteiros foi dividido em 12 partes iguais e que 140 partes foram consideradas. Ao dividir 140 por 12, obtemos quociente 11 e resto 8, o que significa que foram considerados 11 inteiros e mais 8 partes de outro inteiro. Portanto, o número misto é $11\frac{8}{12}$.

f) A fração $\frac{73}{4}$ indica que cada um dos inteiros foi dividido em 4 partes iguais e que 73 partes foram consideradas. Ao dividir 73 por 4, obtemos quociente 18 e resto 1, o que significa que foram considerados 18 inteiros e mais 1 parte de outro inteiro. Portanto, o número misto é $18\frac{1}{4}$.

20.

Número misto	Fração imprópria
$5\frac{4}{9}$	$\frac{49}{9}$
$4\frac{5}{8}$	$\frac{37}{8}$
$6\frac{2}{3}$	$\frac{20}{3}$
$2\frac{24}{33}$	$\frac{90}{33}$

PÁGINA 173 – ATIVIDADES

21. a) $\frac{8}{3} \cdot 60 = \frac{8 \cdot 60}{3} = \frac{480}{3} = 160$

b) $\frac{111}{30} \cdot 330 = \frac{111 \cdot 330}{30} = \frac{36\,630}{30} = 1\,221$

c) $\frac{149}{100} \cdot 200 = \frac{149 \cdot 200}{100} = \frac{29\,800}{100} = 298$

d) $\frac{1}{10} \cdot 1\,180 = \frac{1 \cdot 1\,180}{10} = \frac{1\,180}{10} = 118$

22. a) $\frac{1}{4} \cdot 60 = \frac{1 \cdot 60}{4} = \frac{60}{4} = 15$, ou seja, 15 minutos.

b) $\frac{1}{3} \cdot 60 = \frac{1 \cdot 60}{3} = \frac{60}{3} = 20$, ou seja, 20 minutos.

c) $\frac{3}{4} \cdot 60 = \frac{3 \cdot 60}{4} = \frac{180}{4} = 45$, ou seja, 45 minutos.

d) $\frac{1}{12} \cdot 60 = \frac{1 \cdot 60}{12} = \frac{60}{12} = 5$, ou seja, 5 minutos.

23. a) Como 1 quilograma equivale a 1 000 gramas, temos:

$\frac{1}{2} \cdot 1\,000 = \frac{1 \cdot 1\,000}{2} = \frac{1\,000}{2} = 500$, ou seja, 500 gramas.

b) Como 1 metro equivale a 100 centímetros, temos:

$\frac{1}{4} \cdot 100 = \frac{1 \cdot 100}{4} = \frac{100}{4} = 25$, ou seja, 25 centímetros.

c) Como 1 quilograma equivale a 1 000 gramas, temos:

$\frac{2}{5} \cdot 1\,000 = \frac{2 \cdot 1\,000}{5} = \frac{2\,000}{5} = 400$, ou seja, 400 gramas.

d) Como 1 metro equivale a 100 centímetros, temos:

$\frac{3}{5} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 100}{5} = \frac{300}{5} = 60$, ou seja, 60 centímetros.

24. Sabendo que 1 real = 100 centavos, fazemos:

a) $\frac{1}{2} \cdot 100 = \frac{1 \cdot 100}{2} = \frac{100}{2} = 50$, ou seja, 50 centavos.

b) $\frac{1}{10} \cdot 100 = \frac{1 \cdot 100}{10} = \frac{100}{10} = 10$, ou seja, 10 centavos.

c) $\frac{1}{4} \cdot 100 = \frac{1 \cdot 100}{4} = \frac{100}{4} = 25$, ou seja, 25 centavos.

d) $\frac{3}{10} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 100}{10} = \frac{300}{10} = 30$, ou seja, 30 centavos.

25. a) Calculando $\frac{3}{8}$ de 204 000, temos:

$\frac{3}{8} \cdot 204\,000 = \frac{3 \cdot 204\,000}{8} =$

$= \frac{612\,000}{8} = 76\,500$

Portanto, 76 500 habitantes trabalham com turismo.

b) Para saber quantos habitantes não trabalham com turismo, podemos fazer:

$204\,000 - 76\,500 = 127\,500$

Portanto, 127 500 habitantes não trabalham com turismo.

26. Se $\frac{2}{5}$ do parque pertencem a São Paulo, então $\frac{3}{5}$ $\left(\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}\right)$ do parque pertencem ao Rio de Janeiro.

Então, calculamos $\frac{3}{5}$ de 104 000 hectares:

$\frac{3}{5} \cdot 104\,000 = \frac{3 \cdot 104\,000}{5} =$

$= \frac{312\,000}{5} = 62\,400$

Logo, 62 400 hectares pertencem ao estado do Rio de Janeiro.

Outra maneira é calcular quantos hectares pertencem a São Paulo e subtrair o resultado da área total:

$\frac{2}{5} \cdot 104\,000 = \frac{2 \cdot 104\,000}{5} =$

$= \frac{208\,000}{5} = 41\,600$

$104\,000 - 41\,600 = 62\,400$

Logo, 62 400 hectares pertencem ao estado do Rio de Janeiro.

27. Cármen utilizou $\frac{5}{8}$ de 80 minutos. Então:

$\frac{5}{8} \cdot 80 = \frac{5 \cdot 80}{8} = \frac{400}{8} = 50$

Cármen utilizou 50 minutos, podendo utilizar ainda 30 minutos (80 − 50 = 30).

PÁGINA 175 – ATIVIDADES

28. a)
$$\begin{tikzcd} \frac{6}{12} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] & \frac{3}{6} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] & \frac{1}{2} \end{tikzcd}$$

b)
$$\begin{tikzcd} \frac{12}{24} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] & \frac{6}{12} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] & \frac{2}{4} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] & \frac{1}{2} \end{tikzcd}$$

c)
$$\begin{tikzcd} \frac{18}{36} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] & \frac{6}{12} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] & \frac{2}{4} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] & \frac{1}{2} \end{tikzcd}$$

d)
$$\begin{tikzcd} \frac{24}{48} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] & \frac{12}{24} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] & \frac{4}{8} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":4"] \arrow[r, bend right, ":4"'] & \frac{1}{2} \end{tikzcd}$$

Todas as figuras têm a parte pintada representada por uma fração equivalente a $\frac{1}{2}$.

29. Simplificando cada uma das frações, temos:

$$\begin{tikzcd} \frac{20}{180} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":10"] \arrow[r, bend right, ":10"'] & \frac{2}{18} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] & \frac{1}{9} \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} \frac{121}{275} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":11"] \arrow[r, bend right, ":11"'] & \frac{11}{25} \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} \frac{13}{117} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":13"] \arrow[r, bend right, ":13"'] & \frac{1}{9} \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} \frac{4}{36} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":4"] \arrow[r, bend right, ":4"'] & \frac{1}{9} \end{tikzcd}$$

Logo, as frações equivalentes a $\frac{1}{9}$ são $\frac{20}{180}$, $\frac{13}{117}$ e $\frac{4}{36}$.

30. a)
$$\begin{tikzcd} \frac{1}{3} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, "\cdot 6"] \arrow[r, bend right, "\cdot 6"'] & \frac{\bigstar}{18} \end{tikzcd}$$

Como 3 · 6 = 18, multiplicamos o numerador da primeira fração por 6, isto é, 1 · 6 = 6. Logo, ★ = 6.

b)
$$\begin{tikzcd} \frac{\bigstar}{4} \arrow[r, phantom, "="] & \frac{45}{36} \arrow[l, bend right, ":9"'] \arrow[l, bend left, ":9"] \end{tikzcd}$$

Como 36 : 9 = 4, dividimos o numerador da segunda fração por 9, isto é, 45 : 9 = 5. Logo, ★ = 5.

c)
$$\begin{tikzcd} \frac{2}{5} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, "\cdot 8"] \arrow[r, bend right, "\cdot 8"'] & \frac{16}{\bigstar} \end{tikzcd}$$

Como 2 · 8 = 16, multiplicamos o denominador da primeira fração por 8, isto é, 5 · 8 = 40. Logo, ★ = 40.

d)
$$\begin{tikzcd} \frac{28}{\bigstar} \arrow[r, phantom, "="] & \frac{7}{8} \arrow[l, bend right, "\cdot 4"'] \arrow[l, bend left, "\cdot 4"] \end{tikzcd}$$

Como 7 · 4 = 28, multiplicamos o denominador da segunda fração por 4, isto é, 8 · 4 = 32. Logo, ★ = 32.

e)
$$\begin{tikzcd} \frac{1}{4} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, "\cdot 6"] \arrow[r, bend right, "\cdot 6"'] & \frac{\bigstar}{24} \end{tikzcd}$$

Como 4 · 6 = 24, multiplicamos o numerador da primeira fração por 6, isto é, 1 · 6 = 6. Logo, ★ = 6.

f)
$$\begin{tikzcd} \frac{\bigstar}{24} \arrow[r, phantom, "="] & \frac{3}{8} \arrow[l, bend right, "\cdot 3"'] \arrow[l, bend left, "\cdot 3"] \end{tikzcd}$$

Como 8 · 3 = 24, multiplicamos o numerador da segunda fração por 3, isto é, 3 · 3 = 9. Logo, ★ = 9.

31. Deve-se determinar um valor desconhecido que é o numerador da fração de denominador 117:

$$\frac{7}{13} = \frac{\bigstar}{117}$$

Para determinar qual número multiplicado por 13 é igual a 117, calculamos o valor de 117 : 13, ou seja, 9.

Então, temos a seguinte situação:

$$\begin{tikzcd} \frac{7}{13} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, "\cdot 9"] \arrow[r, bend right, "\cdot 9"'] & \frac{\bigstar}{117} \end{tikzcd}$$

Como 7 · 9 = 63, a fração equivalente é $\frac{63}{117}$.

32. a)
$$\begin{tikzcd} \frac{45}{60} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":5"] \arrow[r, bend right, ":5"'] & \frac{9}{12} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] & \frac{3}{4} \end{tikzcd}$$

b)
$$\begin{tikzcd} \frac{21}{49} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":7"] \arrow[r, bend right, ":7"'] & \frac{3}{7} \end{tikzcd}$$

c)
$$\begin{tikzcd} \frac{56}{80} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":8"] \arrow[r, bend right, ":8"'] & \frac{7}{10} \end{tikzcd}$$

d)
$$\begin{tikzcd} \frac{20}{120} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":10"] \arrow[r, bend right, ":10"'] & \frac{2}{12} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] & \frac{1}{6} \end{tikzcd}$$

33. A fração que expressa a quantidade de ingressos vendidos em relação à capacidade do estádio é $\frac{32\,000}{56\,000}$.

Simplificando essa fração, temos:

$$\begin{tikzcd} \frac{32\,000}{56\,000} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":1000"] \arrow[r, bend right, ":1000"'] & \frac{32}{56} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":8"] \arrow[r, bend right, ":8"'] & \frac{4}{7} \end{tikzcd}$$

Logo, a fração irredutível que expressa a quantidade de ingressos vendidos em relação à capacidade do estádio é $\frac{4}{7}$.

PÁGINA 178 – ATIVIDADES

34. a) $\frac{3}{17} < \frac{5}{17}$, pois os denominadores são iguais e $3 < 5$.

b) $\frac{1}{7} > \frac{1}{12}$, pois os numeradores são iguais e $7 < 12$.

c) $\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$, pois as frações são equivalentes: $\frac{7 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{21}{36}$

d) $\frac{3}{8} > \frac{7}{24}$, pois $\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$ e $\frac{9}{24} > \frac{7}{24}$.

e) $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$, pois as frações são equivalentes: $\frac{4 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{40}{100}$

f) $\frac{23}{24} < \frac{5}{4}$, pois $\frac{5 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{30}{24}$ e $\frac{23}{24} < \frac{30}{24}$.

35. Escrevendo todas as frações com o mesmo denominador, temos:

$$\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{27}{18}$$

$$\frac{27}{18} > \frac{12}{18} > \frac{11}{18} > \frac{4}{18}$$

Logo, $\frac{9}{6} > \frac{2}{3} > \frac{11}{18} > \frac{2}{9}$.

PÁGINA 179 – DIVERSIFICANDO

1. a) Como a torta foi dividida em 6 pedaços iguais, o preço de $\frac{1}{6}$ da torta corresponde a $\frac{1}{6}$ de R$ 24,00:

$$\frac{1}{6} \cdot 24 = 4$$

Logo, $\frac{1}{6}$ da torta custa R$ 4,00.

b) O preço de $\frac{4}{6}$ da torta corresponde a $\frac{4}{6}$ de R$ 24,00:

$$\frac{4}{6} \cdot 24 = \frac{4 \cdot 24}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

Logo, $\frac{4}{6}$ da torta custam R$ 16,00.

2. a) Jorge tem $\frac{3}{20}$ de 200 reais, ou seja, $\frac{3}{20} \cdot 200 = 30$.

Portanto, Jorge tem 30 reais.

b) Lúcia tem $\frac{1}{5}$ de 200 reais, ou seja, $\frac{1}{5} \cdot 200 = 40$.

Portanto, Lúcia tem 40 reais.

c) Pelos itens anteriores e comparando com uma mesma quantia (200 reais), vimos que Lúcia tem uma quantia maior que Jorge. Portanto, podemos concluir que $\frac{1}{5}$ é maior que $\frac{3}{20}$.

3. a) A quantidade total de vitamina é 1 000 mL (500 + 100 + 400 = 1 000). Então, temos:

Polpa de mamão: $\frac{500 : 500}{1\,000 : 500} = \frac{1}{2}$

Suco de acerola: $\frac{100 : 100}{1\,000 : 100} = \frac{1}{10}$

Leite: $\frac{400 : 200}{1\,000 : 200} = \frac{2}{5}$

b) Como $\frac{100}{1\,000} < \frac{400}{1\,000} < \frac{500}{1\,000}$, então, $\frac{1}{10} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$.

4. Calculando a quantidade de questões que cada um acertou, temos:

Maurício: $\frac{3}{5} \cdot 180 = \frac{3 \cdot 180}{5} = \frac{540}{5} = 108$

Maurício acertou 108 questões.

Lúcia: $\frac{4}{10} \cdot 180 = \frac{4 \cdot 180}{10} = \frac{720}{10} = 72$

Lúcia acertou 72 questões.

Portanto, Maurício acertou mais questões.

5. Primeiro, $\frac{11}{20}$ de 1 km é o mesmo que $\frac{11}{20}$ de 1 000 m. Então:

$$\frac{11}{20} \cdot 1\,000 = \frac{11 \cdot 1000}{20} = \frac{11\,000}{20} = 550$$

600 m > 550 m

Portanto, 600 m é a maior distância.

6. Para descobrir o esporte mais praticado pela turma, podemos utilizar frações equivalentes.

Futebol: $\frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$

Vôlei: $\frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{9}{21}$

Como $\frac{14}{21} > \frac{9}{21}$, então futebol é o esporte mais praticado pela turma.

7. a) As três estudam a mesma quantidade de horas por dia, pois as frações são equivalentes.

$$\frac{4 : 4}{16 : 4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{8 : 8}{32 : 8} = \frac{1}{4}$$

b) Cada uma estuda $\frac{1}{4}$ do dia, ou seja, $\frac{1}{4}$ de 24 horas.

$$\frac{1}{4} \cdot 24 = \frac{1 \cdot 24}{4} = 6$$

Portanto, Bianca, Sofia e Isabela estudam 6 horas por dia.

8. Escrevendo todas as frações com o mesmo denominador, temos:

Televisor: $\frac{8 \cdot 6}{10 \cdot 6} = \frac{48}{60}$

Telefone: $\frac{15 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{45}{60}$

Rádio: $\frac{13 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{52}{60}$

Como $\frac{52}{60} > \frac{48}{60} > \frac{45}{60}$, então há mais rádios nessa cidade.

9. A entrada corresponde a $\frac{3}{8}$ do valor total, pois são 5 prestações iguais e cada parcela corresponde a $\frac{1}{8}$ do valor do fogão $\left(5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8}\right)$. Logo, a entrada será $\frac{3}{8}$ de R$ 960,00.

Então, $\frac{3}{8} \cdot 960 = \frac{3 \cdot 960}{8} = \frac{2\,880}{8} = 360$, ou seja, R$ 360,00.

10. Resposta pessoal.

CAPÍTULO 2 – OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

PÁGINA 183 – ATIVIDADES

1. a) $\frac{1}{9} + \frac{7}{9} = \frac{1 + 7}{9} = \frac{8}{9}$

b) $\frac{12}{20} - \frac{9}{20} = \frac{12 - 9}{20} = \frac{3}{20}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3 + 2}{4} = \frac{5}{4}$

d) $\frac{8}{6} - \frac{5}{7} = \frac{56}{42} - \frac{30}{42} = \frac{56 - 30}{42} = \frac{26}{42}$

e) $\frac{3}{7} + \frac{1}{7} + \frac{6}{7} = \frac{3 + 1 + 6}{7} = \frac{10}{7}$

f) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{10}{15} + \frac{6}{15} =$
$= \frac{5 + 10 + 6}{15} = \frac{21}{15} = \frac{7}{5}$

g) $\frac{12}{13} - \frac{7}{13} - \frac{2}{13} = \frac{12 - 7 - 2}{13} = \frac{3}{13}$

h) $\frac{8}{24} + \frac{3}{8} - \frac{3}{12} = \frac{8}{24} + \frac{9}{24} - \frac{6}{24} =$
$= \frac{8 + 9 - 6}{24} = \frac{11}{24}$

2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4 + 1}{12} = \frac{5}{12}$
$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{9 - 2}{12} = \frac{7}{12}$

Como $\frac{7}{12} > \frac{5}{12}$, a operação com maior resultado é $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$.

3. a) Juntos, Marcelo e a irmã comeram $\frac{1}{6} + \frac{1}{12}$, ou seja:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

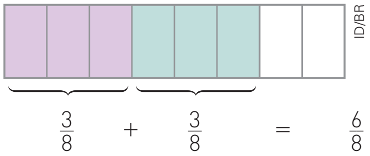
Portanto, Marcelo e a irmã dele comeram $\frac{1}{4}$ do bolo.

b) O bolo inteiro pode ser representado por 1. Então, para calcular o que sobrou, podemos fazer $1 - \frac{3}{4}$. Como $1 = \frac{4}{4}$, temos:

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Portanto, sobraram $\frac{3}{4}$ do bolo.

4. Observe a figura a seguir.



Logo, o cálculo está incorreto.

5. Considerando que todos os denominadores são iguais, temos ★ = 5. Analisando os numeradores, 2 + 7 + 3 = 12, logo 🟩 = 7.

6. a) $\frac{7}{10} + \frac{3}{10} - \frac{5}{10} = \frac{7 + 3 - 5}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{7}{15} - \frac{3}{15} + \frac{11}{5} = \frac{7 - 3 + 33}{15} = \frac{37}{15}$

c) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{10}{12} + \frac{4}{12} - \frac{1}{12} =$
$= \frac{10 + 4 - 1}{12} = \frac{13}{12}$

d) $\frac{11}{12} + \frac{20}{6} - \frac{7}{4} = \frac{11}{12} + \frac{40}{12} - \frac{21}{12} =$
$= \frac{11 + 40 - 21}{12} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} - \frac{1}{6} = \frac{4}{12} + \frac{1}{12} - \frac{2}{12} =$
$= \frac{4 + 1 - 2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

f) $1 - \frac{3}{10} - \frac{2}{5} = \frac{10}{10} - \frac{3}{10} - \frac{4}{10} =$
$= \frac{10 - 3 - 4}{10} = \frac{3}{10}$

PÁGINA 187 – ATIVIDADES

7. Essa atividade pode ser realizada com ou sem a técnica de cancelamento.

a) $5\cdot\frac{2}{3}=\frac{5\cdot 2}{3}=\frac{10}{3}$

b) $2\cdot\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 2}{5}=\frac{4}{5}$

c) $4\cdot\frac{3}{4}=\frac{4\cdot 3}{4}=\frac{12}{4}=3$ ou $4\cdot\frac{3}{4}=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}\cdot 3}{\underset{1}{\cancel{4}}}=3$

d) $3\cdot\frac{7}{9}=\frac{3\cdot 7}{9}=\frac{21}{9}=\frac{7}{3}$ ou $3\cdot\frac{7}{9}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot 7}{\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{7}{3}$

e) $8\cdot\frac{5}{4}=\frac{8\cdot 5}{4}=\frac{40}{4}=10$ ou $8\cdot\frac{5}{4}=\frac{\overset{2}{\cancel{8}}\cdot 5}{\underset{1}{\cancel{4}}}=10$

f) $\frac{3}{15}\cdot 12=\frac{3\cdot 12}{15}=\frac{36}{15}=\frac{12}{5}$ ou $\frac{3}{15}\cdot 12=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot 12}{\underset{5}{\cancel{15}}}=\frac{12}{5}$

g) $\frac{2}{21}\cdot 42=\frac{2\cdot 42}{21}=\frac{84}{21}=4$ ou $\frac{2}{21}\cdot 42=\frac{2\cdot\overset{2}{\cancel{42}}}{\underset{1}{\cancel{21}}}=4$

h) $\frac{8}{50}\cdot 5=\frac{8\cdot 5}{50}=\frac{40}{50}=\frac{4}{5}$ ou $\frac{8}{50}\cdot 5=\frac{8\cdot\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{10}{\cancel{50}}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

i) $\frac{7}{121}\cdot 110=\frac{7\cdot 110}{121}=\frac{770}{121}=\frac{70}{11}$ ou $\frac{7}{121}\cdot 110=\frac{7\cdot\overset{10}{\cancel{110}}}{\underset{11}{\cancel{121}}}=\frac{70}{11}$

j) $\frac{9}{64}\cdot 4=\frac{9\cdot 4}{64}=\frac{36}{64}=\frac{9}{16}$ ou $\frac{9}{64}\cdot 4=\frac{9\cdot\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{16}{\cancel{64}}}=\frac{9}{16}$

8. Para fazer 10 vitaminas com $\frac{1}{4}$ de litro de leite em cada uma, serão necessários:

$10\cdot\frac{1}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$, isto é, $\frac{5}{2}$ de litro de leite $\left(\text{ou dois litros e meio de leite, pois } \frac{5}{2}=2\frac{1}{2}\right)$.

9. a) $\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2\cdot 1}{7\cdot 4}=\frac{2}{28}=\frac{1}{14}$ ou $\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{7}\cdot\frac{1}{\underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{1\cdot 1}{7\cdot 2}=\frac{1}{14}$

b) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}=\frac{2\cdot 1}{3\cdot 5}=\frac{2}{15}$

c) $\frac{1}{8}\cdot\frac{4}{9}=\frac{1\cdot 4}{8\cdot 9}=\frac{4}{72}=\frac{1}{18}$ ou $\frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{9}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 9}=\frac{1}{18}$

d) $\frac{9}{5}\cdot\frac{6}{18}=\frac{9\cdot 6}{5\cdot 18}=\frac{54}{90}=\frac{3}{5}$ ou $\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{5}\cdot\frac{6}{\underset{2}{\cancel{18}}}=\frac{1\cdot\overset{3}{\cancel{6}}}{5\cdot\underset{1}{\cancel{2}}}=\frac{1\cdot 3}{5\cdot 1}=\frac{3}{5}$

e) $\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{21}=\frac{4\cdot 3}{6\cdot 21}=\frac{12}{126}=\frac{2}{21}$ ou $\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{7}{\cancel{21}}}=\frac{2\cdot 1}{3\cdot 7}=\frac{2}{21}$

f) $\frac{12}{5}\cdot\frac{10}{24}=\frac{12\cdot 10}{5\cdot 24}=\frac{120}{120}=1$ ou $\frac{\overset{1}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{2}{\cancel{24}}}=\frac{1\cdot 2}{1\cdot 2}=\frac{2}{2}=1$

g) $\frac{15}{20}\cdot\frac{7}{21}=\frac{15\cdot 7}{20\cdot 21}=\frac{105}{420}=\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$ ou $\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{20}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{21}}}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot 1}{4\cdot\underset{1}{\cancel{3}}}=\frac{1}{4}$

h) $\frac{16}{51}\cdot\frac{18}{48}=\frac{16\cdot 18}{51\cdot 48}=\frac{288}{2\,448}=\frac{16}{136}=\frac{2}{17}$

ou $\frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{17}{\cancel{51}}}\cdot\frac{\overset{6}{\cancel{18}}}{\underset{6}{\cancel{48}}}=\frac{2\cdot\overset{1}{\cancel{6}}}{17\cdot\underset{1}{\cancel{6}}}=\frac{2\cdot 1}{17\cdot 1}=\frac{2}{17}$

i) $\frac{70}{14}\cdot\frac{55}{100}=\frac{\overset{10}{\cancel{70}}\cdot 55}{\underset{2}{\cancel{14}}\cdot 100}=\frac{\overset{1}{\cancel{10}}\cdot 55}{2\cdot\underset{10}{\cancel{100}}}=\frac{55}{20}=\frac{11}{4}$

j) $\frac{144}{27}\cdot\frac{30}{72}=\frac{\overset{2}{\cancel{144}}\cdot\overset{10}{\cancel{30}}}{\underset{9}{\cancel{27}}\cdot\underset{1}{\cancel{72}}}=\frac{2\cdot 10}{9\cdot 1}=\frac{20}{9}$

10. Para calcular $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{5}$, basta multiplicar as duas frações:

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{20}$$

Logo, $\frac{9}{20}$ do salário de Pedro são destinados ao pagamento do aluguel.

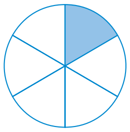
11. O pedaço de bolo que Clara vai comer equivale a $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{5}$ do bolo inteiro.

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$$

Logo, Clara vai comer $\frac{1}{10}$ do bolo.

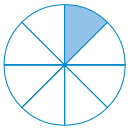
12. a) Luís comeu $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ da *pizza* de calabresa: $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$, ou seja, $\frac{1}{6}$ da *pizza*.

Uma possível representação geométrica da fração que essa parte representa:



b) Luís comeu $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ da *pizza* napolitana: $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$, ou seja, $\frac{1}{8}$ da *pizza*.

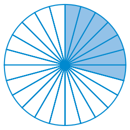
Uma possível representação geométrica da fração que essa parte representa:



Ilustrações: ID/BR

c) $\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{4}{24}+\frac{3}{24}=\frac{7}{24}$

Uma possível representação geométrica da fração que representa todos os pedaços que Luís comeu:



13. a) $\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{9}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{8}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

b) $\frac{7}{20}\cdot\frac{5}{28}=\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{4}{\cancel{20}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{4}{\cancel{28}}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

c) $\frac{6}{35}\cdot\frac{25}{27}\cdot\frac{9}{5}=\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{7}{\cancel{35}}}\cdot\frac{\overset{\overset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{25}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{9}}}{\cancel{27}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}=\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{1}=\frac{2}{7}$

d) $\frac{10}{7}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{24}=\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{6}{\cancel{24}}}=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{1}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{1}{3}$

PÁGINA 188 – ATIVIDADES

14. I. O inverso de $\frac{2}{7}$ é $\frac{7}{2}$, logo, I-d.

II. O inverso de 2 é $\frac{1}{2}$, logo, II-a.

III. O inverso de 1 é $\frac{1}{1}=1$, logo, III-e.

IV. $2\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{5}{2}$. O inverso de $\frac{5}{2}$ é $\frac{2}{5}$, logo, IV-c.

V. O inverso de $\frac{1}{7}$ é 7, logo, V-b.

VI. $3\frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 4}{7} = \frac{25}{7}$. O inverso de $\frac{25}{7}$ é $\frac{7}{25}$, logo, VI-g.

VII. O inverso de $\frac{1}{23}$ é 23, logo, VII-f.

15. a) $\frac{9}{2}$
b) $\frac{15}{2}$
c) 8
d) $\frac{1}{9}$
e) $\frac{1}{8}$
f) $\frac{2}{5}$
g) $\frac{7}{12}$
h) $\frac{23}{18}$
i) $\frac{1}{7}$

16. a) $\frac{5}{4}$
b) 3
c) $\frac{1}{8}\left(\text{pois } \frac{1}{8} \cdot 8 = \frac{8}{8} = 1\right)$
d) $\frac{2}{7}\left(\text{pois } 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}\right)$

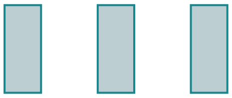
PÁGINA 192 – ATIVIDADES

17. Como Ana comeu $\frac{2}{5}$ da lasanha, então sobraram $\frac{3}{5}$, e essa fração da lasanha foi dividida igualmente em 3 pratos. Portanto, é necessário saber quanto vale $\frac{3}{5}:3$. Assim:

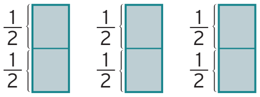
$$\frac{3}{5}:3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot 1}{5 \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{1}{5}$$

Logo, cada prato tinha $\frac{1}{5}$ da lasanha.

18. a) Primeiro, representamos 3 inteiros.

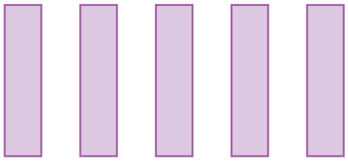


Em seguida, dividimos cada inteiro em duas partes e verificamos quantas vezes $\frac{1}{2}$ cabe em 3 inteiros.

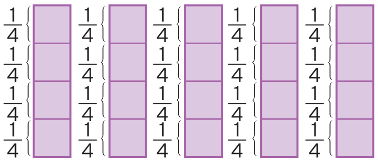


Portanto, $3:\frac{1}{2} = 6$.

b) Primeiro, representamos 5 inteiros.

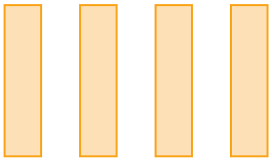


Em seguida, dividimos cada inteiro em 4 partes e verificamos quantas vezes $\frac{1}{4}$ cabe em 5 inteiros.



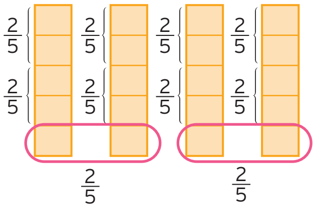
Portanto, $5:\frac{1}{4} = 20$.

c) Primeiro, representamos 4 inteiros.



Ilustrações: ID/BR

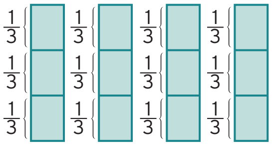
Em seguida, dividimos cada inteiro em 5 partes e verificamos quantas vezes $\frac{2}{5}$ cabem em 4 inteiros.



Portanto, $4:\frac{2}{5} = 10$.

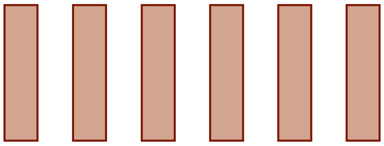
d) Primeiro, representamos 4 inteiros.

Em seguida, dividimos cada inteiro em 3 partes e verificamos quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe em 4 inteiros.

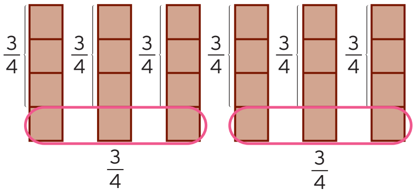


Portanto, $4:\frac{1}{3} = 12$.

e) Primeiro, representamos 6 inteiros.

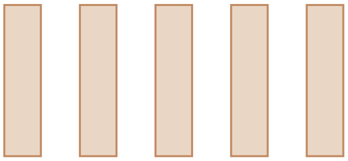


Em seguida, dividimos cada inteiro em 4 partes e verificamos quantas vezes $\frac{3}{4}$ cabem em 6 inteiros.

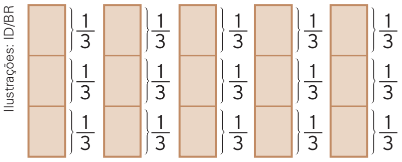


Portanto, $6:\frac{3}{4} = 8$.

f) Primeiro, representamos 5 inteiros.



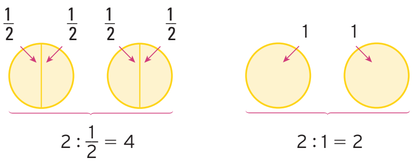
Em seguida, dividimos cada inteiro em 3 partes e verificamos quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe em 5 inteiros.



Ilustrações: ID/BR

Portanto, $5 : \frac{1}{3} = 15$.

19. O quociente da divisão $2 : \frac{1}{2}$ é maior. Veja o esquema a seguir:



20. Precisamos saber quantas vezes $\frac{2}{3}$ cabem em 4, ou seja, $4 : \frac{2}{3}$.

$4 : \frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{3}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Maria consegue fazer 6 tortas com 4 xícaras de leite.

21. Deseja-se saber quantas vezes $\frac{1}{5}$ cabe em 3, ou seja, $3 : \frac{1}{5}$.

$$3 : \frac{1}{5} = 3 \cdot 5 = 15$$

É possível fazer 15 pavês com 3 barras de chocolate.

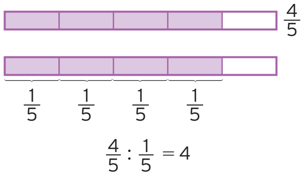
22. Precisamos saber quantas vezes $\frac{2}{5}$ cabem em 2, ou seja, $2 : \frac{2}{5}$.

$$2 : \frac{2}{5} = 2 \cdot \frac{5}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Cinco pessoas assistiram ao filme.

23. a) Primeiro, representamos $\frac{4}{5}$.

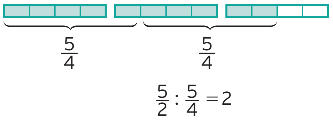
Como as frações têm o mesmo denominador, basta verificar quantas vezes $\frac{1}{5}$ cabe em $\frac{4}{5}$.



Portanto, $\frac{4}{5} : \frac{1}{5} = 4$.

b) Primeiro, representamos $\frac{5}{2}$.

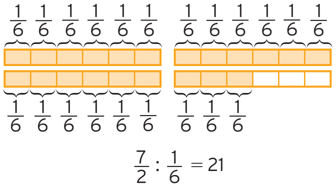
Depois, dividimos cada inteiro em 4 partes iguais e verificamos quantas vezes $\frac{5}{4}$ cabem em $\frac{5}{2}$.



Portanto, $\frac{5}{2} : \frac{5}{4} = 2$.

c) Primeiro, representamos $\frac{7}{2}$.

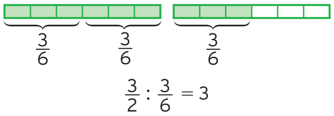
Depois, dividimos cada inteiro em 6 partes iguais e verificamos quantas vezes $\frac{1}{6}$ cabe em $\frac{7}{2}$.



Portanto, $\frac{7}{2} : \frac{1}{6} = 21$.

d) Primeiro, representamos $\frac{3}{2}$.

Depois, dividimos cada inteiro em 6 partes iguais e verificamos quantas vezes $\frac{3}{6}$ cabem em $\frac{3}{2}$.



Portanto, $\frac{3}{2} : \frac{3}{6} = 3$.

24. Precisamos saber quantas vezes $\frac{14}{8}$ cabem em $\frac{49}{4}$, ou seja, $\frac{49}{4} : \frac{14}{8}$.

$$\frac{49}{4} : \frac{14}{8} = \frac{49}{4} \cdot \frac{8}{14} = \frac{\overset{7}{\cancel{49}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{8}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{14}}} = 7$$

Portanto, há 7 placas nessa avenida.

PÁGINA 195 – ATIVIDADES

25. a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

b) $\left(\frac{2}{16}\right)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^3 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{512}$

c) $\left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$

d) $\left(\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} = \frac{64}{729}$

e) $\left(\frac{23}{5}\right)^0 = 1$

f) $\left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{16}{2\,401}$

g) $\left(\frac{12}{3}\right)^5 = 4^5 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 1\,024$

h) $\left(\frac{25}{100}\right)^4 = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$

i) $\left(\frac{11}{10}\right)^3 = \frac{11}{10} \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{11}{10} = \frac{1\,331}{1\,000}$

26. **a)** $\sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

b) $\sqrt{\frac{81}{121}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{121}} = \frac{9}{11}$

c) $\sqrt{\frac{25}{441}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{441}} = \frac{5}{21}$

d) $\sqrt{\frac{9}{256}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{256}} = \frac{3}{16}$

e) $\sqrt{\frac{625}{1\,024}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{1\,024}} = \frac{25}{32}$

f) $\sqrt{\frac{1}{1\,600}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1\,600}} = \frac{1}{40}$

27. **a)** $17\% = \frac{17}{100}$

b) $50\% = \frac{50}{100}$

c) $59\% = \frac{59}{100}$

d) $99\% = \frac{99}{100}$

28. **a)** 50% de 440 $\rightarrow \frac{50}{100} \cdot 440 = \frac{1}{2} \cdot 440 = \frac{440}{2} = 220$

b) 10% de 97 $\rightarrow \frac{10}{100} \cdot 970 = \frac{1}{10} \cdot 970 = \frac{970}{10} = 97$

c) 1% de 200 000 $\rightarrow \frac{1}{100} \cdot 200\,000 = \frac{200\,000}{100} = 2\,000$

d) 25% de 100 $\rightarrow \frac{25}{100} \cdot 100 = \frac{25 \cdot \overset{1}{\cancel{100}}}{\underset{1}{\cancel{100}}} = 25$

29. **a)** Apertando a sequência de teclas:

3 2 0 0 0 0 × 9 0 %

O resultado que vai aparecer no visor será 288 000.

b) Apertando a sequência de teclas:

2 0 2 0 × 4 5 %

O resultado que vai aparecer no visor será 909.

c) Apertando a sequência de teclas:

1 5 0 × 8 0 %

O resultado que vai aparecer no visor será 120.

d) Apertando a sequência de teclas:

4 9 2 0 0 0 × 7 0 %

O resultado que vai aparecer no visor será 344 400.

30. Representando 25% na forma fracionária, temos $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. Assim, 30 reais correspondem à quarta parte da quantia. O valor que Catarina tinha corresponde a 100%. Para obter esse valor, multiplicamos 30 por 4.

$30 \cdot 4 = 120$

Portanto, Catarina tinha 120 reais.

PÁGINA 196 – DIVERSIFICANDO

1. Calculando a população de cada estado em 2010, temos:

- São Paulo: $\frac{1}{2} \cdot 80 = 40$

  Portanto, a população de São Paulo era 40 milhões.

- Rio de Janeiro: $\frac{1}{5} \cdot 80 = 16$

  Portanto, a população do Rio de Janeiro era 16 milhões.

- Minas Gerais: $\frac{1}{2}$ da população de São Paulo.

  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 80 = \frac{1}{4} \cdot 80 = 20$

  Portanto a população de Minas Gerais era 20 milhões.

- Espírito Santo: $\frac{1}{4}$ da população do Rio de Janeiro.

  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot 80 = \frac{1}{20} \cdot 80 = 4$

  Portanto a população do Espírito Santo era 4 milhões.

População – Região Sudeste

Estado	Fração da população do Sudeste	População
Espírito Santo	$\frac{1}{20}$	4 milhões
Minas Gerais	$\frac{1}{4}$	20 milhões
Rio de Janeiro	$\frac{1}{5}$	16 milhões
São Paulo	$\frac{1}{2}$	40 milhões

2. **a)** Como 25% corresponde à quarta parte, pois $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$, dividimos 800 por 4, isto é, $800 : 4 = 200$.

Logo, 25% de 800 mL são 200 mL.

b) Como 1% corresponde à centésima parte, dividimos 1 300 por 100, isto é, $1\,300 : 100 = 13$.

Logo, 1% de 1 300 reais é 13 reais.

c) Como 50% corresponde à metade, pois $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$, dividimos 3 600 por 2, isto é, $3\,600 : 2 = 1\,800$.

Logo, 50% de 3 600 g são 1 800 g.

d) Como 1% corresponde à centésima parte, dividimos 400 por 100, isto é, $400 : 100 = 4$.

Porém, para calcular 5%, efetuamos a multiplicação: $5 \cdot 4 = 20$.

Logo, 5% de 400 cm são 20 cm.

3. **a)** $\frac{3}{11}$

b) $\frac{5}{25}$

c) $\frac{12}{70}$

d) 2

e) $\frac{2}{9}$

4. Respostas pessoais.

5. Resposta pessoal.

6. **a)** $\frac{1}{4}$

b) $\frac{8}{9}$

c) 5

d) 12

e) $\frac{3}{8}$

7. **a)** No primeiro dia, a secretária digitou $\frac{1}{3}$ e sobraram $\frac{2}{3}$ do trabalho para o dia seguinte: $1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

No segundo dia, ela digitou $\frac{2}{9}$ do trabalho: $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

No terceiro dia, ela digitou o restante do trabalho, ou seja, $\frac{4}{9}$ do trabalho:

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{9}{9} - \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{9 - 3 - 2}{9} = \frac{4}{9}$$

b) Nos dois primeiros dias, a secretária digitou $\frac{5}{9}$ do trabalho.

$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3 + 2}{9} = \frac{5}{9}$ ou $1 - \frac{4}{9} = \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{9 - 4}{9} = \frac{5}{9}$

8. **a)** 5

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{5}$

d) 7

9. **a)** De acordo com o enunciado, o lucro é de 25% sobre o preço de compra. Como o preço de compra é 120 reais, temos:

$$25\% \text{ de } 120 \rightarrow \frac{25}{100} \cdot 120 = \frac{1}{4} \cdot 120 = 30$$

$$120 + 30 = 150$$

Logo, o preço de venda é 150 reais.

b) Sabemos que 280 reais correspondem a 125% do preço de venda (100% do preço de venda mais 25% de lucro).

$$280 : 125\ \% = 280 : \frac{125}{100} = 280 : \frac{5}{4} = 280 \cdot \frac{4}{5} = \frac{1\,120}{5} = 224$$

Logo, o comerciante pagou 224 reais pela mercadoria.

10. Resposta pessoal.

PÁGINA 198 – RESOLVENDO PROBLEMAS

COMPREENSÃO DO PROBLEMA

1. 30 chaveiros.

2. O pai fez uma brincadeira usando dados e decidiu: para cada 2 chaveiros que Pedro recebesse, Luísa receberia 3.

3. Não.

4. Não.

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

1. Se Pedro recebeu 6 chaveiros, Luísa recebeu 9. Como a adição dessas duas quantidades é inferior a 30, ainda restam chaveiros da coleção do pai deles para serem distribuídos.

2. Resposta pessoal.

3. Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

5. Resposta pessoal.

REFLEXÃO SOBRE O PROBLEMA

1. Resposta pessoal.

2. Resposta pessoal.

3. Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

5. Resposta pessoal.

6. Resposta pessoal.

MAIS PROBLEMAS

1. Organizando as informações do problema, temos:

- Tereza recebeu metade do faturamento;
- Ricardo recebeu 3 partes em cada 10 (três décimos) do total do faturamento;
- Mateus recebeu o restante.

Agora, para comparar essas informações, vamos escrever quantas partes em 10 cada um recebeu.

Tereza: 5 em cada 10, pois ela recebeu a metade e 5 é a metade de 10.

Ricardo: 3 em cada 10.

Mateus: 2 em cada 10, pois 10 − 5 − 3 = 2.

Com base nessas informações, podemos construir o seguinte quadro:

Sócio	Parte recebida
Tereza	5
Ricardo	3
Mateus	2
Total do faturamento	10

Para determinar o valor de uma parte recebida, dividimos o faturamento total por 10, isto é, 8 000 : 10 = 800.

Tereza recebeu R$ 4 000,00, pois 5 · 800 = 4 000.

Ricardo recebeu R$ 2 400,00, pois 3 · 800 = 2 400.

Mateus recebeu R$ 1 600,00, pois 2 · 800 = 1 600.

2. Podemos construir um quadro com a quantidade de livros distribuídos em cada palestra, adicionando essas quantidades até chegar ao total de 15 livros. Fazemos as tentativas, distribuindo os livros de acordo com a solicitação do editor e observando o total de livros.

1ª palestra	3	6	9
2ª palestra	2	4	6
Total de livros	5	10	15

Portanto, foram separados 6 livros para a segunda palestra.

3. Sabemos que, a cada 7 brinquedos distribuídos, 3 foram destinados à brinquedoteca Ser Feliz e 4 serão distribuídos posteriormente a outras brinquedotecas. Então, na primeira tentativa, temos 3 brinquedos para a brinquedoteca Ser Feliz e 4 que ainda serão distribuídos. Na segunda tentativa, aumentamos 3 brinquedos para a brinquedoteca Ser Feliz, totalizando 6 brinquedos, e, consequentemente, aumentamos 4 que serão distribuídos posteriormente, totalizando 8. Continuamos esse raciocínio até totalizar 27 brinquedos para a brinquedoteca Ser Feliz.

Quantidade de brinquedos distribuídos à brinquedoteca Ser Feliz	3	6	9	12	15	18	21	24	27
Quantidade de brinquedos que não foram distribuídos	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Portanto, não foram distribuídos 36 brinquedos.

PÁGINA 200 – ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Alternativa **c**.

O número $\frac{3}{2}$ é menor que $\frac{4}{2} = 2$ e é maior que $\frac{2}{2} = 1$. Assim, na reta numérica, ele está localizado entre 1 e 2.

2. Alternativa **d**.

A fração $\frac{19}{3}$ equivale a $6\frac{1}{3}$ e a fração $\frac{55}{7}$ equivale a $7\frac{6}{7}$. O número inteiro que fica entre as duas frações é o número 7.

3. Alternativa **c**.

A diferença entre os comprimentos das barras cinza e branca é dada por:

$$\frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$$

Logo, essa diferença corresponde a $\frac{3}{8}$ da barra preta.

4. Alternativa **c**.

Como um dia tem 24 horas e uma semana tem 7 dias, calculamos quantas horas tem em uma semana:

$$7 \cdot 24 = 168$$

Logo, uma semana tem 168 horas.

Agora, calculamos três décimos de 168 horas:

$$\frac{3}{10} \cdot 168 = \frac{504}{10} = \frac{252}{5} = 50\frac{2}{5}$$

$50\frac{2}{5}$ horas correspondem a 50 horas mais $\frac{2}{5}$ de hora. Como uma hora tem 60 minutos, temos:

$$\frac{2}{5} \cdot 60 = \frac{120}{5} = 24$$

Então, $50\frac{2}{5}$ horas correspondem a 50 horas e 24 minutos, ou seja, 2 dias, 2 horas e 24 minutos.

5.
- Mineira: 40% de 400

$$\frac{40}{100} \cdot 400 = 40 \cdot 4 = 160$$

- Árabe: 25% de 400

$$\frac{25}{100} \cdot 400 = 25 \cdot 4 = 100$$

- Vegetariana: 15% de 400

$$\frac{15}{100} \cdot 400 = 15 \cdot 4 = 60$$

- Japonesa e francesa: 10% de 400

$$\frac{10}{100} \cdot 400 = 10 \cdot 4 = 40$$

Total: 160 + 100 + 60 + 40 + 40 = 400

Preferência gastronômica	Quantidade de funcionários
Mineira	160
Árabe	100
Vegetariana	60
Japonesa	40
Francesa	40
Total	400

6. **a)** Os exercícios de Geografia correspondem a $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{2}$, ou seja, $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$.

Portanto, representam $\frac{1}{5}$ do total.

b) Primeiro, calculamos o total de exercícios de Matemática e Geografia.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$$

Depois, subtraímos esses exercícios do total, resultando na fração dos exercícios de Língua Portuguesa.

$$1 - \frac{7}{10} = \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{10 - 7}{10} = \frac{3}{10}$$

Portanto, $\frac{3}{10}$ dos exercícios são de Língua Portuguesa.

c) Como $\frac{3}{10}$ do total correspondem a 9 exercícios, $\frac{1}{10}$ do total corresponde a 3 exercícios. Logo, $\frac{10}{10}$, que equivalem ao total de exercícios, correspondem a 30 exercícios (10 · 3 = 30).

7. **a)** Podemos construir um quadro para indicar a quantidade de cadernos que cada sobrinha vai ganhar e o total de cadernos, até que o total seja igual a 40 cadernos.

Diana	3	6	9	12	15
Elaine	5	10	15	20	25
Total de cadernos	8	16	24	32	40

Logo, Diana vai ganhar 15 cadernos e Elaine vai ganhar 25 cadernos.

b) $\frac{15}{25}$ ou $\frac{3}{5}$

8. Resposta pessoal.

9. Alternativa **d**.

Em 2009, 45% de 320 estudantes jogavam vôlei.

$$\frac{45}{100} \cdot 320 = 144$$

Portanto, 144 estudantes praticavam vôlei em 2009.

Em 2010, 25% do total de estudantes praticavam vôlei, o que, de acordo com o enunciado, corresponde ao total de estudantes que jogavam vôlei em 2009, ou seja, 144 estudantes.

Como $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ corresponde a 144 estudantes, temos:

$$144 : 25\% = 144 : \frac{1}{4} = 4 \cdot 144 = 576$$

Logo, havia 576 estudantes esportistas em 2010.

10. **a)** Os triângulos II e III juntos correspondem à metade do quadrado maior; então, cada um desses triângulos corresponde a $\frac{1}{4}$ do quadrado maior.

O triângulo VII corresponde à metade do triângulo II, então ele corresponde a $\frac{1}{8}$ do quadrado maior.

Os triângulos I e V correspondem à metade do triângulo VII; logo, cada um deles corresponde a $\frac{1}{16}$ do quadrado maior.

O quadrado VI pode ser formado por dois triângulos I; então, ele corresponde a $\frac{1}{8}$ do quadrado maior. O mesmo acontece para o paralelogramo IV.

Logo: I. $\frac{1}{16}$; II. $\frac{1}{4}$; III. $\frac{1}{4}$; IV. $\frac{1}{8}$; V. $\frac{1}{16}$; VI. $\frac{1}{8}$; VII. $\frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} =$

$$= \frac{4}{16} + \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$

d) $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$

11. Alternativa **b**.

Da fortuna de João, $\frac{1}{5}$ ficou com seu irmão mais velho e sobraram $\frac{4}{5}$ para as outras pessoas.

O irmão mais novo ficou com $\frac{1}{6}$ do que sobrou. Então:

$$\frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

Logo, o irmão mais novo ficou com $\frac{2}{15}$ da fortuna de João.

Cada filho ficou com $\frac{1}{12}$ do restante. Para saber quanto restou, fazemos:

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{15} = \frac{12}{15} - \frac{2}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

E, para saber com quanto cada filho ficou, fazemos:

$$\frac{2}{3} : 12 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

Assim, cada filho recebeu $\frac{1}{18}$ da fortuna de João.

UNIDADE 6 – NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL

CAPÍTULO 1 – NÚMEROS NA FORMA DECIMAL

PÁGINA 209 – ATIVIDADES

1. a) R$ 1,00
   b) R$ 0,25
   c) R$ 0,05
   d) R$ 0,01

2. a) $\frac{3}{10} = 0{,}3$
   b) $\frac{7}{100} = 0{,}07$
   c) $\frac{17}{1000} = 0{,}017$
   d) $\frac{53}{10} = 5{,}3$
   e) $\frac{231}{10} = 23{,}1$
   f) $\frac{113}{100} = 1{,}13$
   g) $\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$
   h) $\frac{70}{100} = 0{,}70$
   i) $\frac{7\,568}{10\,000} = 0{,}7568$
   j) $\frac{3\,283}{1000} = 3{,}283$

3. a) Sete décimos.
   b) Três inteiros e quarenta e cinco centésimos.
   c) Trinta e quatro centésimos.
   d) Doze inteiros e trinta e oito milésimos.
   e) Vinte e um milésimos.
   f) Seis inteiros e cinco milésimos.

4. a) 0,12
   b) 3,05
   c) 0,007
   d) 20,015
   e) 0,031

5.

	U	,	d	c	m
a)	2	,	1		
b)	4	,	0	2	
c)	0	,	1	2	5

6. a) 5 milésimos ou 0,005
   b) 5 unidades ou 5
   c) 5 décimos ou 0,5
   d) 5 dezenas ou 50

7. a) 23 cm $= \frac{23}{100}$ m $= 0{,}23$ m
   b) 9 cm $= \frac{9}{100}$ m $= 0{,}09$ m
   c) 7 cm $= \frac{7}{100}$ m $= 0{,}07$ m

8. a) 24,7 °C
   b) 26,7 °C

9.

C	D	U	,	d	c	m
3	0	9	,	9	4	4
	5	3	,	2	7	1
	6	2	,	4	7	5

309,944: trezentos e nove inteiros e novecentos e quarenta e quatro milésimos.

53,271: cinquenta e três inteiros e duzentos e setenta e um milésimos.

62,475: sessenta e dois inteiros e quatrocentos e setenta e cinco milésimos.

PÁGINA 212 – ATIVIDADES

10. a) $\frac{1}{10} = 0{,}1$
    b) $\frac{1}{100} = 0{,}01$
    c) $\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$
    d) $\frac{13}{10} = 1{,}3$
    e) $\frac{521}{100} = 5{,}21$
    f) $\frac{63}{1000} = 0{,}063$

11. a) $0{,}1 = \frac{1}{10}$
    b) $0{,}001 = \frac{1}{1000}$
    c) $0{,}00001 = \frac{1}{100\,000}$
    d) $8{,}7 = \frac{87}{10}$
    e) $96{,}361 = \frac{96\,361}{1000}$
    f) $0{,}6547 = \frac{6\,547}{10\,000}$

12.

Fração decimal equivalente	Número na forma decimal
$\frac{5}{10}$	0,5
$\frac{24}{10}$	2,4
$\frac{35}{100}$	0,35
$\frac{25}{100}$	0,25
$\frac{25}{1000}$	0,025
$\frac{125}{100}$	1,25

13. a) $\frac{213}{100}$; 2,13.
    b) $\frac{1007}{1000}$; 1,007.
    c) $\frac{7\,011}{1000}$; 7,011.
    d) $\frac{15\,002}{1000}$; 15,002.
    e) $\frac{601}{100}$; 6,01.

14. a) $2{,}5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$
    b) $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
    c) $4{,}502 = \frac{4\,502}{1000} = \frac{2\,251}{500}$

    Portanto, a-II; b-III; c-I.

15. a) A figura está dividida em 5 partes iguais, e 2 delas estão pintadas de verde. Portanto:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

    b) A figura está dividida em 5 partes iguais, e 2 delas estão pintadas de verde. Portanto:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

    c) As três figuras juntas representam um número decimal maior que a unidade. As três figuras foram divididas em 5 partes iguais, e 12 delas estão pintadas de verde. Logo, podemos representar esse número com as frações $2\frac{2}{5}$ ou $\frac{12}{5}$. Portanto:

$$2\,\frac{2}{5} = \frac{12}{5} = \frac{24}{10} = 2{,}4$$

    d) As três figuras estão divididas em 6 partes iguais, e 9 delas estão pintadas de verde. Nenhuma das figuras está pintada completamente, porém temos 9 partes verdes, o suficiente para completar uma figura inteira de 6 partes e ainda sobrar 3 partes verdes. Logo, podemos representar esse número com as frações $1\frac{3}{6}$ ou $\frac{9}{6}$. Portanto:

$$1\frac{3}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

16. Escrevendo a fração decimal correspondente a esse número:

$$7{,}128 = 7\frac{128}{1000} = \frac{(1000 \cdot 7) + 128}{1000} = \frac{7128}{1000}$$

Logo, o número tem 7 128 milésimos.

PÁGINA 213 – ATIVIDADE

17. Respostas possíveis:

a) 392,1 = 300 + 90 + 2 + 0,1

5 930,59 = 5 900 + 30 + 0,59

0,682 = 0,6 + 0,08 + 0,002

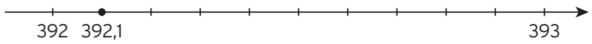
b) $392{,}1 = \frac{3\,921}{10}$

$5\,930{,}59 = \frac{593\,059}{100}$

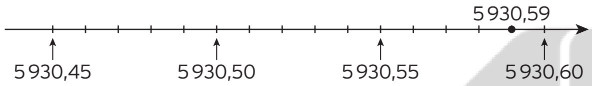
$0{,}682 = \frac{682}{1000}$

c)
- 392,1: trezentos e noventa e dois inteiros e um décimo;
- 5 930,59: cinco mil novecentos e trinta inteiros e cinquenta e nove centésimos;
- 0,682: seiscentos e oitenta e dois milésimos.

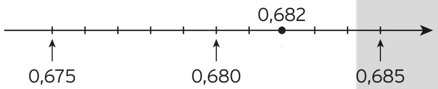
d)
- 392,1:



- 5 930,59:



- 0,682:



Ilustrações: ID/BR

PÁGINA 216 – ATIVIDADES

18. $D = 0{,}2$; $C = 1{,}4$; $A = 2{,}6$; $E = 3{,}5$; $B = 4{,}9$.

19. a) 5 = 5,0

b) 0,12 = 0,1200

c) 9 ≠ 900

d) 78 ≠ 7,8

e) 7,80 = 7,8000

f) 7,80 ≠ 78

20. a) 0,37 > 0,06, pois as partes inteiras são iguais, e na parte decimal tem-se, no primeiro número, 37 centésimos, que é maior que 6 centésimos.

b) 5,12 = 5,120, pois as partes inteiras e as partes decimais são iguais (12 décimos ou 120 centésimos).

c) 10,08 < 10,1, pois as partes inteiras são iguais, e na parte decimal tem-se, no primeiro número, 8 centésimos, que é menor que 1 décimo ou 10 centésimos.

d) 13,06 = 13,0600, pois as partes inteiras e as partes decimais são iguais (6 centésimos ou 600 décimos de milésimos).

e) 2,4 > 2,14, pois as partes inteiras são iguais, e na parte decimal tem-se, no primeiro número, 4 décimos ou 40 centésimos, que é maior que 14 centésimos.

f) 1,005 < 1,04, pois as partes inteiras são iguais, e na parte decimal temos, no primeiro número, 5 milésimos, que é menor que 4 centésimos ou 40 milésimos.

21. a) Para organizar os números em ordem crescente, observa-se a parte inteira de cada número e verifica-se em qual deles ela é menor. Nesse caso, temos o 0 como a menor parte inteira. Assim, 0,687 é o menor número desse item. O próximo número tem como parte inteira o 2; nessa condição, temos 2,57 e 2,9; comparando os centésimos, tem-se 2,57 < 2,9. No próximo número, temos como parte inteira o 3, ou seja, 3,57. O seguinte tem como parte inteira o 4 e, nessa condição, temos 4,89 e 4,9; comparando os centésimos, temos 4,89 < 4,9. Por fim, o próximo número é o que tem parte inteira igual a 6, ou seja, 6,9.

Assim, em ordem crescente, escrevemos:

$$0{,}687 < 2{,}57 < 2{,}9 < 3{,}57 < 4{,}89 < 4{,}9 < 6{,}9$$

b) Como todas as partes inteiras são 0, basta colocar zeros até que todas as partes decimais fiquem com quatro dígitos (pois é a maior quantidade de algarismos que há nesse caso) e comparar os décimos de milésimos (60, 150, 700, 1004, 2 000, 9 010).

Assim, em ordem crescente, escrevemos:

$$0{,}006 < 0{,}015 < 0{,}07 < 0{,}1004 < 0{,}2 < 0{,}901$$

22. a) 1,45000 = 1,45

b) 1,050 = 1,05

c) 0,9750 = 0,975

d) 2,100 = 2,1

Portanto, a-III; b-II; c-IV; d-I.

23. a) A: $\frac{60}{100} = 0{,}6$; B: $\frac{52}{100} = 0{,}52$; C: $\frac{50}{100} = 0{,}50$; D: $\frac{71}{100} = 0{,}71$.

b) 0,71 > 0,6 > 0,52 > 0,50

24. a) Tem-se 2 unidades, 20 centésimos, 10 centésimos e 5 centésimos do euro, isto é, 2 euros e 35 centésimos do euro ou € 2,35.

b) Tem-se 50 centésimos, 1 unidade, 1 centésimo e 2 centésimos do euro, isto é, 1 euro e 53 centésimos do euro ou € 1,53.

25. O *grid* de largada segue a ordem crescente, sendo o piloto de menor tempo o primeiro. Todos os pilotos têm 1 minuto de tempo, então a comparação será feita pelos segundos de cada um. Observa-se que o menor tempo é do piloto Norris (41,993). Em seguida, temos de comparar os tempos de Sainz Jr. (42,510) e Russell (42,983): os segundos são iguais e a casa dos décimos do tempo de Sainz Jr. é menor, de modo que podemos definir as duas próximas posições. Por fim, comparando os décimos dos tempos dos pilotos Ricciardo (44,156) e Hamilton (44,050), conclui-se que Ricciardo ocupará a última posição nesse *grid* de largada. Então, tem-se:

$$41{,}933 < 42{,}510 < 42{,}983 < 44{,}050 < 44{,}156$$

Logo, o *grid* de largada dessa prova foi: Norris, Sainz Jr., Russel, Hamilton e Ricciardo.

PÁGINA 217 – DIVERSIFICANDO

1. Sabe-se que 1 kg corresponde a 1 000 g, então 1 137 g correspondem a 1,137 kg. Assim, tem-se 1,137 > 1, logo há mais de 1 quilograma de maçãs na balança.

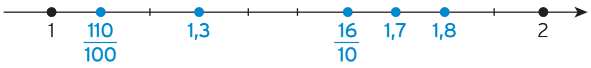
2. As quantidades estão representadas por números decimais, e as partes inteiras desses números são todas iguais. Assim, comparam-se as partes decimais: 247, 300, 310 e 250.

Tem-se, em ordem crescente: 0,247 < 0,25 < 0,3 < 0,31. Então, a garrafa A tem a menor quantidade de líquido.

3. O intervalo de 1 a 2 da reta numérica foi dividido em dez partes iguais, e cada parte representa um décimo. Convertendo as frações decimais em números decimais, tem-se:

$\frac{110}{100} = 1{,}10$ $\qquad$ $\frac{16}{10} = 1{,}6$

Portanto, os números ficarão localizados da seguinte maneira:



4. a) O paciente B está com a temperatura considerada normal, pois 36,3 °C está entre 36 °C e 36,9 °C.

b) O paciente A está com febre baixa, pois 37,6 < 37, 9 < 38. O paciente C está com febre alta, pois 39,6 > 39,1.

5. **a)** 1 décimo de 1 metro corresponde a:

$$\frac{1}{10} = 0,1 \text{ m}$$

b) 143 mm correspondem a:

$$\frac{143}{1000} = 0,143 \text{ m}$$

CAPÍTULO 2 – OPERAÇÕES COM NÚMEROS NA FORMA DECIMAL

PÁGINA 221 – ATIVIDADES

1. Resoluções possíveis:

a) $1 + 0,5 = \frac{1}{1} + \frac{5}{10} = \frac{10+5}{10} = \frac{15}{10} = 1,5$

b) $1,3058 + 3,6547 = \frac{13\,058}{10\,000} + \frac{36\,547}{10\,000} = \frac{49\,605}{10\,000} = 4,9605$

c) $1,5 + 6,98 + 3,21 = \frac{15}{10} + \frac{698}{100} + \frac{321}{100} =$

$= \frac{150}{100} + \frac{698}{100} + \frac{321}{100} = \frac{1169}{100} = 11,69$

d) $2,89 + 6,54 + 1,009 = \frac{289}{100} + \frac{654}{100} + \frac{1009}{1000} =$

$= \frac{2\,890}{1000} + \frac{6\,540}{1000} + \frac{1009}{1000} = \frac{10\,439}{1000} = 10,439$

e) $10,1 - 0,1 = \frac{101}{10} - \frac{1}{10} = \frac{101-1}{10} = \frac{100}{10} = 10$

f) $5,987 - 1,236 = \frac{5\,987}{1000} - \frac{1236}{1000} = \frac{5\,987 - 1236}{1000} =$

$= \frac{4\,751}{1000} = 4,751$

g) $1,5 - 1,05 = \frac{15}{10} - \frac{105}{100} = \frac{150}{100} - \frac{105}{100} = \frac{45}{100} = 0,45$

h) $6 - 0,98 = 6 - \frac{98}{100} = \frac{600}{100} - \frac{98}{100} = \frac{502}{100} = 5,02$

2. **a)** $\boxed{5,3} \xrightarrow{-\,2,7} \boxed{2,6} \xrightarrow{-\,2,06} \boxed{0,54} \xrightarrow{+\,14,5} \boxed{15,04}$

b) $\boxed{28,9} \xrightarrow{+\,0,7} \boxed{29,6} \xrightarrow{-\,0,09} \boxed{29,51} \xrightarrow{+\,5,1} \boxed{34,61}$

c) $\boxed{15,1} \xrightarrow{+\,3,7} \boxed{18,8} \xrightarrow{-\,1,2} \boxed{17,6} \xrightarrow{+\,0,005} \boxed{17,605}$

3. **a)** Usando a relação fundamental da subtração, temos:

$$7,23 - 0,78 = ■$$
$$\frac{723}{100} - \frac{78}{100} = ■$$
$$\frac{645}{100} = ■$$
$$6,45 = ■$$

Logo, 7,23 − 6,45 = 0,78

b) 2,5 + 3,8 + ■ = 9,25

6,3 + ■ = 9,25

Subtraindo 6,3 dos dois lados da igualdade, temos:

$$6,3 - 6,3 + ■ = 9,25 - 6,3$$
$$■ = \frac{925}{100} - \frac{63}{10}$$
$$■ = \frac{925}{100} - \frac{630}{100}$$
$$■ = \frac{295}{100}$$
$$■ = 2,95$$

Logo, 2,5 + 3,8 + 2,95 = 9,25.

4. **a)** Mariana não organizou os algarismos de ordens iguais um embaixo do outro, não colocando vírgula embaixo de vírgula. Deveria ter feito assim:

$$\begin{array}{rr} & 2\;\overset{4}{\cancel{5}},{}^{1}3\,8 \\ - & 1,7\,0 \\ \hline & 2\;3,6\,8 \end{array}$$

b) I. • Resultado aproximado:

$$4,85 + 6,27 \simeq 5 + 6 = 11$$

• Resultado exato:

$$\begin{array}{rr} & \overset{1}{4},\overset{1}{8}\;5 \\ + & 6,2\;7 \\ \hline & 1\;1,1\;2 \end{array}$$

II. • Resultado aproximado:

$$15,44 - 7,34 \simeq 15 - 7 = 8$$

• Resultado exato:

$$\begin{array}{rr} & \overset{0}{\cancel{1}}\;{}^{1}5,4\;4 \\ - & 7,3\;4 \\ \hline & 8,1\;0 \end{array}$$

III. • Resultado aproximado:

$$11,35 + 8,72 \simeq 11 + 9 = 20$$

• Resultado exato:

$$\begin{array}{rr} & \overset{1}{1}\;\overset{1}{1},3\;5 \\ + & 8,7\;2 \\ \hline & 2\;0,0\;7 \end{array}$$

IV. • Resultado aproximado:

$$12,05 + 4,14 \simeq 12 + 4 = 16$$

• Resultado exato:

$$\begin{array}{rr} & 1\;2,0\;5 \\ + & 4,1\;4 \\ \hline & 1\;6,1\;9 \end{array}$$

V. • Resultado aproximado:

$$9,86 - 3,91 \simeq 10 - 4 = 6$$

• Resultado exato:

$$\begin{array}{rr} & \overset{8}{\cancel{9}},{}^{1}8\,6 \\ - & 3,\;9\,1 \\ \hline & 5,\;9\,5 \end{array}$$

VI. • Resultado aproximado:

$$13,64 - 5,73 \simeq 14 - 6 = 8$$

• Resultado exato:

$$\begin{array}{rr} & \overset{0}{\cancel{1}}\;\overset{12}{\cancel{3}},{}^{1}6\,4 \\ - & 5,7\;3 \\ \hline & 7,9\;1 \end{array}$$

5. 3,75 + 3,75 = 7,5

7,5 < 10

Assim, com essa quantidade de corda, é possível fazer o balanço, pois ele usará 7,5 m de corda e sobrarão 2,5 m.

6. $1{,}5 + 3{,}85 + 4{,}75 = \frac{15}{10} + \frac{385}{100} + \frac{475}{100} = \frac{150}{100} + \frac{385}{100} + \frac{475}{100} =$

$= \frac{150 + 385 + 475}{100} = \frac{1010}{100} = 10{,}1$

Logo, a medida da distância total percorrida foi 10,1 km.

7. a)

$$\begin{array}{r} 1{,}\overset{7}{\cancel{8}}\,{}^{1}2 \\ -\,1{,}4\;7 \\ \hline 0{,}3\;5 \end{array}$$

Logo, o pai de Carolina é 0,35 m mais alto que ela.

b) Como 20 cm = 0,20 m, a medida da altura da mãe é:

$$\begin{array}{r} 1{,}47 \\ +\,0{,}20 \\ \hline 1{,}67 \end{array}$$

Portanto, a mãe de Carolina mede 1,67 m de altura.

8. Lanche: R$ 6,20

Água: R$ 3,30

Ela gastaria 6,20 + 3,30, ou seja, R$ 9,50.

Como ela tem 20 reais, o troco seria R$ 10,50 (20 − 9,5 = 10,5).

PÁGINA 224 – ATIVIDADES

9. a) $10 \cdot 35{,}17 = \frac{1\cancel{0} \cdot 3517}{10\cancel{0}} = 351{,}7$

b) $1000 \cdot 23{,}4 = \frac{100\cancel{0} \cdot 234}{1\cancel{0}} = 23400$

c) $100 \cdot 42{,}37 = \frac{1\cancel{0}\cancel{0} \cdot 4237}{1\cancel{0}\cancel{0}} = 4237$

d)

$$\begin{array}{r} \overset{5}{0}{,}8 \\ \times\ \ 7 \\ \hline 5{,}6 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r} 1{,}\overset{3}{0}9 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 4{,}36 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r} \overset{2}{1}\overset{3}{3}{,}4\overset{4}{0}5 \\ \times\ \ 8 \\ \hline 107{,}240 \end{array}$$

10. a) $0{,}1 \cdot 0{,}9 = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{100} = 0{,}09$

b) $1{,}5 \cdot 0{,}06 = \frac{15}{10} \cdot \frac{6}{100} = \frac{90}{1000} = 0{,}09$

c)

$$\begin{array}{r} 25{,}12 \\ \times\ 1{,}3 \\ \hline 7536 \\ +\,25120 \\ \hline 32{,}656 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r} 34{,}08 \\ \times\ 4{,}3 \\ \hline 10224 \\ +\,136320 \\ \hline 146{,}544 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r} 40{,}5 \\ \times\ 2{,}06 \\ \hline 2430 \\ 0000 \\ +\,81000 \\ \hline 83{,}430 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r} 12{,}104 \\ \times\ 1{,}23 \\ \hline 36312 \\ 242080 \\ +\,1210400 \\ \hline 14{,}88792 \end{array}$$

11. Sabendo que 1 litro de gasolina custava R$ 6,89, então 10 000 litros custavam:

$$6{,}89 \cdot 10000 = \frac{689 \cdot 100\cancel{0}\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}} = 68900$$

O prêmio era equivalente a R$ 68 900,00.

12. Cada pacote contém 12 latas de 0,350 L de suco cada um. Assim, temos:

$$\begin{array}{r} 0{,}350 \\ \times\ 12 \\ \hline 700 \\ +\,3500 \\ \hline 4{,}200 \end{array}$$

Portanto, há 4,2 L de suco em cada pacote.

13.

$$\begin{array}{r} 3{,}8 \\ \times\ 8{,}5 \\ \hline 190 \\ +\,3040 \\ \hline 32{,}30 \end{array}$$

Logo, são percorridos 32,3 km.

14. Meia dúzia de lápis custam R$ 11,70.

$$\begin{array}{r} \overset{5}{1}{,}\overset{3}{9}5 \\ \times\ \ 6 \\ \hline 11{,}70 \end{array}$$

A lapiseira custa R$ 10,80; logo, temos:

$$11{,}70 - 10{,}80 = 0{,}90$$

Portanto, comprando 6 lápis em vez de 1 lapiseira, serão gastos R$ 0,90 a mais.

15. a) 4 esfirras de carne custam R$ 11,20.

$$\begin{array}{r} \overset{3}{2}{,}80 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 11{,}20 \end{array}$$

5 esfirras de queijo custam R$ 15,50.

$$\begin{array}{r} 3{,}10 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 15{,}50 \end{array}$$

2 esfirras de frango custam R$ 7,70.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{3}{,}\overset{1}{8}5 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 7{,}70 \end{array}$$

9 esfirras de atum custam R$ 37,35.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{4}{,}\overset{4}{1}5 \\ \times\ \ 9 \\ \hline 37{,}35 \end{array}$$

b) 2 esfirras de carne custam R$ 5,60.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2},80 \\ \times\quad 2 \\ \hline 5,60 \end{array}$$

6 esfirras de frango custam R$ 23,10.

$$\begin{array}{r} \overset{5}{3},\overset{3}{8}5 \\ \times\quad 6 \\ \hline 23,10 \end{array}$$

Valor gasto: 5,60 + 23,10 = 28,70

Vou gastar R$ 28,70.

16. a) Se com 1 litro de combustível um automóvel percorre 9,6 quilômetros, com 10 litros ele vai percorrer 96 quilômetros (9,6 · 10 = = 96).

b)

$$\begin{array}{r} 18,5 \\ \times\quad 9,6 \\ \hline 1110 \\ +\ 16650 \\ \hline 177,60 \end{array}$$

Ele vai percorrer 177,6 quilômetros.

17. a) O resultado terá uma casa decimal (5 150,8), pois o primeiro fator não tem casas decimais, e o segundo fator tem uma casa decimal.

b) O resultado terá duas casas decimais (515,08), pois o primeiro fator tem duas casas decimais, e o segundo fator não tem casas decimais.

c) O resultado terá duas casas decimais (515,08), pois cada fator tem uma casa decimal.

d) O resultado terá cinco casas decimais (0,51508), pois o primeiro fator tem duas casas decimais, e o segundo fator tem três casas decimais.

e) O resultado terá seis casas decimais (0,051508), pois cada fator tem três casas decimais.

f) O resultado terá três casas decimais (51,508), pois o primeiro fator não tem casas decimais, e o segundo fator tem três casas decimais.

PÁGINA 230 – ATIVIDADES

18. a)

$$\begin{array}{r|l} 15 & 6 \\ \cline{2-2} -12 & 2,5 \\ \cline{1-1} 30 & \\ -30 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{15}{6} = 2,5$.

b)

$$\begin{array}{r|l} 35 & 8 \\ \cline{2-2} -32 & 4,375 \\ \cline{1-1} 30 & \\ -24 & \\ \cline{1-1} 60 & \\ -56 & \\ \cline{1-1} 40 & \\ -40 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{35}{8} = 4,375$.

c)

$$\begin{array}{r|l} 72 & 15 \\ \cline{2-2} -60 & 4,8 \\ \cline{1-1} 120 & \\ -120 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{72}{15} = 4,8$.

d)

$$\begin{array}{r|l} 27 & 12 \\ \cline{2-2} -24 & 2,25 \\ \cline{1-1} 30 & \\ -24 & \\ \cline{1-1} 60 & \\ -60 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{27}{12} = 2,25$.

e)

$$\begin{array}{r|l} 112 & 10 \\ \cline{2-2} -10 & 11,2 \\ \cline{1-1} 12 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 20 & \\ -20 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{112}{10} = 11,2$.

f)

$$\begin{array}{r|l} 321 & 100 \\ \cline{2-2} -300 & 3,21 \\ \cline{1-1} 210 & \\ -200 & \\ \cline{1-1} 100 & \\ -100 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{321}{100} = 3,21$.

g)

$$\begin{array}{r|l} 47 & 5 \\ \cline{2-2} -45 & 9,4 \\ \cline{1-1} 20 & \\ -20 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{47}{5} = 9,4$.

h)

$$\begin{array}{r|l} 4390 & 1000 \\ \cline{2-2} -4000 & 0,439 \\ \cline{1-1} 3900 & \\ -3000 & \\ \cline{1-1} 9000 & \\ -9000 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{439}{1000} = 0,439$.

19. a) $8,4 : 3 = \frac{84}{10} : 3 = \frac{\cancel{84}^{28}}{10} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = \frac{28}{10} = 2,8$

Logo, 8,4 : 3 = 2,8.

b) 38,5 : 4 = 385 : 40

$$\begin{array}{r|l} 385 & 40 \\ \cline{2-2} -360 & 9,625 \\ \cline{1-1} 250 & \\ -240 & \\ \cline{1-1} 100 & \\ -80 & \\ \cline{1-1} 200 & \\ -200 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Logo, 38,5 : 4 = 9,625.

c) $123,5 : 5 = \frac{1235}{10} : 5 = \frac{1235}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{247}{10} = 24,7$

Logo, 123,5 : 5 = 24,7.

d) $18{,}567 : 9 = \frac{18\,567}{1000} : 9 = \frac{18\,567}{1000} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2\,063}{1000} = 2{,}063$

Logo, $18{,}567 : 9 = 2{,}063$.

e) $0{,}9 : 10 = \frac{9}{10} : 10 = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{100} = 0{,}09$

Logo, $0{,}9 : 10 = 0{,}09$.

f) $3{,}87 : 100 = \frac{387}{100} : 100 = \frac{387}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{387}{10\,000} = 0{,}0387$

Logo, $3{,}87 : 100 = 0{,}0387$.

g) $0{,}987 : 10 = \frac{987}{1000} : 10 = \frac{987}{1000} \cdot \frac{1}{10} = \frac{987}{10\,000} = 0{,}0987$

Logo, $0{,}987 : 10 = 0{,}0987$.

h) $12{,}56 : 1000 = \frac{1256}{100} : 1000 = \frac{1256}{100} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{1256}{100\,000} =$

$= 0{,}01256$

Logo, $12{,}56 : 1000 = 0{,}01256$.

i) $3{,}216 : 12 = 3\,216 : 12\,000$

$$\begin{array}{r|l}
32160 & 12000 \\ \cline{2-2}
-\underline{24000} & 0{,}268 \\
81600 & \\
-\underline{72000} & \\
96000 & \\
-\underline{96000} & \\
0 &
\end{array}$$

Logo, $3{,}216 : 12 = 0{,}268$.

j) $125{,}94 : 6 = 12\,594 : 600$

$$\begin{array}{r|l}
12594 & 600 \\ \cline{2-2}
-\underline{1200} & 20{,}99 \\
5940 & \\
-\underline{5400} & \\
5400 & \\
-\underline{5400} & \\
0 &
\end{array}$$

Logo, $125{,}94 : 6 = 20{,}99$.

20. a) $5{,}25 : 1{,}75 = \frac{525}{100} : \frac{175}{100} = \frac{525}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot \frac{1\cancel{0}\cancel{0}}{175} = 3$

Logo, $5{,}25 : 1{,}75 = 3$.

b) $3{,}92 : 2{,}8 = \frac{392}{100} : \frac{28}{10} = \frac{392}{100} \cdot \frac{10}{28} = \frac{14}{10} = 1{,}4$

Logo, $3{,}92 : 2{,}8 = 1{,}4$.

c) $10{,}575 : 4{,}23 = \frac{10\,575}{1000} : \frac{423}{100} = \frac{10\,575}{10\cancel{0}\cancel{0}} \cdot \frac{1\cancel{0}\cancel{0}}{423} = \frac{25}{10} = 2{,}5$

Logo, $10{,}575 : 4{,}23 = 2{,}5$.

d) $1{,}085 : 0{,}5 = \frac{1085}{1000} : \frac{5}{10} = \frac{1085}{100\cancel{0}} \cdot \frac{1\cancel{0}}{5} = \frac{217}{100} = 2{,}17$

Logo, $1{,}085 : 0{,}5 = 2{,}17$.

e) $2{,}06 : 0{,}2 = \frac{206}{100} : \frac{2}{10} = \frac{206}{100} \cdot \frac{10}{2} = \frac{103}{10} = 10{,}3$

Logo, $2{,}06 : 0{,}2 = 10{,}3$.

f) $2{,}6 : 2{,}5 = 26 : 25$

$$\begin{array}{r|l}
26 & 25 \\ \cline{2-2}
-\underline{25} & 1{,}04 \\
100 & \\
-\underline{100} & \\
0 &
\end{array}$$

Logo, $2{,}6 : 2{,}5 = 1{,}04$.

g) $39{,}13 : 1{,}3 = \frac{3\,913}{100} : \frac{13}{10} = \frac{3\,913}{10\cancel{0}} \cdot \frac{1\cancel{0}}{13} = \frac{301}{10} = 30{,}1$

Logo, $39{,}13 : 1{,}3 = 30{,}1$.

h) $60{,}09 : 1{,}5 = 6\,009 : 150$

$$\begin{array}{r|l}
6009 & 150 \\ \cline{2-2}
-\underline{600} & 40{,}06 \\
0900 & \\
-\underline{900} & \\
0 &
\end{array}$$

Logo, $60{,}09 : 1{,}5 = 40{,}06$.

21. a)

$$\begin{array}{r|l}
20 & 3 \\ \cline{2-2}
-\underline{18} & 0{,}666 \\
20 & \\
-\underline{18} & \\
20 & \\
-\underline{18} & \\
2 &
\end{array}$$

Logo, $2 : 3 \simeq 0{,}67$.

b)

$$\begin{array}{r|l}
40 & 9 \\ \cline{2-2}
-\underline{36} & 0{,}444 \\
40 & \\
-\underline{36} & \\
40 & \\
-\underline{36} & \\
4 &
\end{array}$$

Logo, $4 : 9 \simeq 0{,}44$.

c)

$$\begin{array}{r|l}
5 & 3 \\ \cline{2-2}
-\underline{3} & 1{,}666 \\
20 & \\
-\underline{18} & \\
20 & \\
-\underline{18} & \\
20 & \\
-\underline{18} & \\
2 &
\end{array}$$

Logo, $5 : 3 \simeq 1{,}67$.

d)

$$\begin{array}{r|l}
50 & 7 \\ \cline{2-2}
-\underline{49} & 0{,}714 \\
10 & \\
-\underline{7} & \\
30 & \\
-\underline{28} & \\
2 &
\end{array}$$

Logo, $5 : 7 \simeq 0{,}71$.

e)

$$\begin{array}{r|l}
57 & 18 \\ \cline{2-2}
-\underline{54} & 3{,}166 \\
30 & \\
-\underline{18} & \\
120 & \\
-\underline{108} & \\
120 & \\
-\underline{108} & \\
12 &
\end{array}$$

Logo, $57 : 18 \simeq 3{,}17$.

f)

$$\begin{array}{r|l} 110 & 3 \\ \cline{2-2} -\underline{9} & 36{,}666 \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 2 & \end{array}$$

Logo, 110 : 3 ≃ 36,67.

g) 5,7 : 2,3 = 57 : 23

$$\begin{array}{r|l} 57 & 23 \\ \cline{2-2} -\underline{46} & 2{,}478 \\ 110 & \\ -\underline{92} & \\ 180 & \\ -\underline{161} & \\ 190 & \\ -\underline{184} & \\ 6 & \end{array}$$

Logo, 5,7 : 2,3 ≃ 2,48.

h) 10,1 : 9 = 101 : 90

$$\begin{array}{r|l} 101 & 90 \\ \cline{2-2} -\underline{90} & 1{,}122 \\ 110 & \\ -\underline{90} & \\ 200 & \\ -\underline{180} & \\ 200 & \\ -\underline{180} & \\ 20 & \end{array}$$

Logo, 10,1 : 9 ≃ 1,12.

i) 8,9 : 4,5 = 89 : 45

$$\begin{array}{r|l} 89 & 45 \\ \cline{2-2} -\underline{45} & 1{,}977 \\ 440 & \\ -\underline{405} & \\ 350 & \\ -\underline{315} & \\ 350 & \\ -\underline{315} & \\ 35 & \end{array}$$

Logo, 8,9 : 4,5 ≃ 1,98.

22. a)

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ \cline{2-2} -\underline{9} & 0{,}333 \\ 10 & \\ -\underline{9} & \\ 10 & \\ -\underline{9} & \\ 1 & \end{array}$$

1 : 3 = 0,333... = $0,\overline{3}$

b)

$$\begin{array}{r|l} 10 & 9 \\ \cline{2-2} -\underline{9} & 0{,}111 \\ 10 & \\ -\underline{9} & \\ 10 & \\ -\underline{9} & \\ 1 & \end{array}$$

1 : 9 = 0,111... = $0,\overline{1}$

c)

$$\begin{array}{r|l} 10 & 6 \\ \cline{2-2} -\underline{6} & 0{,}166 \\ 40 & \\ -\underline{36} & \\ 40 & \\ -\underline{36} & \\ 4 & \end{array}$$

1 : 6 = 0,1666... = $0,1\overline{6}$

d)

$$\begin{array}{r|l} 11 & 9 \\ \cline{2-2} -\underline{9} & 1{,}222 \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 2 & \end{array}$$

11 : 9 = 1,222... = $1,\overline{2}$

e)

$$\begin{array}{r|l} 17 & 3 \\ \cline{2-2} -\underline{15} & 5{,}666 \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 20 & \\ -\underline{18} & \\ 2 & \end{array}$$

17 : 3 = 5,666... = $5,\overline{6}$

f)

$$\begin{array}{r|l} 56 & 12 \\ \cline{2-2} -\underline{48} & 4{,}666 \\ 80 & \\ -\underline{72} & \\ 80 & \\ -\underline{72} & \\ 80 & \\ -\underline{72} & \\ 8 & \end{array}$$

56 : 12 = 4,666... = $4,\overline{6}$

g)

$$\begin{array}{r|l} 440 & 45 \\ \cline{2-2} -\underline{405} & 0{,}977 \\ 350 & \\ -\underline{315} & \\ 350 & \\ -\underline{315} & \\ 35 & \end{array}$$

44 : 45 = 0,9777... = $0,9\overline{7}$

h)

$$\begin{array}{r|l} 1\ 0 & 6 \\ -\ 6 & 1{,}666 \\ \hline 4\ 0 & \\ -\ 3\ 6 & \\ \hline 4\ 0 & \\ -\ 3\ 6 & \\ \hline 4\ 0 & \\ -\ 3\ 6 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

$10 : 6 = 1{,}666... = 1{,}\overline{6}$

i)

$$\begin{array}{r|l} 3\ 1\ 0 & 33 \\ -\ 2\ 9\ 7 & 0{,}9393 \\ \hline 1\ 3\ 0 & \\ -\ 9\ 9 & \\ \hline 3\ 1\ 0 & \\ -\ 2\ 9\ 7 & \\ \hline 1\ 3\ 0 & \\ -\ 9\ 9 & \\ \hline 3\ 1 & \end{array}$$

$31 : 33 = 0{,}939393... = 0{,}\overline{93}$

PÁGINA 233 – DESCUBRA MAIS

PARA CONCLUIR

1. Resposta pessoal. Uma das respostas possíveis é a presença de erros durante o processo empírico.
2. Respostas pessoais.
3. Resposta pessoal.

PÁGINA 235 – ATIVIDADES

23. a) $(0{,}1)^2 = 0{,}1 \cdot 0{,}1 = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}01$

b) $(0{,}1)^3 = 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

c) $(0{,}3)^2 = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100} = 0{,}09$

d) $(1{,}1)^2 = 1{,}1 \cdot 1{,}1 = \frac{11}{10} \cdot \frac{11}{10} = \frac{121}{100} = 1{,}21$

e) $(1{,}4)^2 = 1{,}4 \cdot 1{,}4 = \frac{14}{10} \cdot \frac{14}{10} = \frac{196}{100} = 1{,}96$

f) $(0{,}4)^3 = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{64}{1000} = 0{,}064$

24. a) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$, pois $0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$

Outra maneira de resolver:

$$\sqrt{0{,}04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

b) $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$, pois $0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$

Outra maneira de resolver:

$$\sqrt{0{,}16} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

c) $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$, pois $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$

Outra maneira de resolver:

$$\sqrt{0{,}25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

d) $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$, pois $0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$

Outra maneira de resolver:

$$\sqrt{0{,}81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10} = 0{,}9$$

e) $\sqrt{1{,}69} = 1{,}3$, pois $1{,}3 \cdot 1{,}3 = 1{,}69$

Outra maneira de resolver:

$$\sqrt{1{,}69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{100}} = \frac{13}{10} = 1{,}3$$

f) $\sqrt{2{,}56} = 1{,}6$, pois $1{,}6 \cdot 1{,}6 = 2{,}56$

Outra maneira de resolver:

$$\sqrt{2{,}56} = \sqrt{\frac{256}{100}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{100}} = \frac{16}{10} = 1{,}6$$

25. a) Para descobrir o número que, elevado ao quadrado, é igual a 0,49, verifica-se que esse número deve ter uma casa decimal, pois, ao multiplicar esse número por ele mesmo, o resultado terá duas casas decimais. Fazendo algumas tentativas, tem-se:

- $0{,}5^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{100} = 0{,}25$
- $0{,}6^2 = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{36}{100} = 0{,}36$
- $0{,}7^2 = 0{,}7 \cdot 0{,}7 = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{100} = 0{,}49$

Logo, o número procurado é 0,7.

b) Para descobrir o número que, elevado ao cubo, é igual a 0,125, verifica-se que esse número deve ter uma casa decimal, pois, ao multiplicar três fatores iguais a esse número, o resultado terá três casas decimais. Fazendo algumas tentativas, tem-se:

- $0{,}3^3 = 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{27}{1000} = 0{,}027$
- $0{,}4^3 = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{64}{1000} = 0{,}064$
- $0{,}5^3 = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{125}{1000} = 0{,}125$

Logo, o número procurado é 0,5.

c) $1{,}7^2 = 1{,}7 \cdot 1{,}7 = \frac{17}{10} \cdot \frac{17}{10} = \frac{289}{100} = 2{,}89$

Então, conclui-se que $\sqrt{2{,}89} = 1{,}7$.

Logo, o número procurado é 2,89.

26. a) $10\% = \frac{10}{100} = 0{,}1$

$0{,}1 \cdot 40 = 4$

Logo, 10% de 40 é 4.

b) $1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$

$0{,}01 \cdot 500 = 5$

Logo, 1% de 500 é 5.

c) $0{,}3\% = \frac{0{,}3}{100} = 0{,}003$

$0{,}003 \cdot 180 = 0{,}54$

Logo, 0,3% de 180 é 0,54.

d) $25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25$

$0{,}25 \cdot 80 = 20$

Logo, 25% de 80 é 20.

e) $2{,}5\% = \frac{2{,}5}{100} = 0{,}025$

$0{,}025 \cdot 80 = 2$

Logo, 2,5% de 80 é 2.

f) $230\% = \frac{230}{100} = 2{,}3$

$2{,}3 \cdot 25 = 57{,}5$

Logo, 230% de 25 é 57,5.

g) $1{,}4\% = \frac{1{,}4}{100} = 0{,}014$

$0{,}014 \cdot 1203 = 16{,}842$

Logo, 1,4% de 1203 é 16,842.

h) $150\% = \frac{150}{100} = 1{,}5$

$1{,}5 \cdot 54 = 81$

Logo,150% de 54 é 81.

27. Inicialmente, determinamos o valor do desconto, ou seja, 8% de 360 reais.

$0{,}08 \cdot 360 = 28{,}8$

Para determinar o preço que Mariana vai pagar, calcula-se a diferença entre o preço inicial (R$ 360,00) e o desconto dado (R$ 28,80).

$360{,}00 - 28{,}80 = 331{,}20$

Portanto, Mariana vai pagar R$ 331,20.

28. a) $6{,}5\% = \frac{6{,}5}{100} = 0{,}065$

$0{,}065 \cdot 500 = 32{,}5$

Portanto, o valor do desconto foi R$ 32,50.

b) O valor pago pelo aparelho é obtido pela diferença entre o valor inicial e o desconto, ou seja:

$$500 - 32{,}5 = 467{,}5$$

Logo, com o desconto, Lúcia pagou R$ 467,50 pelo aparelho.

29. a) A chapa que venceu a eleição foi a Atuante, pois recebeu a maior porcentagem dos votos (38%). Para saber a quantidade de estudantes que votaram nessa chapa, calcula-se 38% de 1250 estudantes.

$$0{,}38 \cdot 1250 = 475$$

Portanto, 475 estudantes votaram na chapa vencedora.

b) Os votos em branco, os nulos e os dos estudantes que não compareceram não são considerados válidos. Então, adicionando as porcentagens do restante dos votos, obtém-se:

$$38\% + 26\% + 18\% = 82\%$$

Portanto, o percentual de votos válidos é 82%.

c) Adicionando as porcentagens dos votos não válidos, têm-se 18% dos estudantes que não votaram em nenhuma chapa (12% + 2% + 4% = 18%).

$$0{,}18 \cdot 1250 = 225$$

Logo, 225 estudantes não votaram em nenhuma chapa.

30. a) $0{,}35 \cdot 180 = 63$

Esse atleta fez 63 pontos em lances livres.

b) A soma da porcentagem de pontos obtidos em lances livres e da porcentagem dos demais pontos deve ser 100%. Para saber a porcentagem dos demais pontos, fazemos:

$$100\% - 35\% = 65\%$$

Logo, 65% dos pontos não foram obtidos em lances livres.

31. Tem-se:

$$10\% = \frac{10}{100} = 0{,}1$$

Então:

$$0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01 = \frac{1}{100} = 1\%$$

Portanto,10% de 10% é 1%.

PÁGINA 236 – DIVERSIFICANDO

1. Comprando dois pães de queijo e dois refrigerantes, o valor pago por José pode ser obtido pela expressão:

$$2 \cdot 3{,}80 + 2 \cdot 3{,}50 = 7{,}60 + 7{,}00 = 14{,}60$$

Então, José gastou R$ 14,60. Como ele tinha uma cédula de 20 reais, o troco pode ser obtido pela expressão:

$$20{,}00 - 14{,}60 = 5{,}40$$

Logo, José recebeu R$ 5,40 de troco.

2. Do enunciado, tem-se:

$$128{,}75 \text{ kg} + 562{,}25 \text{ kg} + 1683{,}5 \text{ kg} = 2374{,}5 \text{ kg}$$

Sabe-se que 1 tonelada corresponde a 1000 quilogramas; logo, 3 toneladas correspondem a 3000 quilogramas. Como 2374,5 kg é menor que 3000 kg, é possível transportar toda a carga no caminhão e ainda caberiam 625,5 kg (3000 − 2374,5 = 625,5).

3. Divide-se a massa total pela quantidade de balas:

$$\begin{array}{r|l} 8\;0 & 5\;0 \\ \cline{2-2} -\;5\;0 & 1,\;6 \\ \cline{1-1} 3\;0\;0 & \\ -\;3\;0\;0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Portanto, a massa de cada bala é 1,6 grama.

4. a) Dividindo-se o preço do arranjo (R$ 120,00) por 12, obtemos R$ 10,00 como preço de uma rosa.

b) Se a pessoa comprar todas as rosas avulsas, vai gastar R$ 521,50 (35 · 14,90 = 521,50).

Se a pessoa quiser apenas arranjos, não será possível comprar um número inteiro de arranjos, uma vez que 35 dividido por 12 é aproximadamente 2,92. Mas a pessoa poderá comprar arranjos e rosas avulsas. Veja duas possibilidades de se fazer isso:

- 1 arranjo e mais 23 rosas avulsas, gastando R$ 462,70.

$$1 \cdot \text{R\$ } 120{,}00 + 23 \cdot \text{R\$ } 14{,}90 = \text{R\$ } 462{,}70$$

- 2 arranjos mais 11 rosas avulsas, gastando R$ 403,90.

$$2 \cdot \text{R\$ } 120{,}00 + 11 \cdot \text{R\$ } 14{,}90 = \text{R\$ } 403{,}90$$

Portanto, para gastar menos, a pessoa deve comprar 2 arranjos e 11 rosas avulsas.

5. a) Se com 1 litro de gasolina é possível percorrer 18,8 quilômetros na rodovia, com 35 litros é possível percorrer 658 quilômetros.

$$\begin{array}{r} 1\;8,\;8 \\ \times\quad 3\;5 \\ \hline 9\;4\;0 \\ +\;5\;6\;4\;0 \\ \hline 6\;5\;8,\;0 \end{array}$$

b) Se com 1 litro de gasolina é possível percorrer 14,2 km na cidade, ao percorrer 142 quilômetros serão gastos 10 litros.

$$142 : 14{,}2 = \frac{142^{\cdot 10}}{14{,}2_{\cdot 10}} = \frac{1420}{142} = 10$$

6. Alternativa **a**.

- Valor da compra realizada por Anita:

$7 \cdot 21{,}42 + 4 \cdot 2{,}26 + 45 \cdot 11{,}22 =$

$= 149{,}94 + 9{,}04 + 504{,}9 = 663{,}88$

- Valor do troco de Anita:

$7 \cdot 100{,}00 - 663{,}88 =$

$= 700{,}00 - 663{,}88 = 36{,}12$

Portanto, o troco de Anita é R$ 36,12.

7. Primeiro, calcula-se a porcentagem de quadradinhos de cada cor e, depois, completa-se cada frase.

No total, são 40 quadradinhos, dos quais 8 são vermelhos,12 são azuis,16 são verdes e 4 são roxos. Assim:

- Vermelho: $\frac{8}{40} = 0,2 = 20\%$
- Azul: $\frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$
- Verde: $\frac{16}{40} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$
- Roxo: $\frac{4}{40} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$

a) 30

b) roxo

c) 40

d) vermelho

8. Resposta pessoal.

9. Resposta pessoal.

10. **a)** Como foi adicionado 0,2 ao primeiro membro da igualdade e para que ela permaneça verdadeira, então precisará ser adicionado 0,2 ao segundo membro. Logo, ★ = 0,2.

b) Como foi adicionado 12,57 ao segundo membro da igualdade e para que ela permaneça verdadeira, então precisará ser adicionado 12,57 ao primeiro membro. Logo, ★ = 12,57.

c) Como foi adicionado 15 ao segundo membro da igualdade e para que ela permaneça verdadeira, então precisará ser adicionado 15 ao primeiro membro. Logo, ★ = 15.

d) Como foi subtraído 10,15 do primeiro membro da igualdade e para que ela permaneça verdadeira, então precisará ser subtraído 10,15 do segundo membro. Logo, ★ = 10,15.

e) Como foi subtraído 67,15 do segundo membro da igualdade e para que ela permaneça verdadeira, então precisará ser subtraído 67,15 do primeiro membro. Logo, ★ = 67,15.

f) Como foi subtraído 24 do segundo membro da igualdade e para que ela permaneça verdadeira, então precisará ser subtraído 24 do primeiro membro. Logo, ★ = 24.

g) Como o primeiro membro da igualdade foi multiplicado por 0,15 e para que ela permaneça verdadeira, então o segundo membro precisará ser multiplicado por 0,15. Logo, ★ = 0,15.

h) Como o primeiro membro da igualdade foi multiplicado por 2,7 e para que ela permaneça verdadeira, então o segundo membro precisará ser multiplicado por 2,7. Logo, ★ = 2,7.

i) Como o segundo membro da igualdade foi multiplicado por 15 e para que ela permaneça verdadeira, então o primeiro membro precisará ser multiplicado por 15. Logo,★ = 15.

j) Como o primeiro membro da igualdade foi dividido por 1,2 e para que ela permaneça verdadeira, então o segundo membro precisará ser dividido por 1,2. Logo, ★ = 1,2.

k) Como o segundo membro da igualdade foi dividido por 0,9 e para que ela permaneça verdadeira, então o primeiro membro precisará ser dividido por 0,9. Logo, ★ = 0,9.

l) Como o primeiro membro da igualdade foi dividido por 2 e para que ela permaneça verdadeira, então o segundo membro precisará ser dividido por 2. Logo, ★ = 2.

11. **a)** Preço do automóvel à vista:

R$ 72 670,00

Preço do automóvel a prazo:

$$19\,501,00 + 6 \cdot 13\,135,50 = 19\,501,00 + 78\,813,00 = 98\,314,00$$

Portanto, há diferença no valor do automóvel se ele for comprado à vista ou a prazo.

b) Para obter a diferença fazemos:

$$98\,314 - 72\,670 = 25\,644$$

Portanto, a diferença é R$ 25 644,00.

12. Todas as frases são verdadeiras, uma vez que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número.

13. **a)** $0,2 \cdot 60 = (0,2 \cdot 10) \cdot (60 : 10) = 2 \cdot 6 = 12$

b) $0,4 \cdot 800 = (0,4 \cdot 10) \cdot (800 : 10) = 4 \cdot 80 = 320$

c) $0,07 \cdot 900 = (0,07 \cdot 100) \cdot (900 : 100) = 7 \cdot 9 = 63$

d) $0,06 \cdot 1200 = (0,06 \cdot 100) \cdot (1200 : 100) = 6 \cdot 12 = 72$

14. Pagar com um desconto de 15% significa que o valor pago foi 85% do valor original, pois 100% − 15% = 85%. Se 85% do valor original equivalem a R$ 102,00, para descobrir quanto custava o aparelho, calcula-se:

$$102 : 85\% = 102 : \frac{85}{100} = 102 \cdot \frac{100}{85} = 120$$

Logo, o valor do aparelho sem o desconto é R$ 120,00.

PÁGINA 238 – AMPLIANDO HORIZONTES

PARA REFLETIR

1. Respostas pessoais.

2. Resposta pessoal.

3. **a)** Como as despesas são maiores que as receitas, significa que está se gastando mais do que se tem e isso vai gerar dívidas no futuro. Portanto, essa família precisa reduzir as despesas ou aumentar as receitas.

b) Resposta pessoal.

c)

Receitas		Despesas	
Descrição	Valor (R$)	Descrição	Valor (R$)
Estela	60,00	Cinema	22,00
Arthur	2,00	Pipoca	15,00
		Sorvete	13,00
		Ônibus	11,00
Total	**62,00**	**Total**	**61,00**

PÁGINA 240 – ATIVIDADES INTEGRADAS

1. **a)** O 1º e o 2º estudante fizeram os cálculos corretamente. O 3º estudante cometeu um engano ao adicionar os valores em vez de subtrair.

b) Resposta pessoal.

c) Respostas pessoais.

2. 30 : 1,5 = 20

Logo, Rita poderá fazer 20 enfeites com 30 m de fita.

3. 2 : 0,25 = 8

Logo, podemos encher 8 copos com 2 L de vitamina.

4. **a)** Como ela recebeu 80 centavos de troco, pagou R$ 99,20 (100,00 − 0,80 = 99,20) pelos dois ingressos. Logo, cada um custou R$ 49,60 (99,20 : 2 = 49,60).

b) Como cada ingresso custa R$ 49,60, um grupo de sete pessoas pagaria R$ 347,20 (7 · 49,60 = 347,20) no total.

c) Se um ingresso comum custa R$ 49,60, então o ingresso de estudante custa R$ 24,80 (49,60 : 2 = 24,8).

5. Dividindo o preço do liquidificador por 3, obtemos:

303,90 : 3 = 101,3

O valor de cada parcela será R$ 101,30.

6. **a)** Instituição A: 128,5 + 214,6 = 343,1

Instituição B: 157,1 + 186 = 343,1

Cada instituição recebeu 343,1 kg de farinha na sexta e no sábado juntos.

b) Como as duas instituições receberam a mesma quantidade de farinha em dois dias, a quantidade de farinha necessária para que a Instituição B receba o mesmo total de farinha que a instituição A nos três dias é 156,7 kg.

7. **a)** 11 caixas (6 caixas na base da figura, 3 caixas na segunda camada, 1 caixa na terceira camada e 1 na quarta camada).

b) 47,85 : 11 = 4,35

Logo, cada caixa tem 4,35 kg de medida da massa.

8. **a)**
- $100 \cdot 5{,}367 = 10\cancel{0} \cdot \frac{5\,367}{10\cancel{0}\cancel{0}} = \frac{5\,367}{10} = 536{,}7$
- $1000 \cdot 5{,}367 = 1\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \cdot \frac{5\,367}{1\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}} = 5\,367$
- $10 \cdot 0{,}6 = 1\cancel{0} \cdot \frac{6}{1\cancel{0}} = 6{,}0$
- $100 \cdot 0{,}6 = 10\cancel{0} \cdot \frac{6}{1\cancel{0}} = 10 \cdot 6 = 60$
- $1000 \cdot 0{,}6 = 100\cancel{0} \cdot \frac{6}{1\cancel{0}} = 100 \cdot 6 = 600$
- $10 \cdot 12{,}8 = 1\cancel{0} \cdot \frac{128}{1\cancel{0}} = 128$
- $100 \cdot 12{,}8 = 10\cancel{0} \cdot \frac{128}{1\cancel{0}} = 10 \cdot 128 = 1280$
- $1000 \cdot 12{,}8 = 100\cancel{0} \cdot \frac{128}{1\cancel{0}} = 100 \cdot 128 = 12\,800$

Portanto:

×	10	100	1000
5,367	53,67	536,7	5 367
0,6	6,0	60	600
12,8	128	1280	12 800

b) Resposta pessoal.

9.
- Um quilograma de cação custa, aproximadamente, 30 reais. Para comprar 1,5 kg, são necessários aproximadamente:

  R$ 30,00 + R$ 15,00 = R$ 45,00
- Um quilograma de merluza custa, aproximadamente, 34 reais. Para comprar 1,5 kg, são ncessários aproximadamente:

  R$ 34,00 + R$ 17,00 = R$ 51,00
- Um quilograma de badejo custa, aproximadamente, 60 reais. Para comprar 1,5 kg, são necessários aproximadamente:

  R$ 60,00 + R$ 30,00 = R$ 90,00

10. $48{,}5\% \cdot 4\,000 = \frac{48{,}5}{100} \cdot 4\,000 = \frac{485}{1000} \cdot 4\,000 = 485 \cdot 4 = 1940$

Logo,1940 pessoas passaram, no período da tarde, na frente da loja.

11. Observando a reta numérica, verifica-se que a unidade foi dividida em 10 partes iguais; assim, cada marca na reta numérica equivale a 0,1.

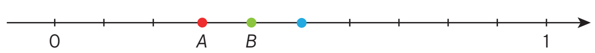
a) O ponto *A* está a 3 marcas do 0 e o ponto *B* está a 4 marcas do 0, ou seja, $A = 0{,}3$ e $B = 0{,}4$.

b)
- $A^2 = (0{,}3)^2 = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100} = 0{,}09$
- $B^2 = (0{,}4)^2 = 0{,}4 \cdot 0{,}4 = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = 0{,}16$

c) $\sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{0{,}09 + 0{,}16} = \sqrt{\frac{9}{100} + \frac{16}{100}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} =$

$= \frac{5}{10} = 0{,}5$

d) O ponto que representa o número obtido no item **c** está em azul na reta a seguir.



ID/BR

12. Resposta pessoal. Um método é colocar na balança 1 livro da primeira prateleira, 2 livros da segunda prateleira, 3 livros da terceira prateleira, e assim sucessivamente, colocando ao todo 55 livros na balança. Se o resultado for 55,1 kg, significa que os livros mais pesados estão na primeira prateleira; se o resultado for 55,2 kg, os livros mais pesados estão na segunda prateleira; se o resultado for 55,3 kg, eles estão na terceira prateleira; e assim por diante.

UNIDADE 7 – PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

CAPÍTULO 1 – PROBABILIDADE

PÁGINA 247 – ATIVIDADES

1. Experimento aleatório é aquele que, mesmo se repetido em condições idênticas, produz resultado que não pode ser previsto com certeza.

a) É um experimento aleatório, pois não é possível prever onde o ponteiro vai parar.

b) É um experimento aleatório, pois não é possível prever de qual cor será a bola sorteada.

c) Não é um experimento aleatório, pois durante uma hora sempre passarão 60 minutos.

2. Espaço amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

a) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$

b) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

c) $S = \{$cara, coroa$\}$

3. Para os resultados favoráveis de um evento, observa-se o espaço amostral, no caso a quantidade de bolas de cada cor, e, depois, para calcular a probabilidade, verifica-se a razão entre o número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis.

a) 3 resultados.

b) $\frac{3}{10}$ ou 0,3 ou 30%.

c) $\frac{5}{10}$ ou 0,5 ou 50%.

d) $\frac{7}{10}$ ou 0,7 ou 70%.

e) 0 ou 0%.

4. **a)** Há apenas uma face com número 6.

$$\frac{1}{6}$$

b) São 3 faces com número par: 2, 4 e 6.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ou } 0{,}5 \text{ ou } 50\%$$

c) São 2 faces com número divisível por 3: 3 e 6.

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

d) São 3 faces com número primo: 2, 3 e 5.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ou } 0{,}5 \text{ ou } 50\%$$

PÁGINA 248 – DESCUBRA MAIS

PARA CONCLUIR

1. Para determinar a probabilidade solicitada, devemos dividir o total de elementos do evento “a soma dos valores obtidos ser um número primo”, que corresponde à quantidade de linhas em que os números foram destacados, isto é, 15, pelo total de elementos do espaço amostral, que corresponde à quantidade de linhas do quadro, isto é, 36. Assim, a probabilidade é $\frac{15}{36}$ ou $\frac{5}{12}$.
2. Resposta de acordo com o experimento realizado pela dupla ou pelo trio. Os valores a serem utilizados são os que aparecem no quadro do item **4** do *Como fazer*.
3. Resposta pessoal.
4. Resposta pessoal.
5. Resposta pessoal.

PÁGINA 249 – DIVERSIFICANDO

1. Como as áreas são iguais para cada cor, a probabilidade é $\frac{1}{3}$.
2. Existem 25 nomes no total. Como ele escolheu 2 desses nomes, a probabilidade de ele ganhar é $\frac{2}{25}$ ou 0,08 ou 8%.
3. **a)** Dos 7 nomes, há 3 nomes que começam com a letra P. A probabilidade de o nome sorteado começar com a letra P é $\frac{3}{7}$.

   b) Resposta pessoal.
4. **a)** São 4 reis, um de cada naipe, em 52 cartas.

   $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ ou, aproximadamente, 0,077 ou, aproximadamente, 7,7%.

   b) São 13 cartas de copas em 52 cartas.

   $$\frac{13}{52} = \frac{1}{4} \text{ ou } 0{,}25 \text{ ou } 25\%$$

   c) São 26 cartas de naipe vermelho, 13 de copas e 13 de ouros, em 52 cartas.

   $$\frac{26}{52} = \frac{1}{2} \text{ ou } 0{,}5 \text{ ou } 50\%$$
5. **a)** São 3 bolinhas verdes em um total de 10 bolinhas coloridas.

   $$\frac{3}{10} \text{ ou } 0{,}3 \text{ ou } 30\%$$

   b) São 3 bolinhas verdes e 3 bolinhas azuis, portanto, 6 bolinhas verdes ou azuis, em um total de 10 bolinhas coloridas.

   $$\frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} \text{ ou } \frac{3}{5} \text{ ou } 0{,}6 \text{ ou } 60\%$$

CAPÍTULO 2 – ESTATÍSTICA

PÁGINA 254 – ATIVIDADES

1. **a)** Nesse caso, a população é o total de estudantes da escola, portanto, 350 estudantes. A amostra, por sua vez, corresponde aos 95 estudantes selecionados para a pesquisa.

   b) A variável é “tipo de filme preferido” e é uma variável qualitativa nominal, pois expressa uma classificação e não pode ser ordenada.
2. **a)** Moradores de um condomínio.

   b) Não, pois todos os moradores foram consultados.

   c) A quantidade de crianças por faixa de idade.

   d) Quantitativa discreta, pois representa o resultado de uma contagem.
3. **I.** idade: quantitativa discreta;

   II. mês (meses): qualitativa ordinal;

   III. estados: qualitativa nominal;

   IV. meios de transporte: qualitativa nominal;

   V. quanto se pretende gastar: quantitativa contínua.

PÁGINA 257 – ATIVIDADES

4. **a)** A tabela informa o resultado da campanha de arrecadação de latinhas.

   b) Há títulos nas colunas.

   c) Ao observar a fonte abaixo da tabela, é possível concluir que os dados foram fornecidos pela direção da escola.

   d) Foram arrecadadas 48 latinhas.

   e) Somando a quantidade de latinhas arrecadadas pelas três turmas, obtém-se 138 latinhas.
5. **a)** Pelo título do gráfico, é possível concluir que ele representa uma pesquisa sobre a quantidade de funcionários de uma empresa.

   b) Ao observar a fonte abaixo da tabela, é possível concluir que os dados foram fornecidos pela empresa.

   c) No eixo vertical está indicada a quantidade de funcionários; no eixo horizontal, o gênero dos funcionários.

   d) Adicionando a quantidade de mulheres funcionárias com a quantidade de homens funcionários, obtém-se o total de 165 funcionários.

PÁGINA 261 – ATIVIDADES

6. **a)** Em junho, pois junho está representado no gráfico pela coluna de maior medida de altura.

   b) Em janeiro e em maio, pois esses meses estão representados no gráfico pelas colunas de menores medidas de altura.

   c) Fevereiro e junho, pois, ao observar as colunas, verifica-se que a coluna que representa fevereiro tem maior medida de altura que aquela que representa janeiro, e a coluna que representa junho tem maior medida de altura que aquela que representa maio. Ou seja, houve um aumento de vendas em fevereiro e em junho em relação aos respectivos meses anteriores.

   d) Março e maio, pois, ao observar as colunas, verifica-se que a coluna que representa março tem menor medida de altura que aquela que representa fevereiro, e a coluna que representa maio tem menor medida de altura que aquela que representa abril. Ou seja, houve uma redução nas vendas em março e maio em relação aos respectivos meses anteriores.
7. **a)** Ao observar as cores do gráfico e da legenda, verifica-se que a região de maior medida de área corresponde ao tornozelo.

   b) Ao observar as cores do gráfico e da legenda, verifica-se que a região que equivale a 23% dos jogadores corresponde aos que sofreram lesões nos dedos das mãos.

   c) Ao observar as cores do gráfico e da legenda, verifica-se que a região que corresponde a lesões no joelho equivale a 11% dos jogadores.

   d) Não, pois 48% dos jogadores não correspondem à metade dos jogadores que sofreram lesões.
8. **a)** Ao observar a legenda, verifica-se que cada bloco equivale a 50 kg de alimento. Na primeira semana estão representados 5 blocos, o que equivale a 250 kg; no mês todo estão representados 18 blocos, correspondendo a 900 kg.

   b) A maior arrecadação ocorre na 4ª semana e está representada pela maior quantidade de blocos, ou seja, 6 blocos.

   c) Não, pois pelo gráfico só é possível determinar a quantidade de alimentos arrecadados e em qual semana essa quantidade foi arrecadada.
9. **a)** O primeiro ano. Sim, foram 267 estudantes. Ao observar os pontos do gráfico, percebe-se que o ponto que representa o menor valor corresponde ao ano 1 e equivale a 267 estudantes matriculados.

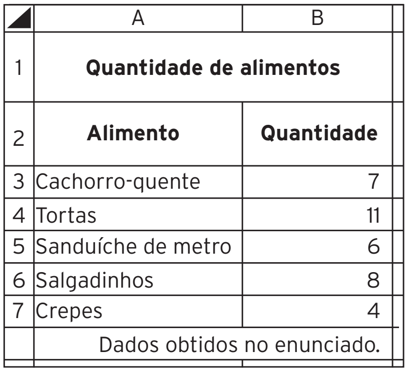
   b) 300 estudantes. Ao observar o gráfico, percebe-se que o ponto que representa o ano 3 equivale a 300 estudantes matriculados.

   c) No quarto ano. Comparando os anos nos quais observa-se aumento em relação ao ano anterior, temos: ano 2, com aumento de 93 estudantes ($360 - 267 = 93$); ano 4, com aumento de120 estudantes ($420 - 300 = 120$); ano 5, com aumento de 30 estudantes ($450 - 420 = 30$); e ano 6, com aumento de 10 estudantes ($460 - 450 = 10$). Logo, o maior aumento ocorreu no ano 4.

   d) A escola funciona há 6 anos antes da produção desse gráfico. É possível chegar a essa conclusão lendo o enunciado da atividade (“em cada ano desde sua inauguração”) e a informação do eixo horizontal “Ano” (do ano 0 ao ano 6).

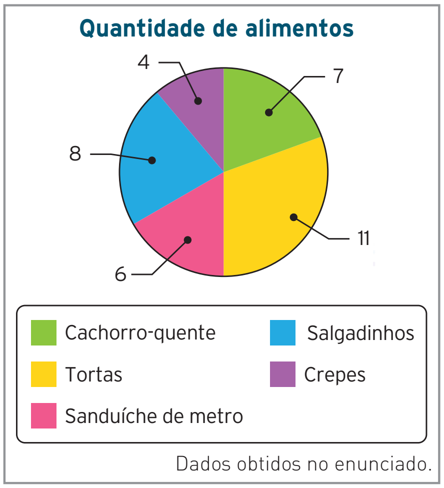
PÁGINA 263 – ATIVIDADES

10. Os estudantes podem montar a tabela e o gráfico como preferirem. A tabela pode ser elaborada utilizando 7 linhas e duas colunas da planilha, e o gráfico deve ser construído selecionando os dados referentes às colunas “Alimento” e “Quantidade”. Veja a seguir um exemplo de resposta.



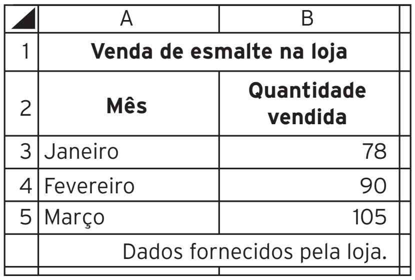
	A	B
1	**Quantidade de alimentos**	
2	**Alimento**	**Quantidade**
3	Cachorro-quente	7
4	Tortas	11
5	Sanduíche de metro	6
6	Salgadinhos	8
7	Crepes	4
	Dados obtidos no enunciado.	

Ilustrações: ID/BR

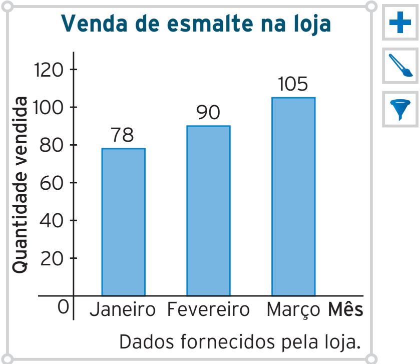

Quantidade de alimentos

Dados obtidos no enunciado.

11. Os estudantes podem montar a tabela e o gráfico como preferirem. A tabela pode ser elaborada utilizando 5 linhas e duas colunas da planilha, e o gráfico deve ser construído selecionando os dados referentes às colunas “Mês” e “Quantidade vendida”. Veja um exemplo de resposta:



	A	B
1	**Venda de esmalte na loja**	
2	**Mês**	**Quantidade vendida**
3	Janeiro	78
4	Fevereiro	90
5	Março	105
	Dados fornecidos pela loja.	


Venda de esmalte na loja

Dados fornecidos pela loja.

PÁGINA 264 – DESCUBRA MAIS

PARA CONCLUIR

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.

PÁGINA 268 – ATIVIDADES

12. a) O fluxograma trata da decisão de comprar um item.

b) Segundo o fluxograma, se eu não posso comprar, então a opção é não comprar. E se eu puder comprar, devo avaliar se preciso do item.

c) Esse fluxograma não prevê a análise sobre se o item é caro ou barato nem se é de qualidade, apenas trata da decisão de comprar ou não um item.

13. A-III; B-VI; C-II; D-V; E-IV; F-I.

Iniciando pelas informações “I. Fim” e “III. Início”, podemos associá-las às posições “F” e “A”, respectivamente. A posição “B” tem como respostas as opções “Sim” e “Não”, logo, deve ser associada a uma informação em formato de pergunta, ou seja, “VI. Está chovendo?”. “D” é a posição que sucede a resposta afirmativa para “Está chovendo?”, então deve ser associada à informação “V. Dar a festa no lugar fechado.”. De maneira análoga, “C” é a posição que sucede a resposta negativa para “Está chovendo?”, então deve ser associada à informação “II. Dar a festa no lugar aberto.”. Finalmente, “E” é a posição que sucede “C” e “D”, logo, deve ser associada à informação “IV. Festa”.

14. A: Roberta; B: Alan; C: Jéssica ou Felipe; D: Felipe ou Jéssica.

Felipe e Jéssica possuem funções hierarquicamente equivalentes, portanto podem ocupar tanto a posição “C” quanto a “D”. Alan está hierarquicamente abaixo de Roberta e acima de Felipe e Jéssica, portanto Alan está associado à posição “B”, e Roberta, que ocupa a posição hierarquicamente mais alta, está associada à posição “A”.

15. a) Da pipoca de micro-ondas.

b) A primeira coluna apresenta a média de quilocalorias que devem ser consumidas diariamente e a segunda coluna apresenta as quilocalorias de um pacote de pipoca de micro-ondas.

Além disso, o “$\frac{1}{5}$” representa a relação entre essas duas colunas.

c) Sim, é possível; essa informação está localizada no centro do infográfico, na representação de um copo com 100 g de pipoca, sendo que, dessa quantidade, 19 g são de gorduras totais e 50 g são de carboidrato.

PÁGINA 270 – DIVERSIFICANDO

1. a) Mulheres idosas de certa comunidade.

b) Sim; 250 mulheres idosas dessa comunidade.

c) Medida da altura das mulheres idosas.

d) Variável quantitativa contínua.

2. a) Adicionando a quantidade de meninos e de meninas, temos:

$$15 + 21 = 36$$

Logo, há no total 36 estudantes.

b) Há 15 meninos e 21 meninas.

c) De acordo com a tabela, 25 estudantes (12 + 13 = 25) preferem cinema, enquanto 11 estudantes (3 + 8 = 11) preferem televisão. Logo, a maioria dos estudantes prefere assistir a um filme no cinema.

d) Não. Como não há separação entre meninos e meninas, não seria possível responder ao item **b**, pois nessa tabela há apenas a variável lugar.

3. **a)** Observando a tabela, a equipe que tinha mais torcedores era a equipe Flanela e a que tinha menos era a equipe Cortina.

b) Havia, no total, 10 600 torcedores presentes, pois:

$$5\,850 + 4\,750 = 10\,600$$

Então, ficaram vazios 4 400 lugares, pois:

$$15\,000 - 10\,600 = 4\,400$$

c) Como há mais torcedores do time Flanela que do time Cortina e o setor de maior medida de área é o de cor verde, então ele representa os torcedores do Flanela, e o setor com menor medida de área, o azul, representa os torcedores do time Cortina.

4. **a)** Resposta possível: Quantidade de estudantes matriculados de acordo com o continente de origem.

b) Os continentes.

c) Ao observar a fonte abaixo do gráfico, pode-se concluir que os dados foram obtidos pela escola de idiomas.

d) 8 estudantes; 1 estudante. Cada símbolo usado no pictograma representa 4 estudantes. Metade do símbolo representa 2 estudantes, e um quarto do símbolo, 1 estudante. Assim, há 2 símbolos representando os estudantes oriundos da América, o que equivale a 8 estudantes; há $\frac{1}{4}$ do símbolo representando os estudantes oriundos da Oceania, o que equivale a 1 estudante.

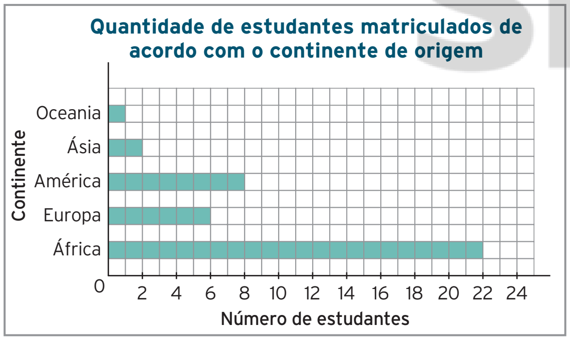
e) Resposta possível:

Quantidade de estudantes matriculados de acordo com o continente de origem

Continente	Número de estudantes
África	22
Europa	6
América	8
Ásia	2
Oceania	1

Dados obtidos pela escola de idiomas.

f) Resposta possível:



Dados obtidos pela escola de idiomas.

g) 39 estudantes. Adicionando a quantidade de estudantes de cada continente, obtemos a quantidade total de estudantes matriculados. Assim:

$$22 + 6 + 8 + 2 + 1 = 39$$

h) Não, pois adicionando a quantidade de estudantes provenientes da América, da Ásia e da Oceania, obtém-se 8 + 2 + 1 = 11. Como o total de estudantes matriculados é 39, aproximadamente metade dos estudantes equivale a 20 estudantes. Como 11 é menor que 20, podemos afirmar que menos da metade dos estudantes matriculados vieram da América, da Ásia e da Oceania.

5. **a)** Domingo. A linha preta com pontos em vermelho representa a temperatura máxima e o ponto que equivale a 10 °C nessa linha corresponde ao domingo.

b) Terça-feira e sexta-feira, que registraram temperatura mínima de 10 °C. A linha verde representa a temperatura mínima e os dois pontos que apresentam uma mesma temperatura nessa linha equivalem a 10 °C e correspondem à terça-feira e à sexta-feira.

c) 7 °C. A temperatura máxima registrada no primeiro dia dessa semana foi 10 °C, e no último dia foi 17 °C. A diferença entre elas é 7 °C, pois 17 − 10 = 7.

d) Domingo, quinta-feira e sábado. É possível observar pelo gráfico que a menor variação entre as temperaturas máxima e mínima está representada pela menor distância entre as linhas vermelha e verde. Outra maneira é calcular, para cada dia da semana, a diferença entre as temperaturas máxima e mínima e comparar essas diferenças. Assim, domingo: 10 − 8 = 2; segunda-feira: 12 − 6 = 6; terça-feira: 14 − 10 = 4; quarta-feira: 16 − 12 = 4; quinta-feira: 15 − 13 = 2; sexta-feira: 13 − 10 = 3; sábado: 17 − 15 = 2.

e) Resposta possível:

Temperaturas máxima e mínima durante uma semana na cidade de Blumenau, SC

Dia da Semana	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)
Domingo	10	8
Segunda-feira	12	6
Terça-feira	14	10
Quarta-feira	16	12
Quinta-feira	15	13
Sexta-feira	13	10
Sábado	17	15

Dados obtidos pelo Instituto Nacional de Meteorologia (Inmet).

6. **a)** Dispondo os resultados em ordem crescente e agrupando-os, tem-se:

$$\underbrace{0, 0, 0, 0, 0, 0,}_{6}\ \underbrace{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,}_{8}\ \underbrace{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2,}_{8}\ \underbrace{3, 3,}_{2}\ \underbrace{4, 4, 4, 4, 4, 4}_{6}$$

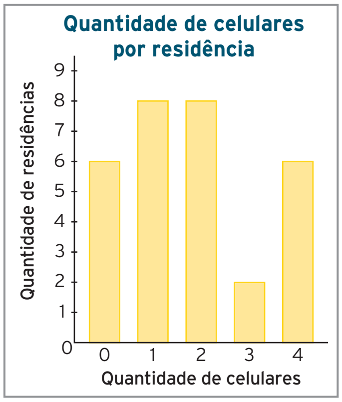
Respostas possíveis:

Quantidade de celulares por residência

Quantidade de celulares	Quantidade de residências
0	6
1	8
2	8
3	2
4	6

Dados obtidos no enunciado.

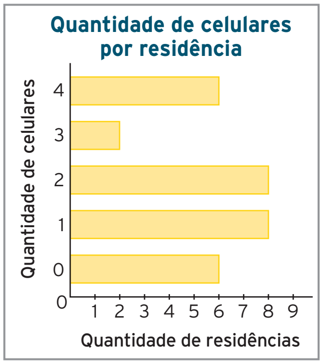
b)



Dados obtidos no enunciado.

Ilustrações: ID/BR

c)



ID/BR

Dados obtidos no enunciado.

7. **a)** Não, ela está relacionada com a administração.

b) Estão no mesmo nível da diretoria geral.

c) Resposta pessoal.

PÁGINA 272 – AMPLIANDO HORIZONTES

PARA REFLETIR

1. Resposta pessoal.

2. Respostas pessoais.

3. Respostas pessoais.

4. Respostas pessoais.

5. Resposta pessoal. Pela ilustração, pode-se perceber que a personagem do futuro dá indícios de que a venda do *smartphone* pode resultar em um acúmulo de dinheiro e indica que essa pode ser a decisão certa a ser tomada.

PÁGINA 274 – ATIVIDADES INTEGRADAS

1. **a)** Observando a tabela, o estilo de nado mais praticado pelos estudantes é o *crawl* (18 estudantes).

b) 54 estudantes

$$18 + 14 + 10 + 12 = 54$$

2. Podemos construir um quadro, como o mostrado abaixo, para verificar todas as possibilidades de obter soma 10.

		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

De todas as possibilidades obtidas, em três delas a soma é 10.

Assim, a probabilidade de a soma ser 10 é $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

3. 22, 23, 25, 26, 32, 33, 35, 36, 52, 53, 55, 56, 62, 63, 65 e 66.

a) $A = \{23, 25, 33, 35, 53, 55, 63, 65\}$

b) Dos 16 números possíveis, 8 são pares: 22, 26, 32, 36, 52, 56, 62, 66.

$$\frac{8}{16} = \frac{1}{2} \text{ ou } 0{,}5 \text{ ou } 50\%$$

c) Dos 8 números pares, 3 são menores que 40 com algarismos distintos: 26, 32, 36.

$$\frac{3}{8} \text{ ou } 0{,}375 \text{ ou } 37{,}5\%$$

4. **a)** População: 200 jovens; não há amostra; variável: tipos de jogo preferidos.

b) III. Ao observar cada uma das opções, sem realizar o cálculo da medida da área do setor circular ou da medida do ângulo central do círculo, percebe-se que o item I não é uma possibilidade, pois o círculo está dividido em apenas três setores, enquanto a tabela mostra quatro opções para os tipos de jogos; devemos descartar o item II também, pois um dos setores do gráfico deve representar metade do círculo, uma vez que a pesquisa foi respondida por 200 jovens e 100 deles (metade) responderam "tabuleiro". Agora restam apenas os itens III e IV. De maneira análoga ao raciocínio do item II, um dos setores deve corresponder a um quarto do círculo (eletrônico). Como o gráfico III é o único que apresenta essa característica, ele é o que representa os dados da pesquisa.

5. Respostas pessoais.

6. **a)** Os dois gráficos representam a mesma informação: o desempenho dos estudantes de quatro turmas. Porém, as informações foram agrupadas de maneiras distintas. No gráfico **1**, as informações estão agrupadas por notas e, no gráfico **2**, por turma.

b) Gráfico **1**: eixo horizontal – notas; eixo vertical – quantidade de estudantes;

Gráfico **2**: eixo horizontal – turmas; eixo vertical – quantidade de estudantes.

c) No gráfico **1**, as colunas coloridas foram utilizadas para representar as turmas de acordo com as notas (para cada turma há uma cor diferente, e elas estão agrupadas por nota); já no gráfico **2**, as colunas coloridas foram utilizadas para representar as notas em cada turma (para cada nota há uma cor diferente, e elas estão agrupadas por turma).

d) A: 18 estudantes; B: 15 estudantes; C: 20 estudantes; D: 19 estudantes. Pode-se obter a quantidade total de estudantes por turma pelos dois gráficos. No gráfico **1**, adicionam-se todas as quantidades representadas pelas cores separadamente, pois cada cor representa uma turma. No gráfico **2**, adicionam-se todas as colunas coloridas que estão agrupadas para cada turma.

e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico **2** é o mais apropriado para estudar o resultado de cada turma.

7. Resposta pessoal. Os principais métodos utilizados para enganar o leitor são: falta de identificação correta de cada elemento do gráfico e a presença de eixos distorcidos, em que a escala é alterada para diminuir ou aumentar diferenças.

UNIDADE 8 – GRANDEZAS E MEDIDAS

CAPÍTULO 1 – COMPRIMENTO, ÁREA, VOLUME E CAPACIDADE

PÁGINA 282 – ATIVIDADES

1. Respostas possíveis:

a) Quilômetro.

b) Milímetro.

c) Metro.

2. Respostas possíveis:

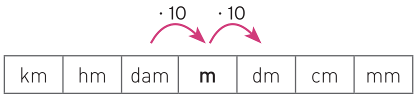
a) Paquímetro.

b) Fita métrica.

c) Trena.

3. Respostas pessoais.

4. a) Para transformar 22,05 decâmetros em decímetro, é possível fazer:

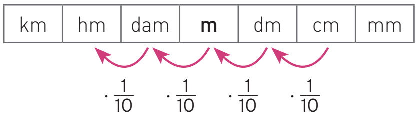


O decâmetro está duas posições à esquerda do decímetro. Então, multiplica-se o valor por 100.

$$22{,}05 \cdot 100 = 2\,205$$

Logo, 22,05 dam equivalem a 2 205 dm.

b) Para transformar 18,12 centímetros em hectômetro, é possível fazer:

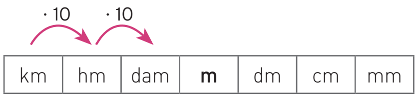


O centímetro está quatro posições à direita do hectômetro. Então, multiplica-se o valor por $\frac{1}{10\,000}$.

$$18{,}12 \cdot \frac{1}{10\,000} = 0{,}001812$$

Logo, 18,12 cm equivalem a 0,001812 hm.

c) Para transformar 2 quilômetros em decâmetro, é possível fazer:

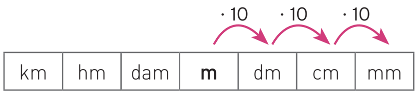


O quilômetro está duas posições à esquerda do decâmetro. Então, multiplica-se o valor por 100.

$$2 \cdot 100 = 200$$

Logo, em dois quilômetros, temos duzentos decâmetros.

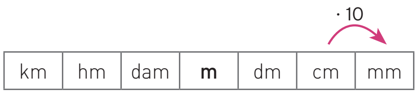
d) Para transformar 18 metros em milímetro, é possível fazer:



O metro está três posições à esquerda do milímetro. Então, multiplica-se o valor por 1000.

$$18 \cdot 1000 = 18\,000$$

Para transformar 5 centímetros em milímetro, é possível fazer:



O centímetro está uma posição à esquerda do milímetro. Então, multiplica-se o valor por 10.

$$5 \cdot 10 = 50$$

Agora, adicionam-se as duas medidas:

$$18\,000 + 50 = 18\,050$$

Logo, dezoito metros e cinco centímetros equivalem a dezoito mil e cinquenta milímetros.

5. De acordo com o enunciado:

$$8 \cdot 2 = 16$$

Marcos corre 16 km em dois dias. Como 1 km equivale a 1000 m, Marcos corre 16 000 m em dois dias.

PÁGINA 284 – ATIVIDADES

6. Como o perímetro é o comprimento do contorno, tem-se:

a) 6 cm + 6 cm + 4,6 cm = 16,6 cm

b) 2,5 dm + 2,5 dm + 2,5 dm + 2,5 dm = = 10 dm

c) 1,4 m + 1,6 m + 1,4 m + 2,5 m + + 1,3 m = 8,2 m

d) 1,6 hm + 3,2 hm + 2,7 hm + + 1,4 hm = 8,9 hm

e) 3,5 cm + 3 cm + 3 cm + 3 cm + 5,4 cm + + 4 cm + 4,9 cm = 26,8 cm

7. Sabendo que um quadrado tem todos os lados de mesma medida, tem-se:

2,4 m + 2,4 m + 2,4 m + 2,4 m = 9,6 m

Portanto, a medida do perímetro é 9,6 m.

8. Como o perímetro é a medida do comprimento do contorno, tem-se:

3 cm + 2,5 cm + 5 cm = 10,5 cm

O perímetro desse triângulo mede 10,5 cm.

9. Para determinar a medida do perímetro de uma figura, é necessário que todas as medidas dos lados estejam na mesma unidade de medida antes de adicioná-las.

Escolhendo o centímetro como unidade de medida, tem-se:

- 280 mm equivalem a 28 cm.

$$280 \cdot \frac{1}{10} = 28$$

- 1,04 m equivalem a 104 cm.

$$1{,}04 \cdot 100 = 104$$

- 6 dm equivalem a 60 cm.

$$6 \cdot 10 = 60$$

28 cm + 104 cm + 38 cm + 60 cm + + 44 cm = 274 cm

Dessa forma, a medida do perímetro é 274 cm.

Se tivéssemos optado pela unidade de medida metro, a medida do perímetro seria 2,74 m; se fosse decímetro, a medida do perímetro seria 27,4 dm e, finalmente, se fosse escolhido o milímetro, a medida do perímetro seria 2 740 mm.

10. Como a medida do perímetro é 0,4312 dam, vamos transformar todas as unidades de medida dadas para decâmetro.

- 0,7 m = 0,07 dam

$$0{,}7 \cdot \frac{1}{10} = 0{,}07$$

- 142,8 cm = 0,1428 dam

$$142{,}8 \cdot \frac{1}{1000} = 0{,}1428$$

- 8,12 dm = 0,0812 dam

$$8{,}12 \cdot \frac{1}{100} = 0{,}0812$$

Agora, adicionando as medidas dos três lados desse polígono, tem-se:

$$0{,}07 + 0{,}1428 + 0{,}0812 = 0{,}294$$

Como a medida do perímetro é igual a 0,4312 dam, para descobrir quanto mede o lado que não tem a indicação de medida na figura, faz-se:

$$0{,}4312 - 0{,}294 = 0{,}1372$$

Portanto, a medida do lado que não está indicada na figura é 0,1372 dam.

Se escolhermos como unidade de medida o metro, o decímetro ou o centímetro, o lado de medida desconhecida terá: 1,372 m ou 13,72 dm ou 137,2 cm, respectivamente.

11. a) Medida do perímetro do polígono **I**:

1 cm + 2 cm + 1 cm + 3 cm + 1 cm + + 1 cm + 1 cm + 1 cm + 1 cm + + 3 cm + 1 cm + 2 cm = 18 cm

Medida do perímetro do polígono **II**:

1 cm + 3 cm + 1 cm + 1 cm + 1 cm + + 1 cm + 3 cm + 3 cm + 2 cm + + 2 cm = 18 cm

Medida do perímetro do polígono **III**:

3 cm + 2 cm + 2 cm + 1 cm + + 1 cm + 1 cm + 1 cm + 1 cm + + 3 cm + 1 cm + 1 cm + 1 cm + + 1 cm + 1 cm + 2 cm + 2 cm = = 24 cm

Medida do perímetro do polígono **IV**:

3 cm + 1 cm + 1 cm + 2 cm + 2 cm + + 1 cm + 2 cm + 3 cm + 7 cm + + 4 cm +1 cm + 1 cm = 28 cm

b) Sim, os polígonos **I** e **II**. Eles possuem formatos diferentes.

c) Resposta pessoal.

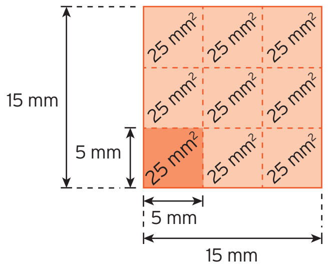
PÁGINA 289 – DESCUBRA MAIS

COMO FAZER

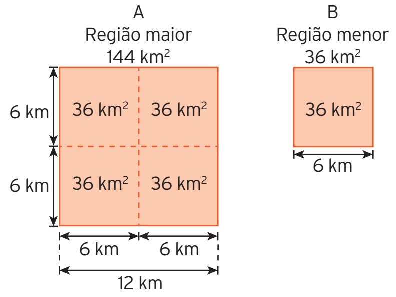
2. **Desafio I**: Sabe-se que o quadrado tem os lados com a mesma medida, portanto a medida de sua área é dada pela multiplicação de um número por ele mesmo. Um quadrado de 49 cm^2 tem lados medindo 7 cm, pois 7 · 7 = 49. O perímetro desse quadrado mede 28 cm, pois 7 + 7 + 7 + 7 = 28.

Desafio II: A área do quadrado inicial mede 25 mm^2, pois 5 · 5 = 25. A medida do lado foi triplicada, assim o novo lado mede 15 mm (5 · 3 = 15), e a nova área mede 225 mm^2, pois 15 · 15 = 225. Logo, a medida da área original foi multiplicada por 9 (9 · 25 = 225).

Um possível desenho para representar essa situação é:



Desafio III: Para que um quadrado tenha medida de área igual a 144 km^2, seu lado deve medir 12 km, pois 12 · 12 = 144. Como essa área da região A é 4 vezes maior que a área da região B, vamos dividir a área A em 4 partes iguais. Assim, é possível representar essa situação com o seguinte desenho.



Logo, deve-se multiplicar a medida do lado da região B por 2 (2 · 6 = 12).

Desafio IV: Como o lado do quadrado mede 7 dam, sua área mede 49 dam^2 (7 · 7 = 49).

Ao multiplicar a medida do lado por 4, o lado passará a medir 28 dam e sua área medirá 784 dam^2.

$$784 \neq 4 \cdot 49$$

$$784 \neq 196$$

Assim, a medida da área não será multiplicada por 4.

Dividindo 784 por 49, obtém-se 16. Logo, a medida da área será multiplicada por 16 (16 · 49 = 784).

3.

Desafio	Quadrado		
	Lado	Perímetro	Área
I	7 cm	28 cm	49 cm^2
II	5 mm	20 mm	25 mm^2
	15 mm	60 mm	225 mm^2
III	12 km	48 km	144 km^2
	6 km	24 km	36 km^2
IV	7 dam	28 dam	49 dam^2
	28 dam	112 dam	784 dam^2

PARA CONCLUIR

1. A medida do perímetro foi multiplicada por 3, e a medida da área foi multiplicada por 9.
2. Ao reduzir pela metade a medida do lado de um quadrado, a medida do perímetro também fica reduzida pela metade e a medida da área fica quatro vezes menor.
3. Ao quadruplicar a medida do lado do quadrado, a medida de seu perímetro também fica multiplicado por 4 e a medida da área fica 16 vezes maior.
4. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que a medida do perímetro do quadrado é proporcional à medida do seu lado, mas isso não ocorre com a medida da área.

PÁGINA 290 – ATIVIDADES

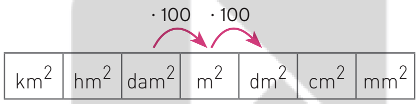
12. Respostas possíveis:

a) Quilômetro quadrado.

b) Centímetro quadrado.

c) Hectômetro quadrado.

13. a) Para transformar 0,2012 dam^2 em dm^2, é possível fazer:

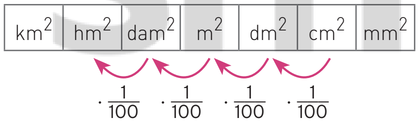


O dam^2 está duas posições à esquerda do dm^2. Então, multiplica-se o valor por 10 000.

$$0{,}2012 \cdot 10\,000 = 2012$$

Logo, 0,2012 dam^2 equivale a 2012 dm^2.

b) Para transformar 1 812 cm^2 em hm^2, é possível fazer:

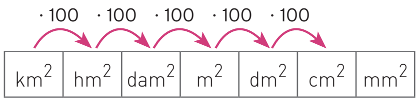


O cm^2 está quatro posições à direita do hm^2. Então, multiplica-se o valor por $\frac{1}{100\,000\,000}$.

$$1\,812 \cdot \frac{1}{100\,000\,000} = 0{,}00001812$$

Por conseguinte, 1 812 cm^2 equivalem a 0,00001812 hm^2.

c) Para transformar 0,000000003 km^2 em cm^2, é possível fazer:

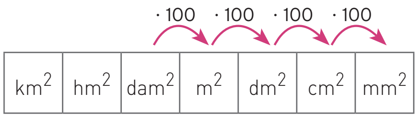


O km^2 está cinco posições à esquerda do cm^2. Então, multiplica-se o valor por 10 000 000 000.

$$0{,}000000003 \cdot 10\,000\,000\,000 = 30$$

Logo, 0,000000003 km^2 equivalem a 30 cm^2.

d) Para transformar 900 dam^2 em mm^2, é possível fazer:

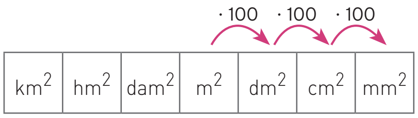


O dam^2 está quatro posições à esquerda do mm^2. Então, multiplica-se o valor por 100 000 000.

$$900 \cdot 100\,000\,000 = 90\,000\,000\,000$$

Logo, em novecentos decâmetros quadrados, temos noventa trilhões de milímetros quadrados.

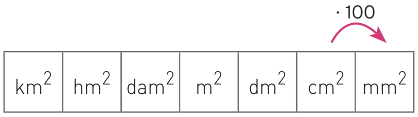
e) Para transformar 19 m^2 em mm^2, é possível fazer:



O m^2 está a três posições à esquerda do mm^2. Então, multiplica-se o valor por 1000 000.

$$19 \cdot 1000\,000 = 19\,000\,000$$

E para transformar 6 cm^2 em mm^2, é possível fazer:



O cm^2 está uma posição à esquerda do mm^2. Então, multiplica-se o valor por 100.

$$6 \cdot 100 = 600$$

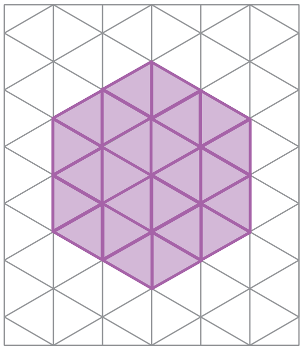
Adicionando os dois valores, tem-se:

$$19\,000\,000 \text{ mm}^2 + 600 \text{ mm}^2 =$$

$$= 19\,000\,600 \text{ mm}^2$$

Logo, dezenove metros quadrados e seis centímetros quadrados equivalem a dezenove bilhões e seiscentos milímetros quadrados.

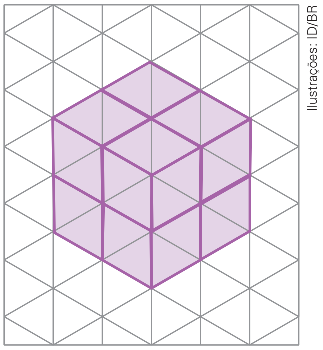
14. a)



Ilustrações: ID/BR

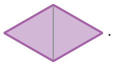
Logo, a área revestida corresponde a 24 ▷.

b)

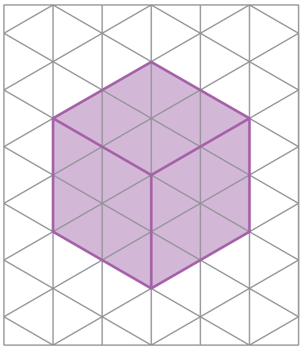


Ilustrações: ID/BR

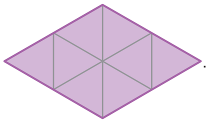
Logo, a área revestida corresponde a

12 .

c)

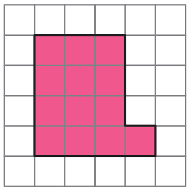


Logo, a área revestida corresponde a

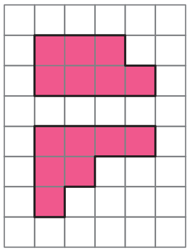
3 .

15. Respostas possíveis:

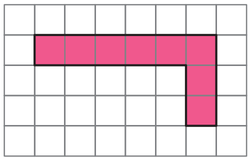
a)



b)



c)



16. a) Se 1 hectare corresponde a $10\,000\ \text{m}^2$, então 9,8 hectares correspondem a $98\,000\ \text{m}^2$.

$$9,8 \cdot 10\,000\ \text{m}^2 = 98\,000\ \text{m}^2$$

b) Se 1 are corresponde a $100\ \text{m}^2$, então 100 ares correspondem a $10\,000\ \text{m}^2$ $(100 \cdot 100 = 10\,000)$. E $10\,000\ \text{m}^2$ correspondem a 1 ha. Portanto, 100 ares correspondem a 1 hectare.

17. a) $13\ \text{cm} \cdot 13\ \text{cm} = 169\ \text{cm}^2$

b) $12,5\ \text{cm} \cdot 6\ \text{cm} = 75\ \text{cm}^2$

18. I: $8\ \text{cm}^2$, pois são 8 quadradinhos com $1\ \text{cm}^2$ de medida de área cada um.

II: $4\ \text{cm}^2$, pois são 4 quadradinhos com $1\ \text{cm}^2$ de medida de área cada um.

III: $3\ \text{cm}^2$, pois é possível "recortar" o triângulo e compor um retângulo formado por 3 quadradinhos com $1\ \text{cm}^2$ de medida de área cada um.

IV: $6\ \text{cm}^2$, pois é possível "recortar" o triângulo e compor um retângulo formado por 6 quadradinhos com $1\ \text{cm}^2$ de medida de área cada um.

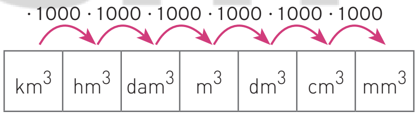
V: $4\ \text{cm}^2$, pois é possível "recortar" o triângulo e compor um retângulo formado por 4 quadradinhos com $1\ \text{cm}^2$ de medida de área cada um.

PÁGINA 294 – ATIVIDADES

19. Resposta esperada: borracha, bola de tênis de mesa, caixa de leite e geladeira. Nessa atividade, é possível que alguns estudantes ordenem os objetos da menor medida de massa para a maior. Caso isso aconteça, retome o conceito de volume com eles.

20. Resposta esperada: I-a; II-d; III-e; IV-b; V-c.

21. Para responder a essa atividade, os estudantes podem observar o seguinte quadro.



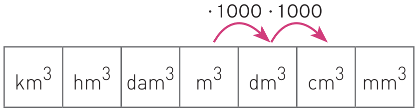
a) $1\ \text{dam}^3 = 1000\ \text{m}^3$

b) $1\ \text{hm}^3 = 1000\ \text{dam}^3$

c) $1\ \text{km}^3 = 1000\ \text{hm}^3$

d) $1\ \text{dm}^3 = 1000\ \text{cm}^3$

22. a) Para transformar $12\ \text{m}^3$ em cm^3, é possível fazer:

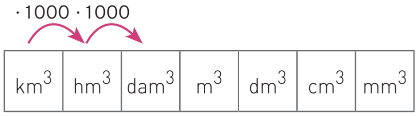


O m^3 está duas posições à esquerda do cm^3. Então, multiplica-se o valor por 1 000 000.

$$12 \cdot 1\,000\,000 = 12\,000\,000$$

Logo, $12\ \text{m}^3 = 12\,000\,000\ \text{cm}^3$.

b) Para transformar $3,2\ \text{km}^3$ em dam^3, é possível fazer:

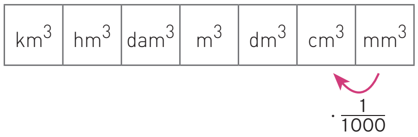


O km^3 está duas posições à esquerda do dam^3. Então, multiplica-se o valor por 1 000 000.

$$3,2 \cdot 1\,000\,000 = 3\,200\,000$$

Logo, $3,2\ \text{km}^3 = 3\,200\,000\ \text{dam}^3$.

c) Para transformar $435\,000\ \text{mm}^3$ em cm^3, é possível fazer:

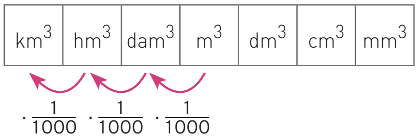


O mm^3 está uma posição à direita do cm^3. Então, multiplica-se o valor por $\frac{1}{1000}$.

$$435\,000 \cdot \frac{1}{1000} = 435$$

Logo, $435\,000\ \text{mm}^3 = 435\ \text{cm}^3$.

d) Para transformar $7\,400\,000\ \text{m}^3$ em km^3, é possível fazer:



O m^3 está três posições à direita do km^3. Então, multiplica-se o valor por $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$.

$$7\,400\,000 \cdot \frac{1}{1\,000\,000\,000} = 0,0074$$

Logo, $7\,400\,000\ \text{m}^3 = 0,0074\ \text{km}^3$.

23. a) Se a pilha estivesse completa, ela representaria um bloco retangular cuja medida de volume é dada pelo produto entre as medidas do comprimento, da largura e da altura. Em outras palavras, a medida do volume da pilha seria igual a 64 u.v., pois $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

No entanto, nota-se que faltam 12 tijolos para que a pilha seja identificada com a representação do bloco retangular. Portanto, a medida de seu volume é 52 u.v. pois $64 - 12 = 52$.

b) A pilha representa um bloco retangular cuja medida de comprimento, assim como a de largura e a de altura, corresponde a 4 tijolos. A medida do volume dessa pilha é igual a 64 u.v., pois $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

c) Se essa pilha estivesse completa, teria a forma de um bloco retangular e a medida de seu volume seria o produto entre as medidas do comprimento, da largura e da altura, isto é, $6 \cdot 2 \cdot 4 =$ $= 48$. Entretanto, faltam 20 tijolos. Assim, a medida de seu volume é 24 u.v., pois $48 - 20 = 28$.

24. Se uma caixa ocupa um volume de 126 dm^3, então 25 caixas iguais a essa ocupam 3 150 dm^3 ($25 \cdot 126 = 3\,150$).

Para transformar dm^3 em m^3, multiplica-se o valor por $\frac{1}{1000}$. Assim:

$$3\,150 \cdot \frac{1}{1000} = 3{,}150$$

Portanto, no total, essas caixas ocupam 3,15 m^3.

25. a) $4\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 16\text{ cm}^3$

b) $7\text{ dm} \cdot 3\text{ dm} \cdot 1{,}8\text{ dm} = 37{,}8\text{ dm}^3$

c) $7\text{ m} \cdot 7\text{ m} \cdot 7\text{ m} = 343\text{ m}^3$

PÁGINA 297 – ATIVIDADES

26. Respostas possíveis:

a) Mililitro.

b) Litro.

c) Litro.

d) Mililitro.

27. a) Visto que 1 L corresponde a 1 dm^3 e 1 dm^3 corresponde a 1000 cm^3, tem-se a equivalência:

$$1\text{ L} = 1000\text{ cm}^3$$

Assim, para transformar 0,05 L em cm^3, basta multiplicar o valor por 1000:

$$0{,}05 \cdot 1000 = 50$$

Portanto, 0,05 L = 50 cm^3.

b) 1 cL corresponde a $\frac{1}{100}$ L. Assim, para transformar cL em L, basta multiplicar o valor por $\frac{1}{100}$:

$$8 \cdot \frac{1}{100} = 0{,}08$$

Logo, 8 cL = 0,08 L.

Como 1 L = 1000 cm^3, então:

$$0{,}08\text{ L} = 0{,}08 \cdot 1000\text{ cm}^3 = 80\text{ cm}^3$$

Portanto, 8 cL = 0,08 L = 80 cm^3.

c) 1 mL corresponde a $\frac{1}{1000}$ L. Assim, para transformar mL em L, basta multiplicar o valor por $\frac{1}{1000}$:

$$37 \cdot \frac{1}{1000} = 0{,}037$$

Logo, 37 mL = 0,037 L.

Como 1 L = 1000 cm^3, então:

$$0{,}037\text{ L} = 0{,}037 \cdot 1000\text{ cm}^3 = 37\text{ cm}^3$$

Portanto, 37 mL = 0,037 L = 37 cm^3.

28. a) 1 L = 1 dm^3

Logo, 3,5 dm^3 = 3,5 L.

b) 1 L = 1000 cm^3

Logo, 2 000 cm^3 = 2 L.

c) 1 dm^3 corresponde a 1 000 000 mm^3. Assim, para transformar mm^3 em dm^3, basta multiplicar o valor por $\frac{1}{1\,000\,000}$.

$$1500 \cdot \frac{1}{1\,000\,000} = 0{,}0015$$

Então, 1500 mm^3 = 0,0015 dm^3.

Como 1 L = 1 dm^3, então:

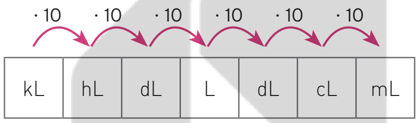
$$1500\text{ mm}^3 = 0{,}0015\text{ dm}^3 = 0{,}0015\text{ L}$$

d) 1 m^3 corresponde a 1000 dm^3 e 1 dm^3 corresponde a 1 L, logo:

$$1\text{ m}^3 = 1000\text{ L}$$

Assim, 2 m^3 = 2 000 L.

29. Para responder a essa atividade, os estudantes podem observar o seguinte quadro.



a-III; b-I; c-IV; d-II.

30. a) 5 L = 5 · 1000 mL = 5 000 mL

b) 0,05 L = 0,05 · 1000 mL = 50 mL

c) 1,8 cL = 1,8 · 10 mL = 18 mL

d) 0,3 L = 0,3 · 1000 mL = 300 mL

e) 26 dL = 26 · 100 mL = 2 600 mL

f) 14 hL = 14 · 1 000 000 mL = 1 400 000 mL

31. a) $4\text{ cL} = 4 \cdot \frac{1}{100}\text{ L} = 0{,}04\text{ L}$

b) 10,60 daL = 10,6 · 10 L = 106 L

c) 180 hL = 180 · 100 L = 18 000 L

d) 42 kL = 42 · 1000 L = 42 000 L

e) $13\text{ cL} = 13 \cdot \frac{1}{100}\text{ L} = 0{,}13\text{ L}$

f) 0,005 kL = 0,005 · 1000 L = 5 L

32. a) Há 1 L de suco de uva. Como 1 L corresponde a 1000 mL, então há 1000 mL de suco de uva.

Há 4 dL de suco de laranja. Como 1 dL corresponde a 100 mL, então há 400 mL de suco de laranja.

b) Há 150 mL de suco de abacaxi. Como 1 mL corresponde a $\frac{1}{1000}$ L, então há 0,150 L de suco de abacaxi.

Há 4 dL de suco de laranja. Como 1 dL corresponde a $\frac{1}{10}$ L, então há 0,4 L de suco de laranja.

c) Para adicionar as medidas, elas precisam estar na mesma unidade. Assim, pode-se utilizar o litro para calcular o total e, depois, convertemos o resultado em centilitro.

Há 1 L de suco de uva, 0,4 L de suco de laranja e 0,15 L de suco de abacaxi:

$$1\text{ L} + 0{,}4\text{ L} + 0{,}15\text{ L} = 1{,}55\text{ L}$$

$$1{,}55\text{ L} = 1{,}55 \cdot 100\text{ cL} = 155\text{ cL}$$

Portanto, há no total 155 cL de suco de frutas sobre a mesa.

33. Se 1 litro equivale a 1000 mililitros, então 5 L equivalem a 5 000 mL.

Se cada xícara vendida tem capacidade para 50 mL de café, então a venda de 5 litros de café equivale à venda de 100 xícaras (5 000 : 50 = 100).

Como cada xícara é vendida por 3,50 reais, tem-se:

$$3{,}50 \cdot 100 = 350$$

Logo, a lanchonete vai obter R$ 350,00 com a venda de 5 L de café.

PÁGINA 298 – DIVERSIFICANDO

1. Resposta possível: Quanto maior a medida do comprimento do barbante, menor será a parte numérica da medida obtida. Caso os estudantes não percebam essa relação, peça a eles que meçam outros objetos usando os mesmos três pedaços de barbante.

2. O objetivo é calcular quantas vezes a medida 4 mm cabe em 1 m. Então, primeiro converte-se 4 mm em metro:

$$1\text{ mm} = \frac{1}{1000}\text{ m}$$

$$4\text{ mm} = 4 \cdot \frac{1}{1000} = 0{,}004\text{ m}$$

Agora, dividindo 1 m por 0,004 m, obtém-se 250.

Portanto, cabem 250 *microchips* enfileirados lado a lado em 1 m de comprimento.

3. Se 1 metro custa R$ 3,20, então o custo de 10 metros será R$ 32,00 (3,20 · 10). Como 50 cm correspondem a meio metro e 1 metro custa R$ 3,20, então o custo de meio metro será R$ 1,60 (3,20 : 10). Logo, o custo total será R$ 33,60 (32,00 + 1,60).

Portanto, Júlia vai gastar R$ 33,60.

4. a) A medida do perímetro pedida é a de um retângulo cujos lados medem 85 cm e 73 cm. Portanto:

$$85 + 85 + 73 + 73 = 316$$

Logo, a medida do perímetro do quadro original é 316 cm.

b) Resposta pessoal.

5. a) $0{,}4 \cdot 12 = 4{,}8$

Portanto, a área utilizada para o cultivo de algodão mede 4,8 hm^2.

b) $0{,}35 \cdot 12 = 4{,}2$

Portanto, a área utilizada para o cultivo de arroz mede 4,2 hm^2.

c) Já foram utilizados 9 hm^2 para o cultivo de algodão e de arroz, juntos. Assim, restam 3 hm^2 ($12 - 9 = 3$) para o cultivo de feijão.

6. O perímetro da horta mede 28 m e, como é uma região quadrada, todos os lados têm a mesma medida. Dessa forma, a medida de cada lado do quadrado é 7 m ($28 : 4 = 7$) e, então, a área da horta mede 49 m^2 ($7^2 = 49$).

7. Pela ilustração, pode-se verificar que o copo usado por Camila tem menor volume que a jarra utilizada por Daniel. Portanto, Camila obteve a medida numericamente maior, pois precisou usar o copo mais vezes para medir o mesmo volume de água medido por Daniel utilizando a jarra.

8. Alternativa **a**.

Se 1 m^3 corresponde a 1000 dm^3, logo 100 dm^3 correspondem a 0,1 m^3. Portanto, não é razoável que um caminhão tenha capacidade de 100 dm^3, mas é razoável que um contêiner tenha capacidade de 33 m^3.

9. A medida do perímetro da figura rosa é dada pela soma das medidas de todos os lados, ou seja, 14*a*. Como o perímetro mede 168 cm, então é preciso encontrar um número que, multiplicado por 14, resulte em 168. Fazendo:

$$168 : 14 = 12$$

Assim, o valor de *a* é 12 cm.

Para encontrar a medida do volume do cubo verde, pode-se primeiro converter a medida da aresta em decímetro e, depois, calcular a medida do volume:

$$12 \text{ cm} = 12 \cdot \frac{1}{10} = 1{,}2 \text{ dm}$$
$$1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 = 1{,}728$$

Portanto, a medida do volume do cubo verde é 1,728 dm^3.

10. a) O maior volume de água está no recipiente C; o menor está no recipiente B.

b) Todos apresentam a mesma medida de capacidade, pois são idênticos.

11. a) Para determinar a quantidade de pessoas que podem ser vacinadas, é possível dividir a quantidade do lote (75 dL = 7 500 mL) pela quantidade de uma ampola (0,5 mL). Portanto:

$$\frac{7\,500}{0{,}5} = 15\,000$$

Logo, é possível vacinar 15 000 pessoas com o lote que o laboratório enviou.

b) $15\,000 - 12\,000 = 3\,000$

Vão sobrar 3 000 doses dessa vacina.

12. a) Como uma torneira com gotejamento rápido desperdiça 32 L por dia, em 30 dias haverá um desperdício de 960 L de água ($30 \cdot 32 = 960$). Assim, basta dividir esse valor por 20 para determinar a quantos galões de 20 L essa quantidade corresponde:

$$\frac{960}{20} = 48$$

Portanto, podem ser enchidos 48 galões de 20 L com a água desperdiçada.

b) Resposta pessoal.

13. Respostas pessoais.

CAPÍTULO 2 – VISTAS E PLANTAS BAIXAS

PÁGINA 306 – ATIVIDADES

1. a) Como a imagem foi obtida de frente e é possível ver somente um dos lados dos elementos da paisagem, então a foto foi obtida do ponto de vista horizontal.

b) Como a imagem foi obtida de um ponto de vista um pouco mais alto e de lado, a paisagem é vista de modo inclinado e, portanto, dizemos que a foto foi obtida do ponto de vista oblíquo.

c) Como a imagem foi obtida de cima para baixo e nos dá uma visão vertical, e é possível ver principalmente a parte superior dos elementos que compõem a paisagem, então a foto foi obtida do ponto de vista vertical.

2. a) Há 3 vagas reservadas a pessoas com deficiência. Uma possível descrição é dizer que as vagas de deficientes físicos são as três últimas vagas laterais à direita de quem entra no estacionamento.

b) Resposta possível: O carro vermelho está localizado nas vagas centrais do estacionamento, do lado esquerdo, na quinta vaga.

c) Espera-se que os estudantes percebam que não seria possível identificar onde o carro vermelho está estacionado, pois ele não estaria na visão horizontal que Joaquim teria do estacionamento.

3. a) Na planta baixa, medindo a parede em que a cama está encostada, ela mede 3 cm. Como 1 cm equivale a 4 m, a medida real dessa parede é 12 m.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que 12 m é uma medida considerada grande demais para a parede de um quarto de solteiro em geral. Se considerar pertinente, comente com eles as dimensões de uma cama de solteiro (1,88 m de comprimento por 0,78 m de largura) para que eles avaliem o resultado obtido no item anterior.

c) Resposta pessoal. Uma resposta possível seria uma escala na qual 1 cm corresponde a 1 m.

PÁGINA 307 – DIVERSIFICANDO

1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes reproduzam os elementos do cômodo escolhido para desenhar a planta baixa.

2. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes reproduzam o caminho indicando os locais por onde passam.

3. a) Para 370 quilômetros. Essa informação está representada na parte inferior direita do mapa.

b) Ao medir com a régua, obtemos 2 cm.

c) A escala é 1 : 370. Assim, multiplicamos o valor medido no mapa (2 cm) pela medida correspondente a cada centímetro na realidade, no caso 370 km.

$$2 \cdot 370 = 740$$

Logo, a medida da distância real em linha reta entre as cidades de Goiânia e Cuiabá é 740 km.

d) Espera-se que os estudantes encontrem uma distância diferente da obtida no item anterior. O objetivo é que eles percebam que a distância que encontraram na internet provavelmente não é a distância em linha reta, mas sim a distância considerando as estradas e/ou os acessos possíveis.

CAPÍTULO 3 – MASSA, TEMPERATURA E TEMPO

PÁGINA 311 – ATIVIDADES

1. Respostas possíveis:

a) Miligrama.

b) Tonelada.

c) Grama.

d) Quilograma.

2. a) 1 t = 1 000 kg, logo 500 kg correspondem à metade de 1 tonelada.

Portanto, 500 kg = 0,5 t.

b) Como 1 t = 1000 kg e 1 kg = 1000 g, para converter 3 t em g, faz-se:

$$3 \cdot 1\,000\,000 = 3\,000\,000$$

Portanto, 3 t = 3 000 000 g.

c) Como 1 g = 1000 mg, para converter 2 g em mg, faz-se:

$$2 \cdot 1000 = 2\,000$$

Portanto, 2 g = 2 000 mg.

d) Como 1 cg = $\frac{1}{100}$ g, para converter 3 758 cg em g, faz-se:

$$3\,758 \cdot \frac{1}{100} = 37{,}58$$

Portanto, 3 758 cg = 37,58 g.

e) Como 1 dag = 10 000 mg, para converter 3,75 dag em mg, faz-se:

$$3{,}75 \cdot 10\,000 = 37\,500$$

Portanto, 3,75 dag = 37 500 mg.

f) Como $1\text{ g} = \frac{1}{1000}\text{ kg}$, para converter 757 g em kg, faz-se:

$$757 \cdot \frac{1}{1000} = 0{,}757$$

Portanto, 757 g = 0,757 kg.

3. a) Para converter 7,8 hg em kg, faz-se:

$$7{,}8 \cdot \frac{1}{10} = 0{,}78$$

Logo, 7,8 hg correspondem a 0,78 kg.

b) Para converter 4,5 dag em kg, faz-se:

$$4{,}5 \cdot \frac{1}{100} = 0{,}045$$

Logo, 4,5 dag correspondem a 0,045 kg.

c) Para converter 5,4 dg em kg, faz-se:

$$5{,}4 \cdot \frac{1}{10\,000} = 0{,}00054$$

Logo, 5,4 dg correspondem a 0,00054 kg.

d) Para converter 1,9 t em kg, faz-se:

$$1{,}9 \cdot 1000 = 1900$$

Logo, 1,9 t corresponde a 1900 kg.

4. a) Para converter 3,5 dg em g, faz-se:

$$3{,}5 \cdot \frac{1}{10} = 0{,}35$$

Logo, 3,5 dg = 0,35 g.

b) Para converter 67 mg em g, faz-se:

$$67 \cdot \frac{1}{1000} = 0{,}067$$

Logo, 67 mg = 0,067 g.

c) Para converter 33,47 kg em g, faz-se:

$$33{,}47 \cdot 1000 = 33\,470$$

Logo, 33,47 kg = 33 470 g.

d) Para converter 0,0082 t em g, faz-se:

$$0{,}0082 \cdot 1\,000\,000 = 8\,200$$

Logo, 0,0082 t = 8 200 g.

5. a) Para transformar 15,1 quilogramas em decagrama, faz-se:

$$15{,}1 \cdot 100 = 1\,510$$

Logo, 15,1 quilogramas correspondem a 1 510 decagramas.

b) Para transformar 109 decigramas em grama, faz-se:

$$109 \cdot \frac{1}{10} = 10{,}9$$

Logo, 109 decigramas correspondem a 10,9 gramas.

c) Para transformar 1,11 grama em miligrama, faz-se:

$$1{,}11 \cdot 1000 = 1\,110$$

Logo, 1,11 grama corresponde a 1 110 miligramas.

d) Para transformar 7 589 quilogramas em tonelada, faz-se:

$$7\,589 \cdot \frac{1}{1000} = 7{,}589$$

Logo, 7 589 quilogramas correspondem a 7,589 toneladas.

6. Como uma arroba corresponde a 15 kg, 16 arrobas corresponderão, em quilograma, a:

$$15 \cdot 16 = 240$$

Logo, a medida de massa de uma carga de cacau de 16 arrobas corresponde a 240 kg.

7. Respostas possíveis:

a) A medida da massa de um elefante pode ser dada em tonelada:

$$7\,500\,000 \cdot \frac{1}{1\,000\,000} = 7{,}5$$

Logo, 7,5 t pode ser mais apropriado.

b) A medida da massa de uma mosca pode ser dada em grama:

$$0{,}0000002 \cdot 1\,000\,000 = 0{,}2$$

Logo, 0,2 g pode ser mais apropriado.

c) A medida da massa de um cachorro pode ser dada em quilograma:

$$35\,500 \cdot \frac{1}{10\,000} = 35{,}5$$

Logo, 35,5 kg pode ser mais apropriado.

d) A medida da massa de um rato pode ser dada em grama:

$$0{,}0002 \cdot 1\,000\,000 = 200$$

Logo, 200 g pode ser mais apropriado.

8. Se a medida da massa de 1 livro é 0,25 kg, então a medida da massa de 5 livros é 1,25 kg $(5 \cdot 0{,}25 = 1{,}25)$.

A medida da massa de um caderno é 200 g, então a medida da massa de 4 cadernos é 800 g $(4 \cdot 200 = 800)$ ou 0,8 kg $\left(800 \cdot \frac{1}{1000} = 0{,}8\right)$.

A medida da massa total é dada por:

$$1{,}25 + 0{,}8 = 2{,}05$$

Logo, a medida de massa total dos itens que Lúcia vai colocar na caixa é 2,05 kg.

9. Sabe-se que 18 kg equivalem a 18 000 g. Assim, para saber a quantidade de pedaços, basta dividir a medida da massa do bolo pela medida da massa de cada pedaço:

$$\frac{18\,000}{300} = 60$$

Portanto, Rafael dividiu o bolo em 60 pedaços de 300 g cada um.

10. Calculando a medida da massa da baleia jubarte em grama:

Sabe-se que 1 tonelada corresponde a 1 000 kg e 1 kg corresponde a 1000 g, então:

$$40 \cdot 1\,000\,000 = 40\,000\,000$$

Assim, a massa da baleia é 40 000 000 g.

A medida da massa do morcego é aproximadamente 2 g.

Dividindo a medida da massa da baleia pela medida da massa do morcego, tem-se:

$$\frac{40\,000\,000}{2} = 20\,000\,000$$

Logo, seriam necessários 20 000 000 morcegos kitti para compor a massa de uma baleia jubarte.

PÁGINA 313 – ATIVIDADES

11. 42 °C > 26 °C > 18 °C > 8,3 °C > 8 °C > > 6,4 °C > 4 °C > 1,5 °C

12. A-II; B-I.

Espera-se que os estudantes percebam que em uma temperatura de medida 12 °C as pessoas costumam usar calças e casacos, e quando mede 35 °C, geralmente usam roupas mais leves.

13. a) A maior medida de temperatura prevista é de 37 °C; e a menor medida de temperatura prevista é de 22 °C.

b) Domingo: 36 °C − 24 °C = 12 °C

Segunda-feira: 37 °C − 25 °C = 12 °C

Terça-feira: 37 °C − 25 °C = 12 °C

Quarta-feira: 35 °C − 22 °C = 13 °C

Quinta-feira: 34 °C − 24 °C = 10 °C

Sexta-feira: 35 °C − 24 °C = 11 °C

Sábado: 33 °C − 23 °C = 10 °C

Portanto, na quarta-feira ocorreu a maior variação entre as medidas de temperatura.

PÁGINA 316 – ATIVIDADES

14. Respostas possíveis:

a) Hora.

b) Dia.

c) Minuto.

d) Segundo.

15. a) 2 h = 2 · 60 min = 120 min

120 min = 120 · 60 s = 7 200 s

23 min = 23 · 60 s = 1 380 s

7 200 s + 1 380 s + 54 s = 8 634 s

Logo, 2 h 23 min 54 s = 8 634 s.

b)

$$\begin{array}{r|l} 7\,250 & 60 \\ \cline{2-2} \underbrace{50}_{\text{segundos}} & \underbrace{120}_{\text{minutos}} \end{array}$$

Logo, 7 250 s = 120 min 50 s = = 2 h 0 min 50 s.

c)

$$\begin{array}{r|l} 49 & 24 \\ \cline{2-2} -\ 48 & \underbrace{2}_{\text{dias}} \\ \hline \underbrace{1}_{\text{hora}} & \end{array}$$

Logo, 49 h = 2 dias 1 h.

16. a)

$$\begin{array}{rrr} & 46\text{ min} & 58\text{ s} \\ + & 15\text{ min} & 35\text{ s} \\ \hline & 61\text{ min} & 93\text{ s} \end{array}$$

61 min = 60 min + 1 min = 1 h 1 min

93 s = 60 s + 33 s = 1 min 33 s

Então, 1 h 1 min + 1 min 33 s = = 1 h 2 min 33 s.

b)

$$\begin{array}{rrrr} & & 22\text{ min} & 32\text{ s} \\ & & 24\text{ min} & 43\text{ s} \\ + & 1\text{ h} & 30\text{ min} & 13\text{ s} \\ \hline & 1\text{ h} & 76\text{ min} & 88\text{ s} \end{array}$$

$76\text{ min} = 60\text{ min} + 16\text{ min} = 1\text{ h }16\text{ min}$

$88\text{ s} = 60\text{ s} + 28\text{ s} = 1\text{ min }28\text{ s}$

Então, $1\text{ h} + 1\text{ h }16\text{ min} + 1\text{ min }28\text{ s} =$
$= 2\text{ h }17\text{ min }28\text{ s}$.

17. a) No dia 28 de novembro de 2009, Bianca tinha 18 anos (2009 − 1991 = 18).

b) Em 2015, Bianca completou 24 anos (2015 − 1991 = 24), mas o dia 30 de junho é antes do dia em que ela faz aniversário, ou seja, nesse dia ela ainda tinha 23 anos.

c) A resposta depende da data de resolução da atividade.

PÁGINA 317 – DIVERSIFICANDO

1. Como cada pacote de macarrão tem 90 g, para saber quantos gramas tem 2 300 pacotes, pode-se fazer:

$2\,300 \cdot 90 = 207\,000$

Logo, em 1 dia a fábrica produz 207 000 g de macarrão.

Transformando 207 000 g em kg, tem-se:

$$207\,000 \cdot \frac{1}{1000} = 207$$

Portanto, em 1 dia são fabricados 207 kg de macarrão.

Para saber quantos quilogramas são produzidos em 30 dias, basta multiplicar a produção de um dia por 30:

$$207 \cdot 30 = 6\,210$$

Logo, em 30 dias, são produzidos 6 210 kg de macarrão.

2. Primeiro, transforma-se 1,28 toneladas em quilograma:

$$1{,}28\text{ t} = 1{,}28 \cdot 1000\text{ kg} = 1280\text{ kg}$$

Depois, calcula-se 70% da carga, pois é preciso retirar 30% da carga (100% − 30%):

$$1280 \cdot 70\% = 1280 \cdot \frac{70}{100} = 896$$

A empilhadeira suporta 896 kg sem prejudicar seu funcionamento.

3. a) Como o atleta precisa eliminar 5% de massa, calcula-se 95% da massa:

$$76 \cdot 95\% = 76 \cdot \frac{95}{100} = 72{,}2$$

O atleta deverá ter 72,2 kg ao final da dieta.

b) O atleta deve eliminar 3,8 kg de massa (76 − 72,2 = 3,8).

Como 3,8 kg correspondem a 3 800 g (3,8 · 1000 = 3 800), é preciso dividir esse valor por 200 g para saber a quantidade de dias:

$$\frac{3\,800}{200} = 19$$

Portanto, o atleta vai atingir seu objetivo em 19 dias.

4. a) Para calcular a medida da massa da carga, basta subtrair a medida da massa do caminhão sem a carga da medida da massa do caminhão com a carga:

$$22{,}6 - 7 = 15{,}6$$

Portanto, a medida da massa da carga é 15,6 t.

b) Para calcular a medida de cada saca em tonelada, basta dividir a medida da massa da carga pela quantidade de sacas:

$$\frac{15{,}6}{260} = 0{,}06$$

Logo, cada saca tem 0,06 t. Para transformar tonelada em quilograma, multiplica-se 0,06 por 1000:

$$0{,}06 \cdot 1000 = 60$$

Portanto, cada saca tem 60 kg.

c) Para saber o valor de cada saca, divide-se o valor total da carga pela quantidade de sacas:

$$8\,580 : 260 = 33$$

Portanto, o valor de cada saca é R$ 33,00.

5. a) Para responder a essa questão, calcula-se o resultado da subtração:

$29\text{ h }42\text{ min }46\text{ s} - 28\text{ h }55\text{ min }21\text{ s}$

Como não é possível subtrair 55 min de 42 min, transforma-se 1 h em 60 min, obtendo a seguinte subtração:

$$\begin{array}{rrrr} & 28\text{ h} & 102\text{ min} & 46\text{ s} \\ - & 28\text{ h} & 55\text{ min} & 21\text{ s} \\ \hline & 0\text{ h} & 47\text{ min} & 25\text{ s} \end{array}$$

Assim, o vencedor da categoria Carro chegou 47 min 25 s antes do terceiro colocado.

b) Para responder a essa questão, calcula-se o resultado da subtração:

$30\text{ h }22\text{ min }40\text{ s} - 30\text{ h }06\text{ min }12\text{ s}$

Veja:

$$\begin{array}{rrrr} & 30\text{ h} & 22\text{ min} & 40\text{ s} \\ - & 30\text{ h} & 06\text{ min} & 12\text{ s} \\ \hline & 0\text{ h} & 16\text{ min} & 28\text{ s} \end{array}$$

Assim, o vencedor da categoria Moto chegou 16 min 28 s antes do segundo colocado.

c) Para responder a essa questão, calcula-se o resultado da subtração:

$30\text{ h }06\text{ min }12\text{ s} - 28\text{ h }55\text{ min }21\text{ s}$

Como não é possível subtrair 55 min de 6 min nem 21 s de 12 s, transforma-se 1 min em 60 s e 1 h em 60 min, obtendo a seguinte subtração:

$$\begin{array}{rrrr} & 29\text{ h} & 65\text{ min} & 72\text{ s} \\ - & 28\text{ h} & 55\text{ min} & 21\text{ s} \\ \hline & 1\text{ h} & 10\text{ min} & 51\text{ s} \end{array}$$

Assim, a diferença entre os tempos dos primeiros colocados em cada categoria é 1 h 10 min 51 s.

d) Para descobrir qual é a diferença na categoria Carro, calcula-se o resultado da subtração:

$30\text{ h }25\text{ min }15\text{ s} - 28\text{ h }55\text{ min }21\text{ s}$

Como não é possível subtrair 21 s de 15 s nem 55 min de 25 min, transforma-se 1 min em 60 s e 1 h em 60 min, obtendo a seguinte subtração:

$$\begin{array}{rrrr} & 29\text{ h} & 84\text{ min} & 75\text{ s} \\ - & 28\text{ h} & 55\text{ min} & 21\text{ s} \\ \hline & 1\text{ h} & 29\text{ min} & 54\text{ s} \end{array}$$

Assim, a diferença de tempo entre o primeiro e o quarto colocados na categoria Carro é 1h 29 min 54 s.

Para descobrir qual é a diferença na categoria Moto, calcula-se o resultado da subtração:

$30\text{ h }55\text{ min }55\text{ s} - 30\text{ h }06\text{ min }12\text{ s}$

Veja:

$$\begin{array}{rrrr} & 30\text{ h} & 55\text{ min} & 55\text{ s} \\ - & 30\text{ h} & 06\text{ min} & 12\text{ s} \\ \hline & 0\text{ h} & 49\text{ min} & 43\text{ s} \end{array}$$

Assim, a diferença de tempo entre o primeiro colocado e o quarto colocado na categoria Moto é 49 min 43 s.

6. a) O primeiro tempo tem 45 min, o intervalo tem 15 min e Philippe Coutinho fez o primeiro gol aos 17 minutos do segundo tempo. Assim:

$45\text{ min} + 15\text{ min} + 17\text{ min} = 77\text{ min}$

Como 1 hora são 60 minutos, então:

$77\text{ min} = 60\text{ min} + 17\text{ min} = 1\text{ h }17\text{ min}$

Portanto, do início do jogo até o primeiro gol de Philippe Coutinho passaram-se 77 minutos ou 1 hora e 17 minutos.

b) Raphinha fez o gol aos 28 minutos do primeiro tempo; o primeiro tempo termina aos 45 minutos. Sendo assim:

$$45\text{ min} - 28\text{ min} = 17\text{ min}$$

Logo, passaram-se 17 minutos entre o gol de Raphinha e o final do primeiro tempo.

c) Antony fez um gol aos 41 minutos do segundo tempo, e Rodrygo, outro gol aos 43 minutos do segundo tempo.

$$43\text{ min} - 41\text{ min} = 2\text{ min}$$

Logo, passaram-se 2 minutos entre os dois últimos gols da Seleção.

7. a) 18 °C − 9 °C = 9 °C

b) Resposta pessoal. Verifique se os estudantes compreenderam que a amplitude térmica é obtida pela diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima de cada dia.

8. Resposta pessoal.

PÁGINA 318 – AMPLIANDO HORIZONTES

PARA REFLETIR

1. a-II; b-I; c-III; d-V; e-IV.
2. Resposta pessoal.
3. Respostas pessoais.

PÁGINA 320 – INVESTIGAR

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

1. Resposta pessoal.
2. Respostas pessoais.
3. Respostas pessoais.

PÁGINA 322 – ATIVIDADES INTEGRADAS

1. **A** A ciclista demorou pouco tempo para completar o trajeto.

   B A medida do comprimento de um navio cargueiro pode chegar a 400 metros.

   C Para revestir a área do piso dessa sala, foi utilizado um revestimento de madeira.

   D A temperatura do forno está alta.

   E A balança de precisão é utilizada para medir massa.

   F O volume de ar em um balão corresponde à sua capacidade.

2. **a)** A medida do volume do cubo de aresta 2 cm é 8 cm^3 ($2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$).

   b) Se a medida de comprimento da aresta fosse triplicada, sua aresta mediria 6 cm e, portanto, a medida de seu volume seria 216 cm^3 ($6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$).

   Se a medida da aresta fosse triplicada, a medida do volume ficaria multiplicada por 27 ($216 : 8 = 27$).

3. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes respondam que sim. Lúcio subtraiu 69,5 kg de 74 kg e obteve 4,5 kg.

4. Se a florista vender os 49 kg de flores imediatamente, vai receber por eles R$ 61,25 ($49 \cdot 1{,}25 = 61{,}25$).

   Já se as flores passarem pelo processo de desidratação, vão perder $\frac{5}{7}$ de sua massa, restando $\frac{2}{7}$ de 49 kg. Assim:

   $$\frac{2}{7} \cdot 49 = 14$$

   Logo, restarão apenas 14 kg, cuja venda vai resultar em R$ 45,50 ($14 \cdot 3{,}25 = 45{,}50$).

   Portanto, é mais lucrativo para a florista vender as flores imediatamente.

5. **a)** Observando a figura, percebe-se que o pacote B contém maior massa.

   b) Observando a figura, percebe-se que o pacote C contém maior massa.

   c) Sim. Como o pacote B contém maior massa que o pacote A e o pacote C contém maior massa que o pacote B, é possível concluir que o pacote C contém maior massa que o pacote A. Portanto, o pacote A contém menor massa que o pacote C.

6. Resposta esperada: para 11 minutos, mede-se três vezes o tempo na ampulheta de 2 minutos de período e uma vez o tempo na ampulheta de 5 minutos (pois $3 \cdot 2$ min + + 5 min = 11 min); para 8 minutos, mede-se quatro vezes o tempo na ampulheta de 2 minutos (pois $4 \cdot 2$ min = 8 min).

7. **a)** Resposta pessoal.

   b) Resposta pessoal.

   c) Resposta pessoal.

   d) Resposta pessoal.

8. **a)** A medida da área da cozinha é 15 m^2 ($2 \cdot 7{,}5 = 15$).

   A medida da área do banheiro é 8 m^2 ($4 \cdot 2 = 8$).

   A medida da área do quarto é 16 m^2 ($4 \cdot 4 = 16$).

   A medida da área da sala é 20 m^2 ($4 \cdot 5 = 20$).

   A copa pode ser dividida em dois retângulos, sendo um deles com 6 m de comprimento e 4 m de largura, e o outro com 3,5 m de comprimento e 2 m de largura. Assim, para calcular a medida da área da copa, faz-se:

   $$6 \cdot 4 + 2 \cdot 7{,}5 = 24 + 15 = 39$$

   A medida da área da copa é 39 m^2.

   Logo, a copa é o ambiente de maior medida de área.

   b) Não. Por meio da observação da planta baixa.

9. Alternativa **d**.

   Primeiro, calcula-se a quantos metros cúbicos correspondem cada item pedido. E, depois, compara-se com a quantidade em estoque.

   - Água sem gás:

     8 700 garrafas de 500 mL cada

     Sabe-se que 500 mL correspondem a 0,5 L e 1 m^3 corresponde a 1000 L, então:

     $$8\,700 \cdot 0{,}5 = 4\,350$$

     $$4350 \cdot \frac{1}{1000} = 4{,}35$$

     Logo, há um pedido de 4,35 m^3 de água sem gás.

   - Água com gás:

     4 000 garrafas de 350 mL cada

     Sabe-se que 350 mL correspondem a 0,35 L e 1 m^3 corresponde a 1000 L, então:

     $$4\,000 \cdot 0{,}35 = 1400$$

     $$1400 \cdot \frac{1}{1000} = 1{,}4$$

     Logo, há um pedido de 1,4 m^3 de água com gás.

   Como a distribuidora dispõe de 4,3 m^3 de água sem gás e 1,33 m^3 de água com gás, não será possível atender a nenhum dos pedidos.

10. Observe, na figura, que a largura mede metade da medida do comprimento da toalha, pois as toalhas azul e lilás são colocadas e se encaixam exatamente com a lateral das toalhas amarela e verde.

    Então, para cada duas larguras, tem-se um comprimento de toalha. Note que, na composição das seis toalhas, a medida do perímetro da figura equivale a 14 larguras ou 7 comprimentos de toalha. Dessa forma, para descobrir a medida da largura de uma toalha, podemos dividir a medida do perímetro da composição por 14:

    $$\frac{1260}{14} = 90$$

    Portanto, a largura de cada toalha mede 90 cm e o comprimento mede 180 cm ($2 \cdot 90 = 180$).

    Logo, a medida do perímetro de uma toalha é dado por:

    180 cm + 180 cm + 90 cm + 90 cm = 540 cm

    Transformando essa medida em decímetro, tem-se:

    $$540 \cdot \frac{1}{10} = 54$$

    Portanto, a medida do perímetro de cada toalha é 54 dm.

GERAÇÃO
ALPHA

Matemática 6

Ensino Fundamental | Anos finais | 6º ano
Componente curricular: Matemática

Carlos N. C. de Oliveira
Licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática
e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo (USP).
Especialista em Educação Matemática pelo
Centro Universitário Fundação Santo André (FSA).
Mestre em Educação Matemática pela
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP).
Professor e coordenador de ensino de Matemática.

Felipe Fugita
Licenciado em Matemática pelo IME-USP.
Professor de Matemática.

Editora responsável: Isabella Semaan
Bacharela em Ciência e Tecnologia pela Universidade Federal do ABC (UFABC).
Editora e elaboradora de conteúdo para materiais didáticos.

Organizadora: SM Educação
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida por SM Educação.

São Paulo, 4ª edição, 2022

sm

***Geração Alpha* Matemática 6**
© SM Educação
Todos os direitos reservados

Direção editorial	Cláudia Carvalho Neves
Gerência editorial	Lia Monguilhott Bezerra
Gerência de *design* e produção	André Monteiro
Edição executiva	Isabella Semaan **Edição:** Cármen Matricardi, Carolina Maria Toledo, Cristiano Oliveira da Conceição, Diana Maia, Eduardo Chavante, Luana Fernandes de Souza **Suporte editorial:** Fernanda de Araújo Fortunato
Coordenação de preparação e revisão	Cláudia Rodrigues do Espírito Santo **Preparação:** Ana Paula Perestrelo, Helena Alves Costa, Maria Angélica Lau P. Soares, Renata Tavares **Revisão:** Ana Paula Perestrelo, Helena Alves Costa, Maria Angélica Lau P. Soares **Apoio de equipe:** Maria Clara Loureiro
Coordenação de *design*	Gilciane Munhoz ***Design*:** Carla Almeida Freire, Tiago Stéfano, Victor Malta (Interação)
Coordenação de arte	Andressa Fiorio **Edição de arte:** Vitor Trevelin **Assistência de arte:** Viviane Ayumi Yonamine **Assistência de produção:** Júlia Stacciarini Teixeira
Coordenação de iconografia	Josiane Laurentino **Pesquisa iconográfica:** Camila D'Angelo, Fabio Matsuura **Tratamento de imagem:** Marcelo Casaro
Capa	João Brito/Gilciane Munhoz **Ilustração da capa:** Denis Freitas
Projeto gráfico	Rafael Vianna Leal
Pré-impressão	Américo Jesus
Fabricação	Alexander Maeda
Impressão	

Em respeito ao meio ambiente, as folhas deste livro foram produzidas com fibras obtidas de árvores de florestas plantadas, com origem certificada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Oliveira, Carlos N. C. de
Geração alpha matemática : 6º ano : ensino fundamental : anos finais / Carlos N. C. de Oliveira, Felipe Fugita ; editora responsável Isabella Semaan ; organizadora SM Educação ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida por SM Educação. — 4. ed. — São Paulo : Edições SM, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-65-5744-758-1 (aluno)
ISBN 978-65-5744-754-3 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Fugita, Felipe. II. Semaan, Isabella. III. Título.

22-111784 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

4ª edição, 2022

SM Educação
Avenida Paulista, 1842 – 18º andar, cj. 185, 186 e 187 – Condomínio Cetenco Plaza
Bela Vista 01310-945 São Paulo SP Brasil
Tel. 11 2111-7400
atendimento@grupo-sm.com
www.grupo-sm.com/br

Apresentação

Caro estudante,

Ser jovem no século XXI significa estar em contato constante com múltiplas linguagens, uma imensa quantidade de informações e inúmeras ferramentas tecnológicas. Isso ocorre em um cenário mundial que apresenta grandes desafios sociais, econômicos e ambientais.

Diante dessa realidade, esta coleção foi cuidadosamente pensada para ajudar você a enfrentar esses desafios com autonomia e espírito crítico.

Atendendo a esse propósito, os textos, as imagens e as atividades nela propostos se configuram como oportunidades para que você reflita sobre o que aprende, expresse suas ideias e desenvolva habilidades de comunicação para as mais diversas situações de interação em sociedade.

Vinculados aos conhecimentos próprios de cada disciplina, são apresentados, em situações e atividades reflexivas, aspectos sobre valores universais, como justiça, respeito, solidariedade, responsabilidade, honestidade e criatividade. Esperamos, assim, contribuir para que você compartilhe dos conhecimentos construídos pela **Matemática** e os utilize para fazer escolhas responsáveis e transformadoras em sua vida.

Desejamos também que esta coleção contribua para que você se torne um jovem atuante na sociedade do século XXI, capaz de questionar a realidade em que vive e de buscar respostas e soluções para os desafios presentes e para os que estão por vir.

Equipe editorial

Nelson Provaz/ID/BR

Conheça seu livro

ABERTURA DE UNIDADE

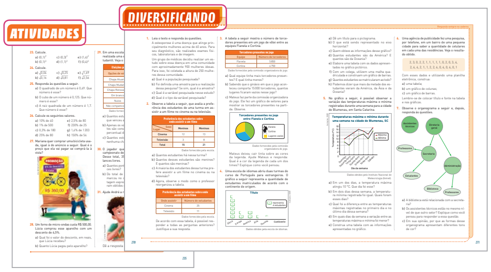
No início de cada unidade, você é apresentado ao tema que vai estudar.

Uma imagem vai instigar sua curiosidade.

Primeiras ideias
Texto que explica a imagem e permite estabelecer relações com o que será estudado na unidade. Algumas questões vão incentivar você a contar o que sabe do assunto e a levantar algumas hipóteses sobre ele.

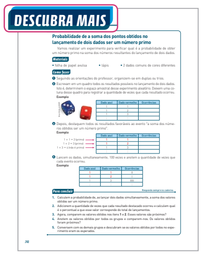
CAPÍTULOS

Abertura de capítulo
Textos, imagens e esquemas apresentam o conteúdo a ser estudado.



Atividades
As atividades vão ajudá-lo a desenvolver diferentes habilidades e competências. Após a apresentação dos conteúdos, vem a seção **Atividades**. E, no final de cada capítulo, há a seção **Diversificando**.

Os boxes **Matemática tem história** e **+Interessante** apresentam textos relacionados à história da Matemática e curiosidades.



No boxe **Descubra mais**, você vai realizar atividades práticas e investigativas para aprender mais sobre o assunto estudado. Com os colegas, vai levantar hipóteses, desenvolver um trabalho investigativo ou de experimentação e elaborar conclusões.

Boxes

CENTAVOS

No sistema monetário brasileiro, **centavo** significa “cento de avos”. Ou seja, 1 centavo representa $\frac{1}{100}$ do real.

Esses boxes retomam, complementam e ampliam o assunto em estudo.

ÁGUA: ESSA RESPONSABILIDADE TAMBÉM É SUA!

Leia este trecho de reportagem.

[...] Apesar da iminente

Valor

Apresentam temas e questões relacionados a valores humanos para você refletir e se posicionar.

PARA EXPLORAR

Aventura decimal, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática, 2008 (Coleção A Descoberta da Matemática).

Com esse livro, você vai conhecer

Para explorar

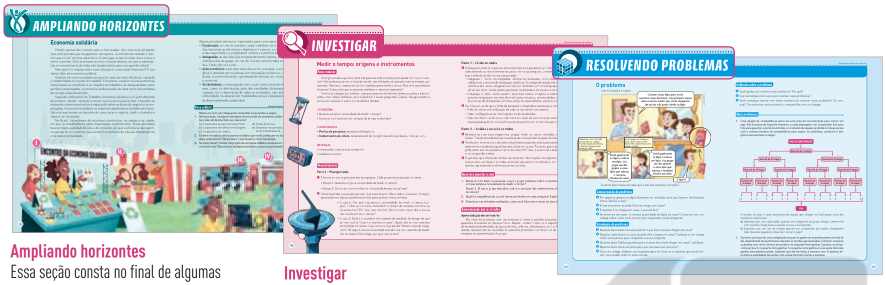
Oferecem indicações de livros, *sites* e passeios relacionados ao assunto.

maquete: representação em miniatura de uma região ou paisagem.

Glossário

Expressões e palavras que talvez você não conheça são explicadas nesses boxes.

FECHAMENTO DE UNIDADE



Ampliando horizontes

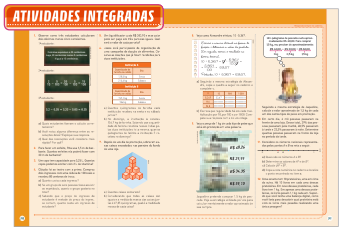
Essa seção consta no final de algumas unidades e, com base em temas relacionados à Educação Financeira, convida você a refletir sobre como nossos valores influenciam nossa vida.

Investigar

Em dois momentos do livro, você vai entrar em contato com diferentes metodologias de pesquisa, como entrevistas, observação de campo, etc. Também vai desenvolver sua habilidade de comunicação ao compartilhar os resultados da investigação.

Resolvendo problemas

Com os problemas propostos, você vai desenvolver a compreensão e as estratégias de resolução, aliadas às habilidades de ler, representar informações diante de situações-problema e tomar decisões.



Atividades integradas

Essas atividades integram os assuntos da unidade. São uma oportunidade para você analisar o quanto aprendeu e refletir sobre os assuntos estudados.

FINAL DO LIVRO

Interação

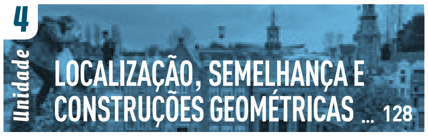
Essa seção propõe um projeto coletivo cujo produto poderá ser destinado à comunidade escolar.

Sumário

Cadu De Castro/Pulsar Imagens

Fotografia: Rebeca Reis/AGIF/AFP. © KOBRA, Eduardo/AUTVIS, Brasil, 2022

Leo Burgos/Pulsar Imagens



Zoonar GmbH/Alamy/Fotoarena

patpitchaya/Shutterstock.com/ID/BR

Zoonar GmbH/Alamy/Fotoarena

Zhong Liting/Southern Metropolis Daily/Visual China Group/Getty Images

HPS/Alamy/Fotoarena

UNIDADE 1

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO E NÚMEROS NATURAIS

NESTA UNIDADE...

Competências gerais
1, 2, 7 e 9.

Competências específicas de Matemática
1, 2, 3 e 7.

Temas Contemporâneos Transversais
Meio Ambiente e Economia.

Habilidades

(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

SOBRE A UNIDADE

Nesta unidade, os estudantes vão ampliar e formar novos significados para os números naturais, começando por sua utilização no contexto social e pela análise de problemas históricos que motivaram a construção deles.

Através do estudo do valor posicional adotado no sistema indo-arábico, suas classes e ordens, serão ampliadas a leitura, a escrita, a representação, a composição e a decomposição de números até a classe dos milhões.

Iniciando com a construção da sequência dos números naturais, através da ordenação, da comparação e do uso da reta numérica, são retomados os conceitos já vistos, que são a base para o estudo das operações com números naturais.

Além disso, os estudantes vão resolver problemas que envolvem números naturais, ampliando e construindo novos significados para as operações de adiçã o, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

DE OLHO NA BASE

A proposta da abertura possibilita aos estudantes valorizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo cultural para entender e explicar a realidade e continuar aprendendo, favorecendo o desenvolvimento da **competência geral 1**. Além disso, permite a promoção do respeito ao outro e aos direitos humanos, valorizando a diversidade de indivíduos, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza, como previsto na **competência geral 9**.

Cadu De Castro/Pulsar Imagens

PRIMEIRAS IDEIAS

Conhecido por ser uma excelente fonte de energia, o açaí é uma fruta que nasce em palmeiras que podem medir até 20 metros de altura e que produzem cerca de 4 cachos da fruta por ano.

O estado do Pará é o 1º no *ranking* mundial de produção e exportação do açaí. De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2018, o estado foi responsável por 95% da produção total do país. Parte dessa produção é realizada por comunidades quilombolas.

1. Observe os números que aparecem no texto. Você sabe o que eles indicam em cada caso?
2. Em que outras situações do dia a dia usamos números?
3. O que você conhece da agricultura das comunidades quilombolas no Brasil? Junte-se a um colega para pesquisar o tema. Depois, apresentem o que descobriram aos colegas da turma.

← Mulher debulhando açaí na comunidade quilombola de Mangabeira, em Mocajuba (PA). Foto de 2020.

OUTRAS FONTES

Comunidade quilombola de Macapá receberá tecnologias de manejo e cultivo de açaizais. Embrapa, 23 jun. 2021. Disponível em: https://www.embrapa.br/busca-de-noticias/-/noticia/63119259/comunidade-quilombola-de-macapa-recebera-tecnologias-de-manejo-e-cultivo-de-acaizais. Acesso em: 13 abr. 2022.

Esse artigo discorre sobre um projeto que visa fornecer tecnologias que contribuam para o aumento da produção de açaí em comunidades quilombolas do distrito Santo Antônio da Pedreira, em Macapá.

Comissão Pró-Índio de São Paulo. Observatório Terras Quilombolas. Disponível em: https://cpisp.org.br/. Acesso em: 13 abr. 2022.

Desde 2004, essa fundação monitora e implementa políticas de regularização fundiária de Terras Quilombolas no Brasil, além de outras atividades.

Cultivo de açaí no Pará é exemplo de produção sustentável. CNA, 28 jul. 2021. Disponível em: https://www.cnabrasil.org.br/noticias/cultivo-de-acai-no-para-e-exemplo-de-producao-sustentavel. Acesso em: 13 abr. 2022.

Esse artigo apresenta um panorama da produção de açaí no Brasil.

PRIMEIRAS IDEIAS

- É possível que muitos estudantes já tenham visto e até experimentado açaí, mas que desconheçam como é a fruta *in natura*. Assim, mencione que tradicionalmente é a polpa de açaí que é comercializada, e não o fruto.
- Esclareça aos estudantes que boa parte das comunidades quilombolas depende da floresta para garantir sua alimentação e geração de renda. Os produtos extraídos de seus territórios também são utilizados na confecção de suas casas e de utensílios e para fins terapêuticos.
- A proposta da atividade **3** é bastante ampla e se configura como uma oportunidade de valorizar as diferentes culturas brasileiras, no caso, a quilombola. De acordo com a Comissão Pró-Índio de São Paulo, “Quilombo é a denominação para comunidades constituídas por [pessoas negras escravizadas] que resistiram ao regime escravocrata que vigorou no Brasil por mais de 300 anos e só foi abolido em 1888. [...] O que caracterizava o quilombo era a resistência e a conquista da autonomia. A formação dos quilombos representou o movimento de transição da condição de [escravizado] para a de camponês livre” (disponível em: https://cpisp.org.br/direitosquilombolas/observatorio-terras-quilombolas/quilombolas-brasil/; acesso em: 12 abr. 2022).

RESPOSTAS

1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes indiquem os seguintes usos:
    - 20: medida
    - 4: quantidade
    - 1: ordem
    - 2018: medida
    - 95: quantidade
2. Respostas possíveis: Em números de telefone, para realizar pagamentos, entre outras situações.
3. Resposta pessoal. Reforce com os estudantes a importância de buscar informações em fontes confiáveis. Reserve um tempo para que eles compartilhem as descobertas feitas. A apresentação pode ser de diversas maneiras: uma exposição com gráficos e tabelas, um vídeo, entre outras.

CAPÍTULO 1

Conteúdos

- Sistema de numeração egípcio.
- Sistema de numeração romano.
- Sistema de numeração indo-arábico.
- Ordens e classes dos números naturais no sistema de numeração decimal.

Objetivos

- Conhecer e diferenciar os sistemas de numeração egípcio, romano e indo-arábico.
- Representar números dos sistemas de numeração egípcio e romano usando os algarismos do nosso sistema de numeração.
- Criar um sistema de numeração.
- Ler e escrever números do sistema de numeração indo-arábico.
- Representar números até a classe dos milhões de diferentes maneiras (fazendo composições e decomposições).

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes vão reconhecer alguns sistemas de numeração, relacionando-os com o indo-arábico, também chamado sistema de numeração decimal. Assim, eles poderão compreender as principais características desse sistema, como a ideia de valor posicional e a função do zero.

Capítulo 1 SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Os conteúdos desenvolvidos neste capítulo vão auxiliar os estudantes a compreender os conjuntos numéricos e as operações com números naturais.

A origem dos números

A ideia de contagem surgiu da necessidade do homem de fazer registros de quantidades para desenvolver a agricultura ou criar animais, por exemplo.

Nas primeiras comunidades humanas, em que se desenvolveram as atividades de pastoreio, a quantidade de animais nos rebanhos podia ser controlada associando um objeto – como uma pequena pedra – a cada animal. Caso sobrassem pedras em uma contagem, os pastores saberiam que faltavam animais e poderiam tomar alguma providência.

Descobertas históricas mostram registros com riscos em ossos e em paredes de cavernas que evidenciam noções de contagem.

Ao longo da história, diversos povos desenvolveram formas organizadas de realizar contagens e sentiram a necessidade de registrar as quantidades que contavam. Por isso, criaram diferentes maneiras de fazer esses registros.

↓ Pinturas rupestres na Toca do Boqueirão da Pedra Furada, no Parque Nacional da Serra da Capivara. São Raimundo Nonato (PI). Foto de 2021.

Fabio Colombini/Acervo do fotógrafo

A ORIGEM DOS NÚMEROS

- Converse com os estudantes sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático, que teve a contribuição de diversos povos e culturas, de acordo com as necessidades sociais, como contar a quantidade de animais de um rebanho, remarcar terras depois de uma enchente, trocar produtos, delimitar distâncias, etc.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes uma pesquisa de imagens que retratem como pessoas da Antiguidade representavam quantidades de animais, perguntando, por exemplo: Que símbolos elas usavam? Em seguida, as imagens podem ser expostas em sala de aula para que todos compartilhem suas impressões.

DE OLHO NA BASE

Refletir sobre a origem dos números auxilia os estudantes a reconhecer que a matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, favorecendo o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 1**.

O conjunto de regras e símbolos utilizados para representar quantidades é chamado de **sistema de numeração**. Neste capítulo, vamos estudar alguns sistemas de numeração.

Sistema de numeração egípcio

Observe, no quadro a seguir, os símbolos usados no sistema de numeração egípcio.

Símbolo	Valor numérico	Significado
	1	Traço vertical
	10	Asa, semelhante a uma ferradura
	100	Corda em forma de espiral
	1 000	Flor de lótus
	10 000	Dedo levantado
	100 000	Rã ou girino
	1 000 000	Homem ajoelhado com as mãos levantadas em direção ao céu

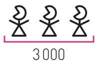
Fonte de pesquisa: Georges Ifrah. *História universal dos algarismos*: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução: Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1.

Veja agora as regras utilizadas pelo sistema de numeração egípcio para representar números.

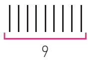
- Cada símbolo pode ser repetido no máximo nove vezes.
- O número representado corresponde à soma dos valores de cada símbolo, não importando a ordem em que os símbolos estejam escritos.

Exemplos

A. 3 000



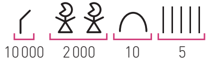
B. 9



C. 19

9 + 10 = 19

D. 12 015



10 000 + 2 000 + 10 + 5 = 12 015

PARA EXPLORAR

Museu Nacional do Rio de Janeiro

Que tal visitar uma exposição sobre o Egito Antigo? O Museu Nacional do Rio de Janeiro tem várias exposições relacionadas à arqueologia, entre elas uma exposição sobre o Egito Antigo. É possível agendar a visita de grupos escolares.

Caso não seja viável ir a esse museu, procure exposições sobre o Egito Antigo em museus da região onde você mora.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO EGÍPCIO

- Esclareça aos estudantes que o sistema de numeração egípcio é realizado em agrupamentos. Nesse sistema, eram usados símbolos que podiam ser repetidos no máximo nove vezes. A cada 10 símbolos iguais, era feita a troca por outro símbolo (que valia 10 vezes o símbolo imediatamente anterior).
- É importante que os estudantes compreendam que o sistema de numeração egípcio não é posicional, ou seja, a posição dos símbolos não altera o número representado por eles. Para verificar esse fato, proponha que escrevam o número 235 usando os símbolos do sistema de numeração egípcio. Em seguida, peça que alterem a posição dos símbolos. Então, pergunte: Ao fazer essa alteração, o número representado mudou? Espera-se que eles percebam que o número representado não foi alterado.

DE OLHO NA BASE

Estudar e compreender o sistema de numeração egípcio auxiliará os estudantes a observar semelhanças e diferenças entre esse sistema de numeração e o sistema de numeração decimal, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA02**.

(IN)FORMAÇÃO

A origem dos números

Estudos comprovam que os números têm origem na pré-história. Para tanto busca-se esclarecer algumas dúvidas e analisar formas de deixar mais claro e interessante o ensino dos diferentes sistemas de numeração. […] O homem já contava na época das cavernas? Será que os números sempre existiram? Os números que usamos hoje sempre foram escritos dessa maneira? Existiram outros sistemas de numeração? […] concluímos que mesmo nos dias atuais, podemos encontrar em nosso meio pessoas com culturas diferentes que utilizavam outras formas de representar quantidades. Um bom exemplo seria uma tribo de [indígenas] da Amazônia, mais especificamente os mundurucus, eles contam apenas até cinco, seu modo de vida não apresenta nenhuma necessidade de sistemas de numeração mais complexos. Parece até um pouco estranho nos dias atuais, com tantas formas de tecnologia e inovações, uma tribo que ainda vive com um sistema de numeração tão rudimentar. […]

Borges, L. R.; Bonfim, S. H. A origem dos números. *Interfaces da Educação*, Paranaíba, v. 2, n. 6, p. 37-49, 2012. Disponível em: http://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/584/548. Acesso em: 7 fev. 2022.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANO

- Esclareça aos estudantes que os símbolos do sistema de numeração romano são utilizados nos dias de hoje em alguns relógios analógicos e para indicar séculos, capítulos de livros, nomes de papas e reis, etc. Depois, incentive-os a compartilhar situações cotidianas em que já viram esses números representados e, antes de apresentar as regras utilizadas no sistema de numeração romano, pergunte, por exemplo, se eles sabem ler os números representados na lombada de cada livro.
- É importante que os estudantes entendam que compreender as regras utilizadas para representar números no sistema de numeração romano possibilita a leitura de algumas informações do dia a dia deles.
- Diferentemente do sistema de numeração egípcio, o sistema de numeração romano é posicional, ou seja, a ordem em que os símbolos são dispostos altera o número representado.

Sistema de numeração romano

Os símbolos usados pela civilização romana antiga para representar números são utilizados ainda hoje, por exemplo, na indicação de séculos, em nomes de ruas, em alguns relógios analógicos e na enumeração de capítulos de livros ou de textos de legislação.

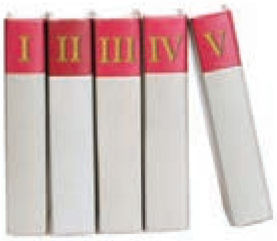
(Representações sem proporção de tamanho entre si)

Anton Starikov/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Relógio analógico com numeração romana.

Edvaldo Santos/Fotoarena

↑ Placa de rua com indicação em numeração romana.



andeval/iStock/Getty Images

↑ Coleção de livros com indicação de cada volume em numeração romana.

Observe, no quadro, os símbolos romanos e seus valores numéricos.

Símbolo	I	V	X	L	C	D	M
Valor numérico	1	5	10	50	100	500	1 000

Veja, a seguir, as regras utilizadas pelo sistema de numeração romano para representar números.

- Os símbolos I, X, C e M podem ser repetidos no máximo três vezes seguidas.
- Os valores dos símbolos que se repetem são adicionados.

Exemplos

A. I: 1
II: 1 + 1 = 2
III: 1 + 1 + 1 = 3

B. X: 10
XX: 10 + 10 = 20
XXX: 10 + 10 + 10 = 30

C. C: 100
CC: 100 + 100 = 200
CCC: 100 + 100 + 100 = 300

D. M: 1 000
MM: 1 000 + 1 000 = 2 000
MMM: 1 000 + 1 000 + 1 000 = 3 000

- Quando há símbolos de menor valor numérico à direita de símbolos de maior valor numérico, eles são adicionados.

Exemplos

A. VI: 5 + 1 = 6
B. LX: 50 + 10 = 60
C. CXX: 100 + 10 + 10 = 120
D. MCCC: 1000 + 100 + 100 + 100 = 1300

- Se os símbolos I, X ou C estiverem à esquerda de um símbolo de maior valor numérico, devem ser subtraídos dele.

Exemplos

A. IV: 5 − 1 = 4
B. IX: 10 − 1 = 9
C. XL: 50 − 10 = 40
D. CM: 1000 − 100 = 900

- As dezenas exatas são escritas usando os símbolos X, L e C.

X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC
10	20	30	40 (50 − 10)	50	60	70	80	90 (100 − 10)

- As centenas exatas são escritas usando os símbolos C, D e M.

C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM
100	200	300	400 (500 − 100)	500	600	700	800	900 (1000 − 100)

- Os números até 3999 são escritos por meio de sua decomposição em números que podem ser escritos usando as regras anteriores.

Exemplos

A. 995: CMXCV

$$\underbrace{\text{CM}}_{900} + \underbrace{\text{XC}}_{90} + \underbrace{\text{V}}_{5} = 995$$

B. 2008: MMVIII

$$\underbrace{\text{MM}}_{2000} + \underbrace{\text{VIII}}_{8} = 2008$$

- Para registrar números a partir de 4000, usam-se traços acima de um símbolo ou de um conjunto de símbolos. Um traço indica os milhares, e dois traços indicam os milhões.

Exemplos

A. $\overline{\text{XLV}}$: 45000

$$\underbrace{\text{XLV}}_{45} \cdot \underbrace{1000}_{\text{um traço}} = 45000$$

B. $\overline{\overline{\text{II}}}$: 2000000

$$\underbrace{\text{II}}_{2} \cdot \underbrace{1000000}_{\text{dois traços}} = 2000000$$

DE OLHO NA BASE

Estudar e compreender o sistema de numeração romano ajudará os estudantes a compará-lo com o sistema de numeração decimal, destacando semelhanças e diferenças entre esses sistemas, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA02**.

DESCUBRA MAIS

Organize a turma em duplas ou em trios reunindo os estudantes de acordo com os diferentes níveis de aprendizagem, para que eles construam o conhecimento juntos.

Solicite aos estudantes que leiam o texto do item *Como fazer*. Caso eles tenham dúvidas, devem trocar ideias entre si e, se as dúvidas persistirem, realize algumas mediações para auxiliá-los.

Ao pensar sobre a importância da ordem e a quantidade de símbolos que serão utilizados, os estudantes provavelmente vão recorrer aos conhecimentos que adquiriram até o momento. Aproveite para verificar se a base 10 foi escolhida por todos os grupos, o que é natural, ou se algum estudante sugere outra base para criar o sistema de numeração. Se julgar interessante, converse com eles sobre os sistemas construídos com outras bases, como o binário e o sexagesimal.

No item *Para concluir*, as respostas dependem dos símbolos e das regras criados pelos estudantes.

O ambiente escolar deve ser um espaço saudável e colaborativo, no qual a saúde física e mental dos estudantes deve ser preservada. Para isso, valorize situações em que os estudantes se sintam acolhidos, incentivando o desenvolvimento da empatia e da solidariedade.

Processos cognitivos como percepção, memorização, raciocínio, imaginação e resolução de problemas podem contribuir para elevar a autoestima dos estudantes, apesar de a saúde mental parecer um assunto que não se relaciona com a Educação Matemática.

DE OLHO NA BASE

A proposta no boxe *Descubra mais* contribui para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 3**, permitindo que os estudantes sintam segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Os números a seguir foram escritos com os símbolos do sistema de numeração egípcio. Represente-os usando os algarismos do nosso sistema de numeração.

a)  **201 032**

b)  **32 035**

c)  **1 130 026**

2. Escreva os números a seguir usando os símbolos do sistema de numeração egípcio.

a) 35 ∩∩∩||||| b) 103 𓍢||| c) 264

2. c) 𓍢𓍢∩∩∩∩∩∩||||

3. Represente os números do sistema de numeração romano a seguir usando os algarismos do nosso sistema de numeração.

a) CCXXXI **231**
b) CVIII **108**
c) MMLIV **2 054**
d) MCMXLIV **1 944**
e) MCMXCI **1 991**
f) $\overline{\overline{XIX}}\,\overline{CD}$ **19 400 000**

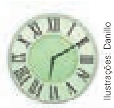
4. Represente os números a seguir usando os símbolos da numeração romana.

a) 244 **CCXLIV**
b) 1 982 **MCMLXXXII**
c) 2 949 **MMCMXLIX**
d) 3 002 **MMMII**
e) 5 602 **$\overline{V}$DCII**
f) 1 000 672 **$\overline{\overline{I}}$DCLXXII**

5. Escreva os horários representados nos relógios a seguir usando o nosso sistema de numeração.

a) 

2 h 45 min ou 14 h 45 min

b) 

6 h 10 min ou 18 h 10 min

Ilustrações: Danillo Souza/ID/BR

DESCUBRA MAIS

Criando um sistema de numeração

É interessante pensar que existiram diferentes sistemas de numeração, não é mesmo? Sabia que você pode criar um sistema de numeração?

Materiais

- Lápis e papel

Como fazer

❶ Seguindo as orientações do professor, organizem-se em duplas ou trios.
❷ Decidam quantos símbolos o sistema terá e quais serão esses símbolos.
❸ No caderno, façam uma lista que indique o valor de cada símbolo no nosso sistema de numeração.
❹ Escolham quantas vezes cada símbolo pode ser repetido e se a posição deles importa. Se importar, expliquem como eles devem ser escritos.
❺ Decidam se o número representado no sistema é dado pela soma dos valores dos símbolos ou se obedece a outra regra. Se obedecer a outra regra, descreva qual é.
❻ Se faltou explicar alguma regra, expliquem-na para concluir o sistema.
❼ Dê um nome para o sistema de numeração criado.

Para concluir

Responda sempre no caderno.

Respostas pessoais.

1. Como se escreve o número 18 no seu sistema de numeração?

2. Qual é o maior número que pode ser representado no sistema criado? E o menor?

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Para que os estudantes compreendam a importância de ter um sistema de numeração, proponha as atividades a seguir.

1. Um pastor quer descobrir uma maneira para representar 59 ovelhas do rebanho dele, de modo que, ao voltar do pasto, consiga se certificar de que não perdeu nenhuma. Não podem ser usados algarismos para representar a quantidade de ovelhas. Como ele pode fazer?

O pastor pode fazer riscos em uma folha de papel para representar cada ovelha e, depois, ao voltar, basta apagar os riscos. Se sobrarem riscos, algumas ovelhas não voltaram. Outra maneira seria usar grãos de milho. A cada ovelha que sai para pastar, o pastor coloca um grão em um saco; a cada ovelha que volta, ele retira um. Se sobrarem grãos, significa que a quantidade de que sobrou é a mesma de ovelhas que não voltaram. Depois, proponha que usem algarismos para representar a quantidade de ovelhas. Em seguida, questione: Qual maneira de representar as ovelhas é mais vantajosa: usando objetos ou algarismos? Peça aos estudantes que imaginem que a quantidade de ovelhas é muito grande. E, agora, qual é a maneira mais vantajosa de representar a quantidade?

2. Registre na lousa os números 630, 603 e 63. Peça aos estudantes que digam ou escrevam o valor posicional dos algarismos em cada número. Questione se o algarismo 6 tem o mesmo valor posicional nos três números. Pergunte o mesmo sobre o algarismo 3 e sobre o zero. Verifique se os estudantes compreendem que o zero não tem valor independentemente da posição que ocupa e que, na representação do número 63, está na ordem das centenas, mas sua escrita não é necessária.

Sistema de numeração indo-arábico

O sistema de numeração que usamos atualmente é chamado de indo-arábico. Ele foi criado há séculos pelos habitantes do vale do rio Indo, região onde hoje se localiza o Paquistão, e foi aperfeiçoado e divulgado pelos árabes. Por isso, esse sistema recebeu o nome de **sistema de numeração indo-arábico**.

Rio Indo

João Miguel A. Moreira/ID/BR

Fonte de pesquisa: Georges Ifrah. *Os números*: história de uma grande invenção. Tradução: Stella Maria de Freitas Senra. 11. ed. São Paulo: Globo, 2005.

Leia, a seguir, algumas características do sistema de numeração indo-arábico.

- São utilizados apenas dez símbolos, chamados de **algarismos** ou **dígitos**, para representar todos os números.

  0, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8** e **9**.

- O símbolo 0 (zero) é usado para representar a ausência de quantidade.
- Os agrupamentos são feitos de dez em dez para facilitar a contagem. Por isso, esse sistema é denominado **decimal** ou **de base 10**. Alguns desses agrupamentos recebem nomes especiais. Veja.

  10 unidades → 1 **dezena**
  10 dezenas → 1 **centena** → 100 unidades
  10 centenas → 1 **unidade de milhar** → 1 000 unidades
  10 unidades de milhar → 1 **dezena de milhar** → 10 000 unidades

- O valor do algarismo depende da posição que ele ocupa no número. Por isso, dizemos que é um **sistema posicional**.

Exemplo

- 2 220

  2 dezenas = 2 · 10 unidades = 20 unidades
  2 centenas = 2 · 100 unidades = 200 unidades
  2 unidades de milhar = 2 · 1 000 unidades = 2 000 unidades

MATEMÁTICA TEM HISTÓRIA

A origem da palavra **algarismo**

Mohammed Ibn Musa al-Khowarizmi (aproximadamente 780-850) foi um matemático e astrônomo árabe que viveu durante o reinado do califa Al-Mamun e ficou famoso por causa de suas obras. Ele explicou com detalhes o sistema de numeração hindu no primeiro livro árabe conhecido sobre o assunto, o que teve grande repercussão na Europa. A palavra **algarismo**, em português, derivou de seu nome, Al-Khowarizmi, que foi associado ao próprio sistema.

Fonte de pesquisa: Georges Ifrah. *Os números*: história de uma grande invenção. Tradução: Stella Maria de Freitas Senra. 11. ed. São Paulo: Globo, 2005.

Faça uma pesquisa sobre a época em que Mohammed Ibn Musa al-Khowarizmi viveu e os trabalhos que realizava. Quais eventos mais influenciaram os temas de suas obras? Depois, converse com os colegas sobre o que descobriu. **Resposta pessoal.**

akg-images/Fotoarena

↑ Selo comemorativo do 1 200º aniversário de Al-Khowarizmi, emitido em 1983 na União Soviética.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO INDO-ARÁBICO

- Converse com os estudantes sobre a criação do número zero, que não ocorreu da mesma maneira que a dos outros números; foi necessária uma grande dose de imaginação para que um símbolo que representasse “o nada” fosse criado. Segundo Howard Eves, em *Introdução à história da Matemática* (Ed. da Unicamp, 2011), os conceitos de notação posicional e de zero (número necessário para clareza de um sistema posicional) foram utilizados inicialmente na Índia, próximo do ano 800 d.C. Já as primeiras amostras de um sistema numérico não posicional, com ausência do zero, datam de 100 a.C.
- É importante que os estudantes compreendam que, no sistema de numeração indo-arábico, o valor do algarismo depende da posição que ele ocupa no número. Esclareça que, quando isso acontece, dizemos que o sistema de numeração é posicional.

DE OLHO NA BASE

Incentive os estudantes a compreender que o sistema de numeração indo-arábico foi o sistema de numeração decimal que prevaleceu no mundo ocidental, destacando semelhanças e diferenças com outros sistemas para sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA02**.

MATEMÁTICA TEM HISTÓRIA

A contextualização histórica é importante para que o conteúdo faça sentido aos estudantes. Durante o estudo do sistema de numeração indo-arábico, leia com os estudantes o texto sobre a origem da palavra “algarismo” e discuta com a turma o seu significado.

Para a pesquisa, oriente os estudantes a analisar o momento histórico e o contexto que levou Mohammed Ibn Musa al-Khowarizmi a ter seu nome homenageado em símbolos que utilizamos até hoje. Esse tema favorece a compreensão do desenvolvimento histórico do conceito apresentado nesta página. Reforce com os estudantes que eles devem estar sempre atentos para utilizar fontes confiáveis nas pesquisas. Para auxiliar os estudantes nessa tarefa, se possível, acesse o conteúdo disponível no *link* https://professor.escoladigital.pr.gov.br/pesquisa_fontes_cofiaveis (acesso em: 5 abr. 2022).

ORDEM E CLASSE

- Esclareça aos estudantes que, no sistema de numeração decimal, a posição que o algarismo ocupa em um número é chamada de ordem e que as ordens são agrupadas de três em três, a partir das unidades (cada um desses agrupamentos é chamado classe).
- Elabore o quadro de ordens completo até a classe dos milhões, passo a passo, na lousa. Apresente o quadro de ordens, inicialmente apenas com a classe das unidades, e vá aumentando uma ordem à medida que cada exemplo seja apresentado à turma. Faça exemplos variados, escolha alguns números que tenham o zero e alguns com algarismos repetidos.
- Explique aos estudantes que, para escrever números usando algarismos, é comum separar as classes com um espaço fino, para facilitar a leitura.

DE OLHO NA BASE

Compreender as ordens e as classes de um número facilita sua leitura e escrita, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA01**.

- Se julgar oportuno, organize os estudantes em grupos e escreva alguns números na lousa. Um dos grupos deve organizar os números dados em um quadro de ordens e classes. Outro grupo deve escrever por extenso os números propostos. Os demais grupos devem analisar as respostas comentando eventuais equívocos. Alterne os grupos para que todos possam participar da atividade pelo menos uma vez.

Ordem e classe

A posição que um algarismo ocupa em um número é chamada de **ordem** (unidade, dezena, centena, unidade de milhar, etc.). As ordens são agrupadas de três em três a partir das unidades. Cada um desses agrupamentos é chamado de **classe** (unidades, milhares, milhões, etc.).

Veja como se organizam as primeiras ordens e classes.

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades		
Centena de milhão (9ª ordem)	Dezena de milhão (8ª ordem)	Unidade de milhão (7ª ordem)	Centena de milhar (6ª ordem)	Dezena de milhar (5ª ordem)	Unidade de milhar (4ª ordem)	Centena (3ª ordem)	Dezena (2ª ordem)	Unidade (1ª ordem)

Para ler e escrever números do sistema de numeração indo-arábico, começamos pela ordem das unidades, seguimos para a ordem imediatamente à esquerda (ordem das dezenas), e assim por diante.

Exemplos

A. 17 349

9 unidades
4 dezenas ou 40 unidades
3 centenas ou 300 unidades
} classe das unidades

7 unidades de milhar ou 7 000 unidades
1 dezena de milhar ou 10 000 unidades
} classe dos milhares

Esse número é da classe dos milhares e da ordem das dezenas de milhar (5ª ordem).

Lê-se: dezessete mil trezentos e quarenta e nove.

B. 6 230 125

5 unidades
2 dezenas ou 20 unidades
1 centena ou 100 unidades
} classe das unidades

0 unidade de milhar
3 dezenas de milhar ou 30 000 unidades
2 centenas de milhar ou 200 000 unidades
} classe dos milhares

6 unidades de milhão ou 6 000 000 unidades } classe dos milhões

Esse número é da classe dos milhões e da ordem das unidades de milhão (7ª ordem).

Lê-se: seis milhões duzentos e trinta mil cento e vinte e cinco.

Agora, veja como podemos representar um número escrito por extenso utilizando algarismos.

Exemplo

Oito milhões quinhentos e quinze mil setecentos e sessenta e sete.

Primeiro, representamos esse número no quadro de ordens.

Classe dos milhões	Classe dos milhares			Classe das unidades		
Unidade de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
8	5	1	5	7	6	7

Assim, utilizando algarismos, escrevemos 8 515 767.

Diferentes representações de um número

Os números do sistema de numeração decimal podem ser representados de diferentes maneiras: com algarismos, usando a decomposição ou a composição, por extenso, entre outras. Veja alguns exemplos.

Exemplos

A. 24 753

- Com algarismos: 24 753.
- Usando a decomposição:

  $24\,753 = 20\,000 + 4\,000 + 700 + 50 + 3$ ou

  $24\,753 = 2 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3 \cdot 1$
- Usando a composição:

  $20\,000 + 4\,000 + 700 + 50 + 3 = 24\,753$ ou

  $2 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3 \cdot 1 = 24\,753$
- Por extenso: vinte e quatro mil setecentos e cinquenta e três.

B. 432 189

- Com algarismos: 432 189.
- Usando a decomposição:

  $432\,189 = 400\,000 + 30\,000 + 2\,000 + 100 + 80 + 9$ ou

  $432\,189 = 4 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 1$
- Usando a composição:

  $400\,000 + 30\,000 + 2\,000 + 100 + 80 + 9 = 432\,189$ ou

  $4 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 1 = 432\,189$
- Por extenso: quatrocentos e trinta e dois mil cento e oitenta e nove.

C. 6 785 000

- Com algarismos: 6 785 000.
- Usando a decomposição:

  $6\,785\,000 = 6\,000\,000 + 700\,000 + 80\,000 + 5\,000$ ou

  $6\,785\,000 = 6 \cdot 1\,000\,000 + 7 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000$
- Usando a composição:

  $6\,000\,000 + 700\,000 + 80\,000 + 5\,000 = 6\,785\,000$ ou

  $6 \cdot 1\,000\,000 + 7 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 = 6\,785\,000$
- Por extenso: seis milhões setecentos e oitenta e cinco mil.
- Com algarismos e palavras: 6 milhões 785 mil.

DECOMPOSIÇÃO E COMPOSIÇÃO DE NÚMEROS

Existem diversas maneiras de fazer a composição e a decomposição de números. Reúna-se com um colega e escreva no caderno composições e decomposições dos números 24 753, 432 189 e 6 785 000 diferentes das mostradas nos exemplos.

- Se considerar oportuno, pergunte aos estudantes: Existem outras maneiras, além das apresentadas, para representar números do sistema de numeração decimal? Espera-se que eles percebam que há outras maneiras. Peça que compartilhem as respostas e proponha a alguns estudantes que escrevam essas representações na lousa.
- Incentive os estudantes a ler as informações do boxe *Decomposição e composição de números* e a fazer o que é proposto. Existem muitas possibilidades de respostas. Veja algumas a seguir:
  - 24 753

    $24\,753 = 24\,000 + 750 + 3$

    $24\,700 + 50 + 3 = 24\,753$
  - 432 189

    $432\,189 = 430\,000 + 2\,000 + 180 + 9$

    $400\,000 + 30\,000 + 2\,000 + 180 + 9 = 432\,189$
  - 6 785 000

    $6\,785\,000 = 6\,000\,000 + 785\,000$

    $6\,500\,000 + 280\,000 + 5\,000 = 6\,785\,000$

DE OLHO NA BASE

Representar números do sistema de numeração decimal de diferentes maneiras, sendo duas delas a composição e a decomposição, auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF06MA02**.

OUTRAS FONTES

GUELLI, O. *A invenção dos números*. 9. ed. São Paulo: Ática, 2006 (Coleção Contando a História da Matemática).

Esse livro apresenta atividades relacionadas à história da Matemática – no caso desse volume, a dos números – que podem ser abordadas com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

IFRAH, G. *Os números*: a história de uma grande invenção. 11. ed. São Paulo: Globo, 2005.

Esse livro apresenta o desenvolvimento histórico dos números, desde a pré-história, passando por egípcios, babilônios, romanos, até os hindus e árabes, colaborando para que o leitor compreenda a criação de diversos sistemas de numeração, inclusive o decimal.

MAJUNGMUL. *A origem dos números*. São Paulo: Callis, 2010.

Nesse livro, o leitor encontra um estudo histórico das diferentes representações dos números.

- Aproveite a proposta da manchete para trabalhar com os estudantes uma questão importante: a veracidade de informações. Questione-os sobre como saber se a manchete é verdadeira ou falsa ou, ainda, se está descontextualizada e induz a uma interpretação incorreta. Peça aos estudantes que observem a fonte de pesquisa e, se possível, que a acessem, a fim de verificar a veracidade das informações. Para incentivá-los a refletir sobre o tema, pergunte: Se vocês recebessem essa manchete por meio de aplicativo, rede social, *e-mail*, etc., que medidas vocês tomariam para checar a veracidade das informações? Espera-se que eles mencionem que, além de pesquisar a credibilidade da fonte, é importante ler mais informações no *link* da notícia e checar a data de publicação. Esse trabalho auxilia os estudantes a verificar fatos da realidade e a questioná-los, com o intuito de identificar *fake news*, questão de grande relevância social.

RESPOSTAS

7. **a)** Classe das unidades; ordem das dezenas (2ª ordem); lê-se: oitenta e sete.

b) Classe dos milhares; ordem das unidades de milhar (4ª ordem); lê-se: um mil quatrocentos e doze.

c) Classe das unidades; ordem das centenas (3ª ordem); lê-se: novecentos e noventa e nove.

d) Classe das unidades; ordem das centenas (3ª ordem); lê-se: quinhentos e vinte e nove.

e) Classe dos milhares; ordem das unidades de milhar (4ª ordem); lê-se: dois mil trezentos e cinquenta e cinco.

f) Classe dos milhões; ordem das unidades de milhão (7ª ordem); lê-se: um milhão trezentos e dezoito mil quatrocentos e dez.

10. Respostas possíveis:

a) $148\,914 = 100\,000 + 40\,000 + 8\,000 + 900 + 10 + 4$

$148\,914 = 140\,000 + 8\,000 + 900 + 14$

b) $67\,536\,176 = 60\,000\,000 + 7\,000\,000 + 500\,000 + 30\,000 + 6\,000 + 100 + 70 + 6$

$67\,536\,176 = 67\,000\,000 + 536\,000 + 176$

c) $291\,464\,871 = 200\,000\,000 + 90\,000\,000 + 1\,000\,000 + 400\,000 + 60\,000 + 4\,000 + 800 + 70 + 1$

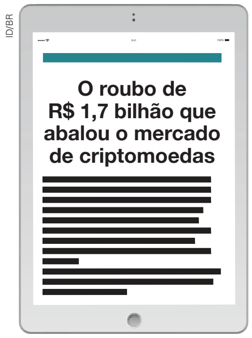
$291\,464\,871 = 280\,000\,000 + 10\,000\,000 + 1\,000\,000 + 200\,000 + 260\,000 + 4\,000 + 870 + 1$

d) $735\,129\,310 = 700\,000\,000 + 30\,000\,000 + 5\,000\,000 + 100\,000 + 20\,000 + 9\,000 + 300 + 10$

$735\,129\,310 = 725\,000\,000 + 10\,000\,000 + 129\,000 + 310$

Observação

A representação mista, com algarismos e palavras, é uma das mais utilizadas nos meios de comunicação, pois ela simplifica a escrita. Veja a seguir um exemplo de manchete.



ID/BR

O roubo de R$ 1,7 bilhão que abalou o mercado de criptomoedas

1,7 bilhão ⟶ 1 700 000 000

Fonte de pesquisa: *Exame*. Disponível em: https://exame.com/future-of-money/o-roubo-de-r-17-bilhao-que-abalou-o-mercado-de-criptomoedas/. Acesso em: 23 mar. 2022.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

6. Copie as sentenças a seguir no caderno e complete as lacunas com a expressão adequada.

a) 4 575: 45 centenas, ■ e 5 unidades. **7 dezenas.**

b) 4 312: ■, 3 centenas e 12 unidades. **4 unidades de milhar (ou 4 milhares).**

7. Identifique a classe e a ordem dos números a seguir. Depois, escreva-os por extenso. **Consulte as respostas neste manual.**

a) 87

b) 1 412

c) 999

d) 529

e) 2 355

f) 1 318 410

8. Utilizando apenas algarismos indo-arábicos, escreva cada um dos números a seguir. **8. b) 9 442 864**

a) Trezentos e vinte mil duzentos e cinquenta e dois. **320 252**

b) Nove milhões quatrocentos e quarenta e dois mil oitocentos e sessenta e quatro.

c) 4 bilhões 324 milhões 261 mil e 125. **4 324 261 125**

9. Considere o número 4 572 e faça o que se pede. **9. c) Unidade de milhar (4ª ordem).**

a) Qual é o algarismo da ordem das dezenas? **7**

b) Qual é o valor posicional do algarismo 5?

c) Qual é a ordem do algarismo 4?

d) Escreva esse número por extenso. **Quatro mil quinhentos e setenta e dois.**

10. Consulte as respostas neste manual.

10. Decomponha os números a seguir de duas maneiras diferentes.

a) 148 914

b) 67 536 176

c) 291 464 871

d) 735 129 310

11. Escreva com algarismos indo-arábicos os números que satisfazem cada uma das situações a seguir.

a) O maior número formado por quatro algarismos distintos. **9 876**

b) O menor número com cinco algarismos. **10 000**

c) O menor número formado por quatro algarismos que tenha o algarismo 8 na ordem das centenas. **1 800**

d) O maior número formado por três algarismos distintos e que tenha o algarismo 3 na ordem das unidades. **983**

12. Determine o número que satisfaz as condições dadas a seguir. **5 222**

- Sua maior ordem é a unidade de milhar.
- O algarismo da dezena é 2.
- Os três últimos algarismos são iguais.
- A soma de seus algarismos é 11.

9. b) 5 centenas ou 50 dezenas ou 500 unidades.

DIVERSIFICANDO

Responda sempre no caderno.

1. a) 𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆||||||| metros. b) 𓆼𓆼𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 anos.

1. A pirâmide de Quéops foi construída há mais de 4500 anos no Egito. É uma obra gigante, com altura de aproximadamente 147 metros.


Eduard Constantin/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Pirâmide de Quéops, Egito. Foto de 2019.

a) Escreva a medida da altura aproximada da pirâmide de Quéops usando os símbolos do sistema de numeração egípcio.

b) Escreva há aproximadamente quantos anos essa pirâmide foi construída, usando os símbolos do sistema de numeração egípcio.

2. Escreva os números do texto usando os símbolos do sistema de numeração romano.

> O Teatro Estadual Palácio das Artes Rondônia teve [o] início [da] sua construção em 1998, sendo inaugurad[o] no dia 25 de outubro de 2014. O teatro é o maior [...] da Região Norte, com capacidade para comportar cerca de 1 100 pessoas. O Palácio das Artes fica sobre [uma] área de 2276 m² [...].
>
> Teatro Estadual Palácio das Artes. Portal do Governo do Estado de Rondônia. Disponível em: https://rondonia.ro.gov.br/funcer/institucional/teatro-estadual-palacio-das-artes/. Acesso em: 23 mar. 2022.


André Lucas Fotografia/Fotoarena

↑ Fachada do Teatro Estadual Palácio das Artes Rondônia, em Porto Velho (RO). Foto de 2022.

1998: MCMXCVIII
25: XXV
2014: MMXIV
1100: MC
2276: MMCCLXXVI
23: XXIII
2022: MMXXII

3. A tabela a seguir mostra dados publicados pela Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores (Anfavea).

Produção de automóveis no 2º semestre de 2021

Mês	Automóveis produzidos
Julho	116113
Agosto	120394
Setembro	133857
Outubro	135233
Novembro	159310
Dezembro	166913
Total do 2º semestre	831820

Fonte de pesquisa: Anfavea. Disponível em: https://anfavea.com.br/site/edicoes-em-excel/. Acesso em: 23 mar. 2022.

Escreva por extenso o que se pede.

a) A quantidade de veículos produzidos em dezembro de 2021. **Cento e sessenta e seis mil novecentos e treze.**

b) A quantidade total de veículos produzidos no 2º semestre de 2021. **Oitocentos e trinta e um mil oitocentos e vinte.**

4. Determine quais algarismos devem ser escritos nas cartas vazias, de modo que o número indo-arábico formado pelas quatro cartas, na ordem apresentada, corresponda ao número romano MMDLIV. **5 e 4.**

5. Utilizando os algarismos 2, 5 e 6, escreva todos os números de três algarismos possíveis, respeitando as condições de cada item.

a) O algarismo 2 aparece na ordem das centenas. **222, 225, 226, 252, 255, 256, 262, 265 e 266.**

b) Não há algarismos iguais no mesmo número. **256, 265, 526, 562, 625 e 652.**

c) Os números têm pelo menos dois algarismos iguais. **222, 225, 226, 252, 255, 262, 266, 522, 525, 552, 555, 556, 565, 566, 622, 626, 655, 656, 662, 665 e 666.**

6. Responda às questões a seguir.

a) Há algum símbolo que represente o zero no sistema de numeração romano? E no sistema de numeração egípcio?

b) Caso não exista tal símbolo nesses sistemas de numeração, isso impede a representação de algum número? Justifique sua resposta. **Resposta pessoal.**

6. a) Em nenhum dos dois sistemas de numeração o número zero é representado.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **1**, se julgar oportuno, traga para a sala de aula um mapa e mostre aos estudantes a localização do Egito. Proponha a eles que se reúnam em trios e façam uma pesquisa sobre esse país, suas construções históricas, seus costumes, etc. Esse trabalho tem como objetivo apresentar as diferenças sociais, históricas, políticas, econômicas, demográficas e culturais de outros povos e países.
- Na atividade **3**, proponha aos estudantes que decomponham os números apresentados na tabela. Depois, peça que comparem com os demais colegas a decomposição feita e verifiquem se elas são iguais.
- Na atividade **4**, se julgar oportuno, peça aos estudantes que se reúnam em duplas e façam dois conjuntos de cartas de 0 a 9. Então, um estudante da dupla escolhe um número romano, que deve ser representado pelo colega com as cartas que confeccionaram.
- Na atividade **6**, proponha uma pesquisa acerca da origem do zero. Peça aos estudantes que façam um breve relato sobre a necessidade da criação do zero e sua evolução. No item **b**, espera-se que percebam que, apesar de nos sistemas de numeração egípcio e romano não haver um símbolo que represente o zero, não há impedimento para representar qualquer número.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes apresentem dificuldade na representação de números no sistema de numeração romano e no sistema de numeração egípcio, faça o seguinte quadro na lousa e peça a eles que o completem. Verifique em que momentos eles têm dificuldade e oriente-os para que consigam superá-la.

Indo-arábico	Romano	Egípcio
27	XXVII	𓎆𓎆|||||||
34	XXXIV	𓎆𓎆𓎆||||
1 102	MCII	𓆼𓍢||
132	CXXXII	𓍢𓎆𓎆 𓎆||

Indo-arábico	Romano	Egípcio
3567	MMMDLXVII	𓆼𓆼𓆼 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 |||||||

A atividade a seguir pode auxiliar os estudantes que tenham dificuldade na identificação do valor posicional de cada algarismo em um número, incentivando-os a perceber que, de acordo com a posição no número, o algarismo pode ter valores diferentes.

Qual é o valor do algarismo 5 em cada um dos números a seguir?

a) 759: 5 dezenas ou 50 unidades.

b) 15: 5 unidades.

c) 532: 5 centenas ou 50 dezenas ou 500 unidades.

d) 5274: 5 unidades de milhar ou 50 centenas ou 500 dezenas ou 5000 unidades.

e) 53784: 5 dezenas de milhar ou 50 unidades de milhar ou 500 centenas ou 5000 dezenas ou 50000 unidades.

CAPÍTULO 2

Conteúdos

- Números naturais (representação na reta numérica, comparação e ordenação).
- Operações com números naturais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada) e suas propriedades.
- Arredondamentos e estimativas.
- Expressões numéricas com números naturais.

Objetivos

- Compreender a sequência dos números naturais.
- Localizar números naturais na reta numérica.
- Comparar e ordenar números naturais com e sem o uso da reta numérica.
- Conhecer e utilizar as propriedades das operações com números naturais.
- Resolver situações-problema que envolvam as operações com números naturais.
- Fazer arredondamentos e estimativas.
- Resolver expressões numéricas.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes vão ter a oportunidade de estudar as características dos números naturais, bem como as propriedades e as ideias das operações com esses números. A reta numérica será um importante recurso nesse processo, uma vez que em diversas situações ela poderá ser utilizada como apoio à aprendizagem dos estudantes. Os conteúdos abordados são importantes para a compreensão do mundo que nos cerca e são a base para a construção dos demais conjuntos numéricos.

Capítulo 2

NÚMEROS NATURAIS E OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Os conteúdos deste capítulo vão auxiliar os estudantes a compreender os números inteiros, racionais e reais, assim como as operações relacionadas a esses conjuntos numéricos.

Os números no dia a dia

De acordo com o Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade (ICMBio), o Projeto Tamar surgiu em 1980 com o objetivo de proteger as tartarugas marinhas.

Em 1982, no Atol das Rocas, no Rio Grande do Norte, o Projeto Tamar marcou uma tartaruga marinha pela 1ª vez. A marcação das tartarugas é feita com número de identificação, por meio do qual os pesquisadores sabem, entre outras informações, onde os animais estão, quantos eles são e qual é o tempo de vida de cada um.

Até 2021, a Fundação Projeto Tamar protegeu mais de 43 milhões de tartarugas marinhas.

No texto anterior, aparecem diversos números, mas nem todos foram utilizados com a mesma finalidade. Por exemplo, o número 1980 é usado como uma medida de tempo, o número 43 milhões é usado para indicar uma quantidade e o número 1ª é usado para indicar uma ordem. Há, ainda, a menção ao número da marcação das tartarugas, que é usado como um código.

Esses números são chamados de **números naturais** e podem ser utilizados para **contar**, **medir**, **ordenar** e **codificar**.

Tartaruga do Projeto Tamar identificada com código numérico.

Projeto Tamar/Banco de imagens

Salty View/Alamy/Fotoarena

OS NÚMEROS NO DIA A DIA

- Converse com os estudantes sobre os possíveis usos dos números no dia a dia: eles podem ser usados para contar, medir, ordenar e codificar. Sugira aos estudantes que verifiquem com qual finalidade cada número foi usado no texto de apresentação desse tema.
- Se considerar oportuno, peça aos estudantes que descrevam alguns usos dos números que aparecem no dia a dia deles.
- Ao trabalhar o texto proposto na abertura deste capítulo, proporcione aos estudantes um momento de troca de ideias e pergunte se eles conhecem o trabalho do Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade (ICMBio). De acordo com o *site* do ICMBio (disponível em: https://www.gov.br/icmbio/pt-br/; acesso em: 25 mar. 2022), a missão desse instituto é "formular e implementar políticas públicas ambientais visando proteger o meio ambiente e promover o desenvolvimento socioeconômico sustentável". Nessa conversa, questione se eles sabem quem foi Chico Mendes (1944-1988) e faça um breve relato sobre a história dele. Chico Mendes foi um importante seringueiro e ambientalista que protagonizou movimentos ativistas na região amazônica durante a década de 1980. Essa troca de ideias contribui para uma prática educacional voltada para a responsabilidade em relação à preservação ambiental e propicia uma oportunidade para o trabalho com o **Tema Contemporâneo Transversal Meio Ambiente**.

Sequência dos números naturais

A sequência dos números naturais é dada por:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...

Observe que essa sequência começa pelo 0 (zero) e, para determinarmos os termos seguintes, acrescentamos 1 unidade ao termo imediatamente anterior. Dessa maneira, a sequência nunca termina, já que sempre existe o termo seguinte. Por isso, dizemos que a sequência dos números naturais é infinita. As reticências (...) indicam que a sequência prossegue indefinidamente.

Ao reunir todos os números naturais, formamos o **conjunto dos números naturais**, que representamos por $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...\}$$

O conjunto dos números naturais não nulos, ou seja, sem o zero, é representado por $\mathbb{N}^*$.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...\}$$

NÚMEROS NATURAIS PARES E ÍMPARES

A partir da sequência dos números naturais, podemos formar diversas outras sequências. Para compor a sequência dos números naturais pares, por exemplo, começamos pelo 0 e adicionamos 2 unidades a cada termo para obter o termo seguinte. Observe.

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ...

Para formar a sequência dos números naturais ímpares, começamos pelo 1 e adicionamos 2 unidades a cada termo para obter o termo seguinte. Veja.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ...

Números consecutivos

Na sequência dos números naturais, dois ou mais números seguidos (um imediatamente após o outro) são denominados **números consecutivos**.

Exemplos

A. 0 e 1 são números naturais consecutivos.

B. 12, 13 e 14 são números naturais consecutivos.

Filhotes de tartarugas marinhas na Praia do Forte, em Mata de São João (BA). Foto de 2019.

SEQUÊNCIA DOS NÚMEROS NATURAIS

- Converse com os estudantes sobre a sequência dos números naturais; chame a atenção deles para o número zero e para a ideia de ausência de quantidade. Retome com os estudantes a necessidade da criação de um símbolo para representar uma ordem vazia.
- Explique aos estudantes que o asterisco que acompanha a letra que nomeia o conjunto indica que o zero não faz parte desse conjunto.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que componham outras sequências de números a partir da sequência dos números naturais. Compartilhe as respostas obtidas escrevendo as sequências na lousa.
- Peça aos estudantes que busquem no dicionário as palavras “consecutivo”, “antecessor” e “sucessor” para que cheguem ao conceito de números consecutivos e de antecessor e sucessor de um número.

- Com relação à imagem de abertura do capítulo, pergunte aos estudantes se eles já ouviram falar do Projeto Tamar. Comente a importância desse projeto e como ele beneficia a preservação das tartarugas marinhas. Consulte mais informações no *site* do Projeto Tamar (disponível em: http://www.tamar.org.br/; acesso em: 9 fev. 2022).

- Se os estudantes tiverem dúvidas de que todos os números da sequência dos números naturais têm sucessores, proponha que pensem em um número muito grande. Então, peça a eles que adicionem 1 a esse número. Dessa maneira, eles encontrarão o próximo número natural (o sucessor do número que pensaram). Essa reflexão remete à ideia de infinito: como sempre podemos adicionar 1 a um número da sequência, o "último número" não existe, pois sempre poderemos obter seu sucessor adicionando 1 unidade.
- Ao trabalhar com a investigação de padrões nas atividades **3** e **4**, os estudantes estão aplicando o raciocínio abdutivo e o indutivo, uma vez que o raciocínio abdutivo é gerador de hipóteses que produzem uma explicação e o raciocínio indutivo envolve a testagem dessa hipótese. Esse trabalho proporciona o desenvolvimento dos diferentes tipos de raciocínio lógico-matemático. Dessa maneira, contribui para práticas (orais e escritas) de argumentação e de inferência. Para mais informações, consulte o texto "Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática", disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/download/22881/16947/88229; acesso em: 22 abr. 2022.
- As atividades **3** e **4** também proporcionam situações de aprendizagem que desenvolvem noções de pensamento computacional (identificação de padrões), mobilizando diferentes processos cognitivos.

1. a) São 9 estados: Alagoas, Bahia, Ceará, Maranhão, Paraíba, Pernambuco, Piauí, Rio Grande do Norte e Sergipe. (Finalidade: contagem.)
b) 193 (Finalidade: código.)
c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que a numeração da escola representa ordenação.
d) Página 10. (Finalidade: ordenação.)
e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que o número representa uma medida.
f) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que o número representa uma contagem.

Antecessor e sucessor

Em uma sequência numérica, o número que está imediatamente depois de outro é chamado de **sucessor**, e o número que está imediatamente antes de outro é chamado de **antecessor**.

Exemplos

A. 1 é sucessor de 0.
B. 9 é sucessor de 8.
C. 0 é antecessor de 1.
D. 43 é antecessor de 44.

Observe que o número 0 (zero) é o único número natural que não tem antecessor; todos os outros números da sequência dos números naturais têm antecessor. Além disso, todos os números da sequência dos números naturais têm sucessor.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Responda às questões utilizando números naturais.

a) Quantos e quais são os estados da Região Nordeste do Brasil?

b) Qual é o número do telefone de emergência do Corpo de Bombeiros?

c) Qual é o endereço da escola onde você estuda?

d) Em que página começa o capítulo 1 deste livro?

e) Em que horário termina sua última aula?

f) Incluindo você, quantas pessoas moram na sua casa?

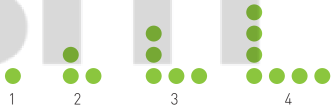
Agora, identifique com que finalidade você utilizou cada número.

2. Uma pessoa esqueceu o último dígito da senha de acesso ao seu computador, indicada a seguir.

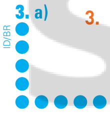
4	7	5	0	3	★

Considerando que a senha é um número ímpar e que os dígitos não se repetem, determine os possíveis algarismos para o último dígito dessa senha. **1 ou 9.**

3. Observe a sequência a seguir.



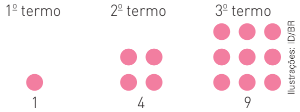
3. a)



a) Considerando que o padrão da sequência se mantém, desenhe a 5ª figura dessa sequência.

b) Quantos círculos são observados em cada figura da posição 1 à posição 5? **1, 3, 5, 7 e 9.**

4. A sequência dos números quadrados, também chamada de sequência dos números quadrados perfeitos, pode ser composta da seguinte maneira:



a) Observe a sequência e explique a um colega como ela foi formada. **Resposta pessoal.**

b) Considerando que o padrão da sequência se mantém, escreva a sequência dos números quadrados até o 10º termo. **Consulte a resposta neste manual.**

5. Copie no caderno a sequência de números naturais consecutivos a seguir e complete-a.

▒	▒	1 007	▒	▒	1 010
1 005	**1 006**		**1 008**	**1 009**	

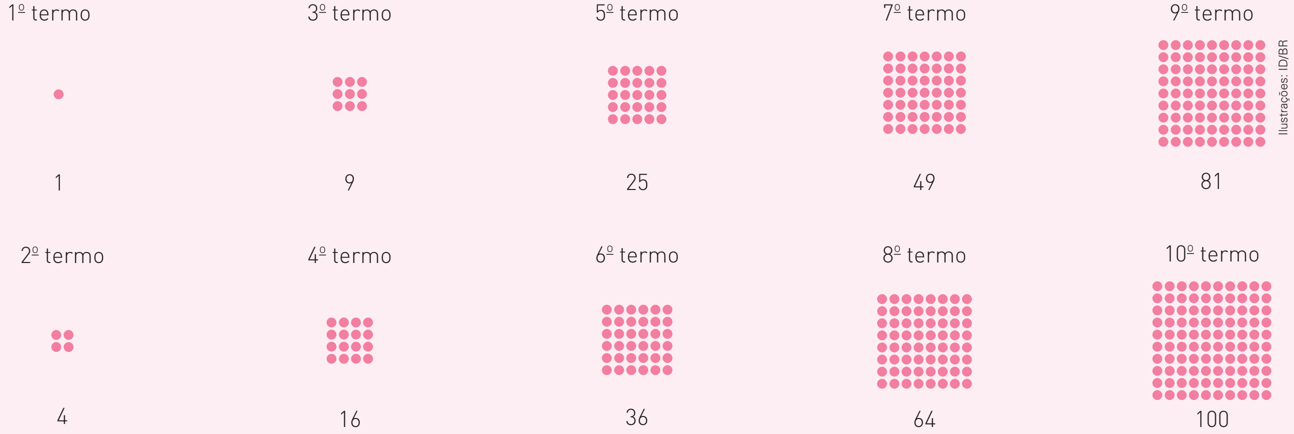
6. Na aula de Educação Física, as amigas Carina, Joana, Marina e Flávia participaram de uma corrida. Veja a colocação de cada uma.

- Flávia foi a antecessora de Carina.
- Joana foi a sucessora de Marina.
- Marina foi a 1ª colocada.

Qual foi a ordem de chegada das amigas? **Marina (primeira), Joana (segunda), Flávia (terceira) e Carina (quarta).**

RESPOSTA

4. b)

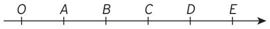


Representação de números naturais em uma reta numérica

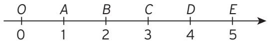
Acompanhe como podemos representar a sequência dos números naturais em uma **reta numérica**.

1º passo: Traçamos uma reta e marcamos um ponto, que vamos chamar de origem *O*.

2º passo: À direita da origem, marcamos pontos consecutivos, igualmente espaçados, por exemplo, de 1 em 1 centímetro, e determinamos os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, ...



3º passo: Associamos os pontos *O*, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, ... aos números 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., respectivamente.

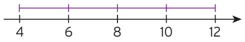


A medida da distância entre dois pontos correspondentes a dois números naturais consecutivos é sempre a mesma.

Ao traçar uma reta numérica, nem sempre precisamos representar sua origem.

Exemplos

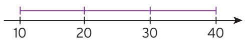
A. Representando na reta numérica a sequência 4, 6, 8, 10, 12.



Ilustrações: ID/BR

Observe que a distância entre 4 e 6, entre 6 e 8, entre 8 e 10 e entre 10 e 12 é a mesma.

B. Representando na reta numérica a sequência 10, 20, 30, 40.



Observe que a distância entre 10 e 20, entre 20 e 30 e entre 30 e 40 é a mesma.

OBSERVAÇÃO

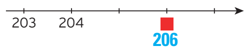
Uma reta numérica pode ser representada de diferentes maneiras. Neste livro, representaremos a reta numérica na direção horizontal e em ordem crescente da esquerda para a direita.

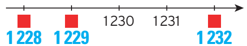
9. 8, 9, 10, 11, 12.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

7. Determine quais números naturais devem ser escritos nos lugares indicados pelos quadrados.

a)


b)


c)


d)


Ilustrações: ID/BR

8. Represente em uma reta numérica cada uma das sequências a seguir. **Consulte as respostas neste manual.**

a) 0, 1, 2, 3, 4, 5.

b) 5, 10, 15, 20, 25, 30.

c) 2, 5, 8, 11, 14, 17.

d) 50, 150, 250, 350, 450, 550.

9. Escreva uma sequência de cinco números naturais consecutivos começando com o 8. Depois, represente essa sequência em uma reta numérica.

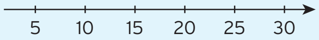
10. Uma sequência numérica inicia em 42 e os números aumentam de 3 em 3. Se os números dessa sequência forem representados em uma reta numérica, quantos números entre o 46 e o 67 estarão representados? Quais são esses números? **7 números: 48, 51, 54, 57, 60, 63 e 66.**

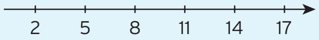
REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS EM UMA RETA NUMÉRICA

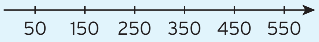
- A construção e a utilização da reta numérica auxiliam os estudantes a ordenar e a comparar números. Além disso, contribuem para reforçar a ideia de infinito, presente no conjunto dos números naturais. Assim, como é infinita a quantidade de números naturais (podemos sempre adicionar 1 e encontrar o próximo número), a reta numérica também é infinita (podemos sempre prolongá-la, pois uma reta, por definição, não tem fim).
- Na atividade **7**, oriente os estudantes a descobrir a unidade de medida de comprimento em cada reta numérica, para depois descobrir o número que está representado pelo quadrado.
- Na atividade **10**, para auxiliar os estudantes a responder à atividade, peça a eles que construam no caderno uma reta numérica de acordo com o enunciado da atividade e, depois, a observem.

RESPOSTA

8. a)


b)


c)


d)


Ilustrações: ID/BR

COMPARAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

- Verifique se os estudantes compreenderam o significado dos símbolos $>$ (maior que) e $<$ (menor que), diferenciando-os.
- Para fazer a comparação entre números naturais, pode-se utilizar a reta numérica, observando-se a posição do número em relação à origem da reta e também ao seu sentido.
- É usual utilizar uma reta horizontal para representar os números, mas pode-se utilizar também, em algumas situações, a representação vertical, com sentido para cima.

Responsabilidade

Converse com os estudantes sobre os caminhos que eles geralmente fazem e que poderiam ser realizados de bicicleta. Pergunte quantos quilômetros eles acreditam conseguir pedalar em certo período de tempo e anote os valores citados na lousa. Peça que comparem e ordenem as medidas das distâncias mencionadas, da maior para a menor.

Compartilhe as soluções sustentáveis listadas pelos estudantes e solicite que, após uma breve discussão acerca das ideias levantadas, escolham quais são as melhores e justifiquem.

DE OLHO NA BASE

A discussão acerca do uso da bicicleta como meio de transporte sustentável aliada ao trabalho em grupo, valorizando a diversidade de opiniões, auxilia no desenvolvimento da **competência específica de Matemática 7**.

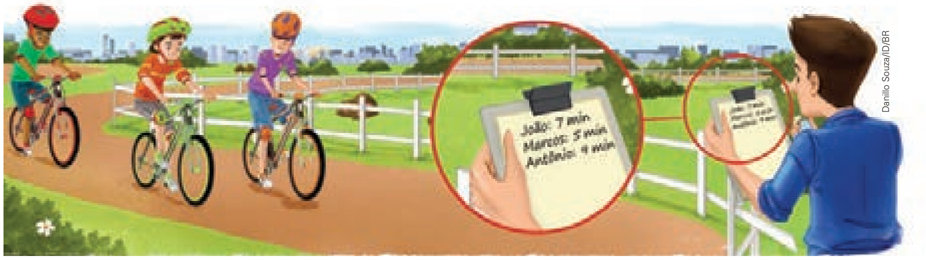
Além disso, argumentar com base em fatos, defendendo ideias que respeitem e promovam a consciência socioambiental, contribui para o desenvolvimento da **competência geral 7**.

Comparação de números naturais

Vamos estudar duas maneiras de comparar números naturais: em uma reta numérica e por ordens.

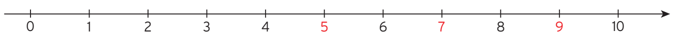
Comparação de números naturais em uma reta numérica

João, Marcos e Antônio estão treinando para uma competição de ciclismo. O técnico deles registrou o menor tempo de cada um. Veja.



Danilo Souza/ID/BR

Para estudar a relação entre os tempos dos três amigos, vamos representar esses números em uma reta numérica.



ID/BR

Um número é **maior que** ($>$) outro quando, representado na reta numérica, ele está à direita deste. Do mesmo modo, um número é **menor que** ($<$) outro quando, representado na reta numérica, ele está à esquerda deste.

Assim, observando a reta numérica, temos $5 < 7$, pois 5 está à esquerda do 7, e $7 > 5$, pois 7 está à direita do 5. Do mesmo modo, podemos afirmar que $9 > 7$, $7 < 9$, $9 > 5$ e $5 < 9$.

Portanto, Marcos fez o menor tempo, 5 minutos, e Antônio fez o maior tempo, 9 minutos.

RESPONSABILIDADE PERANTE AS PRÓXIMAS GERAÇÕES

Aprovada em 2012, a Política Nacional de Mobilidade Urbana (PNMU) é uma lei federal que determina a obrigação de municípios brasileiros, com mais de 20 mil habitantes ou pertencentes a regiões metropolitanas, apresentarem e implantarem planos de mobilidade urbana mais sustentáveis.

Entre os objetivos da PNMU está a priorização do uso de transportes não motorizados, como as bicicletas, sobre os motorizados.

No endereço https://antigo.mdr.gov.br/images/stories/ArquivosSEMOB/cartilha_lei_12587.pdf (acesso em: 23 mar. 2022) é possível baixar a PNMU.

- **Além de a bicicleta ser um meio de transporte sustentável, ela traz diversos benefícios à saúde. Converse com os colegas. Juntos, pesquisem e listem outras iniciativas que auxiliam no desenvolvimento sustentável em longo prazo. Exponham à turma os resultados da pesquisa.**

Comparação de números naturais por ordens

Se dois números naturais têm ordens diferentes, o maior é aquele que tem a maior ordem. Se as ordens forem iguais, comparamos o algarismo de cada ordem, da esquerda para a direita, até que um deles apresente o algarismo de uma ordem maior que o algarismo da mesma ordem no outro.

Exemplos

A. Vamos comparar os números 1 429 400 000 e 227 940 000.

$$\underbrace{1\,429\,400\,000}_{10^{\text{a}}\text{ ordem}} \qquad \underbrace{227\,940\,000}_{9^{\text{a}}\text{ ordem}}$$

O número 1 429 400 000 é da 10ª ordem, e o número 227 940 000 é da 9ª ordem.

Portanto, 1 429 400 000 > 227 940 000.

B. Vamos comparar os números 149 600 000 e 108 200 000.

Ambos os números pertencem à 9ª ordem.

Ao comparar os algarismos da 9ª ordem, não é possível concluir qual dos dois números naturais é maior (1 = 1).

No entanto, quando comparamos os algarismos da 8ª ordem, é possível identificar o maior (4 > 0).

149 600 000
108 200 000

Portanto, 149 600 000 > 108 200 000.

Ordem crescente e ordem decrescente

Quando apresentamos os números em uma sequência do menor número para o maior, dizemos que a sequência está em ordem crescente. E quando apresentamos os números em uma sequência do maior número para o menor, dizemos que a sequência está em ordem decrescente.

Exemplos

A. 5, 6, 9, 10, 14 → sequência de números em ordem crescente

B. 100, 98, 96, 94, 92 → sequência de números em ordem decrescente

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

11. Represente cada par de números a seguir em uma reta numérica. Depois, indique a relação entre eles com os símbolos > ou <.

a) 42 e 56
b) 84 e 76
c) 46 e 573
d) 651 e 234
e) 3405 e 9431
f) 6202 e 6207

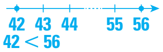
12. Escreva os números de cada item em ordem crescente.

a) 958, 895, 985, 589
589, 895, 958, 985

b) 1423, 1432, 1324, 1234
1 234, 1 324, 1 423, 1 432

c) 3756, 3567, 3576, 3765
3 567, 3 576, 3 756, 3 765

11. Respostas possíveis:

a)


42 < 56

b)

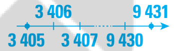

84 > 76

c)


46 < 573

d)


651 > 234

e)


3 405 < 9 431

f)


6 202 < 6 207

Ilustrações: ID/BR

DE OLHO NA BASE

Aprender a comparar números, com ou sem o auxílio da reta numérica, facilita a compreensão de como os números podem ser ordenados (em ordem crescente ou em ordem decrescente), favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA01**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Sugira aos estudantes que se reúnam em duplas e proponha a seguinte atividade:

- Cada estudante deve pensar em um número. Depois, deve escrever o número em que pensou e compará-lo com o número pensado pelo colega. O estudante que pensou no maior número ganha 1 ponto.

  Os estudantes devem fazer esse procedimento cinco vezes. Quem ficar com a maior pontuação permanece na brincadeira. Os estudantes que permanecerem devem formar novas duplas e seguir o mesmo procedimento até que sobre apenas um estudante.

ADIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

- Nestas páginas, trabalham-se algumas situações que envolvem as ideias da adição: juntar duas ou mais quantidades e acrescentar uma quantidade a outra.
- Na situação **1**, são apresentadas duas maneiras de calcular o resultado de uma adição: usando a decomposição e usando o algoritmo usual. No algoritmo usual, verifique se os estudantes compreendem as trocas que devem ser realizadas (12 unidades por 1 dezena e 2 unidades).
- Na situação **2**, se julgar oportuno, peça aos estudantes que a resolvam por meio do método da decomposição em ordens.
- Aproveite o contexto da situação **3** e proponha outros exemplos para que os estudantes compreendam que, quando é adicionado um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, ela se mantém verdadeira.

Adição de números naturais

Usamos a adição quando queremos juntar ou unir duas ou mais quantidades ou acrescentar uma quantidade a outra.

Acompanhe algumas situações que envolvem a ideia de adição de números naturais.

Situação 1


Ana Katharine Frota/ID/BR

Rafaela comprou os dois livros que faltavam em sua coleção de ficção para ler durante as férias. Um dos livros tem 216 páginas, e o outro tem 176 páginas. Quantas páginas ela terá para ler nas férias?

Para resolver esse problema, devemos calcular 216 + 176.

Esse cálculo pode ser feito de diferentes maneiras. A seguir, vamos apresentar duas delas.

1ª maneira: Usando a decomposição.

Primeiro, decompomos cada uma das parcelas. Uma decomposição possível é em ordens:

$$216 = 200 + 10 + 6$$

$$176 = 100 + 70 + 6$$

Depois, adicionamos as parcelas do seguinte modo:

$$216 + 176 = \underbrace{200 + 100}_{\downarrow} + \underbrace{10 + 70}_{\downarrow} + \underbrace{6 + 6}_{\downarrow} =$$

$$300 + 80 + \underbrace{12}_{\downarrow} =$$

$$300 + 80 + 10 + 2 =$$

$$300 + 90 + 2 = 392$$

2ª maneira: Usando o algoritmo usual da adição.

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & & 1 & \\ & 2 & 1 & 6 \\ + & 1 & 7 & 6 \\ \hline & & & 2 \end{array}$$

Ao adicionar 6 unidades a 6 unidades, obtemos 12 unidades, que representamos como 1 dezena e 2 unidades.

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & & 1 & \\ & 2 & 1 & 6 \\ + & 1 & 7 & 6 \\ \hline & & 9 & 2 \end{array}$$

Adicionamos a dezena obtida às demais dezenas, obtendo 9 dezenas (1 + 1 + 7 = 9).

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & & 1 & \\ & 2 & 1 & 6 \\ + & 1 & 7 & 6 \\ \hline & 3 & 9 & 2 \end{array}$$

Adicionamos as centenas, obtendo 3 centenas (2 + 1 = 3).

Assim, concluímos que Rafaela terá 392 páginas para ler nas férias.

TERMOS DA ADIÇÃO

Na adição 216 + 176 = 392, dizemos que 216 e 176 são as parcelas da adição e que 392 é a soma ou o total da adição.

$$\begin{array}{rl} 216 & \leftarrow \text{parcela} \\ +\ 176 & \leftarrow \text{parcela} \\ \hline 392 & \leftarrow \text{soma ou total} \end{array}$$

Situação 2

No primeiro dia de colheita de uma cultura de feijão, foram colhidas 510 sacas; no segundo dia, 284 sacas; e, no terceiro dia, 179 sacas.

Para saber o total de sacas de feijão que foram colhidas nos três dias, temos de juntar ou unir as quantidades. Ou seja, devemos efetuar a adição 510 + 284 + 179.

Acompanhe como podemos obter o resultado dessa adição usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{cccc} & \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ & & 1 & \\ & 5 & 1 & 0 \\ & 2 & 8 & 4 \\ + & 1 & 7 & 9 \\ \hline & & & 3 \end{array}$$

Ao adicionar 4 unidades a 9 unidades, obtemos **13 unidades**, que representamos como **1 dezena** e **3 unidades**.

$$\begin{array}{cccc} & \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ & 1 & 1 & \\ & 5 & 1 & 0 \\ & 2 & 8 & 4 \\ + & 1 & 7 & 9 \\ \hline & & 7 & 3 \end{array}$$

Ao adicionar **1 dezena** a 1 dezena mais 8 dezenas mais 7 dezenas, obtemos **17 dezenas**, que representamos como **1 centena** e **7 dezenas**.

$$\begin{array}{cccc} & \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ & 1 & 1 & \\ & 5 & 1 & 0 \\ & 2 & 8 & 4 \\ + & 1 & 7 & 9 \\ \hline & 9 & 7 & 3 \end{array}$$

Ao adicionar **1 centena** a 5 centenas mais 2 centenas mais 1 centena, obtemos **9 centenas**.

Portanto, nesses três dias, foram colhidas 973 sacas de feijão.

Situação 3

Ricardo e Joana participaram de uma gincana composta de três fases. Na primeira fase, Ricardo fez 15 pontos e Joana fez 21 pontos. Na segunda fase, Ricardo fez 19 pontos e Joana fez 13 pontos. Na terceira fase, os dois marcaram o mesmo número de pontos: 14. Vamos verificar qual deles teve o melhor desempenho na gincana.

Calculando o total de pontos que Ricardo e Joana fizeram nas duas primeiras fases, temos:

- Ricardo: 15 + 19 = 34
- Joana: 21 + 13 = 34

Na terceira fase, os dois marcaram o mesmo número de pontos. Calculando o total de pontos de cada um, temos:

- Ricardo: 34 + 14 = 48
- Joana: 34 + 14 = 48

Note que, nas duas primeiras fases, Ricardo e Joana marcaram o mesmo número de pontos, mas de maneiras diferentes. Podemos, então, escrever a igualdade:

$$15 + 19 = 21 + 13$$

Portanto, Ricardo e Joana tiveram o mesmo desempenho na gincana.

Como o total de pontos marcados nas três fases foi o mesmo, podemos escrever a igualdade:

$$15 + 19 + 14 = 21 + 13 + 14$$

Repare que, ao adicionar 14 unidades aos dois membros da igualdade 15 + 19 = 21 + 13, a relação de igualdade se manteve verdadeira.

Essa relação é sempre válida. Ou seja, ao adicionar um mesmo número natural aos dois membros de uma igualdade, a relação de igualdade se mantém.

DE OLHO NA BASE

A situação **3** permite aos estudantes refletir sobre o que acontece ao se adicionar um mesmo número aos dois membros de uma igualdade. A percepção de que, nesse caso, a relação de igualdade matemática não se altera favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**. Aproveite essa situação para conversar com os estudantes sobre a atitude deles em gincanas e em competições. Incentive-os a perceber a importância do exercício da empatia, do diálogo, da resolução de conflitos, da cooperação e do respeito a si próprio, ao outro e aos direitos humanos, contribuindo, assim, para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

- Promova, de maneira recorrente, rodas de conversa que possibilitem aos estudantes sentir que o ambiente escolar deve ser um espaço livre de quaisquer atos violentos (verbais e não verbais), em que o respeito a diferentes opiniões e posicionamentos seja constantemente desenvolvido. Aproveite esses momentos para buscar soluções coletivas e democráticas de maneira que seja possível identificar, prevenir e reverter situações de conflito no ambiente escolar. Dessa maneira, eles podem ter sentimentos de pertencimento à escola e reconhecê-la como um espaço saudável de convivência. “[...] para a efetivação dos Direitos Humanos e da Cultura de Paz, é imprescindível a sua prática cotidiana, na qual a educação é um fator essencial, capaz de incentivar a reflexão crítica e a transformação de realidades violentas, excludentes e preconceituosas.” (*Convivência escolar e cultura de paz*. Brasília: SEEDF/Subeb, 2020. p. 11. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Caderno-Conviv%C3%AAncia-Escolar-e-Cultura-de-Paz.pdf; acesso em: 18 abr. 2022.)

- Para cada propriedade da adição apresentada (comutativa, associativa e elemento neutro), proponha outros exemplos para os estudantes trabalharem.
- Ao entrar em contato com as propriedades da adição e da multiplicação, solicite à turma que pratique diversos exemplos até perceber uma regra. Atividades como essas contribuem para o desenvolvimento de diferentes tipos de raciocínio lógico-matemático, especialmente o raciocínio indutivo, e favorece práticas (orais e escritas) de argumentação e de inferência. Para mais informações, consulte o texto “Raciocínio lógico”, disponível em: http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/4080-racioc%C3%ADnio-l%C3%B3gico; acesso em: 22 abr. 2022.

Exemplo

Sabemos que $8 + 15 = 20 + 3$, pois $23 = 23$.

Adicionando 6 aos dois membros dessa igualdade, temos:

$$8 + 15 + 6 = 20 + 3 + 6$$

$$23 + 6 = 23 + 6$$

$$29 = 29$$

Propriedades da adição

Vamos estudar as propriedades da adição.

Propriedade comutativa da adição

Calcule mentalmente as adições a seguir.

$8 + 5$

$5 + 8$

Qual é o resultado dessas adições? **13**

Agora, escolha outros pares de números e realize a adição deles. Depois, troque a ordem das parcelas e compare o resultado de cada adição. O que você percebeu nessas adições?

Espera-se que os estudantes percebam que as parcelas são as mesmas, assim como o resultado; somente a ordem das parcelas é diferente em cada adição.

Em uma adição de números naturais, a ordem das parcelas não altera a soma.

Propriedade associativa da adição

Calcule mentalmente as seguintes adições: **Oriente os estudantes a efetuar a operação entre parênteses primeiro.**

$(11 + 3) + 6$

$11 + (3 + 6)$

Quais resultados você obteve? **20**

Agora, escolha outros três números. Efetue a adição das duas primeiras parcelas e adicione o resultado à última parcela. Depois, efetue a adição das duas últimas parcelas e adicione o resultado à primeira parcela. O que você percebeu comparando essas adições?

Espera-se que os estudantes percebam que podemos associar as parcelas de maneiras diferentes e, mesmo assim, obter a mesma soma.

Em uma adição de três ou mais números naturais, podemos associar as parcelas de diferentes maneiras sem alterar a soma.

Elemento neutro da adição

Calcule o resultado das adições a seguir.

$17 + 0$ **17**

$54 + 0$ **54**

$1\,003 + 0$ **1 003**

$2\,450 + 0$ **2 450**

O que você percebeu nessas adições?

Espera-se que os estudantes percebam que, em uma adição em que uma das parcelas é zero, a soma é igual à outra parcela.

Em uma adição em que uma das parcelas é igual a 0 (zero), a soma é igual à outra parcela. Dizemos que o zero é o **elemento neutro da adição**.

19. a) Espera-se que o resultado seja o mesmo nas duas soluções.
b) Resposta possível: Meu colega adicionou as parcelas em uma ordem diferente da minha, mas obteve o mesmo resultado.
c) Espera-se que os estudantes respondam: propriedades comutativa e associativa da adição.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

13. Efetue as adições a seguir.

a) 832 + 165 **997**
b) 1 367 + 68 **1 435**
c) 2 973 + 127 **3 100**
d) 3 628 + 2 406 **6 034**
e) 5 349 + 164 **5 513**
f) 25 + 16 + 135 **176**

14. Copie os esquemas no caderno e substitua os símbolos pelo algarismo que torna as adições corretas.

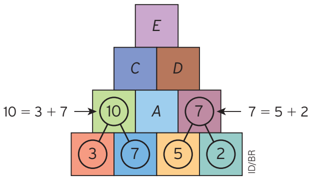
a)

$$\begin{array}{rrrrr} & & & \mathbf{7} & \mathbf{5} \\ & & 4 & ✦ & ■ \\ + & \mathbf{7} & ✦ & 3 & 9 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 4 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rrrrrr} & & \mathbf{7} & & & \mathbf{4} \\ & & ✦ & 6 & 4 & ✸ \\ + & & 3 & ■\mathbf{5} & ◆\mathbf{8} & 7 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

15. Observe a regra e determine os valores indicados por *A*, *C*, *D* e *E*. **A = 12; C = 22; D = 19; E = 41.**



16. Sabendo que, em um quadrado mágico, a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada diagonal é a mesma, copie no caderno o quadrado mágico a seguir e complete-o.

9
3; 7
8; 1

Danillo Souza/ID/BR

17. Escreva o número que torna cada igualdade verdadeira.

a) 12 + 8 + 7 = 15 + 5 + ■ **7**
b) 32 + 6 + 2 = 20 + 18 + ■ **2**
c) 150 + 372 + 281 = 222 + 300 + ■ **281**
d) 1 285 + 315 + 2 178 = 1 200 + 400 + ■ **2 178**

18. Indique qual propriedade da adição foi utilizada em cada igualdade.

a) 135 + 15 = 15 + 135
b) (210 + 70) + 40 = 210 + (70 + 40)
c) 1 480 + 0 = 1 480
d) 369 + 267 = 267 + 369

19. Resolva a adição a seguir de dois modos diferentes e, depois, responda às questões.

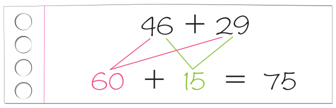
7 + 32 + 43 + 8 + 10

a) Você obteve o mesmo resultado nas duas vezes que resolveu a adição?
b) Compare os modos que você usou para resolver a adição com os utilizados por um colega. Quais diferenças você observou?
c) Quais propriedades da adição garantem que você e o colega obtenham a mesma soma ao resolver a adição do quadro?

20. Aplicando as propriedades da adição, calcule mentalmente as adições a seguir.

a) 900 + 95 + 1 100 + 5 **2 100**
b) 800 + 6 + 1 + 200 + 3 **1 010**
c) 3 200 + 5 + 1 + 534 + 800 **4 540**

21. Observe como Michele efetuou a adição 46 + 29.



Para efetuar essa adição, ela pensou da seguinte maneira:

> As parcelas da adição podem ser decompostas da seguinte maneira:
>
> 46 = 40 + 6 e 29 = 20 + 9
>
> Então, posso escrever 46 + 29 assim:
>
> 40 + 6 + 20 + 9
>
> Usando as propriedades comutativa e associativa da adição, tenho:
>
> $$40 + 6 + 20 + 9 = \underbrace{40 + 20}_{60} + \underbrace{6 + 9}_{15} =$$
> $$= 60 + 15 = 75$$

Faça como Michele e resolva as adições aplicando as propriedades da adição.

a) 32 + 13 + 25 **70**
b) 42 + 0 + 105 + 8 **155**

22. Em cada expressão, as letras representam números naturais. Usando as propriedades da adição, descubra que números são esses.

a) *a* + 10 = 10 **a = 0 (propriedade do elemento neutro)**
b) 4 + (5 + 3) = (*b* + 5) + 3 **b = 4 (propriedade associativa)**

18. a) Propriedade comutativa da adição.
b) Propriedade associativa da adição.
c) Propriedade do elemento neutro da adição.
d) Propriedade comutativa da adição.

- Se julgar oportuno, na atividade **13**, proponha aos estudantes que compartilhem as estratégias que usaram para encontrar os resultados das adições.
- Reforce com os estudantes que, na atividade **14**, símbolos iguais representam o mesmo número. Pergunte como fizeram para resolver essa atividade e proponha que compartilhem as respostas.
- Antes de os estudantes iniciarem a atividade **15**, certifique-se de que eles entenderam a regra proposta. Peça a algum estudante que a explique e, então, solicite à turma que realize a atividade.
- No item **a** da atividade **19**, espera-se que o resultado encontrado pelos estudantes seja o mesmo, independentemente do modo utilizado na resolução.

DE OLHO NA BASE

A atividade **17** possibilita aos estudantes usar a noção de que a relação de igualdade matemática não se altera quando se adiciona, aos dois membros da igualdade, um mesmo número para determinar valores desconhecidos, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha aos estudantes a atividade a seguir.

- Paulo e Renata estavam jogando bolas de gude. Na primeira jogada, Paulo ganhou 5 bolas; na segunda jogada, ganhou 13 bolas e, na última, ganhou 11. Já Renata ganhou 11 bolas na primeira jogada, 5 bolas na segunda jogada e 13 na última. Ao final, qual deles ficou com mais bolas de gude?

  Pergunte aos estudantes como pensaram para descobrir quem ficou com mais bolas. Incentive-os a refletir se para essa situação é necessário fazer cálculos. Espera-se que eles percebam que, ao usar a propriedade comutativa da adição, é possível verificar que Paulo e Renata ficaram com a mesma quantidade de bolas de gude, pois as parcelas são as mesmas, apenas muda-se a ordem delas.

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

- Nestas páginas, são trabalhadas algumas maneiras de se calcular o resultado de subtrações por meio do algoritmo usual e por decomposição.
- No cálculo com o algoritmo usual, verifique se os estudantes compreendem a troca realizada: 1 centena por 10 dezenas.

Respeito

Verifique se algum estudante deixou de assinalar todos os itens. Se houver, peça a ele(s) que justifique(m) cada item não assinalado. Fomente a discussão entre os estudantes para que concluam que todos os itens são benéficos para os moradores das cidades.

DE OLHO NA BASE

Discutir medidas para melhorar a vida dos moradores das cidades, pensando no bem-estar das pessoas e na conservação do meio ambiente, defendendo ideias e pontos de vista que respeitem e promovam a consciência socioambiental em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta, contribui para o desenvolvimento da **competência geral 7**.

Subtração de números naturais

Agora, vamos estudar algumas situações que envolvem subtrações de números naturais.

Situação 1

A prefeitura do município em que Marcos vive tem um projeto de distribuição de mudas de árvore. No início do mês, foram distribuídas 327 mudas, e, nas primeiras semanas, 145 mudas foram plantadas. Quantas mudas ainda não foram plantadas?

Para saber quantas mudas ainda não foram plantadas, devemos tirar a quantidade de mudas que já foram plantadas da quantidade de mudas distribuídas, ou seja, devemos efetuar a subtração 327 − 145.

Acompanhe como calcular essa subtração usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{rrrr} & C & D & U \\ & 3 & 2 & 7 \\ - & 1 & 4 & 5 \\ \hline & & & 2 \end{array}$$

Ao subtrair 5 unidades de 7 unidades, obtemos 2 unidades.

$$\begin{array}{rrrr} & C & D & U \\ & \overset{2}{\cancel{3}} & {}^{1}2 & 7 \\ - & 1 & 4 & 5 \\ \hline & & 8 & 2 \end{array}$$

Não é possível subtrair 4 dezenas de 2 dezenas, então transferimos **1 centena**, que corresponde a **10 dezenas**, para a ordem das dezenas, totalizando 12 dezenas.
Ao subtrair 4 dezenas de 12 dezenas, obtemos 8 dezenas.

$$\begin{array}{rrrr} & C & D & U \\ & \overset{2}{\cancel{3}} & {}^{1}2 & 7 \\ - & 1 & 4 & 5 \\ \hline & 1 & 8 & 2 \end{array}$$

Ao subtrair 1 centena de 2 centenas, obtemos 1 centena.

Logo, 182 mudas ainda não foram plantadas.

TERMOS DA SUBTRAÇÃO

Na subtração 327 − 145 = 182, dizemos que 327 é o minuendo, 145 é o subtraendo e 182 é a diferença ou resto.

$$\begin{array}{rrrrl} & 3 & 2 & 7 & \leftarrow \text{minuendo} \\ - & 1 & 4 & 5 & \leftarrow \text{subtraendo} \\ \hline & 1 & 8 & 2 & \leftarrow \text{diferença ou resto} \end{array}$$

RESPEITO À NATUREZA

As árvores são indispensáveis na natureza por trazerem benefícios para vários ecossistemas.

Muitos municípios brasileiros possuem políticas ambientais específicas com o objetivo de revitalizar espaços públicos, fazendo com que cada vez mais árvores sejam plantadas e preservadas. Alguns desses projetos distribuem, por exemplo, até dez mudas de árvores e cinco mudas de plantas por ano para moradores que tenham condições de cultivá-las. Esse tipo de iniciativa contribui para o bem-estar das pessoas e para a conservação do meio ambiente.

1. **Árvores plantadas no meio urbano também beneficiam os moradores das cidades. Quais dos itens a seguir correspondem a esses benefícios?** **Todos os itens devem ser marcados.**

- Contribuem para a diminuição da temperatura ambiente.
- Retêm a água da chuva.
- Purificam o ar.
- Evitam erosão do solo.
- Podem produzir deliciosos frutos.
- Revitalizam a área urbana.
- Servem de abrigo para animais.
- Ajudam a reduzir a poluição sonora.
- Proporcionam sombra.

2. **Você deixou de marcar algum item? Caso tenha deixado, por quê?** **Respostas pessoais.**

Situação 2

De acordo com o planejamento da prefeitura, há espaço suficiente para 627 mudas de árvores no bairro onde Luiza mora. Já foram plantadas 326 mudas. Quantas mudas ainda podem ser plantadas nesse bairro?

Nesse caso, o que se quer saber é quantas mudas de árvores faltam ser plantadas para completar o total de 627 mudas. Para determinar quantas mudas ainda podem ser plantadas, temos de efetuar a subtração 627 − 326.


Africa Studio/Shutterstock.com/ID/BR

Jovens plantando mudas de árvores em praça.

Acompanhe como podemos calcular 627 − 326 usando a decomposição.

Primeiro, decompomos o minuendo e o subtraendo. Uma decomposição possível é em ordens:

$$627 = 600 + 20 + 7$$
$$326 = 300 + 20 + 6$$

Depois, efetuamos a subtração da seguinte maneira:

$$627 - 326 = \underbrace{(600 - 300)}_{300} + \underbrace{(20 - 20)}_{0} + \underbrace{(7 - 6)}_{1} = 301$$

Logo, ainda podem ser plantadas 301 mudas de árvores nesse bairro.

Situação 3

Em janeiro, Heitor conseguiu juntar 340 reais e Janaína, 120 reais. No mês seguinte, Heitor gastou 180 reais e Janaína ganhou 40 reais. Calculando com quantos reais cada um ficou, temos:

- Heitor: 340 − 180 = 160
- Janaína: 120 + 40 = 160

Observe que os dois ficaram com a mesma quantia. Portanto, podemos escrever a igualdade:

$$340 - 180 = 120 + 40$$

Agora, imagine que, em março, eles gastaram 50 reais cada um. Calculando a quantia que cada um ficou, temos:

- Heitor: 340 − 180 − 50 = 110
- Janaína: 120 + 40 − 50 = 110

Como a quantia com que cada um ficou foi a mesma, podemos escrever a igualdade:

$$340 - 180 - 50 = 120 + 40 - 50$$

Comparando as igualdades a seguir, o que você percebe? **Resposta pessoal.**

340 − 180 = 120 + 40 e 340 − 180 − 50 = 120 + 40 − 50

Repare que, ao subtrair 50 unidades dos dois membros da igualdade 340 − 180 = 120 + 40, a relação de igualdade se manteve verdadeira.

Essa relação é sempre válida. Ou seja, ao subtrairmos um mesmo número natural dos dois membros de uma igualdade, a relação de igualdade se mantém.

- Se julgar oportuno, peça aos estudantes que resolvam a subtração proposta na situação **2** por meio do algoritmo usual e, depois, que a comparem com a subtração por ordens apresentada nessa situação. Então, questione-os: Os resultados obtidos foram os mesmos?
- Aproveite o contexto da situação **3** e proponha aos estudantes outros exemplos para que compreendam que, quando se subtrai um mesmo número dos dois membros de uma igualdade, ela se mantém verdadeira. Na página seguinte do Livro do Estudante apresentamos mais um exemplo.

DE OLHO NA BASE

A situação **3** permite aos estudantes refletir sobre o que acontece ao se subtrair um mesmo número dos dois membros de uma igualdade. Incentive-os a perceber que a relação de igualdade matemática não se altera quando é subtraído, dos seus dois membros, um mesmo número, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

- Verifique se os estudantes compreenderam a relação fundamental da subtração. Caso eles tenham dúvidas sobre essa relação, apresente outros exemplos para que a compreendam.
- É importante que fique claro aos estudantes que a adição e a subtração são operações inversas entre si.

Exemplo

Sabemos que 971 − 437 = 694 − 160, pois 534 = 534.

Subtraindo 185 de cada um dos membros, temos:

$$971 - 437 - 185 = 694 - 160 - 185$$

$$534 - 185 = 534 - 185$$

$$349 = 349$$

Relação fundamental da subtração

Ricardo foi a uma loja comprar um fogão novo. Ele gostou de um modelo que custa R$ 375,00. Conversando com o vendedor, conseguiu um desconto de R$ 35,00. Ao chegar no caixa, o atendente lhe cobrou R$ 340,00.

Para verificar se o valor está correto, Ricardo poderia realizar uma subtração ou uma adição.

- Subtração:
  valor inicial do fogão − valor do desconto = valor cobrado

$$\underbrace{375}_{\text{minuendo}} - \underbrace{35}_{\text{subtraendo}} = \underbrace{340}_{\text{resto ou diferença}}$$

- Adição:
  valor cobrado + valor do desconto = valor inicial do fogão

$$\underbrace{340}_{\text{resto ou diferença}} + \underbrace{35}_{\text{subtraendo}} = \underbrace{375}_{\text{minuendo}}$$

Para verificar se uma subtração está correta, podemos realizar uma adição, pois, ao adicionar o subtraendo com o resto (ou com a diferença), devemos obter o minuendo. Essa é a **relação fundamental da subtração**.

A adição e a subtração são operações inversas entre si.

Portanto, se:

minuendo − subtraendo = resto ou diferença

Então:

resto ou diferença + subtraendo = minuendo

Exemplo

Considere a subtração 25 − 10 = 15.

Podemos verificar o resultado dessa subtração utilizando a relação fundamental da subtração:

$$15 + 10 = 25$$

Portanto, a diferença 25 − 10 é, de fato, 15.

Arredondamentos e estimativas

Você viu, até agora, alguns recursos e estratégias que podem ser utilizados para realizar um cálculo exato.

Existem ocasiões, porém, em que fazer uma estimativa é suficiente para avaliar uma situação. De maneira geral, antes de fazer uma estimativa, arredondamos os valores envolvidos.

Arredondamentos

Vamos analisar a situação a seguir.

Cássio está fazendo um trabalho sobre a população de um município do estado em que mora. Em suas pesquisas, ele encontrou que, em 2022, havia 17 477 habitantes nesse município. Mas, para facilitar sua análise, ele vai considerar uma quantidade aproximada de habitantes.

Para aproximar essa quantidade, Cássio pode arredondar esse número de diferentes maneiras. Veja.

- Arredondar para a dezena de milhar mais próxima: 20 000;
- Arredondar para a unidade de milhar mais próxima: 17 000;
- Arredondar para a centena mais próxima: 17 500;
- Arredondar para a dezena mais próxima: 17 480.

Observe que não existe apenas uma possibilidade de arredondar um número. Assim, ao fazer um arredondamento, é preciso verificar e utilizar o arredondamento que considerar mais adequado e prático.

PARE E REFLITA

Em qual desses arredondamentos Cássio obteve uma quantidade mais próxima da quantidade exata? Explique como você pensou.

Ao arredondar para a dezena mais próxima.

Estimativas

Acompanhe algumas situações em que não há necessidade de se obter um resultado exato e, portanto, podemos usar estimativas.

Situação 1

Em uma escola, 934 estudantes estudam no período da manhã e 878, no período da tarde. A diretora está organizando uma festa de confraternização para os pais dos estudantes e precisa estimar quantos estudantes estudam no colégio.

Para fazer a estimativa dessa quantidade, podemos arredondar o número de estudantes que estudam na parte da manhã e na parte da tarde e, então, adicionar os valores obtidos.

Vamos arredondar os números para a centena mais próxima.

- Período da manhã: 934 → 900
- Período da tarde: 878 → 900

Adicionando os valores, temos:

$$900 + 900 = 1\,800$$

Portanto, nessa escola estudam, no período da manhã e da tarde, aproximadamente, 1 800 estudantes.

OBSERVAÇÃO

Note que arredondamos o número de estudantes para a centena mais próxima, mas outro arredondamento poderia ter sido utilizado.

ARREDONDAMENTOS E ESTIMATIVAS

- Os estudantes devem perceber que, em algumas situações, não é necessário realizar o cálculo; basta fazer estimativas do resultado e, para isso, de modo geral, precisamos primeiro realizar arredondamentos.
- Converse com os estudantes sobre a importância de escolher o arredondamento mais adequado para cada situação. Espera-se que eles consigam avaliar em cada uma delas para qual ordem numérica deverá ser feito o arredondamento.
- Na situação **1**, proponha aos estudantes que realizem outros arredondamentos e, então, façam a estimativa da quantidade de estudantes do colégio. Pergunte: Essa estimativa ficou próxima da estimativa mostrada nessa situação? Se julgar oportuno, peça a eles que calculem a quantidade de estudantes do colégio por meio do algoritmo usual e, então, comparem o resultado com as estimativas feitas. Pergunte se as estimativas ficaram próximas do valor exato. Espera-se que os estudantes percebam que, de acordo com o arredondamento escolhido, a estimativa pode ficar mais próxima do valor exato.

DE OLHO NA BASE

Aprender a arredondar números para a potência de 10 mais próxima permite aos estudantes que façam estimativas de quantidades, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA12**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

É importante que os estudantes compreendam que, em algumas situações, não é necessário saber o valor exato de uma operação, pois uma estimativa pode ser suficiente. Para que eles vejam um exemplo de situação em que não é necessário saber o valor exato, apresente a eles a seguinte atividade.

- Carlos foi à cantina e tinha R$ 25,00 em sua carteira. Ele verificou que:
  - um sanduíche custava R$ 12,90;
  - um refrigerante custava R$ 6,00;
  - um almoço, R$ 18,50;
  - um suco, R$ 7,80;
  - e qualquer doce custava R$ 2,90.

Carlos avaliou que, se quisesse comprar um doce, não poderia comprar o almoço, mas, se comprasse o sanduíche, poderia comprar também o suco. Será que a avaliação de Carlos está correta? Faça uma estimativa do que ele poderia comprar.

- Na situação **3**, mostre aos estudantes que, de acordo com a maneira de se arredondar os números, obtêm-se estimativas com resultados diferentes, mas ainda assim são estimativas pertinentes. Retome a importância de escolher o melhor arredondamento.

DE OLHO NA BASE

Nas situações propostas nesta página, os estudantes entram em contato com diferentes maneiras de fazer estimativas, arredondando os números para múltiplos da potência de 10 mais próxima, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA12**.


comzeal images/
Shutterstock.com/ID/BR

Situação 2

Tati e Samuel colecionam miniaturas de carrinhos. Tati tem 312 carrinhos em sua coleção e Samuel tem 479 carrinhos. A coleção de Samuel tem aproximadamente quantos carrinhos a mais que a coleção de Tati?

Para resolver esse problema, temos de comparar a quantidade de carrinhos em cada uma das coleções. Ou seja, temos de estimar o resultado de 479 − 312.

Arredondando os números para a dezena mais próxima, temos:

- Coleção de Samuel: 479 ⟶ 480
- Coleção de Tati: 312 ⟶ 310

Agora, efetuamos a subtração 480 − 310, obtendo 170.

Logo, a coleção de Samuel tem aproximadamente 170 carrinhos a mais que a coleção de Tati.

Situação 3

Em uma campanha de arrecadação de produtos de higiene pessoal, foram coletados 526 produtos na primeira semana, 388 na segunda semana e 855 na terceira semana. Quantos produtos foram arrecadados aproximadamente nessas três semanas?

Vamos pensar de duas maneiras para resolver essa situação.

1ª maneira: Arredondando os valores para a dezena mais próxima.

Primeiro, arredondamos os valores para a dezena mais próxima e, então, adicionamos os valores.

- 1ª semana: 526 ⟶ 530
- 2ª semana: 388 ⟶ 390
- 3ª semana: 855 ⟶ 860

Adicionando 530, 390 e 860, temos:

$$530 + 390 + 860 = 1\,780$$

Portanto, foram arrecadados aproximadamente 1 780 produtos.

2ª maneira: Arredondando os valores para a centena mais próxima.

Primeiro, arredondamos os valores para a centena mais próxima e, então, adicionamos os valores.

- 1ª semana: 526 ⟶ 500
- 2ª semana: 388 ⟶ 400
- 3ª semana: 855 ⟶ 900

Adicionando 500, 400 e 900, temos:

$$500 + 400 + 900 = 1\,800$$

Portanto, foram arrecadados aproximadamente 1 800 produtos.

Observe que, quanto menor for a ordem que escolhermos para fazer o arredondamento, mais precisa será a estimativa.

31. b) 320 + 34 = 354
c) 214 − 12 = 202

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

23. Efetue as subtrações a seguir.

a) 95 − 23 **72**
b) 145 − 33 **112**
c) 278 − 126 **152**
d) 589 − 286 **303**
e) 1 024 − 26 **998**
f) 980 − 875 **105**
g) 3 744 − 2 987 **757**
h) 5 001 − 3 354 **1 647**

24. Calcule as operações dos quadros a seguir utilizando dois modos diferentes.

3 628 − 406 **3 222**　　367 − 68 **299**

a) Qual dos modos você achou mais prático? Justifique. **Resposta pessoal.**

b) Converse com os colegas e apresente sua opinião sobre o modo que achou mais prático. **Resposta pessoal.**

25. Copie as subtrações a seguir no caderno e complete-as com os algarismos que as tornam verdadeiras.

a)
$$\begin{array}{r} 7\ 8\ 9\ \overset{9}{\blacksquare} \\ -\ 6\ \overset{5}{\bullet}\ 3\ 9 \\ \hline 1\ 3\ \underset{6}{\blacktriangle}\ 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 5\ \overset{3}{\blacksquare}\ 0\ 2 \\ -\ \overset{4}{\bullet}\ 6\ 8\ \overset{8}{\blacktriangle} \\ \hline 0\ 6\ 1\ 4 \end{array}$$

26. Entre os símbolos <, > e =, determine aquele que completa corretamente as sentenças a seguir.

a) 65 − 16 ■ 65 − 20 **>**
b) 86 − 65 ■ 91 − 65 **<**
c) 348 − 215 ■ 453 − 320 **=**
d) 623 − 453 ■ 622 − 457 **>**
e) 2 542 − 1 435 ■ 2 545 − 1 438 **=**
f) 43 − 18 ■ 44 − 17 **<**

27. Descubra o número que torna cada igualdade verdadeira.

a) 135 − 26 − 32 = 87 + 22 − ■ **32**
b) 792 − 356 − 168 = 871 − 435 − ■ **168**
c) 1 845 + 75 − 469 = 2 348 − 429 − ■ **468**
d) 2 871 − 2 092 − 214 = 4 237 − 3 458 − ■ **214**

28. Determine o valor de cada subtração.

a) 1 378 922 − 395 237 **983 685**
b) 257 291 − 13 588 **243 703**
c) 2 862 003 − 1 962 099 **899 904**
d) 992 735 − 521 937 **470 798**

29. Usando a relação fundamental da subtração, verifique se os resultados encontrados na atividade **28** estão corretos.

30. Encontre o termo que está faltando em cada item.

a) 🟨 − 649 = 4 992 **5 641**
b) 6 824 − 🟨 = 4 652 **2 172**
c) 5 689 − 🟨 = 1 345 **4 344**
d) 🟨 − 3 467 = 2 400 **5 867**

31. Represente os seguintes problemas com adições ou subtrações e calcule os resultados. **Respostas possíveis:**

a) Acrescentei 50 a um número e obtive 130. **130 − 50 = 80**
b) Tirei 320 de um número e obtive 34.
c) Tirei um número de 214 e obtive 12.
d) Juntei um número com 367 e obtive 1 544. **1 544 − 367 = 1 177**

32. Arredonde os números para a dezena de milhar mais próxima.

a) 81 980 **80 000**
b) 14 110 **10 000**
c) 38 780 **40 000**
d) 23 200 **20 000**

33. Arredonde os números para a unidade de milhar mais próxima.

a) 81 980 **82 000**
b) 14 110 **14 000**
c) 38 780 **39 000**
d) 23 200 **23 000**

34. Arredonde os números para a centena mais próxima.

a) 81 980 **82 000**
b) 14 110 **14 100**
c) 38 780 **38 800**
d) 23 200 **23 200**

35. Estime o resultado das operações a seguir. **35. Respostas possíveis:**

a) 87 + 22 **110**
b) 172 + 346 **520**
c) 3 697 + 233 **3 900**
d) 2 493 + 4 511 **7 000**
e) 183 − 17 **160**
f) 8 198 − 562 **7 600**
g) 4 203 − 1 147 **3 100**
h) 14 987 − 9 198 **5 800**

36. Faça estimativas para responder às questões a seguir.

a) O resultado de 183 + 215 é maior ou menor que 300? **Maior.**
b) O resultado de 981 + 1 234 é maior ou menor que 2 000? **Maior.**
c) O resultado de 456 − 163 é maior ou menor que 300? **Menor.**
d) O resultado de 22 345 − 11 150 é maior ou menor que 10 000? **Maior.**

29. a) 983 685 + 395 237 = 1 378 922
b) 243 703 + 13 588 = 257 291
c) 899 904 + 1 962 099 = 2 862 003
d) 470 798 + 521 937 = 992 735

- Valorize as respostas dos estudantes na atividade **24** e possibilite a troca de ideias entre eles, incentivando o compartilhamento de suas opiniões. Dessa maneira, eles entram em contato com outras possíveis resoluções e enriquecem o repertório de estratégias.
- Pergunte aos estudantes como pensaram para resolver as atividades **25** e **30**. Verifique se eles as relacionaram com as operações inversas.

DE OLHO NA BASE

Na atividade **24**, por exemplo, os estudantes apresentam e defendem sua opinião, produzindo argumentos por meio do pensamento lógico-matemático, o que contribui para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 2**.

A atividade **27** possibilita aos estudantes usar a noção de que a relação de igualdade matemática não se altera quando é subtraído um mesmo número de seus dois membros para determinar valores desconhecidos, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

A atividade **31** utiliza a relação de igualdade matemática para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

Nas atividades **32** a **36**, os estudantes fazem estimativas de quantidades e aproximam números para múltiplos da potência de 10 mais próxima, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA12**.

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

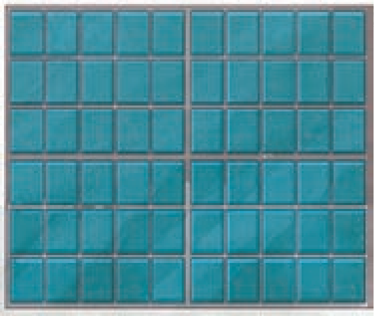
- Retome o conceito de multiplicação com números naturais por meio das situações apresentadas. Elas abordam diferentes significados da multiplicação: disposição retangular, combinação de possibilidades e adição de parcelas iguais. As situações propostas também apresentam diferentes maneiras de resolução.
- Na situação **1**, mostre que, quando há uma disposição retangular, obtém-se a quantidade total de elementos multiplicando a quantidade de elementos da coluna pela quantidade de elementos da linha ou vice-versa. Se achar oportuno, aproveite o contexto da situação e converse com os estudantes sobre as placas coletoras de energia solar, abordando sua importância e seu benefício para o meio ambiente.
- Na situação **2**, proponha aos estudantes que calculem quantas seriam as combinações possíveis se fossem quatro opções de calça e cinco opções de avental. Caso eles tenham dificuldade, sugira que façam um desenho e, depois, pensem na multiplicação que permita obter a resposta.

Multiplicação de números naturais

Acompanhe, a seguir, algumas situações que envolvem multiplicações de números naturais.

Situação 1

Clarice fez o esboço de um painel de energia solar, formado por placas coletoras de energia solar.


ID/BR

Para determinar a quantidade de placas coletoras que há nesse painel, não é preciso contá-las uma a uma. Podemos obter essa quantidade fazendo uma multiplicação. Como o painel é formado por 6 fileiras com 10 placas em cada uma, temos:

$$6 \times 10 = 60 \quad \text{ou} \quad 6 \cdot 10 = 60$$

Também podemos interpretar a situação como 10 fileiras com 6 placas em cada uma. Nesse caso, temos:

$$10 \times 6 = 60 \quad \text{ou} \quad 10 \cdot 6 = 60$$

Portanto, nesse painel, há 60 placas coletoras de energia solar.

SINAL DE MULTIPLICAÇÃO

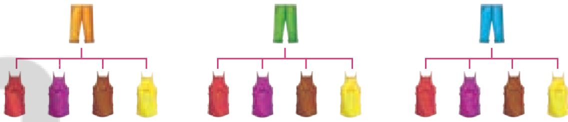
Podemos representar o sinal de multiplicação de duas maneiras:

× ou ·

Situação 2

Um restaurante disponibiliza a seus funcionários diferentes cores de uniforme. Há 3 opções de calça (laranja, verde e azul) e 4 opções de avental (vermelho, roxo, marrom e amarelo).

Para determinar de quantas maneiras diferentes os funcionários desse restaurante podem compor o uniforme, podemos fazer um esquema com todas as combinações possíveis. Veja.


Danillo Souza/ID/BR

Também podemos fazer uma multiplicação para descobrir essa quantidade.

$$3 \cdot 4 = 12$$

Portanto, os funcionários podem compor os uniformes de 12 maneiras diferentes.

TERMOS DA MULTIPLICAÇÃO

Na multiplicação $3 \cdot 4 = 12$, dizemos que 3 e 4 são os fatores e que 12 é o produto.

OUTRAS FONTES

Magina, S. M. P.; Santos, A. dos; Merlini, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. *Ciência & Educação*, Bauru, p. 517-533, 2014.

Esse artigo traz uma reflexão sobre o uso das ideias da Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, para o trabalho do professor em sala de aula, cujo objetivo é o campo multiplicativo.

Situação 3

Fernanda está guardando suas figurinhas repetidas em pacotes com 25 unidades em cada um. Sabendo que ela organizou 13 pacotes, quantas figurinhas ela guardou?

Podemos responder a essa pergunta de duas maneiras. Acompanhe.

1ª maneira: Fazendo adições sucessivas.

Adicionamos a quantidade de figurinhas de cada pacote 13 vezes.

$$\underbrace{25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25}_{\text{13 vezes}} = 325$$

2ª maneira: Fazendo uma multiplicação.

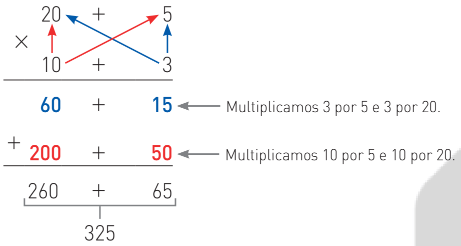
Como Fernanda organizou 13 pacotes com 25 figurinhas em cada um, podemos escrever a seguinte multiplicação: 13 · 25.

Vamos efetuar essa multiplicação usando a decomposição.

Primeiro, decompomos cada um dos fatores:

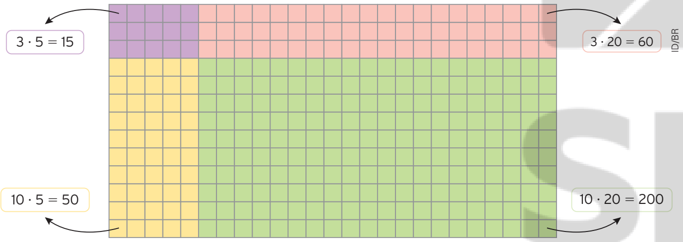
$$25 = 20 + 5 \qquad 13 = 10 + 3$$

Depois, multiplicamos as parcelas de cada número na forma decomposta:



Então, 13 · 25 = 325.

Agora, veja como podemos representar a multiplicação 13 · 25 geometricamente.



13 · 25 = 15 + 60 + 200 + 50 = 325

Portanto, Fernanda já guardou 325 figurinhas.

- Na situação **3**, são apresentadas duas maneiras de resolver o problema: a primeira é fazer adições sucessivas e a segunda é decompor os fatores.
- A representação geométrica pode auxiliar os estudantes a compreender a multiplicação na decomposição dos fatores. Verifique se não há mais dúvidas, esclarecendo-as caso existam.
- Incentive os estudantes a conhecer as diversas possibilidades de resolução; dê subsídios para que eles possam escolher a maneira mais conveniente em cada situação.

- Na situação **4**, há a ideia de multiplicação como proporção em: "Se para fazer 1 caderno Camila usa 70 folhas, então, para fazer 15 cadernos ela usará 15 vezes 70 folhas", e é apresentada a resolução pelo algoritmo usual.
- Aproveite o contexto da situação **5** e proponha aos estudantes outros exemplos para que compreendam que, ao multiplicar por um mesmo número os dois membros de uma igualdade, ela não se altera.

DE OLHO NA BASE

A situação **5** permite aos estudantes refletir sobre o que acontece quando os dois membros de uma igualdade são multiplicados por um mesmo número. Incentive-os a perceber que, nesse caso, a relação de igualdade matemática não se altera, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

Situação 4

Camila usa 70 folhas de papel em cada caderno que faz. Quantas folhas ela usará para fazer 15 cadernos?

Se para fazer 1 caderno Camila usa 70 folhas, então, para fazer 15 cadernos ela usará 15 vezes 70 folhas, ou seja: 15 · 70.

Veja como efetuar essa multiplicação usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{rrl} & 7\,0 & \\ \times & 1\,5 & \\ \hline & 3\,5\,0 & \leftarrow \text{Multiplicamos 5 por 70.} \\ + & 7\,0\,0 & \leftarrow \text{Multiplicamos 10 por 70.} \\ \hline & 1\,0\,5\,0 & \end{array}$$

Portanto, Camila usará 1 050 folhas de papel para fazer 15 cadernos.

Situação 5

Bruno comprou 2 embalagens com 10 litros de água cada uma e Gustavo comprou 4 embalagens com 5 litros de água cada uma. Para calcular quantos litros de água cada um comprou, podemos fazer multiplicações:

- Bruno: $2 \cdot 10 = 20$
- Gustavo: $4 \cdot 5 = 20$

Como eles compraram a mesma quantidade de litros de água, podemos escrever a seguinte igualdade:

$$2 \cdot 10 = 4 \cdot 5$$

Na semana seguinte, os garotos compraram o dobro de embalagens que haviam comprado na semana anterior.

Calculando quantos litros de água cada um comprou dessa vez, temos:

- Bruno: $2 \cdot 10 \cdot 2 = 40$
- Gustavo: $4 \cdot 5 \cdot 2 = 40$

Observe que, novamente, os garotos compraram a mesma quantidade de litros de água. Então, podemos escrever a seguinte igualdade:

$$2 \cdot 10 \cdot 2 = 4 \cdot 5 \cdot 2$$

Ao comparar as igualdades a seguir, o que você percebe? **Resposta pessoal.**

$$2 \cdot 10 = 4 \cdot 5 \quad \text{e} \quad 2 \cdot 10 \cdot 2 = 4 \cdot 5 \cdot 2$$

Repare que, ao multiplicar os dois membros da igualdade $2 \cdot 10 = 4 \cdot 5$ por 2, a relação de igualdade se manteve verdadeira.

Essa relação é sempre válida. Ou seja, ao multiplicarmos os dois membros de uma igualdade pelo mesmo número natural, a relação de igualdade se mantém válida.

Exemplos

A. Sabemos que $36 \cdot 14 = 63 \cdot 8$, pois $504 = 504$.

Multiplicando por 11 cada membro dessa igualdade, temos:

$$36 \cdot 14 \cdot 11 = 63 \cdot 8 \cdot 11$$
$$504 \cdot 11 = 504 \cdot 11$$
$$5\,544 = 5\,544$$

B. Sabemos que $26 \cdot 18 = 234 \cdot 2$, pois $468 = 468$.

Multiplicando por 3 cada membro dessa igualdade, temos:

$$26 \cdot 18 \cdot 3 = 234 \cdot 2 \cdot 3$$
$$468 \cdot 3 = 468 \cdot 3$$
$$1\,404 = 1\,404$$

Propriedades da multiplicação

Assim como estudamos as propriedades da adição, vamos estudar as propriedades da multiplicação.

Propriedade comutativa da multiplicação

Calcule mentalmente o produto das multiplicações a seguir.

$4 \cdot 7$ $7 \cdot 4$

Qual é o resultado dessas multiplicações? **28**

Escolha outros pares de números e multiplique-os. Troque a ordem dos fatores e compare o produto de cada multiplicação. O que você observa?

Espera-se que os estudantes percebam que os fatores são os mesmos, assim como o produto, mas a ordem dos fatores é diferente em cada multiplicação.

Em uma multiplicação de números naturais, a ordem dos fatores não altera o produto.

Propriedade associativa da multiplicação

Calcule os produtos a seguir.

$(3 \cdot 5) \cdot 2$ $3 \cdot (5 \cdot 2)$

Quais resultados você obteve? **30**

Agora, escolha outros três números. Efetue a multiplicação dos dois primeiros fatores e multiplique o produto pelo terceiro fator. Depois, calcule a multiplicação da seguinte maneira: efetue a multiplicação dos últimos fatores e multiplique o produto pelo primeiro fator. O que você percebe comparando essas multiplicações?

Espera-se que os estudantes percebam que podemos associar os fatores de maneiras diferentes e mesmo assim obter o mesmo produto.

Em uma multiplicação de três ou mais fatores, a maneira como associamos os fatores não altera o produto.

Elemento neutro da multiplicação

Calcule os produtos a seguir.

$12 \cdot 1$ **12** $63 \cdot 1$ **63** $547 \cdot 1$ **547**

O que você percebeu?

Espera-se que os estudantes percebam que, em uma multiplicação em que um dos fatores é 1, o produto é igual ao fator diferente de 1.

Em uma multiplicação de um número natural por 1, o produto é o próprio número natural. O 1 é o **elemento neutro da multiplicação**.

- Para cada propriedade da multiplicação apresentada (comutativa, associativa e elemento neutro), proponha outros exemplos para os estudantes trabalharem.

Neste estágio cognitivo em que os estudantes estão, os exemplos são boas práticas para a compreensão do significado matemático atrelado a cada uma das propriedades.

DE OLHO NA BASE

Testar hipóteses elaboradas por meio dos exemplos das propriedades para resolver problemas contribui para o desenvolvimento da **competência geral 2**.

- A propriedade distributiva da multiplicação é trabalhada em duas situações: uma que envolve adição e outra que envolve subtração.
- Se julgar oportuno, dê outros exemplos de situações em que essa propriedade pode ser aplicada.
- Peça aos estudantes que leiam atentamente a situação **2** e pergunte como podemos identificar se as promoções oferecidas em algumas situações reais de compra são vantajosas ou enganosas e se eles já vivenciaram situações desse tipo com os pais ou responsáveis. Além disso, proponha aos estudantes uma roda de conversa para discutir a seguinte questão: O simples fato de algum produto estar em promoção significa ser realmente necessária a compra desse produto? Esse debate com a turma contribui para o desenvolvimento do **Tema Contemporâneo Transversal** Educação Financeira, incentivando os estudantes a trabalhar essa reflexão de maneira alinhada com a macroárea **Economia**.

Propriedade distributiva da multiplicação

Acompanhe as seguintes situações.

Situação 1

Em uma lanchonete, o suco natural custa R$ 8,00 e os sanduíches custam R$ 15,00. Marcos e dois amigos vão tomar um suco e comer um sanduíche cada um. Qual será o valor total da conta deles?

Como cada um gastou R$ 8,00 com o suco e R$ 15,00 com o sanduíche, podemos multiplicar a soma desses valores por 3.

$$3 \cdot (8 + 15) = 3 \cdot 23 = 69$$

No entanto, podemos pensar de outra maneira. Como um suco natural custa R$ 8,00, um sanduíche custa R$ 15,00 e foram compradas 3 unidades de cada um, podemos escrever:

$$3 \cdot 8 + 3 \cdot 15 = 24 + 45 = 69$$

Observe que o resultado de $3 \cdot (8 + 15)$ é o mesmo de $3 \cdot 8 + 3 \cdot 15$.

Portanto, o valor total da conta é R$ 69,00.

Situação 2

Uma loja está dando um desconto de R$ 2,00 em cada peça de roupa comprada. Tatiana escolheu 5 peças, cada uma no valor de R$ 25,00 (sem o desconto). Qual será o valor da compra de Tatiana?


João Picoli/ID/BR

Como cada peça de roupa custa R$ 25,00 e tem um desconto de R$ 2,00, para determinar o valor total da compra, podemos multiplicar o valor de cada peça, com o desconto, por 5:

$$5 \cdot (25 - 2) = 5 \cdot 23 = 115$$

Outra maneira de pensar é calcular o valor total das peças sem o desconto e, depois, subtrair o valor total dos descontos:

$$5 \cdot 25 - 5 \cdot 2 = 125 - 10 = 115$$

Observe que o resultado de $5 \cdot (25 - 2)$ é o mesmo de $5 \cdot 25 - 5 \cdot 2$.

Portanto, o valor total da compra de Tatiana é R$ 115,00.

Em uma multiplicação de um número natural por uma adição (ou uma subtração) de dois ou mais termos, multiplicamos esse número por cada um dos termos da adição (ou da subtração) e adicionamos (ou subtraímos) os resultados obtidos.

OBSERVAÇÃO

A verificação de alguns casos não é suficiente para provar as propriedades da adição e da multiplicação. Para cada uma dessas propriedades, há uma demonstração, que não será apresentada aqui.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

37. Escreva as adições como produtos.

a) $7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$ **$8 \cdot 7$**

b) $9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9$ **$9 \cdot 9$**

38. Resolva as multiplicações a seguir usando o algoritmo usual.

a) $6 \cdot 274$ **1 644**

b) $30 \cdot 728$ **21 840**

c) $15 \cdot 309$ **4 635**

d) $123 \cdot 1\,463$ **179 949**

39. Leia as informações do quadro e, depois, responda às questões a seguir.

- O **dobro** de um número é igual a duas vezes esse número.
- O **triplo** de um número é igual a três **vezes** esse número.
- O **quádruplo** de um número é igual a quatro vezes esse número.
- O **quíntuplo** de um número é igual a cinco vezes esse número.

a) Qual é o quíntuplo de 12? **60**

b) Quanto vale o quádruplo de 37? **148**

c) Qual é o dobro do triplo de 18? **108**

d) Quanto vale o dobro do dobro de 16? **64**

40. Determine os possíveis valores para *a* e *b* em cada item, sabendo que eles são números naturais.

a) $a \cdot b = 6$

b) $a \cdot b = 10$

c) $a \cdot b = 20$

d) $a \cdot b = 100$

41. Calcule as multiplicações a seguir de duas maneiras diferentes.

a) $10 \cdot 15$ **150**

b) $12 \cdot 39$ **468**

c) $18 \cdot 31$ **558**

d) $23 \cdot 37$ **851**

e) $41 \cdot 65$ **2 665**

f) $53 \cdot 76$ **4 028**

g) $86 \cdot 64$ **5 504**

h) $97 \cdot 88$ **8 536**

42. Descubra qual número torna cada igualdade verdadeira.

a) $6 \cdot 8 \cdot 12 = 4 \cdot 12 \cdot$ ■ **12**

b) $12 \cdot 6 \cdot 15 = 18 \cdot 4 \cdot$ ■ **15**

c) $24 \cdot 12 \cdot 23 = 16 \cdot 18 \cdot$ ■ **23**

d) $45 \cdot 14 \cdot 38 = 35 \cdot 18 \cdot$ ■ **38**

43. Identifique a propriedade da multiplicação que está representada em cada igualdade a seguir.

a) $325 \cdot 3 = 3 \cdot 325$ **Propriedade comutativa.**

b) $(12 + 7) \cdot 2 = 12 \cdot 2 + 7 \cdot 2$ **Propriedade distributiva.**

c) $5 \cdot (11 - 3) = 55 - 15$ **Propriedade distributiva.**

d) $4 \cdot (12 \cdot 6) \cdot 2 = 4 \cdot 12 \cdot (6 \cdot 2)$ **Propriedade associativa.**

e) $2 \cdot 77 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 77 = 10 \cdot 77$ **Propriedade comutativa.**

f) $16\,762 \cdot 1 = 1 \cdot 16\,762 = 16\,762$ **Propriedades comutativa e do elemento neutro.**

44. Resolva as expressões a seguir utilizando as propriedades da multiplicação.

a) $15 \cdot 11 \cdot 2$ **330**

b) $17 \cdot 101$ **1 717**

c) $12 \cdot 23 \cdot 1$ **276**

d) $58 \cdot 7 \cdot 0$ **0**

e) $23 \cdot 7 + 23 \cdot 3$ **230**

45. Sabendo que *a* e *b* são números naturais e que $a \cdot b = 42$, responda às questões.

a) Qual é o valor de $b \cdot a$? **42**

b) Qual é o valor de $a \cdot b \cdot 1$? **42**

c) Qual é o valor de $a \cdot b \cdot 0$? **0**

d) Qual é o valor de $(a \cdot b) \cdot 2$? **84**

e) Qual é o valor de $a \cdot (b \cdot 2)$? **84**

f) Qual é o valor de $a \cdot 2 \cdot b$? **84**

46. Veja como Luís efetuou a multiplicação $15 \cdot 99$.

> Podemos decompor 99 em 100 − 1 e usar a propriedade distributiva da multiplicação.
>
> $15 \cdot 99 = 15 \cdot (100 - 1) =$
> $= 15 \cdot 100 - 15 \cdot 1 = 1500 - 15 = 1485$
>
> Então, $15 \cdot 99 = 1\,485$.

Resolva as multiplicações a seguir utilizando a estratégia usada por Luís e registre no caderno o valor encontrado.

a) $20 \cdot 99$ **1 980**

b) $25 \cdot 99$ **2 475**

c) $20 \cdot 101$ **2 020**

d) $25 \cdot 101$ **2 525**

47. Descubra o valor de *a* nas igualdades a seguir.

a) $a \cdot 20 = 0$ **$a = 0$**

b) $34 \cdot a = 2 \cdot 34$ **$a = 2$**

c) $10 \cdot a \cdot 5 = 2 \cdot 25 \cdot 1$ **$a = 1$**

d) $12 \cdot 3 \cdot a = 3 \cdot 0 \cdot 12$ **$a = 0$**

40. a) **$a = 1$ e $b = 6$; $a = 2$ e $b = 3$; $a = 6$ e $b = 1$; $a = 3$ e $b = 2$.**
b) **$a = 1$ e $b = 10$; $a = 2$ e $b = 5$; $a = 10$ e $b = 1$; $a = 5$ e $b = 2$.**
c) **$a = 1$ e $b = 20$; $a = 2$ e $b = 10$; $a = 4$ e $b = 5$; $a = 5$ e $b = 4$; $a = 10$ e $b = 2$; $a = 20$ e $b = 1$.**
d) **$a = 1$ e $b = 100$; $a = 2$ e $b = 50$; $a = 4$ e $b = 25$; $a = 5$ e $b = 20$; $a = 10$ e $b = 10$; $a = 20$ e $b = 5$; $a = 25$ e $b = 4$; $a = 50$ e $b = 2$; $a = 100$ e $b = 1$.**

- A atividade **46** apresenta uma excelente estratégia para efetuar cálculo mental e pode ser ampliada para adição, quando a multiplicação tiver 101 ou 102 como um dos fatores, fazendo a decomposição 100 + 1 ou 100 + 2. Por exemplo:

$$32 \cdot 102 =$$
$$= 32 \cdot (100 + 2) =$$
$$= 32 \cdot 100 + 32 \cdot 2 =$$
$$= 3\,200 + 64 =$$
$$= 3\,264$$

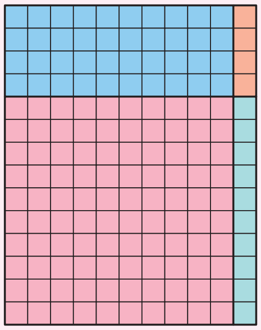
DE OLHO NA BASE

A atividade **42** possibilita aos estudantes usar a noção de que a relação de igualdade matemática não se altera quando seus dois membros são multiplicados por um mesmo número para determinar valores desconhecidos, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

Além disso, as atividades **40**, **41**, **42** e **47** desenvolvem o pensamento lógico-matemático e incentivam o espírito de investigação, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 2**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha aos estudantes que observem o esquema a seguir e escrevam uma multiplicação para representá-lo.



ID/BR

Espera-se que eles escrevam a multiplicação de acordo com a representação geométrica apresentada. Como não há apenas uma maneira de escrever a multiplicação representada, avalie e compartilhe as maneiras utilizadas por eles. Veja uma resposta possível.

$$\begin{array}{r} 10 + 1 \\ \times\ 10 + 4 \\ \hline 4 \\ 40 \\ 10 \\ +\ 100 \\ \hline 154 \end{array}$$

DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS

- Na situação **1**, para calcular o resultado da divisão, são propostas duas maneiras: usar o algoritmo usual e fazer estimativas. Se achar oportuno, pergunte aos estudantes qual dessas maneiras eles consideram mais fácil ou se há outra maneira que preferem usar.
- Proponha aos estudantes outras divisões para que eles as resolvam escolhendo uma das maneiras apresentadas.

Divisão de números naturais

Vamos estudar a divisão de números naturais em dois tipos de situação: as que envolvem divisões exatas e as que envolvem divisões não exatas.

Divisão exata com números naturais

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

João quer distribuir 8710 peixes em 5 tanques de modo que cada tanque fique com a mesma quantidade de peixes. Quantos peixes serão colocados em cada tanque?

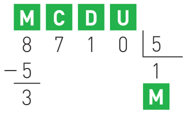
Para responder a essa pergunta, podemos efetuar 8 710 : 5. Veja duas maneiras de fazer esse cálculo.

SINAL DE DIVISÃO

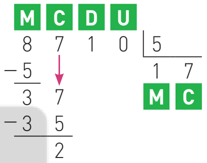
Podemos representar o sinal de divisão de duas maneiras:

÷ ou :

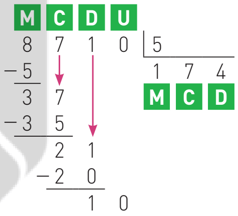
1ª maneira: Usando o algoritmo usual.



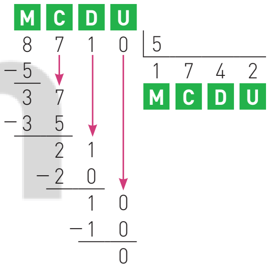
8 unidades de milhar divididas por 5 unidades é igual a 1 unidade de milhar e sobram 3 unidades de milhar, que correspondem a 30 centenas.



As 30 centenas restantes adicionadas a 7 centenas somam 37 centenas.
37 centenas divididas por 5 é igual a 7 centenas e sobram 2 centenas, que correspondem a 20 dezenas.



As 20 dezenas restantes adicionadas a 1 dezena somam 21 dezenas.
21 dezenas divididas por 5 é igual a 4 dezenas e sobra 1 dezena, que corresponde a 10 unidades.



As 10 unidades restantes divididas por 5 é igual a 2 unidades e não sobra resto.

TERMOS DA DIVISÃO

Na divisão 8 710 : 5 = 1 742, dizemos que 8 710 é o dividendo, 5 é o divisor, 1 742 é o quociente e 0 é o resto.

OUTRAS FONTES

GITIRANA, V. *et al. Repensando multiplicação e divisão*: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: Proem, 2014.

Esse livro apresenta uma discussão do ensino e da aprendizagem das operações de multiplicação e divisão com base na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, em particular do campo multiplicativo, e da contribuição dessa teoria para as aulas de Matemática.

VERGNAUD, G. *A criança, a matemática e a realidade*. Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

Nessa obra, Gérard Vergnaud expõe sua Teoria dos Campos Conceituais. Um dos elementos importantes do livro é a apresentação de diferentes maneiras de se elaborar problemas para que os estudantes compreendam todas as facetas das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

2ª maneira: Fazendo estimativas.

$$
\begin{array}{r|l}
8\,710 & 5 \\ \cline{2-2}
-\underline{5\,000} & 1\,000 \; \text{①} \\
3\,710 & 700 \; \text{②} \\
-\underline{3\,500} & 40 \; \text{③} \\
210 & \underline{2} \; \text{④} \\
-\underline{200} & 1\,742 \; \text{⑤} \\
10 & \\
-\underline{10} & \\
0 &
\end{array}
$$

① Estimamos que o 5 "cabe" 1 000 vezes em 8 710.
Multiplicamos 1 000 por 5 e obtemos 5 000.
Subtraímos esse resultado de 8 710 e encontramos 3 710.

② Estimamos que o 5 "cabe" 700 vezes em 3 710.
Multiplicamos 700 por 5 e obtemos 3 500.
Subtraímos esse resultado de 3 710 e encontramos 210.

③ Estimamos que o 5 "cabe" 40 vezes em 210.
Multiplicamos 40 por 5 e obtemos 200.
Subtraímos esse resultado de 210 e encontramos 10.

④ 5 "cabe" 2 vezes em 10. Multiplicamos 2 por 5 e obtemos 10. Subtraímos esse resultado de 10 e obtemos resto zero.

⑤ Para obter o resultado dessa divisão, somamos os valores estimados: 1 000 + 700 + 40 + 2 = 1742.

Portanto, em cada tanque serão colocados 1 742 peixes.

Dizemos que 8 710 **:** 5 é uma divisão **exata**, pois o resto é zero.

Situação 2

Vilma tem 32 copos e dividiu-os igualmente em 4 caixas. Luana tem 48 copos e dividiu-os igualmente em 6 caixas. Para calcular quantos copos ficaram em cada caixa, podemos fazer divisões:

- Vilma: **32 : 4** = 8
- Luana: **48 : 6** = 8

Como cada caixa ficou com a mesma quantidade de copos, podemos escrever a seguinte igualdade:

32 : 4 = **48 : 6**

Vilma vai dividir igualmente a quantidade de copos de uma de suas caixas entre os 2 filhos. Do mesmo modo, Luana vai dividir igualmente a quantidade de copos de uma de suas caixas entre 2 tias.

Observe como podemos calcular quantos copos cada filho de Vilma vai receber e quantos copos cada tia de Luana vai receber:

- Vilma: **32 : 4 : 2** = 4
- Luana: **48 : 6 : 2** = 4

Como a quantidade de copos que cada filho de Vilma vai receber é a mesma que cada tia de Luana vai receber, podemos escrever a igualdade:

32 : 4 : 2 = **48 : 6 : 2**

Ao comparar as igualdades a seguir, o que você percebe? **Resposta pessoal.**

32 : 4 = 48 : 6 e 32 : 4 : 2 = 48 : 6 : 2

Repare que, ao dividir os dois membros da igualdade 32 : 4 = 48 : 6 por 2, a relação de igualdade se manteve verdadeira.

Essa relação é sempre válida. Ou seja, ao dividir os dois membros de uma igualdade pelo mesmo número natural, a relação de igualdade se mantém válida.

- Faça a correspondência entre o cálculo por meio de estimativa e do algoritmo usual. O significado de cada número obtido em cada passagem, no método de cálculo por meio de estimativa, é fundamental para isso. Associe 1 000 com 1 unidade de milhar e 700 com 7 centenas, e assim por diante. Relacionar as passagens equivalentes dos dois métodos é fundamental para que os estudantes compreendam o processo e atribuam significado à divisão – evitando a mecanização e possíveis erros ao dividir números em cujo quociente há ordens não ocupadas, ou seja, ocupadas com o zero (como em 1 435 : 7 = 205) – e posteriormente às divisões não exatas.
- Pergunte aos estudantes se conhecem outras maneiras de efetuar uma divisão. Considere, valide e socialize os diferentes procedimentos que forem apresentados.
- Aproveite o contexto da situação **2** e proponha outros exemplos para que os estudantes compreendam que, quando os dois membros de uma igualdade são divididos por um mesmo número, ela não se altera. Na página seguinte do Livro do Estudante, há mais um exemplo.

DE OLHO NA BASE

A situação **2** permite aos estudantes refletir sobre o que acontece quando os dois membros de uma igualdade são divididos por um mesmo número. Incentive-os a perceber que, nesse caso, a relação de igualdade matemática não se altera, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

- Certifique-se de que os estudantes entenderam a relação fundamental da divisão. Se necessário, proponha outros exemplos. Ressalte que é possível verificar se o resultado de uma divisão está correto usando essa relação.
- Esclareça aos estudantes que o resto deve necessariamente ser menor que o divisor. Pergunte a eles o porquê, ou seja, o que significa encontrar um resto maior que o divisor. Incentive-os a perceber que isso significa que ainda é possível continuar a divisão.
- Os estudantes devem compreender que as operações de multiplicação e de divisão são operações inversas.

Exemplo

Sabemos que $5 \cdot 6 = 60 : 2$, pois $30 = 30$.

Dividindo cada membro dessa igualdade por **3**, temos:

$$5 \cdot 6 : 3 = 60 : 2 : 3$$
$$30 : 3 = 30 : 3$$
$$10 = 10$$

Divisão não exata com números naturais

Acompanhe a situação a seguir.

Laura produziu 578 salgados para vender. Ela vai separar os salgados em bandejas com 12 unidades em cada uma. Quantas bandejas ela usará?

Podemos calcular quantas bandejas serão usadas com uma divisão.

$$\begin{array}{r|l} 578 & 12 \\ \cline{2-2} -48 & 48 \\ \cline{1-1} 098 & \\ -96 & \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

Logo, Laura usará 48 bandejas e sobrarão 2 salgados fora das bandejas.

A divisão 578 : 12 tem quociente 48 e resto 2. Quando o resto de uma divisão é diferente de zero, dizemos que a divisão é **não exata**.

Relação fundamental da divisão

Em um jogo de cartas com 5 participantes, João distribuiu as 38 cartas, de modo que cada um recebeu 7 cartas e restaram 3.


Ana Katharine Frota/ID/BR

$$\begin{array}{r|l} \text{dividendo} \rightarrow 38 & 5 \leftarrow \text{divisor} \\ \cline{2-2} \text{resto} \rightarrow 3 & 7 \leftarrow \text{quociente} \end{array}$$

Para verificar se uma divisão está correta, podemos ordenar os termos da divisão de outra maneira:

$$\overset{\text{dividendo}}{38} = \underset{\text{quociente}}{7} \cdot \overset{\text{divisor}}{5} + \underset{\text{resto}}{3}$$

$$\boxed{\text{dividendo} = \text{quociente} \cdot \text{divisor} + \text{resto}}$$

Essa é a **relação fundamental da divisão**.

A multiplicação e a divisão são operações inversas.

OBSERVAÇÃO

O resto de uma divisão entre dois números naturais é sempre menor que o divisor. Veja um exemplo.

$$\begin{array}{r|l} 17 & 3 \\ \cline{2-2} 2 & 5 \end{array} \quad 2 < 3$$

O zero na divisão

Vimos que é possível classificar uma divisão de números naturais em exata (quando o resto é zero) ou em não exata (quando o resto é diferente de zero). Mas será que, em uma divisão, o zero pode ser divisor, dividendo ou mesmo quociente?

O zero como divisor

Se queremos calcular *a* (número natural diferente de zero) dividido por 0, temos de encontrar um número natural que multiplicado por 0 resulte em *a*. No entanto, isso é impossível, pois não existe esse número natural. Assim, não é possível que o zero seja divisor.

Por exemplo, considere a divisão 3 : 0. Utilizando a relação fundamental da divisão, temos:

$$3 = \text{quociente} \cdot 0 + \text{resto} \text{ , com resto menor que } 3$$

Essa igualdade não é verdadeira, pois dela concluiríamos que 3 = resto, o que é uma contradição, pois o resto deve ser menor que 3. Portanto, não existe nenhum número natural que multiplicado por 0 resulte em 3.

O zero como dividendo

Se queremos calcular 0 dividido por *a* (número natural diferente de 0), temos de encontrar um número natural que multiplicado por *a* resulte em 0. Esse número é o próprio zero.

Por exemplo, considere a divisão 0 : 3. Utilizando a relação fundamental da divisão, temos:

$$0 = \text{quociente} \cdot 3 + \text{resto}$$

Essa igualdade é verdadeira quando o quociente e o resto forem iguais a zero. Assim: 0 : 3 = 0.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

48. Calcule a divisão de:

a) 9 600 por 30. **320**

b) 6 480 por 40. **162**

c) 1 252 por 6. **208 e resto 4.**

d) 273 795 por 39. **7 020 e resto 15.**

e) 14 478 por 24. **603 e resto 6.**

f) 4 085 por 19. **215**

49. Simplificar uma operação é transformá-la em outra mais simples, mas de mesmo resultado. Por exemplo: podemos simplificar a divisão 300 : 60 e chegar a 150 : 30 dividindo o dividendo e o divisor por 2; podemos também simplificar 300 : 60 e chegar a 30 : 6 dividindo o dividendo e o divisor por 10.

Agora, simplifique as operações a seguir. **Respostas possíveis:**

a) 500 : 20 **100 : 4**

b) 1 000 : 40 **50 : 2**

c) 345 : 15 **69 : 3**

d) 840 : 24 **140 : 4**

e) 1 530 : 18 **170 : 2**

f) 2 490 : 6 **830 : 2**

50. Descubra qual número torna cada igualdade verdadeira.

a) 234 : 6 : 2 = 117 : 3 : 🟥 **2**

b) 372 : 3 : 4 = 992 : 8 : 🟥 **4**

c) 860 : 4 : 5 = 1 505 : 7 : 🟥 **5**

51. Copie, no caderno, cada item a seguir e descubra o número que falta para que as divisões estejam corretas.

a) Dividendo: 🟩, divisor: 17, quociente: 369 e resto 0. **6 273**

b) Dividendo: 1 024, divisor: 🟩, quociente: 64 e resto 0. **16**

c) Dividendo: 🟩, divisor: 36, quociente: 125 e resto 7. **4 507**

52. Ao dividir determinado número natural por 5, obtemos quociente 25 e o maior resto possível. Que número é esse? **129**

- Verifique se os estudantes compreenderam o enunciado da atividade **49** e esclareça as eventuais dúvidas.
- Observe como os estudantes realizam a atividade **52**. O maior resto possível é 4, pois 4 < 5. Logo, usando a relação fundamental, temos:

$$25 \cdot 5 + 4 = 125 + 4 = 129$$

DE OLHO NA BASE

A atividade **50** possibilita aos estudantes usar a noção de que a relação de igualdade matemática não se altera quando seus dois membros são divididos por um mesmo número, diferente de zero, para determinar valores desconhecidos, contribuindo, assim, para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

- No estudo de potenciação e raiz quadrada, é fundamental que os estudantes atribuam significado às operações. Esclareça a eles que a potenciação corresponde a uma multiplicação de fatores iguais. Isso evitará que efetuem o produto entre a base e o expoente da potência por não compreenderem o significado da operação.

Alfred Pasieka/SPL/Fotoarena

↑ Bactérias *Escherichia coli*, por micrografia eletrônica de varredura colorida. Ampliação de 7 mil vezes.

Potenciação de números naturais

A bactéria *Escherichia coli* está presente naturalmente em nossa flora intestinal. Sua presença está relacionada com a qualidade da água e dos alimentos consumidos. Em grande quantidade, a *Escherichia coli* pode ser muito perigosa para o organismo humano.

A população dessa bactéria dobra a cada 20 minutos. Em uma hora, por qual número a população fica multiplicada?

Como 1 hora tem 60 minutos, temos:

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = \underbrace{3}_{\text{3 períodos}} \cdot (20 \text{ min})$$

Como em cada período de 20 minutos a população dobra, para encontrar por qual número a população fica multiplicada em 1 hora, podemos pensar da seguinte maneira:

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{3 períodos}} = 8$$

Portanto, a população dessas bactérias fica multiplicada por 8.

Quando efetuamos uma multiplicação de fatores iguais, estamos realizando uma **potenciação**.

Podemos representar a multiplicação $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ por:

$$\underset{\text{base}}{2}^{\overset{\text{expoente}}{3}} = \underset{\text{potência}}{\mathbf{8}}$$

A base é o fator que se repete, o expoente indica o número de vezes que a base se repete e a potência é o resultado da operação.

Leitura de potências

Veja como lemos algumas potências:

- 13^2: treze elevado à segunda potência.
- 1^3: um elevado à terceira potência.
- 6^5: seis elevado à quinta potência.
- 11^7: onze elevado à sétima potência.
- 18^{10}: dezoito elevado à décima potência.

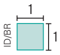
As potências com expoente dois e três podem ser lidas de um outro modo. Acompanhe.

Leitura de potências com expoente 2

As potências com expoente 2 podem ser representadas geometricamente por um quadrado, por isso, em vez de ler "... elevado à segunda potência", podemos ler "... elevado ao quadrado".

Exemplos

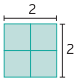
A. 1^2: um elevado ao quadrado ou um ao quadrado.



ID/BR

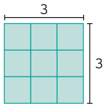
$1 \cdot 1 = 1^2 = 1$

B. 2^2: dois elevado ao quadrado ou dois ao quadrado.



$2 \cdot 2 = 2^2 = 4$

C. 3^2: três elevado ao quadrado ou três ao quadrado.



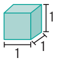
$3 \cdot 3 = 3^2 = 9$

Leitura de potências com expoente 3

As potências com expoente 3 podem ser representadas geometricamente por um cubo, por isso, em vez de ler "... elevado à terceira potência", podemos ler "... elevado ao cubo".

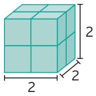
Exemplos

A. 1^3: um elevado ao cubo ou um ao cubo.



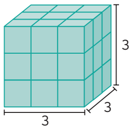
$1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^3 = 1$

B. 2^3: dois elevado ao cubo ou dois ao cubo.



$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$

C. 3^3: três elevado ao cubo ou três ao cubo.



Ilustrações: ID/BR

$3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$

Potências de expoente 1

Potências cuja base é um número natural e o expoente é 1 têm resultado igual à própria base.

Exemplos

A. $14^1 = 14$

B. $132^1 = 132$

Potências de expoente zero

Potências cuja base é um número natural diferente de zero e o expoente é zero têm resultado igual a 1.

Exemplos

A. $6^0 = 1$

B. $201^0 = 1$

sm

DE OLHO NA BASE

Relacionar as potências de expoente 2 com quadrados e as de expoente 3 com cubos contribui para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 3**, ao compreender as relações entre os conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, no caso, Álgebra e Geometria.

- É importante que os estudantes compreendam as potências de base 10, uma vez que elas serão extremamente importantes para o estudo de notação científica, entre outros assuntos.
- Verifique se, ao observar as potências de base 10 apresentadas, os estudantes percebem que existe uma relação entre o número no expoente e a quantidade de zeros da potência. Espera-se que eles notem que a quantidade de zeros é igual ao número do expoente.
- O estudo das potências de base 10 proporciona situações de aprendizagem que desenvolvem noções de pensamento computacional (identificação de padrões), mobilizando diferentes processos cognitivos, à medida que os estudantes analisam e comparam o expoente com a quantidade de zeros na potência.

Potências de base 10

Observe a seguir algumas potências de base 10.

$10^0 = 1$

$10^1 = 10$

$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$

$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$

$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$

Você consegue perceber alguma relação entre o número do expoente e a quantidade de zeros na potência? **Resposta pessoal.**

As potências nas quais a base é 10 e o expoente é um número natural são iguais a um número formado pelo algarismo 1 seguido pela quantidade de zeros correspondente ao expoente. Por exemplo, a potência 10^6 é o número formado pelo algarismo 1 seguido de 6 zeros:

$$10^6 = 1\,000\,000$$

As potências de base 10 são utilizadas com frequência para facilitar a representação de números com muitos algarismos. Por exemplo, o número 220 000 pode ser representado como $22 \cdot 10^4$.

Representações de um número natural

Você já sabe representar um número natural de diferentes maneiras. Uma delas é a decomposição em ordens. Veja, por exemplo, o caso do número 210.

$$210 = 200 + 10$$

Agora, veja outra maneira de representar esse número natural: usando a decomposição em potências de base 10.

$$210 = 200 + 10 = 2 \cdot 100 + 1 \cdot 10 = 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1$$

Exemplo

$4\,321 = 4\,000 + 300 + 20 + 1 = 4 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1 =$
$= 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1$

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

53. Represente na forma de potência as multiplicações a seguir.

a) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ **9^5**

b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ **10^8**

54. Escreva no caderno as multiplicações correspondentes a cada potência.

a) 3^5 b) 9^4 c) 7^6 d) 13^3

54. a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
b) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$
c) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
d) $13 \cdot 13 \cdot 13$

55. Escreva como cada potência é lida.

a) 4^2 b) 10^3 c) 3^4 d) 11^5

56. Calcule o valor de cada potência.

a) 2^0 **1** b) 3^2 **9** c) 9^3 **729** d) 8^1 **8**

57. Represente com números as potências descritas e calcule o valor de cada uma.

a) Base 4 e expoente 3. **$4^3 = 64$**

b) Base 1 e expoente 10. **$1^{10} = 1$**

58. Represente a potência correspondente e calcule seu valor.

a) Sete elevado à quarta potência. **$7^4 = 2\,401$**

b) Zero elevado à quinta potência. **$0^5 = 0$**

59. Escreva como potência de base 10 cada número representado a seguir.

a) 100 000 000 **10^8**

b) 1 000 000 000 **10^9**

55. a) Quatro elevado à segunda potência, ou quatro elevado ao quadrado, ou quatro ao quadrado.
b) Dez elevado à terceira potência, ou dez elevado ao cubo, ou dez ao cubo.
c) Três elevado à quarta potência.
d) Onze elevado à quinta potência.

Raiz quadrada de um número natural

Encontrar um número natural que multiplicado por ele mesmo resulte em 81, por exemplo, é calcular a raiz quadrada de 81. Indicamos a raiz quadrada de 81 do seguinte modo: $\sqrt{81}$. Então:

$$\sqrt{81} = 9, \text{ pois } 9 \cdot 9 = 81.$$

Lemos $\sqrt{81} = 9$ da seguinte maneira: raiz quadrada de oitenta e um é igual a nove.

Exemplos

A. A raiz quadrada de 4 é igual a 2, pois $2 \cdot 2 = 4$ ou $2^2 = 4$.
Indicamos $\sqrt{4} = 2$.

B. A raiz quadrada de 36 é igual a 6, pois $6 \cdot 6 = 36$ ou $6^2 = 36$.
Indicamos $\sqrt{36} = 6$.

C. A raiz quadrada de 64 é igual a 8, pois $8 \cdot 8 = 64$ ou $8^2 = 64$.
Indicamos $\sqrt{64} = 8$.

Quadrados perfeitos

Um número natural é denominado quadrado perfeito quando sua raiz quadrada é um número natural.

Exemplos

A. 25 é um quadrado perfeito, pois $\sqrt{25} = 5$ e 5 é um número natural.

B. 100 é um quadrado perfeito, pois $\sqrt{100} = 10$ e 10 é um número natural.

C. 144 é um quadrado perfeito, pois $\sqrt{144} = 12$ e 12 é um número natural.

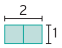
Para determinar geometricamente se um número é um quadrado perfeito, consideramos uma quantidade de quadradinhos do mesmo tamanho (🟩) correspondente ao número e verificamos se é possível construir uma região plana quadrada com esses quadradinhos.

Exemplos

A. Vamos verificar se o número 1 é um quadrado perfeito.
Usando apenas 1 quadradinho, temos:

Então, o número 1 é um quadrado perfeito.
Logo, $\sqrt{1} = 1$.

B. Vamos verificar se o número 2 é um quadrado perfeito.
Usando 2 quadradinhos, temos:



Ilustrações: ID/BR

Como não conseguimos formar uma região plana quadrada, o número 2 não é um quadrado perfeito.

RAIZ QUADRADA DE UM NÚMERO NATURAL

- Iniciamos o estudo da radiciação por meio da raiz quadrada. Para que os estudantes compreendam o que é uma raiz quadrada, utilizamos a ideia de operação inversa da potenciação.
- Pergunte aos estudantes se todo número natural tem uma raiz quadrada. Verifique se eles conseguem perceber que nem todo número natural tem raiz quadrada. Faça alguns questionamentos, como: Qual é a raiz quadrada de 4? Espera-se que eles respondam que é o número 2. Se isso não acontecer, mostre a eles que $2 \cdot 2 = 4$, então $\sqrt{4} = 2$. Qual é a raiz quadrada de 5? Espera-se que os estudantes percebam que não existe um número natural que, multiplicado por ele mesmo, resulte em 5.
- Peça aos estudantes que façam uma lista com alguns números quadrados perfeitos. Por exemplo:

$1 \cdot 1 = 1$
$2 \cdot 2 = 4$
$3 \cdot 3 = 9$
$4 \cdot 4 = 16$
$5 \cdot 5 = 25$
$6 \cdot 6 = 36$
$7 \cdot 7 = 49$
$8 \cdot 8 = 64$
$9 \cdot 9 = 81$
$10 \cdot 10 = 100$

OUTRAS FONTES

LIMA, E. L. As várias maneiras de se extrair uma raiz quadrada. *Revista do Professor de Matemática*, n. 21, 1992.

Nesse artigo, o professor Elon Lages Lima explica alguns algoritmos de extração de raiz quadrada de maneira fácil e clara.

LÍVIO, M. *Razão áurea*. 2. ed. Rio de Janeiro: Record, 2006.

A razão áurea está presente na natureza, na arquitetura, na pintura e na música e traz elementos de beleza. Nesse livro, o autor explica o motivo pelo qual essa razão é relacionada à harmonia nos vários sentidos da palavra.

MELLO, J. L. P. Raiz quadrada sem contas ou calculadora. *In*: HELLMEISTER, A. C. P. *et al.* *Explorando o ensino da matemática*: atividades. Brasília: MEC/SEB, 2004. v. 2. p. 90-92.

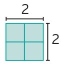
Nesse artigo, o autor apresenta práticas pedagógicas interessantes para trabalhar a raiz quadrada em sala de aula.

- Explorar a ideia da formação de um quadrado com quadradinhos menores, como nos exemplos apresentados, provavelmente auxiliará os estudantes a compreender o que é uma raiz exata e como calculá-la e a ideia de quadrado perfeito.
- Se considerar oportuno, discuta com os estudantes o motivo pelo qual há diversos números que não são quadrados perfeitos.
- Na atividade **63**, peça aos estudantes que expliquem como pensaram para verificar se as afirmações são verdadeiras ou falsas. Esse questionamento é importante para que eles aprendam a organizar e a expressar o raciocínio deles.
- Solicite aos estudantes que comentem como pensaram para realizar o item **b** da atividade **64** e compartilhe com a turma as estratégias apresentadas.

C. Vamos verificar se o número 3 é um quadrado perfeito.
Usando 3 quadradinhos, temos:

Como não conseguimos formar uma região plana quadrada, o número 3 não é um quadrado perfeito.

D. Vamos verificar se o número 4 é um quadrado perfeito.
Usando 4 quadradinhos, temos:



Ilustrações: ID/BR

Observe que, usando 4 quadradinhos, conseguimos formar uma região plana quadrada de lado 2. Então, o número 4 é um quadrado perfeito.
Logo, $\sqrt{4} = 2$.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

60. Calcule o valor de cada raiz quadrada.

a) $\sqrt{36}$ **6**
b) $\sqrt{64}$ **8**
c) $\sqrt{121}$ **11**
d) $\sqrt{0}$ **0**
e) $\sqrt{144}$ **12**
f) $\sqrt{100}$ **10**
g) $\sqrt{225}$ **15**
h) $\sqrt{1}$ **1**
i) $\sqrt{196}$ **14**
j) $\sqrt{9}$ **3**

61. A raiz quadrada de um número é 18. Determine esse número. **324**

62. O quadrado de um número natural é 36. Que número é esse? **6**

63. Classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa. Justifique suas respostas.

a) Se $\sqrt{100} = 10$ e $\sqrt{225} = 15$, então, o número que elevado ao quadrado é igual a 196 está entre 10 e 15. **Verdadeira.**

b) A raiz quadrada de um número é 19. Então, esse número está entre 324 e 400. **Verdadeira.**

c) Saber que $\sqrt{400} = 20$ e que $\sqrt{625} = 25$ não ajuda na determinação de $\sqrt{529}$. **Falsa.**

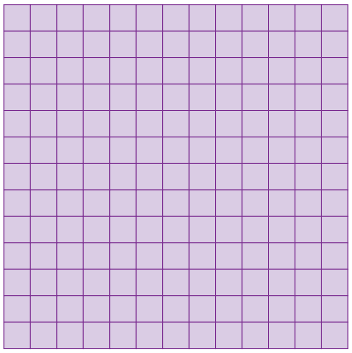
d) O quadrado de um número natural é 441. Então, esse número é ímpar. **Verdadeira.**

e) Se $\sqrt{54\,756} = 234$ e $\sqrt{55\,696} = 236$, então, o número que elevado ao quadrado é igual a 55 225 está entre 234 e 236. **Verdadeira.**

f) A raiz quadrada de um número é igual a 108. Então, esse número está entre 10 000 e 11 025. **Falsa.**

g) O quadrado de um número natural é igual a 43 681. Esse número natural é par. **Falsa.**

64. Observe a figura e, depois, faça o que se pede.



ID/BR

a) Quantos 🟪 há nessa figura? **169** 🟦

b) Apenas por meio da observação da figura, sem fazer contas, determine a raiz quadrada do número obtido no item anterior. **13**

Expressões numéricas

Expressões que envolvem números e operações são chamadas de expressões numéricas.

Para encontrar o resultado de uma expressão numérica, efetuamos as operações indicadas de acordo com a seguinte ordem de resolução:

- potenciação e raiz quadrada na ordem em que aparecem;
- multiplicação e divisão na ordem em que aparecem;
- adição e subtração na ordem em que aparecem.

Nas expressões numéricas que apresentam parênteses (“**( )**”), colchetes (“**[ ]**”) e/ou chaves (“**{ }**”), efetuamos primeiro as operações que estão entre parênteses, depois as que estão entre colchetes e, por último, as que estão entre chaves. Quando não houver mais nenhum sinal de associação (parênteses, colchetes ou chaves), efetuamos as operações seguindo as regras anteriores.

Exemplos

A. Marcos comprou 2 canetas por 3 reais cada uma e 4 lápis por 1 real cada um. Para pagar por esses produtos, ele usou uma cédula de 20 reais. Quanto Marcos recebeu de troco?

Para calcular o troco de Marcos, escrevemos a expressão numérica que representa essa situação e, depois, a resolvemos.

$$\overbrace{20}^{\text{valor que Marcos deu para pagar a compra}} - (\underbrace{2 \cdot 3}_{\text{valor das 2 canetas}} + \underbrace{4 \cdot 1}_{\text{valor dos 4 lápis}}) = 20 - (6 + 4) = 20 - 10 = 10$$

Logo, Marcos recebeu 10 reais de troco.

B. Vamos resolver a expressão $\{1 + 2 \cdot [4 + 3 \cdot (40 - 5^2) - \sqrt{25}]\} \cdot 2^2 - 70$

$$\{1 + 2 \cdot [4 + 3 \cdot (40 - 5^2) - \sqrt{25}]\} \cdot 2^2 - 70 =$$

$$= \{1 + 2 \cdot [4 + 3 \cdot (40 - 25) - 5]\} \cdot 4 - 70 =$$

$$= \{1 + 2 \cdot [4 + 3 \cdot 15 - 5]\} \cdot 4 - 70 =$$

$$= \{1 + 2 \cdot [4 + 45 - 5]\} \cdot 4 - 70 =$$

$$= \{1 + 2 \cdot 44\} \cdot 4 - 70 =$$

$$= \{1 + 88\} \cdot 4 - 70 =$$

$$= 89 \cdot 4 - 70 = 356 - 70 = 286$$

ATIVIDADE

Responda sempre no caderno.

65. Identifique quais expressões apresentam valores iguais. **a e b; c e e; d e f.**

a) $1 + 752 - 5^2 + 9^1 - 2^3$ **729**

b) $\sqrt{196} + 699 - 3^2 + 5^2$ **729**

c) $12^2 + 251 - 9^2 + 7^2 - 80^1 - 163$ **120**

d) $5^3 + 2 \cdot (52 - 15) + 3^2 : 12^0 + \sqrt{49}$ **215**

e) $4^4 - (172 - 8^2 + 3^3 + 1^0)$ **120**

f) $4^3 + 3 + (88 : 2^2 - 3) \cdot 10^1 - 42$ **215**

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

- Verifique se os estudantes compreenderam as regras que devem ser seguidas para calcular o resultado de uma expressão numérica. Proponha alguns exemplos na lousa para que eles calculem no caderno e observe se ainda há alguma dúvida.
- No exemplo **A**, os estudantes devem perceber que é preciso primeiro descobrir quanto Marcos pagou pelas canetas e pelos lápis para depois adicionar os dois valores e somente então subtrair de 20. Espera-se que assim eles compreendam por que é necessário realizar as operações de multiplicação antes das adições e das subtrações.
- Na atividade **65**, antes de descobrir as expressões que resultam no mesmo valor, os estudantes devem resolver cada uma delas e, depois, comparar os resultados obtidos; então, formar os pares. Oriente-os a realizar o passo a passo nas resoluções.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS NA CALCULADORA

- O uso de tecnologias é importante na vida cotidiana e por isso torna-se indispensável incentivar os estudantes a usá-las de diversas maneiras. Nessas atividades, por exemplo, o uso da calculadora pode ser explorado para uma revisão do significado das operações trabalhadas nesta unidade. A calculadora deve ser vista como uma ferramenta que auxilia os estudantes a realizar os cálculos propostos.
- Na atividade **67**, incentive os estudantes a compartilhar as estratégias entre si. Essa conversa é importante para que eles ampliem o repertório de estratégias e reflitam sobre as diferentes maneiras para se alcançar um mesmo objetivo.
- Para determinar o resultado das expressões numéricas sem usar as teclas que estão quebradas, é necessário reescrever, como uma expressão numérica, os números que têm os algarismos 0, 1, 4 e 7, correspondentes às teclas que não podem ser utilizadas.

DE OLHO NA BASE

Aprender a usar a calculadora possibilita aos estudantes que explorem a resolução de problemas que envolvam cálculos por meio de estratégias variadas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03**.

Operações com números naturais na calculadora

Acompanhe alguns exemplos de como efetuar operações com números naturais em uma calculadora simples.

Exemplos

A. Para calcular a potência 9^4, apertamos as teclas:

9 × 9 × 9 × 9 = ou 9 × = = =

Ilustrações: ID/BR

No visor aparecerá:

6 561

B. Para calcular a raiz quadrada de 961, apertamos as teclas:

9 6 1 √

No visor aparecerá:

31

Agora, acompanhe como resolver a expressão 37 · 62 − 14 · 36 usando uma calculadora. Apertamos as seguintes teclas:

3 7 × 6 2 M+ 1 4 × 3 6 = M- MR

No visor aparecerá:

1790

Você percebeu que, para resolver essa expressão, utilizamos três teclas que não indicam números, operações nem o sinal de igual? Veja o que cada uma delas significa.

M+ : Armazena na memória da calculadora o número digitado ou adiciona o número digitado ao número que já está guardado na memória.

M- : Subtrai do número guardado na memória da calculadora o número digitado.

MR : Mostra o número que está guardado na memória da calculadora.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

66. Resolva as expressões numéricas a seguir usando uma calculadora simples.

a) 2 · (62 − 32 + 4) − 48 : 6 + 6 **66**

b) 23 + (59 + 1) : 3 − 15 + 11 · 4 **72**

c) 512 − $\sqrt{361}$ + (12 + 63 + 11) : 2 **536**

d) $3^2 \cdot \sqrt{100} - 4^2 - 10 : 5 - (6^2 - 4^2) + 1$ **53**

67. Como você faria para obter o resultado dos itens a seguir em uma calculadora se as teclas 0, 1, 4 e 7 estivessem quebradas? Qual é o resultado em cada item?
Resposta pessoal.

a) 7 + 20 + 23 **50**

b) 0 + 34 + 19 + 16 + 3 **72**

c) 580 − 350 − 2 **228**

d) 9 600 − 530 **9 070**

e) 120 + 15 − 80 + 5 **60**

f) 1 230 − 68 − 2 **1 160**

OUTRAS FONTES

Ponte, J. P. A calculadora e o processo de ensino-aprendizagem. *Revista Educação e Matemática*, Lisboa, n. 11, p. 1-2, jul./set. 1989.

Nesse artigo, o autor trata do uso da calculadora pelo estudante para que ele desenvolva os conceitos matemáticos.

Selva, A. C. V. S.; Borba, R. E. S. R. *O uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental.* Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

Nessa obra, as autoras apresentam a contribuição do uso da calculadora no aprendizado de conceitos matemáticos. São discutidos resultados de pesquisa a respeito do assunto.

Silva, A. V. Calculadoras na educação matemática: contributos para uma reflexão. *Revista Educação e Matemática*, Lisboa, n. 11, p. 3-6, jul./set. 1989.

Esse artigo apresenta uma reflexão sobre os possíveis usos da calculadora em sala de aula.

DIVERSIFICANDO

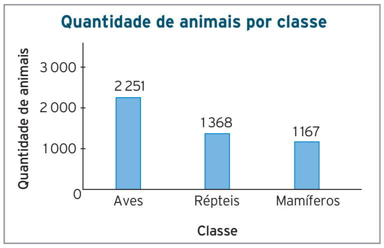
6. $a = 37$ e $b = 1$, $a = 74$ e $b = 2$, $a = 111$ e $b = 3$ e assim por diante.

Responda sempre no caderno.

6. c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que a quantidade de combinações possíveis não vai mudar.

1. Em uma visita a uma reserva ecológica, pesquisadores fizeram o levantamento da quantidade de aves, répteis e mamíferos que habitavam o local e registraram os dados coletados no gráfico a seguir.

Quantidade de animais por classe



Dados obtidos pelos pesquisadores.

Na segunda visita, os pesquisadores registraram aumento na quantidade desses animais. Veja esse aumento na tabela.

Aumento dos animais de cada classe em relação à primeira visita

Classe	Aves	Répteis	Mamíferos
Aumento dos animais	1 375	654	958

Dados obtidos pelos pesquisadores.

a) Determine qual era a quantidade de aves, répteis e mamíferos nessa reserva na segunda visita dos pesquisadores. **Aves: 3 626; répteis: 2 022; mamíferos: 2 125.**

b) Calcule de quanto foi o aumento do número de animais da primeira visita dos pesquisadores para a segunda. **2 987 animais.**

c) Depois da segunda visita, quantas aves a mais que mamíferos a reserva tinha? **1 501 aves.**

d) Depois da segunda visita, há mais mamíferos ou répteis nessa reserva? **Mamíferos.**

2. Em um estacionamento, há 102 carros e 65 motos. Quantas rodas há no total? **538 rodas.**

3. Todos os dias, Tânia caminha 20 metros a menos que no dia anterior e corre 100 metros a mais. Hoje ela caminhou 360 metros e correu 40 metros.

a) Quantos metros Tânia vai correr daqui a 7 dias? **740 metros.**

b) Daqui a quantos dias ela apenas correrá? **Daqui a 18 dias.**

4. Para numerar as páginas de um livro, foram escritos 61 algarismos. Se a numeração das páginas desse livro começa com 1 (na página 1 do livro), quantas páginas o livro tem? **35 páginas.**

5. Reúna-se com dois colegas para fazer o que se pede.

a) Cada um deve encontrar dois números naturais em que um pode ser dividido pelo outro para obter resultado 20.

b) Compare os números que você obteve no item anterior com os números obtidos pelos colegas. Eles são iguais? **Resposta pessoal.**

c) Existem mais opções de números naturais para essa divisão? **Sim, existem infinitas opções.**

6. Identifique os possíveis valores naturais de *a* e *b*, com *b* diferente de 0, para que tenhamos a divisão exata $a : b = 37$.

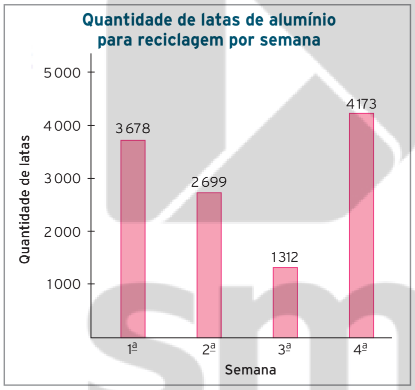
a) Compare os valores de *a* e *b* que você obteve com os dos colegas. Eles são iguais? **Resposta pessoal.**

b) Quantos valores de *a* e *b* você acredita que possam existir para essa divisão? **Há infinitas combinações para *a* e *b*.**

c) Se mudarmos o quociente, você acredita que a quantidade de valores de *a* e *b* vai mudar também? Justifique sua resposta.

7. Elabore um problema com os dados apresentados no gráfico a seguir.

Quantidade de latas de alumínio para reciclagem por semana



Ilustrações: ID/BR

Dados obtidos pelos estudantes do Colégio Sabidos.

Agora, peça a um colega que resolva o problema que você criou. **Resposta pessoal.**

5. a) Respostas possíveis: 20 e 1, 40 e 2, 60 e 3, 80 e 4 e assim por diante.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **2**, discuta com os estudantes a quantidade de rodas que existe em cada carro e em cada moto. Depois, deixe que elaborem a estratégia de resolução.
- Na atividade **4**, uma sugestão é organizar as páginas por etapas:
  - páginas de 1 a 9: 9 algarismos;
  - páginas de 10 a 19: 20 algarismos;
  - páginas de 20 a 29: 20 algarismos;
  - total: 49 algarismos.

  Faltam 12 algarismos, então:
  - páginas 30 a 35: 12 algarismos

  Assim, o livro tem 35 páginas.
- Na atividade **5**, o objetivo de reunir os estudantes em trios é incentivar a troca de ideias entre eles para que conheçam outras estratégias e esclareçam dúvidas que podem ser comuns aos demais. Discutir com os estudantes as resoluções das situações-problema ou de uma atividade facilita a avaliação e contribui para o aprendizado deles.

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nesta seção possibilitam aos estudantes resolver, por meio de estratégias variadas, problemas que envolvem cálculos com números naturais, compreendendo os processos envolvidos neles, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03**.

Além disso, a atividade **7** possibilita aos estudantes desenvolver a habilidade **EF06MA03**, ao elaborar um problema que envolve cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados).

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Nas atividades **1** e **7**, ler e interpretar corretamente gráficos e tabelas é fundamental para que os estudantes consigam resolver e elaborar as situações-problema apresentadas.

Antes de iniciar a resolução da atividade **1**, converse com os estudantes sobre os dados apresentados no gráfico (título, eixos, fonte) e na tabela (título e fonte). Verifique se eles compreendem que a tabela complementa as informações obtidas por meio da leitura do gráfico e se percebem que há dois momentos de coleta das informações.

Na atividade **7**, para elaborar o problema, é necessário criar uma situação coerente de acordo com o gráfico apresentado. Há diversas possibilidades de resposta. Discuta com os estudantes os problemas que eles elaboraram e valorize as ideias apresentadas por eles. Aproveite esse momento para esclarecer algumas dúvidas acerca de interpretação de gráficos que eles ainda tenham.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nesta seção, o significado do dinheiro é explorado com o intuito de propiciar um momento em que os estudantes compreendam o que é dinheiro, sua origem e importância, além de favorecer a sua formação para a cidadania e desenvolver atributos relacionados ao valor honestidade.
- Para iniciar a explicação do conceito de dinheiro, é apresentada a ideia do escambo. Se considerar pertinente, aproveite o momento para discutir um pouco com os estudantes como funcionava esse sistema de troca antigamente e onde ele pode ser encontrado ainda hoje.
- As discussões realizadas nessa seção permitem aos estudantes utilizar habilidades como comunicação, argumentação, participação e reflexão, uma vez que eles podem relacionar experiências do cotidiano para, por exemplo, explicar o que são transações comerciais. Essas atividades apresentam a metodologia ativa de aprendizagem com base em problemas.
- Aproveite a leitura do texto para questionar os estudantes sobre o dinheiro real e o virtual. Para que essa relação seja mais bem compreendida, pergunte a eles: Quando uma pessoa paga uma conta de energia elétrica ou compra um livro pela internet, ela utiliza cédulas ou moedas?; Essa pessoa certamente precisa de dinheiro para pagar, mas essa situação não faz parecer que o dinheiro é virtual?; Quando alguém de sua família recebe o salário, ele vem em um envelope com cédulas de dinheiro ou o dinheiro é transferido para uma conta salário? Esclareça aos estudantes que, quando uma pessoa compra comida no supermercado e paga com cartão de débito ou de crédito, ela está usando dinheiro de maneira virtual, sem qualquer papel ou metal, e questione-os se já tinham pensado nessa situação.
- Se possível, aproveite o momento para conversar com os estudantes sobre o PIX, que é uma forma de pagamento instantâneo, lançada em 2020.

AMPLIANDO HORIZONTES

O que é dinheiro?

O dinheiro é um meio de troca diferente do escambo (troca de mercadorias por outras – por exemplo, galinha por arroz, madeira por espelho, etc.), pois ele tem equivalência de valor, o que facilita a avaliação e o cálculo. O dinheiro, da forma que conhecemos hoje, permite que as transações econômicas sejam realizadas durante longos períodos de tempo e em longas distâncias geográficas.

Equivalência de valor significa criar uma referência, a partir da qual atribuímos um valor para cada produto ou serviço. Assim, todos os preços são cotados com base nessa referência, que, no Brasil, é o real.

Para desempenhar essa função, o dinheiro tem de estar disponível e ser durável, portátil e confiável. Para que isso seja possível, existe uma ideia central na qual a produção do dinheiro se baseia: a confiança registrada. Assim, não é atribuída grande importância ao material com que o dinheiro é feito, mas é necessário que as pessoas que utilizam o dinheiro reconheçam o valor acordado e registrado. Se isso é respeitado, o dinheiro cumpre seu papel.

Em todo sistema monetário forte, é preciso de uma moeda que seja confiável, impressa com padrões de segurança para inibir as falsificações. Para isso, o Brasil dispõe da Casa da Moeda, que, em parceria com o Banco Central, tem procurado dotar as cédulas de elementos de segurança cada vez mais modernos, que ajudam a evitar a falsificação e contribuem para a segurança da circulação do dinheiro brasileiro.

RESPOSTAS

DE OLHO NA BASE

Ao se reunir em duplas e discutir as questões propostas, os estudantes estão exercitando a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades sem preconceitos de qualquer natureza, desenvolvendo a **competência geral 9**.

1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que na ilustração são apresentados três diferentes tipos de transação comercial: uma semelhante ao escambo, com a proposta de troca de um objeto por outro; uma transação comercial digital, pela internet; e uma situação de compra e venda presencial, mas com o pagamento sendo realizado de forma eletrônica, por meio do uso de cartão eletrônico.
2. Respostas pessoais.
3. Resposta pessoal. A falsificação de dinheiro é ruim para todos, pois o dinheiro perde valor. A insegurança com a situação seria generalizada e afetaria todos os agentes envolvidos nas transações financeiras presentes na sociedade. Incentive os estudantes a perceber que um sistema monetário forte e equilibrado precisa de uma moeda forte e confiável.
4. Resposta pessoal.
5. A marca-d’água, que apresenta o valor da cédula e a imagem do animal; o número escondido, que aparece quando a nota é colocada na posição horizontal, na altura dos olhos; e o alto-relevo, em diversas áreas da frente das cédulas.
6. Os principais motivos são: fácil reconhecimento das cédulas por pessoas cegas ou com baixa visão e prevenção de falsificação monetária por lavagem química (lavar uma cédula de menor valor para imprimir uma cédula de maior valor, aproveitando o mesmo papel).

Para refletir

Responda sempre no caderno.

Reúna-se com um colega para responder às questões a seguir. **Consulte as respostas neste manual.**

1. Quando pensamos em dinheiro, é comum virem à nossa cabeça imagens das cédulas impressas de real ou das moedas. Depois de ler o texto e ver a ilustração, conversem sobre as outras formas como o dinheiro pode ser apresentado na sociedade.
2. Em vez de utilizar o dinheiro, vocês já fizeram trocas para obter um objeto que queriam? Se sim, em que situação? Na opinião de vocês, como é possível estabelecer um valor justo ao trocar objetos?
3. Se as pessoas não confiarem nas cédulas e nas moedas do sistema monetário que utilizam, elas tenderão a não as aceitar, e todo o sistema ficará prejudicado, incluindo indivíduos, empresas, estabelecimentos comerciais, governos e bancos. Sendo assim, por que a falsificação de dinheiro é ruim para a população e para o país?
4. Imaginem que uma pessoa tenha recebido, em um caixa eletrônico, uma cédula de real e percebeu que era falsa. Para se livrar da cédula, ela foi a um supermercado e realizou uma compra. Essa atitude foi honesta? Explique o que vocês fariam se estivessem no lugar dessa pessoa.
5. Pesquisem no *site* do Banco Central do Brasil e listem quais são os principais elementos de segurança utilizados nas novas cédulas impressas pela Casa da Moeda do Brasil para evitar a falsificação. Como esses elementos podem ajudar a identificar se uma cédula é falsa ou não?
6. Atualmente, o tamanho das cédulas da segunda família do real varia de acordo com o valor. Conversem sobre a importância dessa diferença de tamanho.

Leandro Lassmar/ID/BR

- O ambiente escolar deve ser um espaço saudável e colaborativo, no qual a saúde física e mental dos estudantes seja preservada. Para isso, valorize situações em que os estudantes se sintam acolhidos, incentivando o desenvolvimento da empatia e da solidariedade.
- A Educação Financeira tem um papel importante nas situações-problema que envolvem o uso do dinheiro e que visam aproximar teoria e prática, desenvolvendo a capacidade dos estudantes de gerir as próprias finanças. Além disso, permitem a eles que se sintam participantes da sociedade ao se depararem com uma situação real de compra e venda com os pais ou responsáveis, colaborando para o aumento da autonomia e da autoestima deles nesses momentos.

DE OLHO NA BASE

Essa seção contribui para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 3**, permitindo que os estudantes sintam segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Honestidade

O valor honestidade pode ser explorado ao abordar a questão da confiança entre credor e devedor, bem como a da falsificação de dinheiro. Converse com os estudantes e deixe que eles citem as possíveis implicações da falsificação de dinheiro para a sociedade. Comente que a falsificação e o repasse de dinheiro falso são crimes contra a ordem financeira e que, se uma pessoa recebe uma cédula falsificada sem ter conhecimento, ela não está cometendo um crime, e sim sendo vítima desse infrator. Se a pessoa perceber, porém, que a cédula é falsa e ainda assim a repassa, então ela está cometendo um crime. Caso a nota tenha sido sacada em um caixa eletrônico, a recomendação do Banco Central do Brasil é que o cidadão converse com o gerente da agência onde a nota foi recebida para que ele faça a substituição da cédula falsa.

OUTRAS FONTES

Cédulas e moedas da segunda família do real. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/novasnotas/nota-2-reais.html. Acesso em: 10 fev. 2022.

Nesse *link*, é possível observar os elementos que conferem segurança a cédulas e moedas.

Tributos: que história é essa? (Série Educação Fiscal e Cidadania). Ministério da Educação. Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action&co_obra=99985. Acesso em: 10 fev. 2022.

Esse vídeo aborda a criação dos tributos sob perspectiva histórica. Além disso, mostra como o dinheiro surgiu, como eram as tributações, para que serviam os impostos e como chegamos ao conceito de educação fiscal ligada à cidadania e à democracia.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nestas páginas, são propostas atividades que retomam os conteúdos trabalhados ao longo da unidade.
- A atividade **12** permite aos estudantes fazer algumas operações para determinar o resultado solicitado. Assim, eles podem compreender a função dos parênteses e a ordem das operações que devem ser realizadas para determinar o resultado de uma expressão.
- Uma possibilidade de resolução para a atividade **16** é partir do resultado e voltar nas "etapas" fazendo operações inversas. Assim, partindo do número 43, subtraímos 10, obtendo 33. Então, dividimos o resultado por 3, obtendo 11, que foi o número em que Flávia pensou.
- Para realizar a atividade **19**, os estudantes podem pensar em multiplicar 16 por 6, o que resulta em 96. Na divisão por 16, o maior resto é 15, então o dividendo é $96 + 15 = 111$. Essa atividade é importante para que eles compreendam a relação fundamental da divisão.
- A atividade **22** contribui para que os estudantes compreendam a ideia de subtração com reserva. O número 10^{100} tem 101 algarismos, isto é, o 1 e os 100 zeros. Ao subtrair 2 003 de 10^{100}, o resultado passa a ter 100 algarismos em razão das trocas a serem realizadas para possibilitar a subtração. Além disso, somente as ordens da unidade e da unidade de milhar serão diferentes de 9 na subtração. Assim, os outros 98 algarismos serão 9. Incentive os estudantes a utilizar a calculadora para observar as regularidades presentes nesse tipo de subtração.

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nessa seção possibilitam aos estudantes resolver, por meio de estratégias variadas, problemas que envolvem cálculos com números naturais, compreendendo os processos envolvidos neles, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03**.

ATIVIDADES INTEGRADAS

1. As turmas do 6º ano da escola em que Ivone estuda estão participando de uma gincana. Cada turma tem 30 minutos para completar três tarefas. A turma do 6º ano A completou a 1ª tarefa em 12 minutos e a 2ª tarefa em 8 minutos. A turma do 6º ano B completou a 1ª tarefa em 9 minutos e a 2ª tarefa em 11 minutos.

a) Quantos minutos cada equipe levou para completar as duas primeiras tarefas? **20 minutos.**

b) Quantos minutos cada equipe tem para completar a 3ª tarefa? **10 minutos.**

2. Um número natural é par quando o algarismo da unidade for 0, 2, 4, 6 ou 8.

a) Calcule a soma do maior número natural par de dois algarismos com o menor número natural par de três algarismos. **198**

b) Efetue a divisão entre o maior número natural par de três algarismos distintos e o menor número natural de dois algarismos iguais. **89, com resto 7.**

3. Maurício foi abastecer seu carro.

Ilustrações: Ana Katharine Frota/ID/BR

Se o carro de Maurício consome 1 litro de gasolina a cada 13 quilômetros rodados e ele gastou R$ 189,00 para abastecê-lo, quantos quilômetros o carro poderá rodar até consumir a quantidade de gasolina colocada? **351 quilômetros.**

4. As idades de Abelardo, Bruna e Rafael são números naturais consecutivos que adicionados resultam em 66. Calcule a idade de cada um deles, sabendo que Rafael tem 22 anos e que Bruna é a mais nova dos três. **Bruna tem 21 anos e Abelardo tem 23 anos.**

5. Determine três números naturais pares maiores que 50 e menores que 60 cuja soma é 162. **52, 54 e 56.**

6. Uma bactéria se duplica a cada dia. Em um laboratório, há uma cultura com 10 dessas bactérias. Em quantos dias haverá mais de 100 bactérias? **Em 5 dias.**

7. Substitua cada ★ pelos sinais <, > ou = para que as sentenças fiquem verdadeiras.

a) $4^2 \overset{>}{\star} \sqrt{196}$

b) $2^3 \overset{<}{\star} \sqrt{100}$

c) $\sqrt{256} \overset{=}{\star} 2^4$

d) $\sqrt{90\,000} \overset{<}{\star} 19^2$

8. Uma papelaria vende os seguintes produtos no atacado:

Joana comprou 3 caixas de lápis de cor, 4 caixas de borrachas e 2 caixas de apontadores. Qual é o total de lápis, borrachas e apontadores que Joana comprou? **36 lápis, 64 borrachas e 30 apontadores.**

9. Algumas telas, como as usadas nos computadores ou nas televisões, são compostas de minúsculas células chamadas *pixels*. Supondo que uma dessas telas tenha formato quadrado e 1 048 576 *pixels*, quantas dessas células estão em cada linha e em cada coluna da tela? **1 024 células.**

10. Marília enviou uma mensagem via correio eletrônico a Pedro e pediu a ele que a encaminhasse a outras pessoas. Pedro encaminhou a mensagem para 10 pessoas, e cada uma delas a encaminhou para outras 10. Quantas mensagens foram enviadas no total? **101 mensagens.**

11. Marco é professor em uma escola. Uma de suas turmas tem 46 estudantes, outra tem 48 estudantes e outra tem 36. No decorrer do ano letivo, 13 estudantes de Marco foram transferidos para outras escolas. Com quantos estudantes o professor Marco encerrou o ano? **Com 117 estudantes.**

12. Copie a expressão a seguir no caderno e insira parênteses para que o resultado seja igual a 23.

$$30 + 10 - 2 - 5 + 10$$

$$\mathbf{30 + 10 - 2 - (5 + 10)}$$

Responda sempre no caderno.

20. Para que a igualdade seja verdadeira, os estudantes devem tirar o palito de fósforo que antecede o X e colocá-lo sobre o símbolo de subtração, tornando-o uma adição. Ficará da seguinte forma: VI + IV = X.

13. Descubra os erros cometidos nos cálculos a seguir e, depois, escreva as expressões no caderno, fazendo as correções necessárias.

a) $(48 - 16) \cdot 18 + 12 =$

$= 48 \cdot 18 - 16 \cdot 18 + 12 =$

$= 48 \cdot 2 \cdot 30 = 2880$

b) $164 - (46 : 2) \cdot 6 =$

$= 164 - 23 \cdot 6 =$

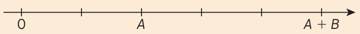
$= 141 \cdot 6 = 846$

a) $(48 - 16) \cdot 18 + 12 =$
$= 48 \cdot 18 - 16 \cdot 18 + 12 =$
$= 864 - 288 + 12 = 588$

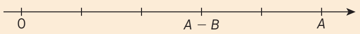
b) $164 - (46 : 2) \cdot 6 =$
$= 164 - 23 \cdot 6 =$
$= 164 - 138 = 26$

14. Copie estas retas numéricas no caderno e determine o valor de *B* em cada item, sabendo que a distância entre duas marcações consecutivas é de uma unidade.

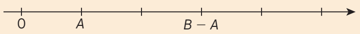
3 a)



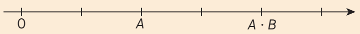
2 b)



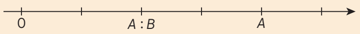
4 c)



2 d)



2 e)



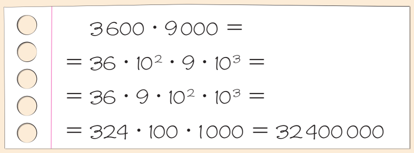
15. Copie as operações a seguir no caderno e substitua cada símbolo por algarismos, de modo que as sentenças sejam verdadeiras.

a) 1♣19 = 69✦ + 3■2 **(0; 7; 2)**

b) 11★4 = 9◆58 − 826◆ **(9; 4; 4)**

16. Flávia pensou em um número, multiplicou-o por 3 e adicionou 10 ao produto obtido. O resultado foi 43. Em que número Flávia pensou? **11**

17. Veja a seguir como João resolveu a multiplicação 3 600 · 9 000.



$3600 \cdot 9000 =$

$= 36 \cdot 10^2 \cdot 9 \cdot 10^3 =$

$= 36 \cdot 9 \cdot 10^2 \cdot 10^3 =$

$= 324 \cdot 100 \cdot 1000 = 32\,400\,000$

a) João acertou o resultado? **Sim.**

b) Qual(is) propriedade(s) da multiplicação ele utilizou? **Propriedade comutativa.**

18. Copie o quadro no caderno e substitua os símbolos por números, de modo que, multiplicando os números das linhas e os números das colunas, o resultado seja sempre 60.

1	15	**4** ◆
6 ▲	2	**5** ♥
10	**2** ●	**3** ■

19. Na divisão de um número por 16, o quociente é igual a 6 e o resto é o maior possível. Qual é o dividendo dessa operação? **111**

20. A sentença a seguir é falsa e foi escrita usando números romanos.

Ilustrações: ID/BR

Com um colega, pense em como tornar a sentença verdadeira alterando a posição de um único palito.

21. Escreva no caderno a alternativa que responde corretamente à atividade a seguir.

(CMPA-RS) Um auditório possui 23 filas, com 25 assentos em cada uma delas, e uma fila com 20 assentos. Se uma fila com 25 assentos rende R$ 1 250,00, a renda total, em reais, do auditório lotado, é igual a: **Alternativa e.**

a) 28 750.
c) 29 000.
e) 29 750.
b) 30 000.
d) 31 250.

22. Registre no caderno a alternativa correta.

(OBM) O número de vezes que o algarismo 9 aparece no resultado da operação $10^{100} - 2003$ é: **Alternativa c.**

a) 87.
c) 98.
e) 100.
b) 88.
d) 99.

23. Reúna-se com um colega para resolver a atividade a seguir. Depois, registrem no caderno a alternativa correta.

(OBM) O número 1000...02 tem 20 zeros. A soma dos algarismos do número que obtemos como quociente quando dividimos esse número por 3 é: **Alternativa d.**

a) 37.
c) 60.
e) 90.
b) 57.
d) 64.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Ao resolver um problema, é comum os estudantes terem dificuldade na interpretação do enunciado e na organização dos dados, pois tentam resolvê-lo de imediato, muitas vezes sem compreender o que estão calculando. Para auxiliá-los a desenvolver uma estratégia de resolução, peça que façam uma leitura inicial para identificar os dados do problema e o que se pretende descobrir.

Em algumas situações-problema, há dados que devem ser obtidos pela leitura de imagens – por exemplo, o preço do litro da gasolina, na atividade **3**, e a quantidade por caixa de cada item de papelaria que Joana comprou, na atividade **8**.

Desenvolver hábitos, como o de ler e organizar os dados, e o espírito crítico por meio da análise do resultado obtido nos cálculos e da verificação da resposta encontrada é fundamental para resolver problemas de maneira efetiva.

Muitas vezes, há diferentes estratégias de resolução para um mesmo problema. Discuta com os estudantes as diferentes maneiras de resolver um mesmo problema partindo das ideias que eles apresentem. Peça que expliquem como pensaram para resolver determinado problema. Esse exercício de reflexão e argumentação desenvolve a **competência específica de Matemática 2**.

AUTOAVALIAÇÃO

Proponha aos estudantes as questões a seguir para que façam uma autoavaliação.

- Compreendi por que houve a necessidade de criar um sistema de numeração?
- Sei ler e escrever os números do sistema decimal?
- Identifico o valor posicional de um algarismo em um número natural?
- Sei representar os números naturais na reta numérica?
- Aprendi a comparar e a ordenar os números naturais?
- Consigo realizar operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada) com números naturais?
- Sei reconhecer as propriedades das operações com números naturais?
- Aprendi a fazer arredondamentos e estimativas?
- Sei determinar o resultado de uma expressão numérica?
- Procurei conversar com os colegas ou o professor para sanar minhas dúvidas?
- Ampliei meus conhecimentos de Matemática?

UNIDADE 2

GEOMETRIA

NESTA UNIDADE...

Competências gerais
2, 4 e 9.

Competências específicas de Matemática
1, 2, 7 e 8.

Temas Contemporâneos Transversais
Economia, Cidadania e Civismo e Multiculturalismo.

Habilidades

(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.

(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

SOBRE A UNIDADE

Nesta unidade, apresentam-se as noções primitivas da Geometria (ponto, reta e plano), os conceitos de semirretas e segmentos de reta, e as ideias de ângulos e suas classificações. De maneira contextualizada, são introduzidas as posições relativas entre as retas e, por fim, dá-se início ao estudo de figuras geométricas planas e não planas.

Com base no conceito de polígono, são apresentados os elementos vértice, lado, diagonal e ângulo interno. É feito um estudo ampliado dos triângulos, mostrando a classificação quanto à medida dos lados e aos ângulos, e dos quadriláteros, estabelecendo relações de inclusão e intersecção entre suas classes.

Apresentam-se os poliedros, sua nomenclatura, seus elementos e suas planificações, e diferenciam-se prismas de pirâmides. A relação de Euler é apresentada por meio de exemplos, para que os estudantes percebam a relação entre os elementos dos poliedros convexos.

Ao final, como exemplos de figuras geométricas não planas e não poliédricas, a unidade traz o cilindro e o cone e suas planificações e elementos principais. Por fim, aborda-se a esfera e seus elementos.

RESPOSTAS

1. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes identifiquem algumas figuras geométricas como quadrados, triângulos e retângulos. Incentive-os a observar os símbolos presentes nas máscaras das crianças. Caso eles encontrem dificuldade em mencionar os elementos que dão a ideia de ponto, de reta e de plano, peça a eles que apontem para esses recursos na imagem. É importante analisar as respostas dos estudantes e pedir a eles que as justifiquem. Verifique se as justificativas têm coerência, levantando, desse modo, os conhecimentos prévios que eles têm de ponto, reta e plano para estabelecer o ponto de partida dos estudos sobre esse assunto.
2. Respostas pessoais. Nesse momento, os estudantes podem utilizar uma linguagem

PRIMEIRAS IDEIAS

Leia o texto a seguir.

Desde março de 2020, milhares de brasileiros de todas as idades, etnias, crenças e classes sociais perderam suas vidas para um mesmo inimigo: a covid-19.
"Coexistência" é um trabalho que representa as diversas manifestações de fé da humanidade em uma única oração: em memória aos que se foram, que haja paz entre os que ficam. Inaugurado em 2021, este é um Memorial da Fé em honra a todas as vítimas da covid-19.

Texto extraído do *instagram* de Eduardo Kobra. Disponível em: https://www.instagram.com/p/CPI1Om_l4Ef/. Acesso em: 23 mar. 2022.

1. Você consegue perceber como a Geometria está presente nessa obra? Há elementos que lembram figuras geométricas e que dão a ideia de ponto, de reta e de plano? Comente.
2. Você consegue identificar alguns ângulos na imagem? Você se lembra de como medir e de como nomear um ângulo?
3. Quais símbolos religiosos representados no painel você reconhece? Você sentiu falta da representação simbólica de alguma religião? Se sim, de qual?

Fotografia: Rebeca Reis/AGIF/AFP. © KOBRA, Eduardo/AUTVIS, Brasil, 2022

← *Coexistência*, painel do artista brasileiro Kobra, em seu espaço no município de Itu (SP). Essa representação artística está presente também em um muro na rua Henrique Schaumann, em São Paulo (SP). Foto de 2020.

PRIMEIRAS IDEIAS

- Antes de iniciar a leitura do texto e das questões da abertura, peça aos estudantes que observem a imagem com atenção e tentem descrever as sensações que ela desperta neles. Em seguida, para auxiliá-los a refletir sobre o momento em que a obra foi criada e a possível intenção do artista, faça questionamentos como: O que as crianças retratadas apresentam em comum?; Por que elas estão usando máscaras?; Você conhece os símbolos estampados em cada uma das máscaras?; O que é sugerido pela posição das mãos das crianças?
- O tema da pandemia de covid-19 pode ser delicado para alguns estudantes. A abordagem do uso de máscaras de proteção pode trazer memórias de luto, adoecimento e outras situações pertinentes à crise sanitária e social. Por isso, é importante que você esteja preparado para acolher os relatos sobre o tema. A obra e o texto também favorecem a percepção de que crianças e adolescentes do mundo inteiro vivenciaram a pandemia de covid-19, possibilitando aos estudantes desenvolver o senso de coletividade e de pertencimento, aspectos essenciais para a formação cidadã.
- Incentive os estudantes a relacionar o título da obra, *Coexistência*, com o que ela retrata. Depois, leia com eles o texto apresentado e, antes de propor as questões, reserve um tempo para discutir a mensagem da obra.
- Apesar de existirem muitas religiões, o artista retratou no painel cinco dos maiores troncos religiosos do mundo: islamismo, budismo, cristianismo, judaísmo e hinduísmo. Aproveite o momento para abordar o tema da intolerância religiosa, que consiste no ato de discriminar, ofender e rechaçar religiões e/ou manifestações religiosas. No Brasil, a Lei n. 9 459 considera crime a prática de discriminação ou preconceito contra religiões.
- Tanto a observação da imagem como a conversa proposta em torno dela configuram-se boas oportunidades de trabalhar com o **Tema Contemporâneo Transversal** Diversidade Cultural, que pertence à macroárea **Multiculturalismo**.

não formal para explicar como medir e nomear um ângulo. Caso eles não consigam se expressar com palavras, desenhe alguns ângulos na lousa e solicite a eles que tentem elaborar uma instrução coletiva.

DE OLHO NA BASE

Utilizar diferentes linguagens (verbal e visual) bem como conhecimentos da linguagem matemática nas atividades em sala de aula para se expressar e compartilhar informações, experiências e ideias contribui para o desenvolvimento da **competência geral 4**.

3. Respostas pessoais. Da esquerda para a direita, as religiões representadas nas máscaras são: islamismo, budismo, cristianismo, judaísmo e hinduísmo. Aproveite a oportunidade para explorar a diversidade religiosa levantada pelos estudantes. Cuide para que as manifestações sejam acolhidas com respeito, valorizando a riqueza cultural da turma. À medida que os estudantes citarem as religiões, anote o nome delas na lousa e desafie-os a dizer qual símbolo poderia representar a religião citada. Isso pode contribuir para que percebam o esforço feito pelo artista Kobra na busca pela representatividade religiosa.

CAPÍTULO 1

Conteúdos

- Ponto, reta e plano – conceito, representação e nomenclatura.
- Semirretas.
- Segmentos de reta.
- Ponto médio.
- Ângulos – conceito, representação e classificação.
- Posições relativas entre retas no plano.

Objetivos

- Construir e ampliar os conceitos abstratos de ponto, reta e plano de maneira intuitiva.
- Representar pontos, retas e planos utilizando a nomenclatura correta.
- Organizar e ampliar os conhecimentos adquiridos para os conceitos de semirretas, segmentos de reta, ponto médio e ângulos.
- Reconhecer ângulos em situações cotidianas com base nas ideias de inclinação, abertura e regiões, bem como utilizar corretamente o transferidor para medi-los.
- Classificar ângulos em nulo, raso, reto, agudo ou obtuso.
- Classificar retas quanto às suas posições relativas no plano.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de compreender os objetos matemáticos que constituem a base do estudo da Geometria, identificando e aprendendo nomenclaturas e conceitos relacionados a essa unidade temática. O uso de instrumentos como régua e transferidor será de extrema importância e poderá facilitar esse processo. Os conteúdos abordados possibilitam que os estudantes compreendam melhor noções do dia a dia, como localização.

Capítulo **1**

NOÇÕES PRIMITIVAS E ÂNGULOS

O conteúdo deste capítulo deverá ser compreendido pelos estudantes para que eles consigam um melhor aproveitamento nos estudos de figuras geométricas e também nas construções geométricas.

Noções primitivas: ponto, reta e plano

Você já tentou explicar algo a alguém e a pessoa não entendeu? Aí você desenhou ou mostrou algum exemplo e a informação ficou clara? Como você descreveria o que é um ponto? E uma reta ou um plano?

Perceba que, mesmo sendo difícil definir esses elementos, construímos diversos significados que se baseiam nessas ideias. Por exemplo, quando observamos cada um dos trilhos do trem, lembramo-nos, intuitivamente, de uma reta.

Em Geometria, as noções de ponto, de reta e de plano são chamadas de **noções primitivas** e as utilizamos para definir outros elementos geométricos.


↓ Na parte apresentada na imagem, os trilhos de trem dão a ideia de reta.

karinclaus/iStock/Getty Images

Ponto

O ponto não tem dimensão (largura, altura e comprimento). Para nomear pontos, é comum usar letras maiúsculas do nosso alfabeto: *A*, *B*, *C*, etc. Veja a representação de dois pontos.

Dois pontos podem ser **coincidentes** ou **distintos**.

A e *B* são pontos coincidentes.
C e *D* são distintos.

Reta

Uma reta é composta de infinitos pontos. Ela não tem começo nem fim, ou seja, é ilimitada em seus dois sentidos. Para nomear retas, é comum usar letras minúsculas do nosso alfabeto: *r*, *s*, *t*, etc. Veja a representação de duas retas.

Também é possível nomear uma reta utilizando dois pontos distintos que pertençam a ela. Veja.

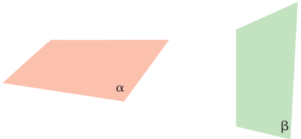
Indicamos essa reta por *r* ou $\overleftrightarrow{AB}$.

Nessa representação, os pontos *A* e *B* pertencem à reta *r*. Também é possível dizer que a reta *r* passa pelos pontos *A* e *B*.

Observe que, ao representar uma reta, desenhamos apenas uma parte dela. É comum colocarmos uma ponta de seta em cada extremidade do desenho para transmitir a ideia de que as retas não se limitam ao tamanho da figura, ou seja, elas continuam.

Plano

Um plano é composto de infinitas retas e, consequentemente, de infinitos pontos. Ele é ilimitado em todas as direções. Para nomear planos, é comum usar letras minúsculas do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama), etc. Veja.



Ilustrações: ID/BR

Observe que, ao representar planos, desenhamos apenas uma parte deles, como acontece com as retas.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Represente um ponto *A* no caderno. Quantas retas você pode traçar por esse ponto? **Infinitas.**
2. Represente dois pontos distintos no caderno. Quantas retas distintas você pode traçar por esses dois pontos? **Uma única reta.**

NOÇÕES PRIMITIVAS: PONTO, RETA E PLANO

- Os conceitos desenvolvidos no início do capítulo são abstratos. É importante reforçar a ideia de dimensão dos elementos ponto, reta e plano. Apesar de podermos representá-los, esclareça aos estudantes que estamos concretizando algo que é abstrato.
- Se possível, leve para a sala de aula outras imagens nas quais os estudantes possam observar elementos que lembrem pontos, retas e planos.
- Em vários momentos deste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de compreender as ideias que envolvem as noções primitivas de ponto, reta e plano, que constituem os fundamentos de todo o estudo da Geometria. A aplicação desses conceitos em diferentes produções artísticas pode ser abordada para além da Matemática, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF69AR04** [Analisar os elementos constitutivos das artes visuais (ponto, linha, forma, direção, cor, tom, escala, dimensão, espaço, movimento etc.) na apreciação de diferentes produções artísticas.] do componente curricular Arte. Nesse sentido, avalie a possibilidade de realizar um trabalho em parceria com o professor de Arte, no qual os elementos estudados na Matemática possam ser observados e explorados em produções artísticas.
- Comente com os estudantes que as noções primitivas não apresentam definição, apesar de possuírem representação. Explique que são conceitos que surgiram da necessidade humana de comunicar ideias, como definir limites de terrenos, caminhos, entre outras possibilidades. Se julgar oportuno, proponha a eles que pesquisem o assunto e façam um pequeno relatório sobre as descobertas. Atividades desse tipo permitem aos estudantes ter contato com uma prática de pesquisa cujo objetivo é compreender o desenvolvimento histórico da Geometria.
- Nas atividades propostas, é fundamental que você verifique se a representação dos pontos e das retas é feita corretamente pelos estudantes.
- Na atividade **1**, é possível que os estudantes não respondam com a palavra “infinitas”, podendo usar em seu lugar outros termos que remetam ao significado de “infinito”. Se achar conveniente, explique a eles que as retas que passam por esse ponto podem pertencer a planos diferentes do plano da folha do caderno.
- Na atividade **2**, solicite aos estudantes que compartilhem as representações e verifiquem que, independentemente dos pontos representados, sempre será possível traçar uma única reta que passe por esses pontos.

DE OLHO NA BASE

Explorar os conceitos primitivos permite aos estudantes reconhecer a Matemática como fruto da necessidade humana, favorecendo o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 1**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

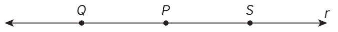
Solicite aos estudantes uma pesquisa sobre o alfabeto grego ou apresente-o para que eles possam utilizá-lo na representação de planos e para auxiliá-los na percepção de que a linguagem matemática é uma linguagem universal.

SEMIRRETAS E SEGMENTOS DE RETA

- Os conceitos apresentados nesse tópico são ótimas oportunidades para que os estudantes relacionem a linguagem matemática com a língua materna. Explore, por exemplo, os significados de “semi-” e de “segmento” que constam no dicionário e o significado matemático. Solicite aos estudantes que façam comparações.
- Enfatize que a reta é um elemento ilimitado; a semirreta é limitada por um ponto, chamado origem; e o segmento de reta é limitado por dois pontos, chamados de extremos do segmento.
- Incentive os estudantes a observar com atenção os símbolos utilizados no capítulo para representar retas, semirretas, segmentos de reta, etc.

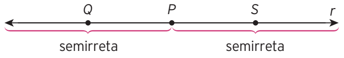
Semirretas e segmentos de reta

A partir de uma reta, podemos determinar **semirretas** e **segmentos de reta**. Observe a reta *r* e os pontos *Q*, *P* e *S*, pertencentes a ela.



Semirretas

O ponto *P* divide a reta *r* em duas partes. Cada uma dessas partes é chamada de **semirreta**.



O ponto *P* é a **origem** dessas semirretas.

Indicamos por $\overrightarrow{PQ}$ a semirreta que tem origem em *P* e passa pelo ponto *Q*, e por $\overrightarrow{PS}$ a semirreta que tem origem em *P* e passa pelo ponto *S*.

As semirretas $\overrightarrow{PQ}$ e $\overrightarrow{PS}$ são opostas.

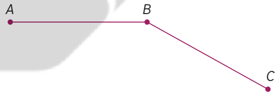
Segmento de reta

Considere os pontos *Q* e *S* da reta *r* anterior. A parte da reta situada entre os pontos *Q* e *S*, incluindo-os, é chamada de **segmento de reta**.

Indicamos esse segmento por $\overline{QS}$ ou $\overline{SQ}$. Os pontos *Q* e *S* são os extremos de $\overline{QS}$.

Segmentos consecutivos

Segmentos de reta que possuem uma extremidade em comum e nenhum outro ponto em comum são chamados de **segmentos consecutivos**.

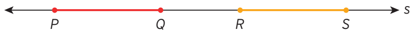


Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ possuem apenas a extremidade *B* em comum.

Os segmentos $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ possuem apenas a extremidade *E* em comum.

Segmentos colineares

Segmentos de reta que estão contidos em uma mesma reta são chamados de **segmentos colineares**.



Os segmentos $\overline{PQ}$ e $\overline{RS}$ estão na mesma reta, na reta *s*.

Ilustrações: ID/BR

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha aos estudantes a montagem de um glossário e de um dicionário matemático que contenham definições escritas por eles. Esse glossário poderá ser feito no caderno ou ainda em fichas ou cartazes. Crie um grande cartaz e afixe-o na sala de aula para que os novos conceitos fiquem disponíveis para todos. A cada novo conceito, os estudantes poderão escrever a própria definição. Por exemplo, “semirreta é uma parte da reta que possui apenas um limite, que é o ponto de origem”.

Segmentos adjacentes

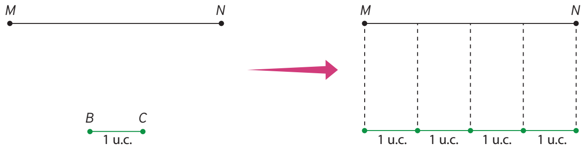
Quando dois segmentos de reta são consecutivos e colineares, eles são chamados de **segmentos adjacentes**.

Os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ estão na mesma reta *s* e possuem apenas a extremidade *C* em comum.

Medida do comprimento de um segmento

Como um segmento de reta é limitado por suas extremidades, é possível medir seu comprimento. Para isso, podemos usar um segmento de reta como medida padrão e verificar quantas vezes seu comprimento cabe no comprimento do segmento a ser medido.

Por exemplo, vamos medir o comprimento do segmento $\overline{MN}$, estabelecendo a medida do segmento $\overline{BC}$ como unidade de medida.



Ao comparar o comprimento dos dois segmentos, observamos que o comprimento do segmento $\overline{MN}$ corresponde a 4 u.c. Assim, indicamos a medida do comprimento desse segmento por $MN = 4$ u.c. ou med($\overline{MN}$) = 4 u.c.

RÉGUA

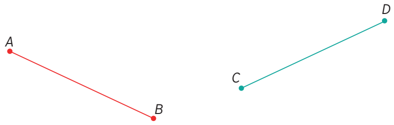
Uma maneira de simplificar o procedimento descrito ao lado é utilizar uma régua para medir o comprimento de um segmento de reta.

Qual é a medida, em centímetro, do comprimento do segmento $\overline{MN}$?

4 cm

Segmentos congruentes

Observe os segmentos representados abaixo.



Ilustrações: ID/BR

Utilizando uma régua, é possível verificar que o segmento $\overline{AB}$ mede 3 cm e que o segmento $\overline{CD}$ também mede 3 cm.

Segmentos que têm medidas de comprimento iguais são chamados de **segmentos congruentes**.

Indicamos a congruência desses segmentos por $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

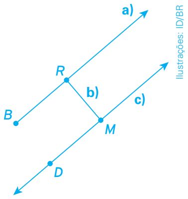
SÍMBOLO ≅

O símbolo ≅ indica congruência.

- Certifique-se de que os estudantes já sabem usar a régua para medir, pois alguns ainda podem ter dificuldades nesse sentido. O procedimento mais comum é alinhar o zero da régua com o início do segmento e encontrar a medida.
- Explique aos estudantes que o símbolo **u** representa uma unidade arbitrária de medida de comprimento, e dizer que o segmento $\overline{BC}$ mede 1 u significa que vamos usar esse segmento como padrão para medir os demais segmentos.

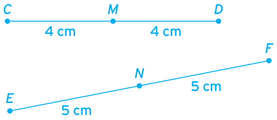
- É importante que a determinação de ponto médio utilizando dobradura seja realizada por todos os estudantes. Dê as orientações gradativamente para que todos possam realizar a dobradura com exatidão.
- Solicite aos estudantes que meçam os dois segmentos obtidos para se assegurarem de que eles realmente têm a mesma medida de comprimento e que essa medida vale metade da medida de comprimento do segmento original.
- Uma das respostas possíveis para determinar o ponto médio é: medir o comprimento do segmento considerado, determinar a metade dessa medida e, partindo de uma das extremidades, marcar o ponto correspondente à medida obtida. Esse será o ponto médio.

3. Resposta possível:



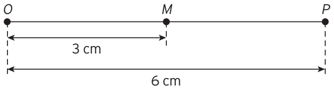
Ilustrações: ID/BR

5. Resposta possível:



Ponto médio de um segmento

Considere um segmento $\overline{OP}$ que mede 6 cm e um ponto M, de modo que $OM = 3$ cm.



Qual é a medida do segmento $\overline{MP}$? **3 cm**

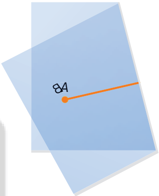
Os segmentos $\overline{OM}$ e $\overline{MP}$ têm a mesma medida, ou seja, são congruentes. Dizemos que o ponto M é o **ponto médio** do segmento $\overline{OP}$, pois ele divide esse segmento em duas partes congruentes, $\overline{OM}$ e $\overline{MP}$.

O ponto médio de um segmento é aquele que divide o segmento em duas partes congruentes.

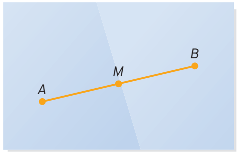
Podemos encontrar o ponto médio de um segmento fazendo uma dobradura. Acompanhe.

1. Em uma folha de papel avulsa, desenhe um segmento $\overline{AB}$.

2. Dobre a folha, de modo que o ponto A coincida com o ponto B.



3. Abra a folha e marque o ponto M no cruzamento da linha da dobra com o segmento. O ponto M é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$.



Ilustrações: ID/BR

Se julgar oportuno, pergunte aos estudantes: Que outro modo você utilizaria para encontrar o ponto médio de um segmento?

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

3. No caderno, desenhe quatro pontos distintos B, R, M e D. Depois, faça o que se pede.

a) Trace uma semirreta cuja origem seja o ponto B e que passe pelo ponto R.

b) Trace um segmento de reta cujas extremidades sejam os pontos R e M.

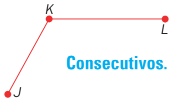
c) Trace uma reta que passe pelos pontos M e D.

4. Classifique os segmentos indicados em cada item em: consecutivos, colineares ou adjacentes.

a) $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$

Colineares.

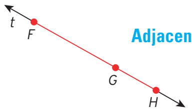
b) $\overline{JK}$ e $\overline{KL}$



Consecutivos.

Ilustrações: ID/BR

c) $\overline{FG}$ e $\overline{GH}$



Adjacentes.

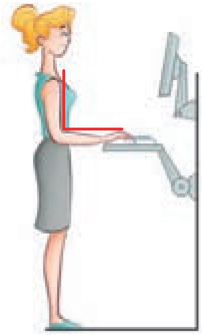
5. Trace, no caderno, um segmento $\overline{CD}$ de 8 cm e um segmento $\overline{EF}$ de 10 cm. Depois, encontre o ponto médio de cada um deles.

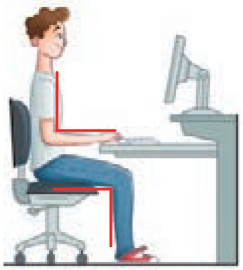
Ângulos

Os ângulos podem ser identificados em diversas situações do nosso dia a dia. Vamos conhecer algumas ideias associadas a ângulos.

- **Abertura**

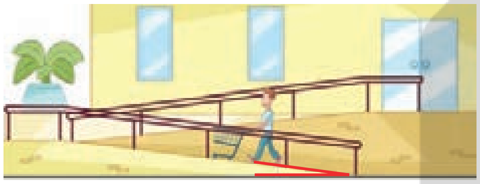
  Ao sentar para usar o computador ou para fazer as atividades de sala de aula, é preciso postura adequada. As aberturas dos braços e das pernas podem ser comparadas com os lados de um ângulo, e os cotovelos e os joelhos, com seus vértices. A ideia de abertura relaciona-se diretamente com ângulos.





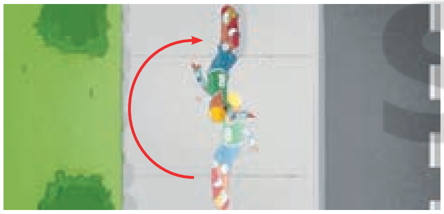
- **Inclinação**

  Observe a representação de uma rampa. O esforço necessário para mover um objeto sobre uma rampa está relacionado com seu ângulo de inclinação.



- **Giro**

  O skatista deu um giro de meia-volta (metade de um giro de uma volta) em torno de si mesmo. O giro dado pelo skatista está relacionado com a ideia de ângulo.



Ilustrações: João Picoli/ID/BR

ÂNGULOS

- Converse com os estudantes sobre as diferentes ideias relacionadas a ângulos: abertura, inclinação, giros e regiões. O intuito é que eles percebam como essas ideias estão presentes na vida cotidiana, como a inclinação das rampas nas calçadas, o giro formado pelo movimento dos ponteiros de um relógio analógico, a abertura de uma porta ou janela, quarteirões como regiões delimitadas por um conjunto de ruas, etc.

DE OLHO NA BASE

A percepção da presença e da utilização de ângulos no cotidiano auxilia os estudantes no desenvolvimento de capacidades que envolvem esse conceito em diferentes contextos ou situações reais, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA26**.

OUTRAS FONTES

Cyberchase – Episódio 31: Todos os ângulos retos. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=sTIuVfsNglI&t=79s. Acesso em: 2 jun. 2022.

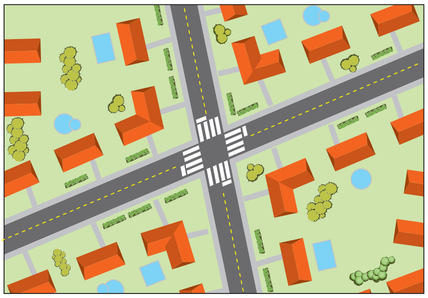
Desenho animado em que um grupo de garotos ajuda uma criatura chamada Placa-mãe a resolver problemas relacionados ao vilão Hacker, que pretende dominar o *Cyberspace* utilizando conceitos matemáticos. Nesse episódio, um mapa do tesouro é a base para apresentar conceitos de ângulos a partir de uma “caça ao tesouro”, com enigmas a serem desvendados.

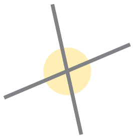
- Com base nos conceitos de semirreta e região, o conceito de ângulo como a figura formada por duas semirretas de mesma origem que determinam em um plano duas regiões é apresentado aos estudantes. Chame a atenção para a nomenclatura associada aos dois ângulos assim formados.
- Considerando a ideia de ângulo como abertura, peça aos estudantes que reflitam sobre a existência de uma abertura em que as duas regiões tenham a mesma medida e façam um desenho dessa situação. Espera-se que eles apontem para uma abertura correspondente ao ângulo raso, mesmo sem terem sido apresentados a esse conceito. O foco deve estar na maneira como pensaram, e não na medida do ângulo.
- Uma nova unidade de medida será introduzida nesse momento – o grau. Alguns estudantes podem fazer confusão com a unidade de medida de temperatura. Nesse caso, explique que, para medidas de temperatura, o grau é acompanhado de outras palavras, como o grau Celsius. Quando se fala simplesmente grau, deve-se relacionar a linguagem à medida de ângulos.

- **Regiões**

Observe a representação do cruzamento de duas ruas. O cruzamento das ruas indicadas determina quatro regiões. Cada uma das regiões dá a ideia de ângulo.

Ilustrações: ID/BR





Esquema representativo.

Representação de um ângulo

Duas semirretas de mesma origem determinam duas regiões no plano que as contém (Figura 1). Elas determinam também dois ângulos (Figura 2 e Figura 3).

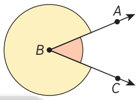


Figura 1

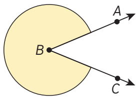


Figura 2

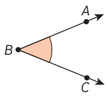


Figura 3

Podemos indicar o ângulo da Figura 2 por $A\hat{B}C$, $C\hat{B}A$ ou, apenas, por $\hat{B}$. As semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ são os lados desse ângulo e B é o vértice dele.

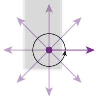
O ângulo da Figura 3 também pode ser representado por $A\hat{B}C$, $C\hat{B}A$ ou, apenas, por $\hat{B}$. As semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ são os lados desse ângulo e B é o vértice.

PADRÃO DA COLEÇÃO

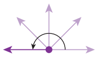
Nesta coleção, quando não for indicado a qual dos dois ângulos estamos nos referindo, consideraremos $A\hat{B}C$, o **ângulo de menor abertura** formado pelas semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

Medida de ângulo

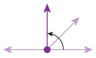
O grau, cujo símbolo é °, é uma unidade de medida para medir ângulos. Ele é obtido da divisão de um ângulo de volta inteira em 360 partes iguais. Cada uma dessas partes corresponde a 1° (um grau). Dessa forma, um giro completo corresponde a 360°.



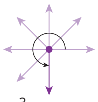
1 volta
360°



$\frac{1}{2}$ volta
180°



$\frac{1}{4}$ de volta
90°



$\frac{3}{4}$ de volta
270°

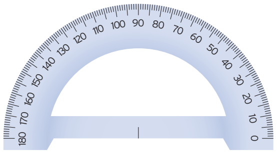
ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para introduzir o trabalho com ângulos a partir de semirretas, pode-se utilizar dois palitos de churrasco sem as pontas para representar as semirretas e um pouco de massa de modelar para representar a origem.

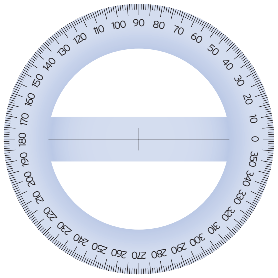
Solicite aos estudantes que construam representações de ângulos unindo dois palitos por uma das extremidades com uma única bolinha de massa de modelar e que, com base nessa montagem, utilizem o transferidor para medir o ângulo formado. Se possível, peça que movam os palitos, alterando a abertura, e construam um quadro com as medidas dos ângulos representados. Os palitos podem ser trocados por canudos, se achar conveniente, ressaltando que semirretas não possuem espessura.

Medindo ângulos com o transferidor

O transferidor é um dos instrumentos usados para medir ângulos em graus. Os mais comuns são os de 180° e os de 360°.



Transferidor de 180°.

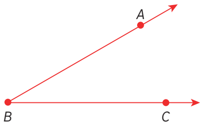


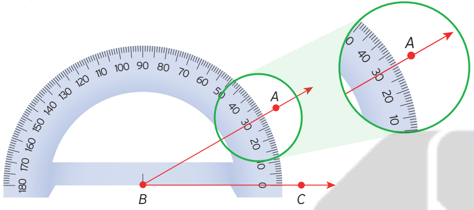
Ilustrações: ID/BR

Transferidor de 360°.

Para medir um ângulo com um transferidor, devemos posicioná-lo de modo que seu centro coincida com o vértice do ângulo e um dos lados do ângulo coincida com a linha que indica 0°. A semirreta correspondente ao outro lado do ângulo vai indicar, no transferidor, sua medida.

Observe como medir o ângulo $A\hat{B}C$.





O ângulo $A\hat{B}C$ mede 30°. Indicamos essa informação por $\text{med}(A\hat{B}C) = 30°$ ou $\text{med}(\hat{B}) = 30°$.

Classificação de ângulos

Os ângulos são classificados com base em suas medidas, em graus.

Ângulo nulo

O ângulo nulo mede 0°, e seus lados são semirretas coincidentes.

$\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OC}$ são semirretas coincidentes.

$\text{med}(C\hat{O}D) = 0°$

Ângulo raso

O ângulo raso mede 180°, e seus lados são semirretas opostas.

$\overrightarrow{OR}$ e $\overrightarrow{OS}$ são semirretas opostas.

$\text{med}(S\hat{O}R) = 180°$

- Nesse momento, o trabalho com o transferidor é de suma importância, tanto no que se refere à própria ferramenta de medição quanto ao desenvolvimento da visão espacial e da leitura de escalas. Comparar o transferidor de 180° com o transferidor de 360°, uma vez que os estudantes podem dispor dos dois tipos, auxilia no processo posterior de classificação de ângulos. Reforce que, no caso desse transferidor mostrado no Livro do Estudante, a medida se dá em sentido anti-horário.
- Os estudantes podem ter dificuldade para diferenciar ângulo nulo de ângulo raso. Para minimizar a confusão momentânea, utilize um pedaço de fio, lã ou corda. Dobre o material ao meio e solicite a um estudante que o segure no ponto médio (origem, nesse caso), que deverá ser considerado fixo, enquanto outro estudante segura as duas outras extremidades, chamadas de livres, que devem estar juntas. Aí se obtém o ângulo nulo. Chame outro estudante e entregue a ele uma das extremidades livres, separando as duas extremidades. Solicite a ele que se mova de modo a abrir o material, para que todos possam verificar de maneira concreta o aumento da medida do ângulo.

DE OLHO NA BASE

Determinar medidas de ângulos com transferidor é uma maneira de ajudar os estudantes a compreender a função dessa ferramenta de medição e desenvolver a visão espacial e a leitura de escala, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA27**.

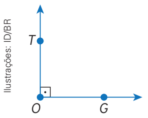
- Esclareça aos estudantes que o símbolo ∟ representa o ângulo reto.
- Reforce que o vértice do ângulo é o ponto de origem das semirretas que o formam, que os lados são as semirretas e que os ângulos devem ser escritos com a notação correta.
- Na atividade **7**, peça aos estudantes que desenhem no caderno os objetos que serviram de referência e os respectivos ângulos.

DE OLHO NA BASE

Reconhecer ângulos em objetos cotidianos e em situações reais favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA26**.

Ângulo reto

O ângulo reto corresponde à metade de um ângulo raso, ou seja, o ângulo reto mede 90°. O ângulo reto é indicado com o símbolo ∟.

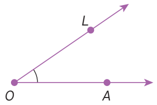


Ilustrações: ID/BR

med($T\hat{O}G$) = 90°

Ângulo agudo

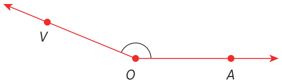
Quando a medida de um ângulo é maior que a medida de um ângulo nulo e menor que a medida de um ângulo reto, o ângulo é agudo.



0° < med($L\hat{O}A$) < 90°

Ângulo obtuso

Quando a medida de um ângulo é maior que a medida de um ângulo reto e menor que a medida de um ângulo raso, o ângulo é obtuso.



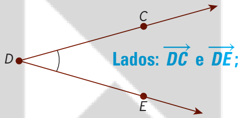
90° < med($A\hat{O}V$) < 180°

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

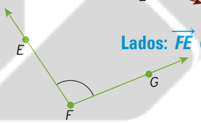
6. Identifique e escreva, no caderno, os lados e o vértice de cada ângulo.

a)



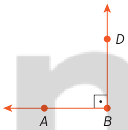
Lados: $\overrightarrow{DC}$ e $\overrightarrow{DE}$; vértice: *D*.

b)



Lados: $\overrightarrow{FE}$ e $\overrightarrow{FG}$; vértice: *F*.

c)



Lados: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BD}$; vértice: *B*.

7. Observe a sua sala de aula.

a) Onde é possível identificar ângulos?

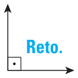
b) Quais objetos apresentam ângulos retos?

7. a) Resposta pessoal.

b) Espera-se que os estudantes identifiquem os ângulos retos nos cantos da porta, das janelas, da lousa, do chão, do livro, etc.

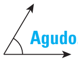
8. Classifique os ângulos em obtuso, reto ou agudo.

a)



Reto.

c)



Agudo.

e)

Obtuso.

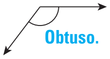
b)

Agudo.

d)

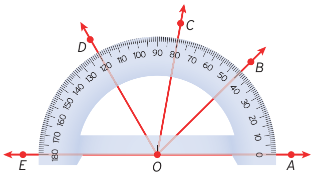
Obtuso.

f)



Obtuso.

9. Observe a figura a seguir.



Ilustrações: ID/BR

No caderno, escreva a medida do ângulo indicado em cada item.

a) $A\hat{O}B$ **45°**

b) $A\hat{O}C$ **80°**

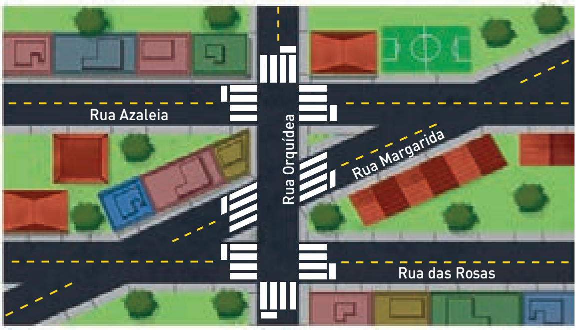
c) $A\hat{O}D$ **120°**

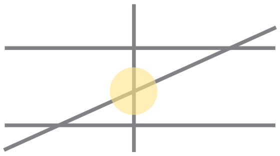
d) $A\hat{O}E$ **180°**

Posições relativas entre retas no plano

Você já viu um mapa de ruas? Observe a representação de parte de um mapa de ruas que estão em um mesmo plano.

Ilustrações: ID/BR





Esquema representativo.

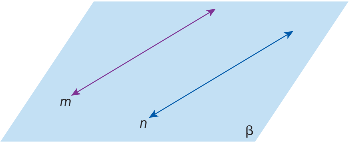
Podemos fazer algumas considerações em relação a essa representação.

- Observe, na imagem, que a rua Azaleia e a rua das Rosas não se cruzam. Além disso, a distância entre elas é sempre a mesma. Quando isso acontece, dizemos que as ruas são **paralelas**.
- Já as ruas Orquídea e Margarida se cruzam. Quando isso acontece, dizemos que as ruas são **concorrentes**. Observe que, no cruzamento dessas ruas, podemos ver quatro regiões que formam dois ângulos obtusos e dois ângulos agudos.
- A rua Orquídea também cruza com a rua das Rosas; porém, no cruzamento, há quatro regiões que formam ângulos retos. Nesse caso, além de elas serem concorrentes, são **perpendiculares**.

As posições das ruas nesse trecho de mapa ilustram as possíveis posições relativas entre retas no plano. Agora, vamos estudar um pouco mais cada uma delas.

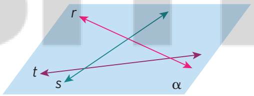
Retas paralelas

Quando duas retas situadas no mesmo plano não apresentam pontos em comum, ou seja, não se cruzam, elas são paralelas.



RETAS COPLANARES

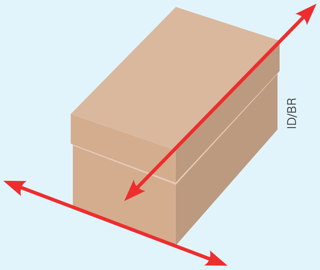
Duas ou mais retas que estão contidas no mesmo plano são chamadas de **retas coplanares**.



POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETAS NO PLANO

- Se possível, apresente aos estudantes um mapa real, preferencialmente do entorno da escola, para que eles localizem ruas paralelas e concorrentes (que em linguagem coloquial são chamadas de transversais).
- Depois de apresentar o conceito de retas coplanares, pergunte aos estudantes como eles representariam duas retas que não estão em um mesmo plano. Ajude-os a imaginar as retas reversas. Essa visualização não é imediata, pois os estudantes ainda estão desenvolvendo a percepção espacial. Uma maneira de visualizar as retas reversas é fazer uma analogia utilizando, por exemplo, uma caixa de sapatos ou uma caixa de giz. Indique as retas reversas conforme a ilustração a seguir.

  Esse tipo de trabalho favorece o desenvolvimento do raciocínio por analogia, contribuindo para as práticas de argumentação e de inferência.



ID/BR

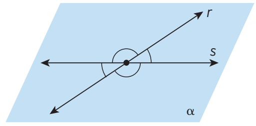
Ilustração de caixa de sapato para facilitar a visualização de retas reversas.

- No item **a** da atividade **12**, aceite também como resposta: duas retas em um mesmo plano podem não ter pontos em comum ou, ainda, podem ter todos os pontos em comum.
- Na atividade **13**, é importante lembrar aos estudantes que as retas são infinitas; logo, podemos prolongá-las até o ponto que seja necessário.
- Avalie os registros dos estudantes para que os elementos próprios da linguagem e a nomenclatura dos objetos de conhecimento sejam corrigidos de maneira conveniente.

Retas concorrentes

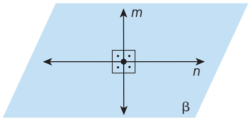
Quando duas retas situadas no mesmo plano têm apenas um ponto em comum, elas são concorrentes e podem ser oblíquas ou perpendiculares.

Concorrentes oblíquas



Duas retas concorrentes são oblíquas quando formam dois ângulos agudos e dois obtusos.

Concorrentes perpendiculares

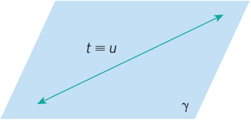


Duas retas concorrentes são perpendiculares quando os quatro ângulos formados são retos.

Ilustrações: ID/BR

Retas coincidentes

Quando duas retas situadas no mesmo plano apresentam todos os pontos em comum, elas são chamadas de **coincidentes**.



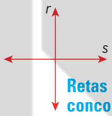
11. a) Concorrentes oblíquas.
b) Concorrentes oblíquas.
c) Concorrentes oblíquas.
d) Paralelas.
e) Concorrentes perpendiculares.
f) Concorrentes perpendiculares.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

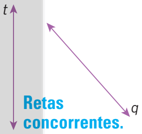
10. Classifique as retas a seguir em paralelas ou concorrentes.

a)



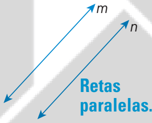
Retas concorrentes.

c)



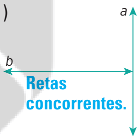
Retas concorrentes.

b)



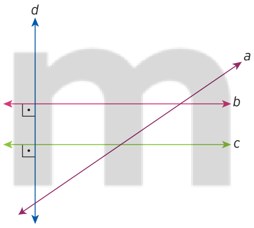
Retas paralelas.

d)



Retas concorrentes.

11. Observe as retas coplanares abaixo.



Agora, classifique as retas dos itens a seguir em concorrentes oblíquas, concorrentes perpendiculares ou paralelas.

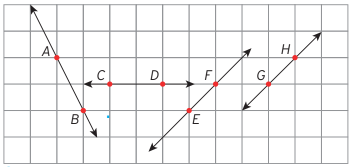
a) *a* e *d*
b) *a* e *b*
c) *a* e *c*
d) *b* e *c*
e) *d* e *b*
f) *c* e *d*

12. Copie as afirmações no caderno e classifique-as em verdadeira ou falsa. Se alguma for falsa, corrija-a.

a) Duas retas situadas no mesmo plano têm sempre um ponto em comum.

b) Duas retas podem estar no mesmo plano e não ter ponto em comum. **Verdadeira.**

13. As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$ são paralelas ou concorrentes? E as retas $\overleftrightarrow{EF}$ e $\overleftrightarrow{GH}$?



Ilustrações: ID/BR

Concorrentes; paralelas.

12. a) Falsa. Sugestão de correção: Duas retas concorrentes sempre têm um ponto em comum.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para verificar se os estudantes compreenderam a noção intuitiva de retas paralelas e retas concorrentes, proponha a seguinte atividade:

O ENTORNO DA ESCOLA

Organize grupos de três ou quatro estudantes. Peça que façam um mapa com as quatro ruas em volta da escola. Caso não saibam os nomes das ruas, eles podem desenhar pontos de referência, como pontos de ônibus, estabelecimentos comerciais ou outros locais que quiserem. Pergunte então quais ruas são paralelas e quais são concorrentes. Questione ainda quais são perpendiculares. Solicite a um dos estudantes que explique as soluções do grupo à turma.

DE OLHO NA BASE

O trabalho em grupo facilita a interação com os pares e o trabalho cooperativo para a solução de problemas, desenvolvendo a **competência específica de Matemática 8**.

DIVERSIFICANDO

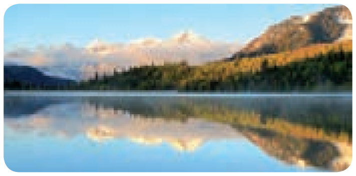
Responda sempre no caderno.

1. Responda às questões a seguir com uma das seguintes palavras: ponto, reta ou plano.

a) Quando você olha o fio de um lustre que pende do teto totalmente esticado, com o que ele se parece? **Reta.**

Selin Aydogan/Shutterstock.com/ID/BR

b) Que ideia a superfície de um lago de águas paradas passa a você? **Plano.**

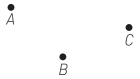


Johnny Adolphson/Shutterstock.com/ID/BR

c) O que lembra a cabeça de um alfinete? **Ponto.**

Picsfive/Shutterstock.com/ID/BR

2. No caderno, copie os pontos *A*, *B* e *C* e responda às questões.



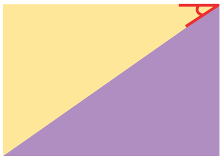
a) Quantas retas passam ao mesmo tempo pelos pontos *A* e *B*? **Apenas uma reta.**

b) Quantas retas passam ao mesmo tempo pelos pontos *B* e *C*? **Apenas uma reta.**

c) Quantas retas passam ao mesmo tempo pelos pontos *A*, *B* e *C*? **Nenhuma reta passa pelos três pontos ao mesmo tempo.**

3. Usando um transferidor, meça os ângulos destacados em cada figura e, então, classifique-os em agudo, reto ou obtuso.

a)



ID/BR

35°; agudo.

b)

Everything/Shutterstock.com/ID/BR

52°; agudo.

c)

montcello/Shutterstock.com/ID/BR

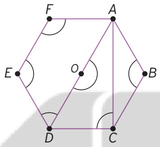
119°; obtuso.

d)

pavels/Shutterstock.com/ID/BR

90°; reto.

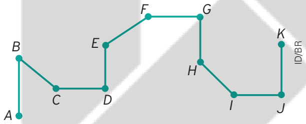
4. Meça os ângulos indicados na figura a seguir com um transferidor e elabore um quadro com a medida e a classificação de cada um deles.



ID/BR

$\hat{B}$: 120°; obtuso.
$\hat{C}$: 90°; reto.
$\hat{D}$: 60°; agudo.
$\hat{E}$: 120°; obtuso.
$\hat{F}$: 120°; obtuso.
$\hat{O}$: 180°; raso.

5. Leia a situação a seguir e responda a cada item. A figura mostra o percurso realizado por um carrinho de controle remoto que partiu do ponto *A* e chegou ao ponto *K*.



ID/BR

a) Indique os pontos em que o carrinho muda de direção. **B, C, D, E, F, G, H, I e J.**

b) Identifique os pontos do percurso em que a mudança de direção é de um quarto de volta. **D, G e J.**

c) Identifique os pontos do percurso em que a mudança de direção é menor que um quarto de volta. **C, E, F, H e I.**

d) Identifique os pontos do percurso em que a mudança de direção é maior que um quarto de volta. **B.**

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **1**, para reforçar o conceito, é importante retomar que os elementos ponto, reta e plano são conceitos primitivos.
- Nos itens **b** e **c** da atividade **3**, é possível que os estudantes apresentem dificuldade na medição do ângulo. Verifique de que maneira eles posicionam o transferidor. Nessa fase, é comum que alguns estudantes virem o livro para medir o ângulo, pois eles têm a tendência de posicionar o instrumento de medição de modo que os registros fiquem voltados para cima. Incentive-os a não mudar a posição do livro, e sim a posição do transferidor.

DE OLHO NA BASE

As atividades **1**, **3** e **5** propõem aos estudantes que resolvam problemas relacionados à noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA26**.

Nas atividades **3** e **4**, os estudantes são convidados a determinar as medidas de ângulos com transferidor, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA27**.

Reconhecer o ângulo como grandeza associada às figuras geométricas, como proposto na atividade **4**, favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA25**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes tenham dificuldade em determinar e identificar medidas de ângulos, sugerimos que seja explorada a aplicação “Relógios e ângulos”, concebida por José Manuel dos Santos (disponível em: https://www.geogebra.org/m/gTMSvJTB; acesso em: 2 jun. 2022), que ilustra os ponteiros do relógio e os ângulos por eles definidos. É comum, nessa faixa etária, as crianças apresentarem dificuldade em ler instrumentos de ponteiro (em particular, relógios), por estarem mais familiarizados com dispositivos digitais. Retomar esse tipo de instrumento auxilia na aplicação cotidiana do conceito de ângulo.

CAPÍTULO 2

Conteúdos

- Classificação de figuras geométricas planas e não planas.
- Polígonos e seus elementos.
- Classificação dos triângulos.
- Classificação dos quadriláteros.
- Poliedros, classificações e seus elementos.
- Relação de Euler.
- Não poliedros.

Objetivos

- Classificar polígonos em convexos ou não convexos.
- Diferenciar as figuras planas das figuras não planas.
- Compreender o conceito de polígono e conhecer seus elementos.
- Reconhecer e nomear polígonos.
- Identificar características dos triângulos e dos quadriláteros.
- Classificar triângulos quanto aos lados e aos ângulos.
- Classificar quadriláteros.
- Reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre os quadriláteros.
- Reconhecer diferenças e características comuns entre poliedros, identificando o número de faces, vértices e arestas.
- Conhecer e verificar a relação de Euler.
- Relacionar poliedros com suas planificações.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de diferenciar figuras geométricas planas de não planas, dando maior atenção aos polígonos e seus elementos em um primeiro momento, para depois avançar no estudo dos poliedros e dos não poliedros, identificando também as principais características dessas figuras geométricas. O estudo desses conteúdos contribui, por exemplo, para o desenvolvimento e para o aprimoramento do senso espacial dos estudantes.

Capítulo

2

FIGURAS GEOMÉTRICAS

O conteúdo desse capítulo será usado pelos estudantes no cálculo de perímetros e áreas dos polígonos.

Classificação de figuras geométricas

Você já percebeu que estamos rodeados de objetos que lembram figuras geométricas? É possível encontrar essas formas em casa, na sala de aula, na rua, enfim, em quase todos os lugares.

Veja um exemplo na imagem abaixo. Este conjunto de prédios foi planejado para atrair a atenção do público que o frequenta: crianças e adultos com síndrome de Down, autismo e com deficiências intelectuais. É possível observar linhas, quadrados, retângulos, circunferências, prismas e cilindros.

Agora, observe o seu entorno. Você consegue identificar objetos que lembram figuras geométricas?

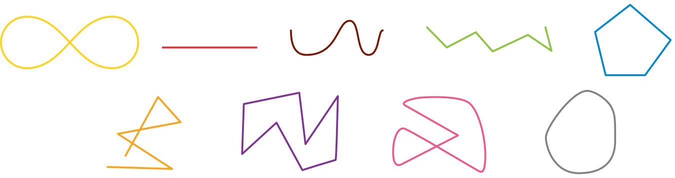
↓ Parte da fachada de St. Coletta of Greater Washington, nos Estados Unidos. Desenho do arquiteto Michael Graves. Foto de 2006.

Marvin Joseph/The Washington Post/Getty Images

As figuras geométricas podem ser classificadas de diversas maneiras. Vamos estudar a classificação usando linhas, regiões planas e figuras geométricas não planas.

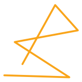
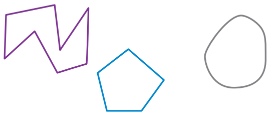
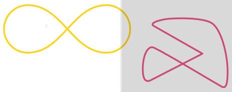
Linhas

São figuras unidimensionais, ou seja, com apenas uma dimensão. Observe alguns exemplos de linhas.



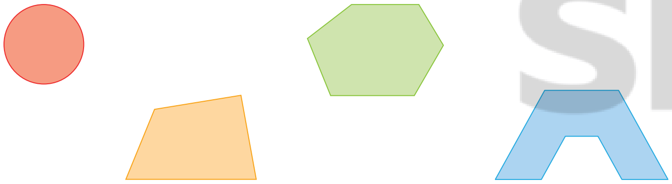
As linhas verde, azul, laranja e roxa são formadas apenas por segmentos de reta, consecutivos e não colineares. Linhas como essas são chamadas de **linhas poligonais**.

As linhas podem ser classificadas em **abertas** ou **fechadas** e **simples** (sem cruzamento) ou **não simples** (com cruzamento). Os exemplos anteriores são classificados da seguinte maneira:

	Simples	Não simples
Abertas		
Fechadas		

Regiões planas

Uma linha simples e fechada determina uma região do plano. Observe alguns exemplos.



Ilustrações: ID/BR

CLASSIFICAÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

- O trabalho proposto neste capítulo proporciona aos estudantes situações de aprendizagem que desenvolvem noções de pensamento computacional (identificação de padrões), mobilizando diferentes processos cognitivos, à medida que estabelecem estratégias para classificar linhas, figuras geométricas planas e figuras geométricas não planas.
- Solicite aos estudantes que observem a imagem de abertura do capítulo e digam que figuras reconhecem. Dessa maneira, é possível verificar se eles associam figuras geométricas a objetos do mundo físico e o vocabulário que utilizam.
- Ao trabalhar o texto e a foto apresentados na abertura deste capítulo, incentive os estudantes a refletir sobre a questão da dignidade da pessoa com deficiência intelectual e/ou autismo, ressaltando a importância do pensar coletivo sobre os direitos de cada cidadão. Pergunte se eles conhecem alguma iniciativa local ou regional que incentive a acessibilidade de pessoas com deficiência ou com necessidades especiais. Esse debate contribui para que a turma reflita sobre a Educação em Direitos Humanos, um dos **Temas Contemporâneos Transversais** que pertence à macroárea **Cidadania e Civismo**.
- Explore com os estudantes as diversas classificações de uma linha. Pergunte a eles que objetos do mundo real têm formas parecidas com linhas e como são essas linhas. Verifique também se existe um motivo para esses objetos serem dessa maneira.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

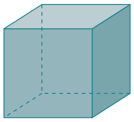
Organize grupos de três ou quatro estudantes. Dê a cada grupo um pedaço grande de barbante, com medida de comprimento suficiente para que os estudantes o segurem em diversos pontos e formem figuras ao se movimentarem.

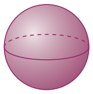
Desafie-os a criar linhas abertas simples e não simples, depois linhas fechadas simples e não simples. A cada montagem, solicite que registrem as figuras obtidas no caderno.

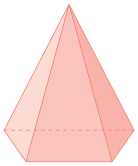
- Incentive os estudantes a comparar figuras geométricas planas e não planas. Solicite a eles que, voluntariamente, deem exemplos de alguns objetos da sala de aula que lembram cada um desses grupos e que justifiquem a classificação feita.
- Na atividade **4**, se perceber que os estudantes apresentam dificuldade, faça a seguinte pergunta: As figuras do grupo I apresentam contornos retos? Desse modo, espera-se que eles cheguem à conclusão desejada.

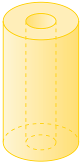
Figuras geométricas não planas

São figuras que não estão contidas em um único plano. Veja alguns exemplos.









Ilustrações: ID/BR

ATIVIDADES

2. a) Lata de lixo, caixa de sapatos e dado.

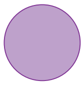
Responda sempre no caderno.

1. Escreva o nome de objetos do dia a dia que lembram a forma de cada figura geométrica abaixo. **Respostas possíveis:**

a)

Lata de milho.

b)

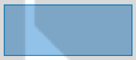


Moeda.

c)

Caixa de sapatos.

d)



Folha de papel.

2. Dê três exemplos de objetos que lembram: **Respostas possíveis:**

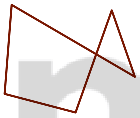
a) figuras não planas.

b) regiões planas. **Régua, folha de papel e toalha.**

c) linhas. **Barbante, linha de costura e arame.**

3. Classifique cada figura geométrica a seguir como figura não plana, região plana ou linha.

a)



Linha.

b)

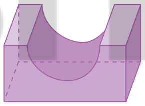


Figura não plana.

c)

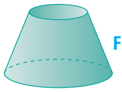


Figura não plana.

d)

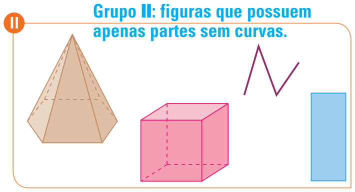
Região plana.

4. Observe a maneira como algumas figuras foram separadas em três grupos.

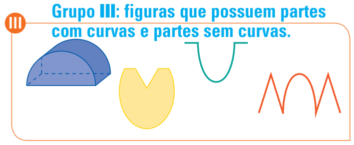
Grupo I: figuras que possuem apenas partes curvas.

Ilustrações: ID/BR

Grupo II: figuras que possuem apenas partes sem curvas.



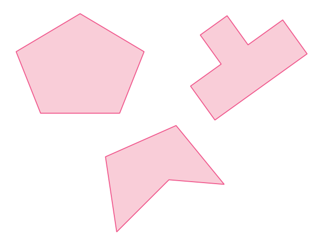
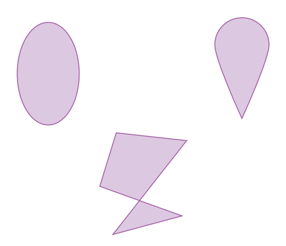
Grupo III: figuras que possuem partes com curvas e partes sem curvas.



Identifique características comuns a cada grupo que expliquem os agrupamentos feitos.

Polígonos

Amanda desenhou dois grupos de figuras e os classificou em polígonos e não polígonos.

Polígonos	Não polígonos
	

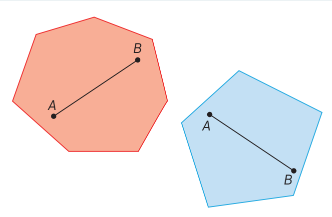
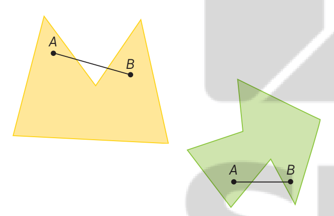
Observe que no grupo dos polígonos ela colocou as figuras formadas por uma linha poligonal fechada e simples.

A figura geométrica plana formada por uma linha poligonal fechada e simples e sua região interna é chamada de **polígono**.

Ilustrações: ID/BR

Polígonos convexos e polígonos não convexos

Os polígonos podem ser classificados em dois grupos: convexos e não convexos. Veja.

Convexo	Não convexo
	

Quando, para quaisquer dois pontos *A* e *B* pertencentes ao interior de um polígono, o segmento $\overline{AB}$ estiver totalmente contido no interior desse polígono, ele é um polígono **convexo**. No entanto, se existir um segmento $\overline{AB}$ que não esteja totalmente contido no interior desse polígono, ele é um polígono **não convexo**.

POLÍGONOS

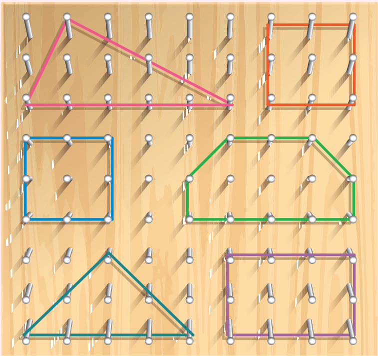
- É fundamental que os estudantes compreendam o conceito de polígono, pois ele é suporte para a compreensão de outros assuntos. Alguns autores consideram que polígono é apenas o contorno (sem a região interna). Se considerar pertinente, comente sobre essa variação com os estudantes.
- Desenvolva o significado do termo "poligonal" oralmente. Converse com os estudantes sobre expressões que apresentam o prefixo "poli-" e seu significado. Comente que as linhas poligonais podem ser identificadas na natureza e em objetos feitos pelo ser humano, incluindo obras de arte e a construção civil. Os polígonos e os conceitos relativos a essas linhas fazem parte do cotidiano de profissionais de engenharia, construção civil, entre outros.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Com o intuito de explorar as características dos polígonos e compará-los, proponha aos estudantes atividades com o geoplano.

O geoplano é uma ferramenta utilizada para construir diversas figuras com barbantes ou elásticos. Consiste em uma placa de madeira na qual são cravados pinos que formam uma malha quadriculada. A medida da distância entre os pinos consecutivos de cada linha ou coluna é sempre a mesma.

Solicite aos estudantes que construam figuras com linhas poligonais dando como instrução características como número de lados, de vértices ou de ângulos. Se a atividade com barbantes sugerida anteriormente foi realizada, é possível usar as figuras daquela atividade para que sejam representadas agora no geoplano.



ID/BR

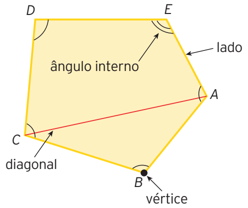
Exemplo de geoplano com alguns polígonos representados.

- Converse com os estudantes e avalie o conhecimento deles sobre os conceitos de vértices, lados e ângulos. Reforce com exemplos os conceitos que ainda não estiverem totalmente consolidados por eles.
- Analise com os estudantes as figuras apresentadas no quadro. Verifique se eles percebem que, nos polígonos, o número de lados é igual ao número de vértices e ao de ângulos internos.
- Se julgar conveniente, monte com os estudantes um quadro com alguns polígonos, como o apresentado nesta página, para que fique afixado na sala de aula. Estar em contato visual é recomendável para que haja memorização da linguagem adequada.

Elementos dos polígonos

Vamos estudar alguns elementos de um polígono.

Considere o polígono a seguir.

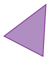
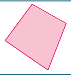
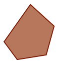


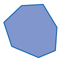
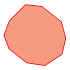
- **Vértice**: o ponto comum a dois lados é chamado de vértice do polígono. Os vértices do polígono do exemplo são *A*, *B*, *C*, *D* e *E*. Utilizando os vértices de um polígono, podemos nomeá-lo. Nesse caso, o polígono pode ser chamado de *ABCDE*.
- **Lado**: cada um dos segmentos de reta consecutivos que compõem um polígono é chamado de lado do polígono. Os lados do polígono *ABCDE* são: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EA}$.
- **Diagonal**: o segmento de reta cujas extremidades são formadas por dois vértices não consecutivos de um polígono é chamado de diagonal. Podemos representar as diagonais do polígono *ABCDE* por: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$.
- **Ângulo interno**: é o ângulo formado por dois lados consecutivos do polígono. Os ângulos internos do polígono *ABCDE* são: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ e $\hat{E}$.

Nomenclatura dos polígonos

Os polígonos são nomeados de acordo com o número de lados ou de acordo com o número de ângulos internos.

Veja alguns exemplos.

Nome e representação geométrica	Número de lados
Triângulo 	3
Quadrilátero 	4
Pentágono 	5
Hexágono 	6

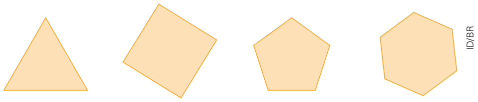
Nome e representação geométrica	Número de lados
Heptágono 	7
Octógono 	8
Eneágono 	9
Decágono 	10

Ilustrações: ID/BR

REPRESENTAÇÕES DE FIGURAS

Para facilitar a comunicação, em vez de usarmos, por exemplo, "representação de um triângulo", usaremos simplesmente o termo "triângulo". Essa decisão também vale para as demais figuras geométricas.

Quando um polígono possui todos os ângulos internos com a mesma medida e todos os lados com a mesma medida, ele é chamado de **polígono regular**. Observe alguns exemplos:



+ INTERESSANTE

Prefixos numerais gregos

Para nomear os polígonos (palavra de origem grega originada da junção dos prefixos *poli*, que significa "muitos", e *gonos*, que significa "lados"), utilizamos prefixos numerais, que indicam quantidades.

Além de serem utilizados para nomear polígonos, a presença dos prefixos numerais é comum em palavras das mais diversas áreas do conhecimento humano. Veja a seguir alguns exemplos.

- **Di**polo: as pilhas elétricas constituem um dipolo elétrico; apresentam **dois** polos, comumente chamados de polo negativo e polo positivo.
- **Tri**logia: muitos filmes são apresentados em trilogias, ou seja, **três** filmes que, juntos, contam uma história ou apresentam o mesmo tema. São exemplos de trilogias cinematográficas: *De volta para o futuro* e *As crônicas de Nárnia*.

6. b) São convexas, pois, em todas as figuras desenhadas, para quaisquer dois pontos X e Y pertencentes ao interior do polígono, o segmento $\overline{XY}$ está totalmente contido no interior desse polígono.

ATIVIDADES

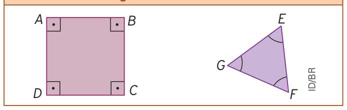
Responda sempre no caderno.

5. Como podemos classificar a linha que forma o desenho abaixo?

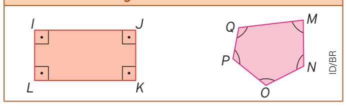
Linha poligonal, fechada e simples.

6. Veja as figuras que Adriana e Tomás desenharam e faça o que se pede.

Figuras de Adriana



Figuras de Tomás



a) Identifique, em cada figura, os vértices, os lados, as diagonais e os ângulos internos.

b) As figuras desenhadas por Adriana e Tomás são convexas ou não convexas? Justifique.

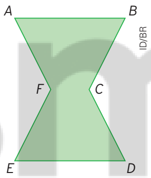
c) Com o auxílio de uma régua, meça os lados das figuras. Depois, identifique duas características comuns e uma diferença entre as figuras desenhadas por Adriana e Tomás.

7. Desenhe no caderno um polígono:

a) com apenas duas diagonais.

b) com cinco diagonais.

8. Considere o polígono *ABCDEF*.



a) Quais são os vértices desse polígono?

b) Quais são os lados desse polígono?

c) Esse polígono é convexo ou não convexo? **Não convexo.**

d) Qual é o nome desse polígono? **Hexágono.**

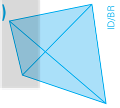
6. c) Características comuns: elas são formadas por linhas fechadas poligonais; todas são polígonos convexos. Diferença: as figuras desenhadas por Adriana são regulares, enquanto as figuras desenhadas por Tomás não são regulares.

8. a) A, B, C, D, E, F.
b) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$.

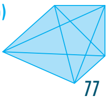
6. a) Figuras de Adriana: vértices: A, B, C, D e E, F, G; lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ e $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GE}$; diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$; ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ e $\hat{E}$, $\hat{F}$, $\hat{G}$. Figuras de Tomás: vértices: I, J, K, L e M, N, O, P, Q; lados: $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$, $\overline{LI}$ e $\overline{MN}$, $\overline{NO}$, $\overline{OP}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QM}$; diagonais: $\overline{IK}$, $\overline{JL}$ e $\overline{MO}$, $\overline{MP}$, $\overline{NP}$, $\overline{NQ}$, $\overline{OQ}$; ângulos internos: $\hat{I}$, $\hat{J}$, $\hat{K}$, $\hat{L}$ e $\hat{M}$, $\hat{N}$, $\hat{O}$, $\hat{P}$, $\hat{Q}$.

7. Respostas possíveis:

a)



b)



+ INTERESSANTE

Pergunte aos estudantes sobre situações em que prefixos como tri-, penta-, entre outros, são usados. Em seguida, sugira a leitura do texto e destaque quais são os prefixos de origem grega utilizados na nomenclatura dos polígonos: tri-, quadri-, penta-, hexa-, etc. Depois, verifique se os estudantes percebem que o sufixo desses nomes é -gono (do latim, referente a ângulo), exceto em "quadrilátero", cujo sufixo é -látero (do latim, referente a lado).

DE OLHO NA BASE

Reconhecer, nomear e comparar polígonos considerando lados, vértices e ângulos e classificá-los em regulares e não regulares tanto em sua representação no plano como em faces de poliedros desenvolve a habilidade **EF06MA18**.

- Na atividade **7**, solicite aos estudantes que compartilhem as figuras desenhadas para que percebam que existem diversas possibilidades de resposta.

  Incentive-os a relacionar o número de lados dos polígonos desenhados com o número de diagonais. Verifique se eles percebem que, apesar de existirem diferentes possibilidades de desenhar os polígonos solicitados, o número de lados em cada caso é sempre o mesmo, ou seja, um polígono com apenas duas diagonais será um quadrilátero e um polígono com exatamente cinco diagonais será sempre um pentágono.

- Um dos motivos para dar uma atenção especial aos triângulos é a possibilidade de decompor em triângulos qualquer região poligonal. Dessa forma, é possível estudar todos os polígonos a partir de triângulos. Exponha aos estudantes a importância dessa figura. Se possível, monte um quadro com a classificação dos triângulos.

Triângulos

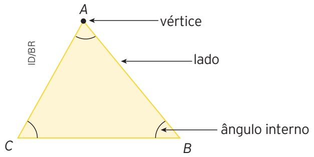
A decoração da parede do quarto de Carla é composta de **triângulos**.


João Picoli/ID/BR

O triângulo é um polígono de três lados, com três vértices e, também, três ângulos internos.

Elementos dos triângulos

Nomeando os vértices de um triângulo por *A*, *B* e *C*, podemos indicar esse triângulo como $\triangle ABC$ (lê-se: triângulo *ABC*).

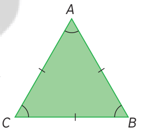
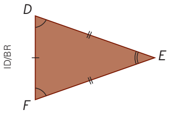
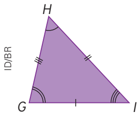


ID/BR

Classificação dos triângulos

A seguir, vamos estudar duas maneiras de classificar os triângulos.

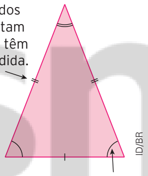
Quanto aos lados

Equilátero	Isósceles	Escaleno
 ID/BR	 ID/BR	 ID/BR
Os três lados têm a mesma medida. Os três ângulos internos de um triângulo equilátero também são congruentes. $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{AC}$	Dois lados têm a mesma medida. Os dois ângulos internos formados pelos lados de mesma medida e o terceiro lado também são congruentes. $\overline{DE} \cong \overline{FE}$	Os três lados têm medidas diferentes. Nesse caso, os três ângulos internos também têm medidas diferentes.

Observe que um triângulo equilátero é também um triângulo isósceles.

ELEMENTOS COM A MESMA MEDIDA

Em algumas situações, utilizamos símbolos iguais para indicar elementos com a mesma medida. Veja um exemplo.


Todos os lados que apresentam esse símbolo têm a mesma medida.

Todos os ângulos que apresentam esse símbolo têm a mesma medida.

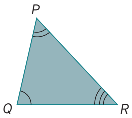
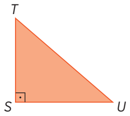
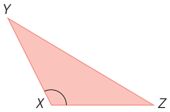
ID/BR

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para avaliar se os estudantes identificam as características dos triângulos, proponha a seguinte atividade:

Organize a turma em grupos e distribua aos estudantes alguns modelos de triângulo feitos de papelão ou de outro material. Solicite a eles que discutam e elaborem uma lista com as características de cada triângulo. Incentive-os a formalizar e a registrar as ideias discutidas.

Quanto aos ângulos

Acutângulo	Retângulo	Obtusângulo
		
Os três ângulos internos são agudos, ou seja, suas medidas são menores que 90°.	Um dos ângulos internos é reto, isto é, sua medida é 90°.	Um dos ângulos internos é obtuso, ou seja, sua medida é maior que 90° e menor que 180°.

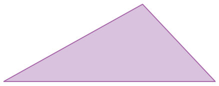
Ilustrações: ID/BR

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

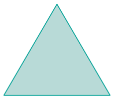
9. Com uma régua, meça os lados dos triângulos e classifique cada um em equilátero, isósceles ou escaleno.

a)



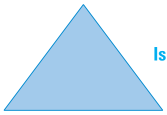
Escaleno.

b)



Equilátero.

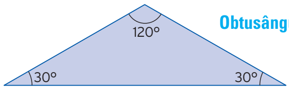
c)



Isósceles.

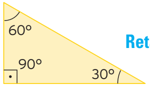
10. Classifique os triângulos abaixo de acordo com a medida dos ângulos internos.

a)



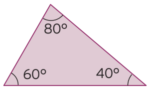
Obtusângulo.

b)



Retângulo.

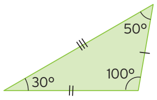
c)



Acutângulo.

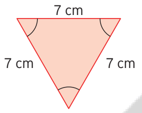
11. Classifique os triângulos de cada item quanto aos lados e quanto aos ângulos.

a)



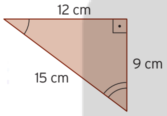
Escaleno e obtusângulo.

b)



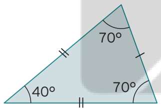
Equilátero e acutângulo.

c)



Escaleno e retângulo.

d)



Isósceles e acutângulo.

Ilustrações: ID/BR

12. As informações em cada um dos itens referem-se a triângulos. Classifique-os de acordo com as descrições.

a) Possui um ângulo maior que 90° e seus lados têm medidas diferentes. **Obtusângulo e escaleno.**

b) Possui lados e ângulos congruentes. **Acutângulo e equilátero.**

c) Possui dois lados congruentes e o ângulo entre eles mede 90°. **Isósceles e retângulo.**

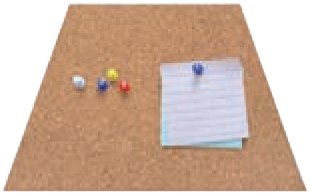
DE OLHO NA BASE

As atividades desta página possibilitam que os estudantes identifiquem características dos triângulos e classifiquem-nos em relação às medidas dos lados e dos ângulos, contribuindo, assim, para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA19**.

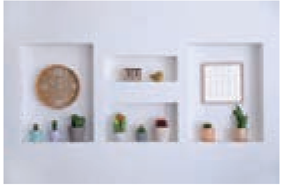
- O estudo dos quadriláteros é de suma importância por serem figuras geométricas que reconhecemos frequentemente em objetos do cotidiano. Solicite aos estudantes que identifiquem figuras cujo contorno lembra quadriláteros (lousa, carteira, livros, etc.) em sala de aula. Peça a eles que desenhem o objeto no caderno e destaquem o quadrilátero que pode ser identificado.
- Se possível, mostre aos estudantes outras obras de arte em que seja possível observar quadriláteros.

Quadriláteros

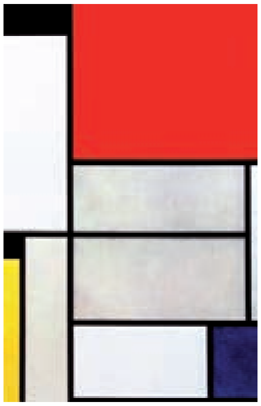
Estamos rodeados por objetos que apresentam as formas dos **quadriláteros**, como murais, nichos e obras de arte. Observe.


Cagla Acikgoz/Shutterstock.com/ID/BR

↑ **Mural de cortiça.**


New Africa/Shutterstock.com/ID/BR

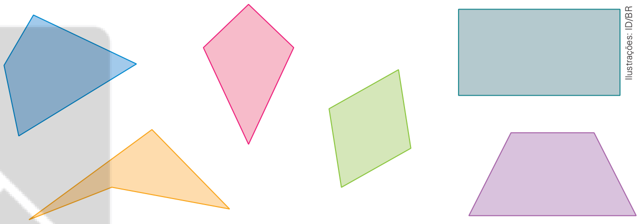
↑ **Nichos na parede de uma sala.**


Coleção particular. Fotografia: Universal History Archive/UIG/Bridgeman Images/Easypix

↑ ***Mesa I, Tábua I*, do pintor Piet Mondrian, 1921. Óleo sobre tela.**

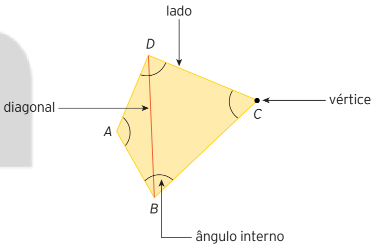
Os quadriláteros são polígonos de quatro lados, com quatro vértices e quatro ângulos internos.

Veja alguns exemplos.


Ilustrações: ID/BR

Elementos dos quadriláteros

Ao nomear os vértices de um quadrilátero como A, B, C e D, podemos indicar o quadrilátero por $ABCD$. Veja alguns dos elementos de um quadrilátero no exemplo a seguir.



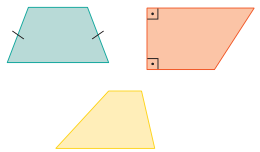
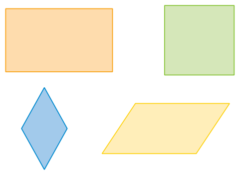
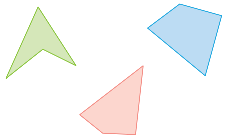
OUTRAS FONTES

Matemática em toda parte: construção – quadriláteros. TV Escola. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=BWJvAThwl88. Acesso em: 3 jun. 2022.

Esse vídeo mostra a importância do estudo dos quadriláteros, por sua grande utilização cotidiana, e um pouco de sua classificação.

Classificação dos quadriláteros

Os quadriláteros podem ser classificados com base em diferentes critérios. Vamos, então, classificá-los de acordo com o paralelismo dos lados.

Trapézios	Paralelogramos	Outros quadriláteros
		
Quadriláteros que possuem apenas um par de lados paralelos.	Quadriláteros que possuem dois pares de lados paralelos.	Quadriláteros que não possuem lados paralelos.

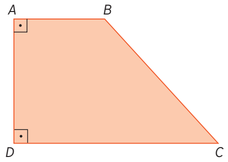
Ilustrações: ID/BR

Trapézios

No trapézio, os lados paralelos são chamados de **bases**. Todo trapézio possui uma **base menor** e uma **base maior**.

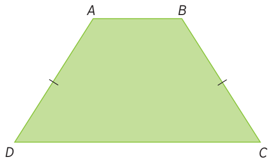
Um trapézio pode ser classificado em retângulo, isósceles ou escaleno.

- **Trapézio retângulo**: dois de seus ângulos internos são retos.



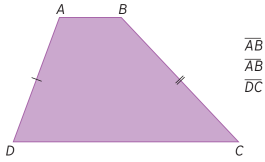
$\overline{AB} // \overline{DC}$
$\overline{AB}$ é a base menor.
$\overline{DC}$ é a base maior.
med($\hat{A}$) = 90°
med($\hat{D}$) = 90°

- **Trapézio isósceles**: os lados opostos não paralelos são congruentes.



$\overline{AB} // \overline{DC}$
$\overline{AB}$ é a base menor.
$\overline{DC}$ é a base maior.
$\overline{BC} \cong \overline{AD}$

- **Trapézio escaleno**: os lados opostos não paralelos não são congruentes.



$\overline{AB} // \overline{DC}$
$\overline{AB}$ é a base menor.
$\overline{DC}$ é a base maior.

Observe que um trapézio retângulo é também escaleno.

O SÍMBOLO //

O símbolo // indica que retas ou segmentos de reta são paralelos. Por exemplo:

$\overline{AB} // \overline{DC}$

Lê-se: o segmento $\overline{AB}$ é paralelo ao segmento $\overline{DC}$.

- Explore o quadro de classificação dos quadriláteros perguntando aos estudantes se eles organizariam essas figuras de outra maneira. Alguns autores fazem outro tipo de classificação: trapézios e não trapézios, em que os trapézios são aqueles que possuem pelo menos dois lados paralelos. Portanto, se algum estudante separar as figuras em dois grupos dessa maneira, considere a resposta correta.

- Nesta página, você encontra um esquema que representa a classificação dos quadriláteros adotada nesta coleção. É interessante que ele seja reproduzido em tamanho maior e exposto para que os estudantes percebam características comuns e diferenças entre as figuras. Solicite aos estudantes que o reproduzam no caderno, com o intuito de reforçar a memorização de suas características.

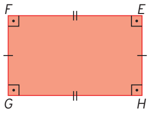
DE OLHO NA BASE

O esquema apresentado nesta página auxilia os estudantes a identificar características dos quadriláteros, a classificá-los em relação à quantidade de lados e medidas de ângulos e a reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. Isso favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA20**.

Paralelogramos

Dentre os paralelogramos, destacam-se os retângulos, os losangos e os quadrados.

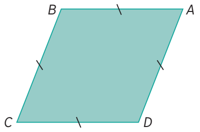
- **Retângulo**: os quatro ângulos internos são retos.



Ilustrações: ID/BR

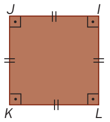
med($\hat{E}$) = 90°
med($\hat{F}$) = 90°
med($\hat{G}$) = 90°
med($\hat{H}$) = 90°

- **Losango**: os quatro lados têm a mesma medida.



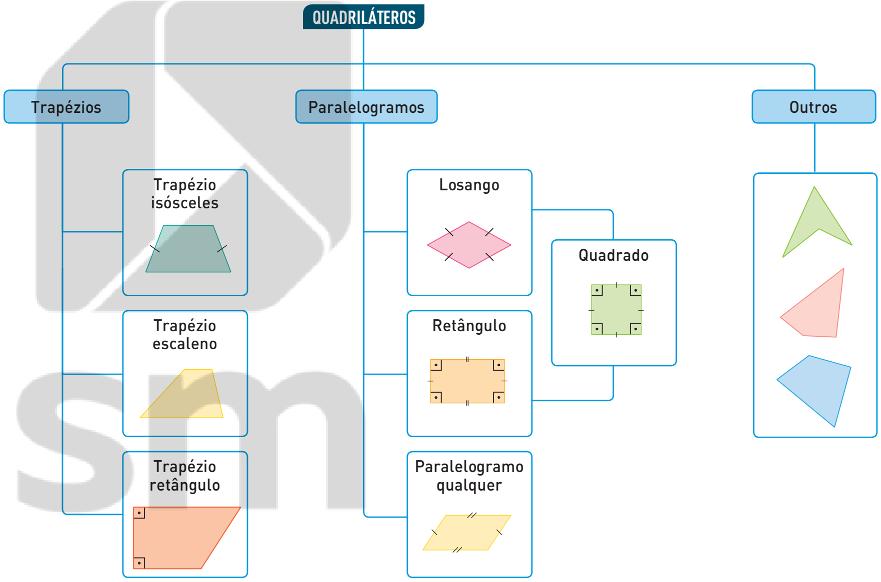
$\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DA}$

- **Quadrado**: os quatro lados têm a mesma medida e os quatro ângulos internos são retos.



$\overline{IJ} \cong \overline{JK} \cong \overline{KL} \cong \overline{LI}$
med($\hat{I}$) = 90°
med($\hat{J}$) = 90°
med($\hat{K}$) = 90°
med($\hat{L}$) = 90°

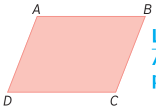
Veja um esquema com a classificação dos quadriláteros.



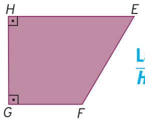
ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

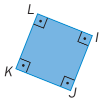
13. Determine os pares de lados paralelos e, depois, classifique cada quadrilátero em trapézio ou paralelogramo.

a) 

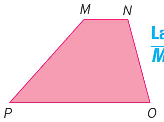
Lados paralelos: $\overline{AB}$ e $\overline{DC}$, $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$; paralelogramo.

b) 

Lados paralelos: $\overline{HE}$ e $\overline{GF}$; trapézio.

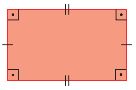
c) 

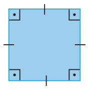
Lados paralelos: $\overline{LI}$ e $\overline{KJ}$, $\overline{LK}$ e $\overline{IJ}$; paralelogramo.

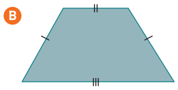
d) 

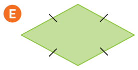
Lados paralelos: $\overline{MN}$ e $\overline{PO}$; trapézio.

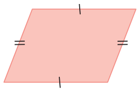
14. Observe as figuras representadas e responda às questões a seguir.

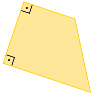
A 

D 

B 

E 

C 

F 

a) Identifique os trapézios e classifique-os.

b) Identifique os paralelogramos e classifique-os. **A: retângulo; C: paralelogramo qualquer; D: quadrado; E: losango.**

15. Desenhe o que se pede. Depois, compare seus desenhos com os de um colega.

a) Um quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

b) Um quadrilátero que não tem lados paralelos.

c) Um quadrilátero com dois pares de lados paralelos.

16. Copie e complete as sentenças a seguir, tornando-as verdadeiras.

a) O ★ é um quadrilátero que tem quatro ângulos retos e quatro lados congruentes. **quadrado**

b) O quadrilátero que tem apenas dois ângulos retos e dois lados opostos paralelos é o ★. **trapézio retângulo**

c) O ★ é um quadrilátero que tem dois lados opostos paralelos e dois lados opostos não paralelos. **trapézio**

d) O retângulo é um paralelogramo que tem quatro ★ congruentes. **ângulos**

e) O losango é um paralelogramo que tem quatro ★ congruentes. **lados**

17. Existe um tipo de paralelogramo que pode ser considerado retângulo e losango simultaneamente.

a) Que paralelogramo é esse? **Quadrado.**

b) Qual característica faz com que ele seja um retângulo? **Ter quatro ângulos retos.**

c) Qual característica faz com que ele seja um losango? **Ter quatro lados com a mesma medida.**

18. Classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

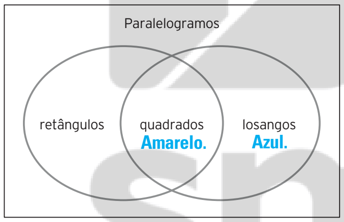
a) Todo trapézio é um paralelogramo. **Falsa.**

b) Todo quadrado é um losango. **Verdadeira.**

c) Todo losango é um quadrado. **Falsa.**

d) Nem todo retângulo é um quadrado. **Verdadeira.**

19. Copie no caderno o diagrama a seguir e faça o que se pede.



Ilustrações: ID/BR

a) Pinte de azul a região que indica os losangos que não são quadrados.

b) Pinte de amarelo a região que indica os losangos que são retângulos.

14. a) B: trapézio isósceles; F: trapézio retângulo.
15. Respostas pessoais.

- Nas atividades **17** e **19**, espera-se que os estudantes percebam que a classe dos quadrados é a intersecção entre a classe dos retângulos e a dos losangos.
- Peça aos estudantes que exemplifiquem os itens da atividade **18**. Ao apresentar exemplos e contraexemplos, os estudantes constroem os conceitos de maneira significativa.

DE OLHO NA BASE

As atividades **17**, **18** e **19** trabalham a inclusão e a intersecção de classes entre os quadriláteros, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA20**.

DESCUBRA MAIS

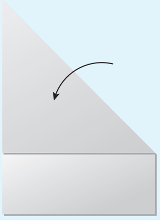
Esta é uma atividade fundamental para que os estudantes reconheçam as figuras geométricas que compõem o *tangram* e percebam a relação de tamanho entre elas. Converse com eles sobre a história do surgimento do *tangram*. Após sua construção, solicite que montem algumas figuras.

Uma alternativa para obter uma folha quadrada com uma folha de papel A4 é apresentada nas ilustrações a seguir.

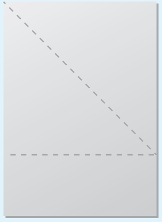
A

Ilustrações: ID/BR

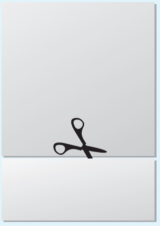
B



C



D



DESCUBRA MAIS

Construindo o *tangram* por meio de dobradura

O *tangram* é um quebra-cabeça chinês formado por apenas sete peças, com as quais é possível criar mais de mil figuras diferentes.

Materiais

- 1 folha de papel dobradura quadrada
- régua
- lápis
- caneta colorida
- tesoura com pontas arredondadas

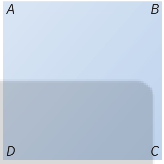
(Representações sem proporção de tamanho entre si)

Picsfive/Shutterstock.com/ID/BR
FabrikaSimf/Shutterstock.com/ID/BR
ajt/Shutterstock.com/ID/BR
ang intaravichian/Shutterstock.com/ID/BR
Passakorn sakulphan/Shutterstock.com/ID/BR

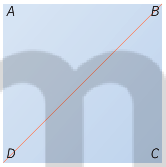
Como fazer

Leia as instruções a seguir e construa um *tangram*. Os nomes dos pontos devem ser escritos a lápis e os segmentos devem ser traçados com caneta colorida.

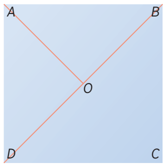
❶ Pegue a folha quadrada e nomeie os vértices do quadrado conforme a figura abaixo.



❷ Dobre a folha de modo que o vértice *C* encoste no vértice *A*. Abra e trace o segmento $\overline{BD}$ com a caneta colorida.

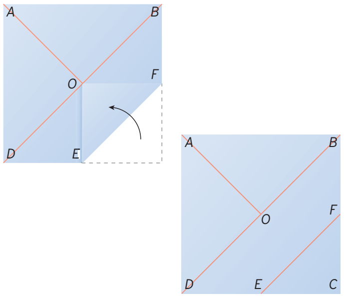


❸ Dobre a folha de modo que o vértice *D* encoste no vértice *B*. Vinque apenas a linha que sai do vértice *A* e chega ao segmento $\overline{BD}$. Abra e risque essa linha. Nomeie como *O* o ponto de encontro dessas duas linhas.



Ilustrações: ID/BR

❹ Agora, leve o vértice *C* até o ponto *O* e dobre. Abra e risque o segmento $\overline{EF}$.



(IN)FORMAÇÃO

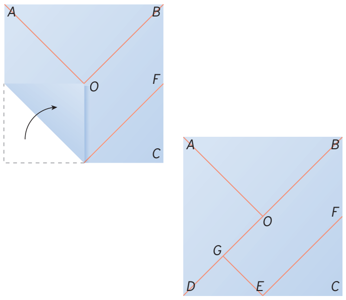
Tangram

O *tangram* é um jogo chinês milenar. Não se sabe quem o inventou, mas há uma lenda que conta que um mensageiro deixou cair no chão uma pedra de jade em forma de quadrado que estava levando para um imperador chinês. Ao cair, a pedra quebrou-se em sete partes. O mensageiro começou a juntar as peças tentando remontar o quadrado, e a cada tentativa formava figuras diferentes. Segundo a lenda, o mensageiro formou centenas de figuras até conseguir montar novamente o quadrado.

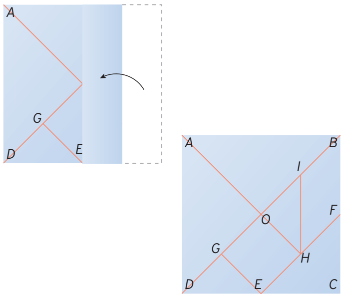
[...]

Vóvio, C. L. (coord.). *Viver, aprender*: educação de jovens e adultos (Livro 3 – Módulos 1 e 2). São Paulo: Ação Educativa; Brasília: MEC/SEF, 2001. p. 137. Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me000539.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

❺ Leve o vértice *D* até o ponto *O* e dobre. Abra e nomeie como *G* o ponto de encontro entre a linha da dobra e o segmento $\overline{BD}$. Risque o segmento $\overline{GE}$.

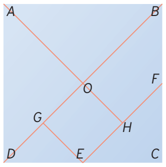


❼ Leve o ponto *F* até o ponto *O* e nomeie como *I* o ponto de encontro entre a linha da dobra e o segmento $\overline{BD}$. Trace o segmento $\overline{IH}$.

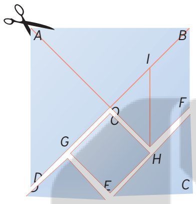


Ilustrações: ID/BR

❻ Prolongue o segmento $\overline{AO}$ até o segmento $\overline{EF}$, encontrando, assim, o ponto *H*.



❽ Agora, com cuidado, recorte as sete peças formadas.



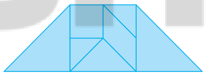
Para concluir

Responda sempre no caderno.

1. O *tangram* é formado por quantos triângulos? Como podemos classificar esses triângulos quanto à medida de seus lados? E quanto à medida de seus ângulos? **Por 5 triângulos. Isósceles. Retângulos.**
2. Quais são os quadriláteros que compõem esse quebra-cabeça? **Quadrado e paralelogramo.**
3. O segmento $\overline{BD}$ representa qual elemento do quadrado *ABCD*? **Uma diagonal.**
4. O ponto *E* é ponto médio do segmento $\overline{CD}$? **Sim.**
5. Veja como montar um trapézio isósceles com as sete peças do *tangram*.

Agora, monte esse trapézio dispondo as peças de outra maneira.

Resposta possível:



ID/BR

- A proposta desse boxe *Descubra mais* pode ser realizada utilizando a metodologia sala de aula invertida, uma vez que apresenta um roteiro claro para os estudantes seguirem e construírem o *tangram*. Explique que eles devem construir o *tangram* em casa, tomando cuidado no manuseio da tesoura e sob a supervisão de um adulto. Também devem prestar atenção nas instruções e segui-las corretamente e, após a construção solicitada, responder às questões do *Para concluir*. Depois, eles devem trazer o *tangram* que construíram para a sala de aula. Esse será o espaço para discussões acerca das dificuldades e aprendizagens envolvidas na construção e na elaboração das respostas. Se julgar oportuno, você pode gravar um vídeo construindo o *tangram* de acordo com os passos apresentados no livro e disponibilizá-lo aos estudantes para que sigam suas orientações.

DE OLHO NA BASE

É fundamental que os estudantes desenvolvam aptidões relacionadas à curiosidade intelectual, à imaginação e à criatividade com base na investigação e na reflexão para resolver problemas, desenvolvendo a **competência geral 2**.

FIGURAS GEOMÉTRICAS NÃO PLANAS

- O trabalho com esse tópico permite aos estudantes reconhecer diferenças entre figuras geométricas planas e figuras geométricas não planas, observando e reconhecendo figuras não planas que lembram objetos, construções e outros elementos da vivência deles, e que também podem ser estudadas por outros componentes curriculares. Nesse sentido, a identificação de figuras geométricas não planas mais adequadas para elaborar modelos tridimensionais pode favorecer o desenvolvimento da habilidade **EF06GE09** [Elaborar modelos tridimensionais, blocos-diagramas e perfis topográficos e de vegetação, visando à representação de elementos e estruturas da superfície terrestre.] do componente curricular Geografia. Avalie a possibilidade de realizar um trabalho no qual você possa analisar, em parceria com o professor de Geografia, quais figuras geométricas não planas podem contribuir para a elaboração de maquetes e quais elementos podem ser evidenciados em cada um dos componentes curriculares.
- É provável que os estudantes já tenham alguns conhecimentos relativos às figuras não planas. Incentive-os a nomear as figuras que conhecem. Espera-se que eles citem pirâmides, cubos e paralelepípedos. É aceitável que palavras como "caixa" sejam apresentadas. Anotar na lousa as respostas dos estudantes pode ajudá-los a lembrar de algumas características dessas figuras geométricas.

Figuras geométricas não planas

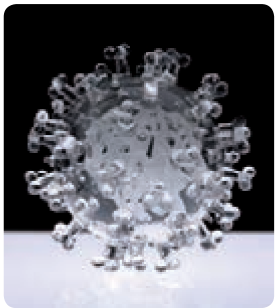
Podemos encontrar formas que lembram figuras geométricas não planas por toda parte. Por exemplo, em embalagens, em edifícios e até mesmo na representação de um vírus.


cosinart/iStock/Getty Images

Embalagens de diversos produtos.

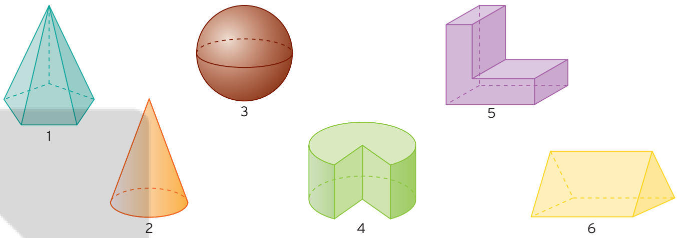

Fotografia: Teo Moreno Moreno/Alamy/Fotoarena. © Niemeyer, Oscar/ AUTVIS, Brasil, 2022

Centro Cultural Internacional Oscar Niemeyer, na Espanha. Foto de 2019.


Luke Jerram/SPL/Fotoarena

Escultura de coronavírus em vidro transparente com 22 cm de diâmetro (aumento de 10 milhões de vezes).

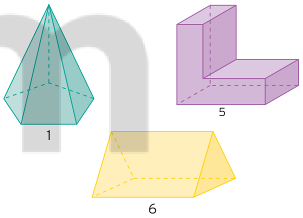
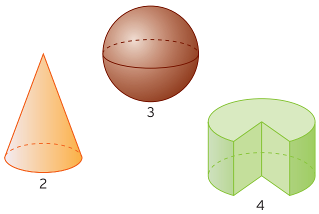
Agora, considere as seguintes figuras geométricas não planas, numeradas de 1 a 6.



Ilustrações: ID/BR

Observe a superfície das figuras geométricas não planas 1, 5 e 6. As superfícies dessas figuras são compostas apenas de polígonos. Classificamos essas figuras como **poliedros**.

Já as figuras geométricas não planas 2, 3 e 4 são compostas de pelo menos uma parte arredondada. Por isso, classificamos essas figuras como **não poliedros**.

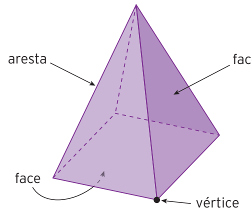
Poliedros	Não poliedros
	

Poliedros

Poliedros são figuras geométricas não planas cuja superfície é formada apenas por polígonos.

Elementos de um poliedro

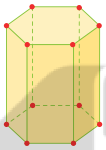
Observe, a seguir, alguns elementos de um poliedro.



- Cada região plana poligonal que compõe um poliedro é chamada de **face**. Nesse poliedro há 5 faces.
- Cada segmento de reta comum a duas faces é chamado de **aresta**. No poliedro representado há 8 arestas.
- Cada ponto onde se encontram três ou mais arestas é chamado de **vértice**. Nesse poliedro há 5 vértices.

Agora, observe outro poliedro.

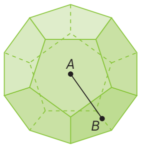
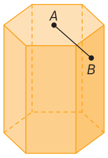
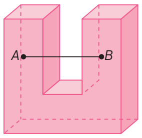
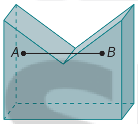
No poliedro ao lado, as faces estão destacadas em amarelo, os vértices estão representados por pontos vermelhos e as arestas estão destacadas em verde. Observe que há 8 faces, 12 vértices e 18 arestas.



Poliedros convexos e poliedros não convexos

Cada poliedro delimita uma região do espaço, que é chamada de região interna (ou interior) do poliedro.

Os poliedros podem ser classificados em dois grupos: convexos e não convexos. Veja alguns exemplos a seguir.

Convexos	Não convexos
 	 

Ilustrações: ID/BR

Quando, para quaisquer dois pontos *A* e *B* pertencentes ao interior de um poliedro, o segmento $\overline{AB}$ estiver totalmente contido no interior desse poliedro, ele é **convexo**. No entanto, se existir um segmento $\overline{AB}$ que não esteja totalmente contido no interior desse poliedro, ele é **não convexo**.

- Se a escola tiver modelos geométricos das figuras apresentadas, ofereça-os aos estudantes para que eles os manipulem antes de estudar esse tópico. Peça que separem os modelos de acordo com as características que levantaram. É bem possível que muitos estudantes os classifiquem em figuras que rolam e que não rolam, porém é importante que fique claro que rolar ou não rolar não é uma característica geométrica, uma vez que depende de aspectos físicos, como a ação das forças de gravidade e de atrito, por exemplo, e da posição em que é colocado, de modo que qualquer um deles poderá rolar ou não rolar.
- O momento propício para introduzir o conceito de poliedros e apresentar a classificação proposta é após a discussão das características observadas.
- Depois de apresentar a nomenclatura **poliedro** e agora que os estudantes já conhecem o prefixo poli-, mostre o sufixo grego -edro, que exprime a noção de face. Ou seja, poliedro significa “muitas faces”.
- Se julgar necessário, converse com os estudantes a respeito de outras características dos poliedros, além das apresentadas. O material disponível em https://m3.ime.unicamp.br/arquivos/1296/poliedro-guia.pdf (acesso em: 2 jun. 2022) fornece subsídios ao professor para esse trabalho com os estudantes.

- Sobre as pirâmides e os prismas, sugira a exploração do quadro da atividade **23** para que os estudantes observem a relação entre o número de lados do polígono da base com a quantidade de vértices, faces e arestas de cada um dos poliedros. Nesse sentido, espera-se que os estudantes observem que o número de faces e vértices das pirâmides será igual ao número de lados do polígono da base mais 1. Quanto ao número de arestas, ele será igual ao dobro do número de lados do polígono da base.

DE OLHO NA BASE

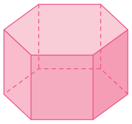
Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides em função do polígono de sua base para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA17**.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

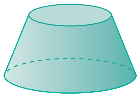
20. Classifique as figuras geométricas não planas em poliedros ou não poliedros. Em seguida, escreva o número de faces, de arestas e de vértices das figuras que você classificou como poliedros.

a)



Poliedro; 8 faces, 18 arestas e 12 vértices.

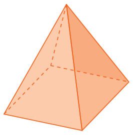
b)



Não poliedro.

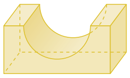
c) **Não poliedro.**

d)

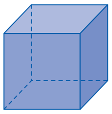


Poliedro; 5 faces, 8 arestas e 5 vértices.

e) **Não poliedro.**



f)

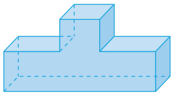


Poliedro; 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

Ilustrações: ID/BR

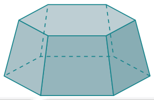
21. Observe os poliedros representados a seguir. Identifique-os como convexos ou não convexos.

a)



Não convexo.

b)

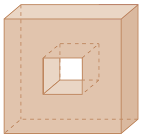


Convexo.

c)

Convexo.

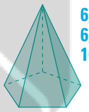
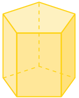
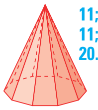
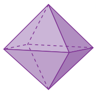
d)



Não convexo.

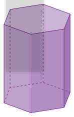
22. Desenhe, no caderno, um poliedro. Depois, escreva o número de vértices, de arestas e de faces desse poliedro. **Resposta pessoal.**

23. Copie o quadro abaixo no caderno e complete-o.

Poliedro	 **6; 6; 10.**	 **10; 7; 15.**	 **11; 11; 20.**	 **6; 8; 12.**
Número de vértices				
Número de faces				
Número de arestas				

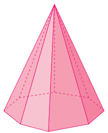
24. Escreva o nome do polígono das faces das figuras representadas abaixo.

a)



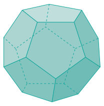
Hexágonos e retângulos.

b)



Octógono e triângulos.

c)



Pentágonos.

OUTRAS FONTES

Poliedros com varetas. Nova Escola. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=AR-aF0JB6ik. Acesso em: 2 jun. 2022.

Nesse vídeo, o arquiteto Roberto Pompéia, estudioso da Geometria, ensina a construir poliedros com varetas de churrasco. Vale ressaltar que no vídeo o sufixo -edro é tratado como “lado”; no entanto, significa “face”.

Prismas e pirâmides

Alguns poliedros convexos podem ser agrupados de acordo com características comuns. Vamos estudar dois grupos: os prismas e as pirâmides.

Prismas

Diversos objetos de nosso cotidiano lembram a forma de prismas. Veja.

(Representações sem proporção de tamanho entre si)

ayazad/Shutterstock.com/ID/BR

Caixa de sapatos.

design56/Shutterstock.com/ID/BR

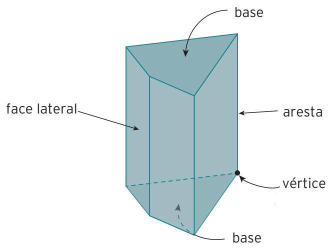
Porta-joias.

Viktor Fedorenko/Shutterstock.com/ID/BR

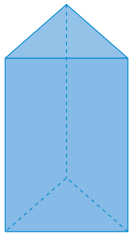
Dado.

Os prismas sempre apresentam duas faces idênticas e paralelas, chamadas de **bases**. As faces restantes são chamadas de **faces laterais**. As faces laterais de um prisma são sempre paralelogramos.

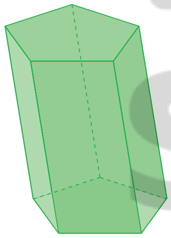
Em geral, para nomear um prisma, analisamos o polígono de suas bases. Observe a representação de um prisma de base quadrangular e alguns de seus elementos.



Quando todas as faces laterais de um prisma são retângulos, ele é chamado de **prisma reto**. Os demais são chamados de **prismas oblíquos**.



Prisma reto de base triangular.



Ilustrações: ID/BR

Prisma oblíquo de base pentagonal.

- Nas atividades apresentadas, incentive os estudantes a compartilhar suas conclusões para que ampliem a compreensão que já trazem de anos anteriores acerca das características dos prismas.
- Se possível, reproduza as planificações apresentadas e componha os prismas correspondentes a elas. Atividades desse tipo auxiliam na percepção espacial dos estudantes.
- No item **c** da atividade **27**, verifique se os estudantes percebem que para contar o número de faces não é necessário imaginar o prisma montado.

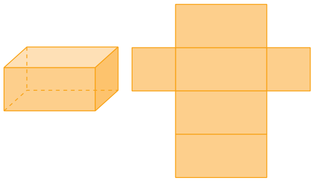
Planificação de prismas

A planificação da superfície de uma figura geométrica não plana é a representação de sua superfície total em um plano.

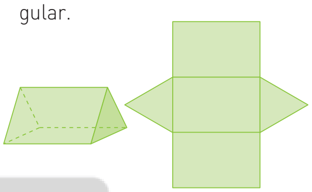
Observe a planificação da superfície de alguns prismas.

Exemplos

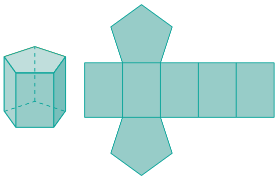
A. Planificação da superfície de um prisma reto de base retangular.



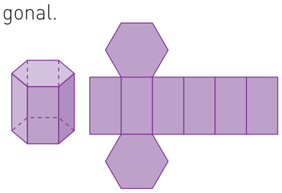
B. Planificação da superfície de um prisma reto de base triangular.



C. Planificação da superfície de um prisma reto de base pentagonal.



D. Planificação da superfície de um prisma reto de base hexagonal.



Ilustrações: ID/BR

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

25. Observe as quatro representações de prisma dos exemplos desta página e responda às questões.

a) Quantas faces tem o prisma de base pentagonal? **7 faces.**

b) Quantos vértices tem o prisma de base hexagonal? **12 vértices.**

c) Quantas arestas tem o prisma de base triangular? **9 arestas.**

d) Você conhece outro nome para o prisma reto de base retangular?

25. d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes reconheçam esse prisma como bloco retangular ou paralelepípedo.

26. Responda às questões.

a) Qual é o nome do prisma que tem 6 vértices em uma de suas bases?

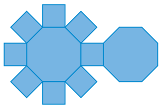
26. a) Prisma de base hexagonal.

b) Quantas arestas há em um prisma de 6 faces? **12 arestas.**

c) Se a base de um prisma tem 8 arestas, quantas faces tem esse prisma? **10 faces.**

d) Um prisma tem 10 faces. Qual é o nome desse prisma? **Prisma de base octogonal.**

27. Observe a planificação de um prisma e, depois, responda às questões.



ID/BR

a) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? **Octógono.**

b) Que polígonos formam as faces laterais? **Quadriláteros.**

c) Depois de montar esse prisma, quantas faces, quantos vértices e quantas arestas ele terá? **10 faces, 16 vértices e 24 arestas.**

DESCUBRA MAIS

As diferentes planificações do cubo

Vimos que a planificação da superfície de uma figura geométrica não plana é uma representação de sua superfície total em um plano. Mas será que existe mais de uma maneira de planificar o mesmo poliedro?

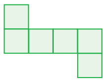
Vamos analisar esse problema considerando as possíveis planificações de um cubo.

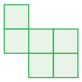
Materiais

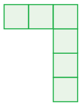
- 2 cartolinas
- régua
- lápis
- caderno para anotações
- tesoura com pontas arredondadas
- fita adesiva

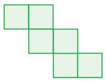
Como fazer

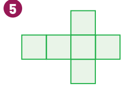
❶ Junte-se a dois colegas. No caderno, indiquem quais das planificações a seguir vocês consideram que são de um cubo. **Resposta pessoal.**

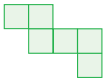
❶


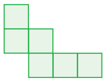
❷


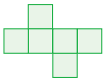
❸


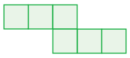
❹


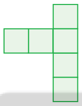
❺


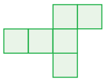
❻


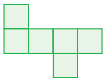
❼


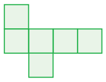
❽


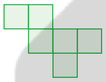
❾


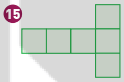
❿


⓫


⓬


⓭


⓮


⓯


Ilustrações: ID/BR

❷ Usando lápis e régua, reproduzam, nas cartolinas, todas essas planificações. Cada aresta deve medir 5 cm.

❸ Com cuidado, recortem as planificações desenhadas no item **2**.

❹ Com o auxílio da fita adesiva, montem as planificações que vocês recortaram.

Para concluir

Responda sempre no caderno.

1. No item **1** do *Como fazer*, como vocês pensaram para selecionar as planificações que formariam um cubo? **Resposta pessoal.**
2. No item **4** do *Como fazer*, quais planificações formaram um cubo? Elas coincidem com as que vocês indicaram no item **1**? **As planificações que formam um cubo são: 1, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14 e 15. Resposta pessoal.**
3. Algumas planificações não formaram um cubo. Na opinião de vocês, por que isso aconteceu? **Resposta pessoal.**
4. Depois de realizar esta atividade, como vocês pensariam para identificar se uma planificação corresponde a determinado poliedro? Compartilhem suas ideias com o professor e os outros grupos. **Resposta pessoal.**

DESCUBRA MAIS

Incentive os estudantes a fazer uma análise prévia de quais planificações não correspondem a cubos. É recomendável que façam essa atividade em grupos. Solicite que anotem o raciocínio deles para futuras comparações.

Na atividade **1**, espera-se que os estudantes comentem que tentaram imaginar, para cada uma das planificações, o cubo montado.

Na atividade **3**, os estudantes podem dizer que algumas faces ficaram sobrepostas.

Na conversa da atividade **4**, espera-se que os estudantes digam que poderiam tentar imaginar o poliedro formado ou reproduzir a planificação dada e, então, fazer a verificação.

As atividades **3** e **4** favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e das habilidades de argumentação e de inferência.

DE OLHO NA BASE

As atividades de cunho prático, em grupo, incentivam a interação entre os estudantes, além de capacitá-los a fazer observações sistemáticas e a desenvolver o raciocínio lógico e o espírito de investigação para produzir argumentos, auxiliando na aquisição da **competência específica de Matemática 2**.

O trabalho em grupo facilita a interação e o trabalho cooperativo entre os estudantes, colaborando para o desenvolvimento de parte da **competência específica de Matemática 8**.

- Incentive os estudantes a observar objetos decorativos, fotos, obras de arte, entre outros, que apresentam elementos que lembram pirâmides.
- Solicite aos estudantes que comparem prismas e pirâmides, destacando características comuns e diferentes.
- Assim como recomendado para os prismas, se possível, reproduza as planificações apresentadas e oriente os estudantes a compor as pirâmides. Reforçamos que atividades desse tipo auxiliam na ampliação da percepção espacial dos estudantes.

Pirâmides

Você conhece alguma construção que lembra a forma de uma pirâmide? Veja as construções a seguir.

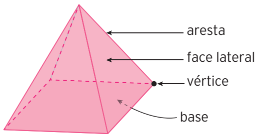

OneWithoutMany/Alamy/Fotoarena

Museu do Louvre, em Paris, na França. Foto de 2021.


AlexelA/Alamy/Fotoarena

Palácio da Paz e Reconciliação, no Casaquistão. Foto de 2019.

Observe a pirâmide representada a seguir.



Diferentemente dos prismas, as pirâmides apresentam apenas uma face especial, chamada de **base**. As demais faces são chamadas de **faces laterais** e são sempre triângulos. Além disso, as pirâmides apresentam um único vértice que não pertence a essa base.

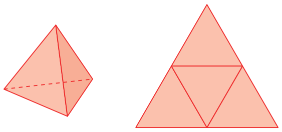
Como no caso dos prismas, para nomear uma pirâmide, analisamos o polígono de sua base. Assim, a pirâmide representada acima é chamada de pirâmide de base quadrangular.

Planificação de pirâmides

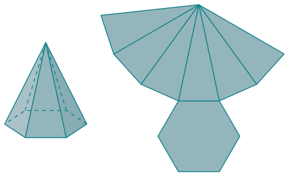
Observe, a seguir, a planificação da superfície de algumas pirâmides.

Exemplos

A. Planificação da superfície de uma pirâmide de base triangular.


Ilustrações: ID/BR

B. Planificação da superfície de uma pirâmide de base hexagonal.



MATEMÁTICA TEM HISTÓRIA

Poliedros de Platão

Platão viveu na Antiguidade, entre 427 a.C. e 347 a.C., e foi um importante filósofo grego. Suas pesquisas contribuíram para muitas áreas do conhecimento, inclusive para a Geometria.

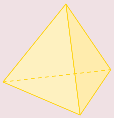
Em um de seus estudos, Platão apresentou uma descrição dos cinco poliedros regulares e mostrou como construir modelos dessas figuras geométricas não planas, juntando triângulos, quadrados ou pentágonos para formar suas faces.

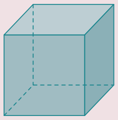
Existem cinco poliedros regulares, e, por ter contribuído para o estudo deles, o conjunto dos poliedros regulares ficou conhecido como poliedros de Platão.

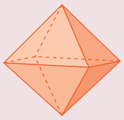
Os poliedros de Platão apresentam as seguintes características:

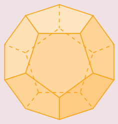
- são regulares (as faces são polígonos regulares e idênticos);
- são convexos;
- têm o mesmo número de lados em todas as faces;
- o mesmo número de arestas chega a todos os vértices.

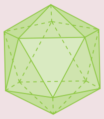
Os cinco poliedros de Platão são:


tetraedro
(4 faces)


cubo
(6 faces)


octaedro
(8 faces)


dodecaedro
(12 faces)

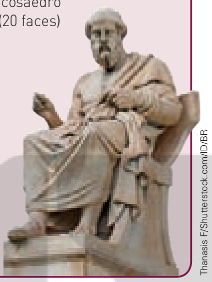

icosaedro
(20 faces)

Ilustrações: ID/BR

Acredita-se que os gregos associavam os poliedros de Platão aos elementos da natureza. O tetraedro era associado ao fogo; o cubo, à terra; o octaedro, ao ar; o dodecaedro, ao Universo; e o icosaedro, à água.

Fonte de pesquisa: Howard Eves. *Introdução à história da matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Ed. da Unicamp, 2011. p. 114.

Agora é com você! Há outros poliedros que podem ser considerados poliedros de Platão? Faça uma pesquisa e apresente oralmente a sua conclusão para a turma. **Resposta pessoal.**


Estátua de Platão → em Atenas, Grécia. Foto de 2020.

Thanasis F/Shutterstock.com/ID/BR

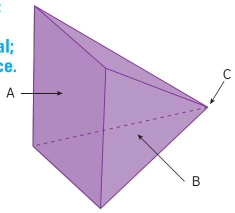
ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

28. Relacione as palavras do quadro com as letras indicadas na figura.

base face lateral vértice

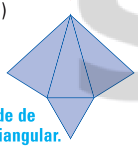
A: base;
B: face lateral;
C: vértice.

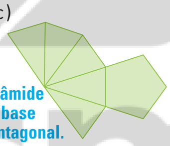


29. Escreva o nome das pirâmides correspondentes às planificações a seguir.

a)

Pirâmide de base hexagonal.

b)

Pirâmide de base triangular.

c)

Pirâmide de base pentagonal.

d)

Pirâmide de base triangular.

Ilustrações: ID/BR

MATEMÁTICA TEM HISTÓRIA

Faça uma leitura compartilhada com os estudantes para explicar que durante muito tempo tais ideias de Platão foram consideradas formadoras de todas as coisas do Universo.

Se possível, solicite uma breve biografia do filósofo para que os estudantes possam ter conhecimento prévio do pensamento dele. Além disso, eles são incentivados a apresentar uma conclusão sobre a existência ou não de outros poliedros que podem ser considerados de Platão. Espera-se que eles concluam que existem apenas os cinco apresentados no boxe. Atividades desse tipo oferecem aos estudantes a oportunidade de terem contato com noções de práticas de pesquisa relacionadas à história da Matemática, visando à compreensão do desenvolvimento histórico do conteúdo apresentado.

DE OLHO NA BASE

A história da Matemática aponta para o próprio desenvolvimento da humanidade, elevando-a a uma ciência humana que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. O estudo da história da Matemática favorece a compreensão da **competência específica de Matemática 1**.

OUTRAS FONTES

Os sólidos de Platão. Série Mão na Forma. Disponível em: http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=6967. Acesso em: 2 jun. 2022.

O vídeo mostra os poliedros com recortes, além de uma experiência sobre densidade.

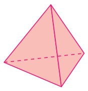
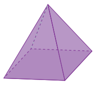
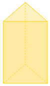
- Se possível, disponibilize modelos de poliedros para que os estudantes verifiquem a relação de Euler e comprovem os valores do quadro com maior facilidade. É conveniente que a relação seja escrita no caderno para que possam assimilar melhor. Comente o fato de a relação funcionar também para alguns poliedros não convexos.
- Evite usar recursos algébricos para representar a relação de Euler, pois os estudantes ainda não foram apresentados formalmente às ideias de variável, incógnita ou ao uso de letras para representar números desconhecidos. É importante que os estudantes façam vários testes sobre a relação enunciada, observando padrões, o que favorece o desenvolvimento do raciocínio indutivo.
- Converse com os estudantes de modo a extrair o que eles sabem sobre os poliedros. Dessa maneira, você estará avaliando os conhecimentos adquiridos por eles.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que façam uma pesquisa biográfica do matemático Leonhard Euler e relatem a importância de seus estudos para o desenvolvimento da Matemática. Ao consultar fontes de informação confiáveis, selecionar e partilhar informações, os estudantes desenvolvem habilidades relacionadas a práticas de pesquisa.

Deutsches Museum, Munich. Fotografia: Alamy/Fotoarena

Detalhe da obra de Johann Georg Brucker reproduz a imagem do matemático *Leonhard Euler*, c. 1756. Óleo sobre tela.

Relação de Euler

Veja o quadro abaixo.

Poliedro	Número de vértices	Número de faces	Números de arestas	Soma do número de vértices e do número de faces
	4	4	6	8
	5	5	8	10
	6	5	9	11

Ao observar as duas últimas colunas desse quadro, você consegue perceber alguma relação? O matemático suíço Leonhard Paul Euler (1707-1783) descobriu a seguinte relação:

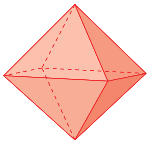
> Em todos os poliedros convexos, a soma do número de vértices e do número de faces é igual ao número de arestas mais duas unidades.

Essa relação se chama relação de Euler e é válida para todos os poliedros convexos. Entretanto, ela também é válida para alguns poliedros não convexos.

Acompanhe como podemos verificar a relação de Euler para o octaedro.

O octaedro apresenta 6 vértices, 8 faces e 12 arestas. Ao verificar a relação de Euler, temos:

$$\underbrace{\overset{\substack{\text{número}\\\text{de vértices}\\\downarrow}}{6} + \overset{\substack{\text{número}\\\text{de faces}\\\downarrow}}{8}}_{14} = \underbrace{\overset{\substack{\text{número}\\\text{de arestas}\\\downarrow}}{12} + 2}_{14}$$



Ilustrações: ID/BR

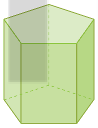
Portanto, a relação de Euler é válida para o octaedro.

ATIVIDADE

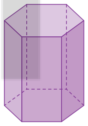
Responda sempre no caderno.

30. Verifique a relação de Euler para os prismas e as pirâmides a seguir.

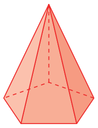
a)



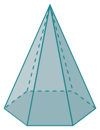
b)



c)



d)

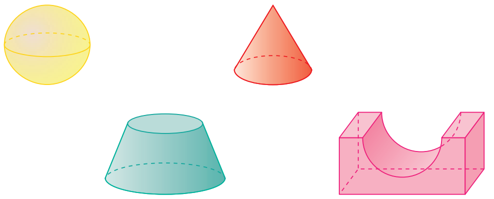


Ilustrações: ID/BR

30. a) $10 + 7 = 15 + 2$
$17 = 17$
b) $12 + 8 = 18 + 2$
$20 = 20$
c) $6 + 6 = 10 + 2$
$12 = 12$
d) $7 + 7 = 12 + 2$
$14 = 14$

Não poliedros

Veja alguns exemplos de figuras geométricas não planas cuja superfície apresenta pelo menos uma parte arredondada.



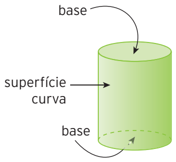
Ilustrações: ID/BR

Figuras geométricas não planas cuja superfície apresenta pelo menos uma parte arredondada são chamadas de **não poliedros**.

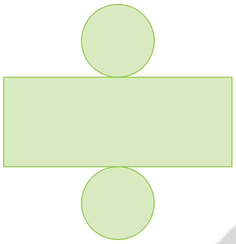
Dentre essas figuras, vamos estudar o cilindro, o cone e a esfera.

Cilindro

Observe um cilindro e a planificação de sua superfície.



Cilindro.

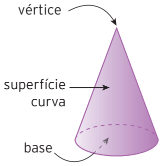


Planificação da superfície cilíndrica.

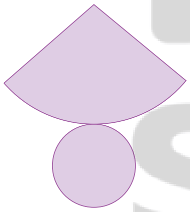
O cilindro apresenta duas faces idênticas e paralelas, chamadas de **bases**, que são círculos, e uma superfície curva.

Cone

Observe um cone e a planificação de sua superfície.



Cone.



Planificação da superfície cônica.

O cone apresenta apenas uma base e uma superfície curva. Como nos cilindros, a base do cone é um círculo.

- Antes de desenvolver o conteúdo desta página, pergunte aos estudantes o que eles entendem por não poliedro e peça exemplos. É provável que façam referência aos corpos redondos. Se julgar conveniente, solicite antecipadamente materiais como rolos vazios de papel higiênico, chapéus de aniversário e bolas de gude e junte-os a embalagens que lembram poliedros para que os estudantes possam compará-los e classificá-los.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para ampliar os conhecimentos dos estudantes e desenvolver a percepção espacial, sugerimos a seguinte atividade:

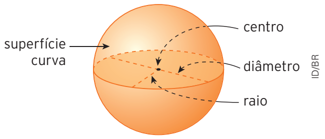
Disponibilize massa de modelar ou faça com os estudantes alguma massa que possa ser modelável.

Com essa massa, eles devem modelar cilindros, esferas e cones. Solicite também que façam poliedros e converse com eles sobre a complexidade desse tipo de construção.

- Leia a legenda da representação do mapa-múndi com os estudantes e verifique se eles compreendem como se dá a distorção da área ao fazer a planificação. Eles ainda não sabem calcular áreas por estimativas, porém, nessa situação, a observação das imagens permite que a comparação seja estabelecida.

Esfera

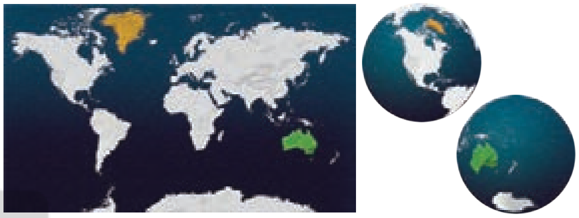
A esfera é formada por uma única superfície curva. Veja, na figura a seguir, os elementos de uma esfera.



Por muito tempo, o formato do planeta Terra era considerado igual ao de uma esfera.

Sabemos que não é possível planificar a superfície de uma esfera. Porém, para facilitar estudos como o de Cartografia, existem representações planas aproximadas da superfície da Terra.

Ao fazer esse tipo de adaptação, as regiões mais próximas dos polos sofrem mais deformações que as regiões próximas à linha do Equador. Dessa maneira, as regiões próximas dos polos parecem maiores do que realmente são.


Cássio Bittencourt/ID/BR

↑ **A área da Groenlândia (destacada em amarelo), na planificação, parece ser maior que a área da Austrália (destacada em verde). Porém, ao observar a representação do globo terrestre, é possível perceber que a área da Groenlândia é consideravelmente menor que a área da Austrália. A Groenlândia tem aproximadamente 2 166 000 km², e a Austrália tem aproximadamente 7 741 000 km². Ou seja, na realidade, a medida da área da Austrália chega a ser mais que o triplo da medida da área da Groenlândia.**

Hoje em dia, sabemos que o formato da Terra se aproxima ao de um elipsoide.

PARA EXPLORAR

Atlas Escolar. IBGE. Disponível em: https://atlasescolar.ibge.gov.br/conceitos-gerais/o-que-e-cartografia/forma-da-terra.html. Acesso em: 16 fev. 2022.

Nesse *link*, é possível encontrar mais informações sobre o formato da Terra.

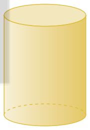
ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

31. Escreva o nome de objetos cotidianos que lembrem os não poliedros indicados a seguir.

a) esfera b) cone c) cilindro

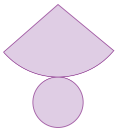
32. Observe o cilindro ao lado e, em seguida, responda: Qual é o nome da região plana que compõe suas bases? **Círculo.**



31. Respostas possíveis:
a) Bola, laranja.
b) Casquinha de sorvete, chapéu de festa.
c) Lata de milho, poste de rua.

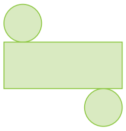
33. Escreva o nome das figuras geométricas que correspondem às planificações a seguir.

a)



Cone.

b)



Cilindro.

Ilustrações: ID/BR

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha aos estudantes uma pesquisa sobre a necessidade de fazer mapas e a relação deles com conceitos matemáticos. Essa proposta pode ser realizada em parceria com o professor de Geografia. Desse modo, os estudantes terão a oportunidade de vivenciar práticas de pesquisa para compreender o desenvolvimento histórico da produção de mapas. O objetivo é possibilitar aos estudantes desenvolver habilidades como localizar e selecionar informações; consultar, de forma crítica, fontes de informação confiáveis; sintetizar e produzir um texto informativo.

DIVERSIFICANDO

4. Linha 1: 3; 4; 4; 6.
Linha 2: 4; 5; 5; 8.
Linha 3: 5; 6; 6; 10.
Linha 4: 6; 7; 7; 12.
Linha 5: 7; 8; 8; 14.

Responda sempre no caderno.

1. Reúna-se com um colega. Observem o quadro abaixo. Depois, classifiquem cada afirmação a seguir em verdadeira ou falsa.

Nome do prisma	Número de vértices do polígono da base	Número de vértices	Número de faces	Número de arestas
Prisma de base triangular	3	6	5	9
Prisma de base quadrangular	4	8	6	12
Prisma de base pentagonal	5	10	7	15
Prisma de base hexagonal	6	12	8	18
Prisma de base heptagonal	7	14	9	21

a) O número de vértices de um prisma é igual ao dobro do número de vértices de seu polígono da base. **Verdadeira.**

b) O número de faces de um prisma é igual ao número de vértices de seu polígono da base mais 2. **Verdadeira.**

c) O número de arestas de um prisma é igual ao triplo do número de vértices de seu polígono da base. **Verdadeira.**

2. Ainda em dupla, e com base no quadro da atividade anterior, façam o que se pede.

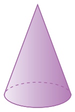
a) Observem a coluna do número de vértices. Vocês conseguem notar alguma regularidade? Se sim, qual? **Respostas pessoais.**

b) Observem a coluna do número de faces. É possível perceber alguma regularidade? Se sim, qual? **Respostas pessoais.**

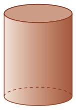
c) Observem a coluna do número de arestas. Vocês conseguem notar alguma regularidade? Se sim, qual? **Respostas pessoais.**

3. Em cada item, indique uma característica comum e uma diferença entre as figuras.

a)



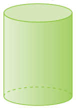
Respostas possíveis:

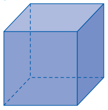


Ilustrações: ID/BR

Característica comum: as bases são círculos; diferença: o cilindro possui duas bases, e o cone, apenas uma.

b)





Característica comum: são figuras geométricas não planas; diferença: o cilindro é um não poliedro, e o cubo é um poliedro.

4. Copie e complete o quadro.

Nome da pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de vértices	Número de faces	Número de arestas
Pirâmide de base triangular				
Pirâmide de base quadrangular				
Pirâmide de base pentagonal				
Pirâmide de base hexagonal				
Pirâmide de base heptagonal				

5. Com base no quadro da atividade **4**, verifique se as afirmações são verdadeiras ou falsas.

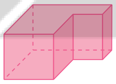
a) O número de vértices de uma pirâmide é igual ao seu número de faces. **Verdadeira.**

b) O número de arestas de uma pirâmide é igual ao seu número de faces mais 2. **Falsa.**

c) O número de arestas da pirâmide é igual ao dobro do número de vértices menos 2. **Verdadeira.**

d) O número de vértices do polígono da base é igual ao número de faces da pirâmide mais 1. **Falsa.**

6. Veja como Pedro verificou a relação de Euler no poliedro abaixo.



$$V + F = A + 2$$
$$12 + 8 = 18 + 2$$
$$20 = 20$$

V: número de vértices
F: número de faces
A: número de arestas

Pedro afirmou a um colega que, como a relação de Euler é válida para o poliedro analisado, ele é um poliedro convexo. A afirmação de Pedro está correta? Explique.

Não, pois apesar de esse poliedro satisfazer a relação de Euler, ele é não convexo.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **1**, é importante que os estudantes atentem aos títulos das colunas do quadro para que possam comparar corretamente as informações de cada coluna.
- Na atividade **2**, espera-se que, ao observar as colunas do quadro da atividade **1**, os estudantes percebam que, enquanto o número de lados do polígono da base dos prismas aumenta de um em um, o número de vértices aumenta de dois em dois, o número de faces também aumenta de um em um e o número de arestas aumenta de três em três. Com esse entendimento, podemos perguntar aos estudantes como ficaria a próxima linha do quadro. Ou seja, a linha que se refere a um prisma de base octogonal.
- Na atividade **4**, incentive os estudantes a compartilhar as respostas entre si.
- Na atividade **6**, os estudantes precisam se lembrar de que a relação de Euler também funciona para alguns poliedros não convexos.

DE OLHO NA BASE

Realizar atividades em dupla favorece a interação entre os estudantes de forma cooperativa na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de determinada questão, respeitando o modo de pensar do colega e aprendendo com ele, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 8**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Se os estudantes tiverem dificuldade em preencher o quadro da atividade **4**, disponibilize materiais manipuláveis para que eles possam contar os elementos solicitados.

Outro modo de sanar dificuldades nesse tipo de atividade é compartilhar as respostas com os colegas. Situações de trabalho em grupo possibilitam aos estudantes reestruturar suas concepções e ampliar seus conhecimentos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- A temática proposta nessa seção está relacionada à tomada de decisões financeiras autônomas. Esse tema contribui para que a escola seja também um espaço de construção da cidadania. Nesse sentido, as práticas educacionais devem ser voltadas para a compreensão da realidade social e das responsabilidades em relação à vida pessoal e coletiva. Atividades que envolvem a Educação Financeira favorecem o desenvolvimento dos estudantes em um dos **Temas Contemporâneos Transversais** da macroárea **Economia**. Ao término do trabalho proposto na seção, espera-se que a turma consiga refletir sobre responsabilidades, atitudes e consequências de algumas decisões financeiras.
- Iniciamos com a ideia de que, mesmo sendo tão jovens, é importante que os estudantes comecem a pensar sobre suas atitudes e decisões financeiras. Aliamos a realidade familiar à reflexão sobre a necessidade de comprar algo. Se eu posso, eu devo? Além disso, convidamos os estudantes a refletir sobre possíveis situações em que tomam decisões que envolvem dinheiro, incluindo consumo imediato, planejamento financeiro, situações de crise e compras por impulso.
- Todos esses aspectos permeiam a ideia central de educação financeira como um convite à reflexão e à ação, evitando o estabelecimento de um conjunto de regras que devem ser necessariamente seguidas para que as pessoas sejam bem-sucedidas e obtenham acúmulos financeiros.

AMPLIANDO HORIZONTES

Se eu posso, eu devo? E se eu devo, eu posso?

Como você costuma tomar suas decisões financeiras? Possivelmente, você já deve ter lidado com situações no dia a dia em que precisa fazer escolhas que envolvem o uso do dinheiro. Há tanto a possibilidade de ceder às compras por impulso como a de resistir e seguir o planejamento traçado inicialmente.

Comprar por impulso é a tendência do consumidor para consumir sem reflexão, de maneira imediata, incentivado por uma propaganda, por exemplo, ou por um apelo emocional que traz uma promessa de gratificação imediata.

Vejamos o que algumas pesquisas revelam sobre as atitudes das pessoas na hora das compras.

Camilla Veras Mota. Inflação no Brasil é 5ª maior da América Latina. *BBC News Brasil*. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/brasil-59945910. Acesso em: 16 fev. 2022.

Elaine Ortiz. *Serasa escore*. Compras por impulso: como evitar esse hábito?. Disponível em: https://www.serasa.com.br/score/blog/compras-por-impulso-como-evitar-esse-habito/. Acesso em: 16 fev. 2022.

Diante dessas informações sobre a maneira como os consumidores brasileiros se comportam, existem alguns aspectos que você pode levar em consideração na hora de fazer suas escolhas. E mesmo que você dependa financeiramente de outras pessoas, isso não quer dizer que não tenha de pensar em como usa o dinheiro. Você também é responsável nessa história.

RESPOSTAS

DE OLHO NA BASE

Ao se reunirem em duplas e discutirem as questões propostas, os estudantes estão exercitando a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, desenvolvendo a **competência geral 9**.

1. Respostas pessoais. A ideia é fazer os estudantes pensarem em situações em que eles precisam tomar decisões que envolvem o uso do dinheiro e sua responsabilidade com a limitação orçamentária familiar, distinguindo entre necessidade e consumismo.
2. Respostas pessoais. Fique atento à realidade socioeconômica dos estudantes. A condição financeira da família deve influenciar o planejamento do estudante, mas não pode ser justificativa para consumos desnecessários e impulsivos. Se o perfil da turma for heterogêneo ou se você perceber que o assunto causa constrangimentos, trabalhe com hipóteses.
3. Respostas pessoais. Convide os estudantes a pensar sobre como a ampla gama de opções pode tanto nos ajudar a comprar algo mais personalizado como pode estimular a compra impulsiva ou, ainda, sem reflexão (são tantas opções que ficamos perdidos).
4. Respostas pessoais. Nesse momento, é interessante discutir a questão de fazer um planejamento e de cumprir o que foi planejado. As atitudes são tão importantes quanto o planejamento.
5. Respostas pessoais. Discuta a responsabilidade financeira e sua conexão com o

Planejar boa parte dos gastos mensais (mesmo que seja apenas os que envolvem você), refletir sobre a situação financeira atual da sua família, avaliar com seus responsáveis as formas de pagamento de bens ou serviços (principalmente os mais caros), tomar cuidado com as compras impulsivas e estabelecer metas de poupança para atingir objetivos individuais e familiares são algumas ações que podem ser benéficas a todos. Boas perguntas para lidar com questões que envolvem o dinheiro são: "Se eu posso, eu devo? Por quê?". E quando há algo que se deve comprar, que é preciso, há ainda que se perguntar: "Se eu devo, eu posso? Por quê?".

Para refletir

Responda sempre no caderno.

Reúna-se com um colega para responder às questões a seguir. **Consulte as respostas neste manual.**

1. Quando seus responsáveis vão comprar algo para vocês, qual é seu poder de decisão? Vocês costumam pensar se realmente precisam do que estão comprando e se o preço está dentro da realidade financeira da família de vocês?
2. Imagine que vocês viram um produto muito legal em uma propaganda, mas ele é muito caro. Se tivessem dinheiro, vocês o comprariam, independentemente do preço? Por quê?
3. Vocês já tiveram o objetivo de comprar algo e, ao chegar às lojas ou acessar o *site* delas, ficaram perdidos com a quantidade de opções disponíveis? Como a grande quantidade de opções costuma afetar suas compras, principalmente em relação ao valor gasto no final?
4. Já aconteceu de vocês planejarem gastar determinado valor em um passeio e o custo ser maior do que esperavam? Por que isso aconteceu?
5. Algumas pessoas compram de maneira impulsiva, isto é, sem planejar antecipadamente. Vocês já compraram alguma coisa sem planejar? A atitude de vocês depois da compra foi de arrependimento ou de satisfação? Vocês se consideram consumidores responsáveis? Explique.
6. Como cada um de vocês poderia ajudar a própria família a realizar um projeto (como uma viagem, a compra de uma casa, etc.) ou a superar um momento difícil (uma crise financeira, por exemplo)?

João Picoli/ID/BR

Responsabilidade

O valor responsabilidade está presente nessa seção, tanto no texto inicial como nas atividades propostas. Explore com os estudantes a importância do senso crítico e do posicionamento, elementos relevantes no desenvolvimento do valor responsabilidade.

Se julgar conveniente, comente a responsabilidade de todos no consumo sustentável.

DE OLHO NA BASE

Discutir projetos que abordem o consumo consciente, valorizando a diversidade de opiniões dos estudantes e familiares, desenvolve a **competência específica de Matemática 7**.

consumo consciente. O que leva alguém a adquirir itens de que não precisa e às vezes comprometer o orçamento pessoal ou familiar? Por que alguém decide realizar uma compra sem antes refletir sobre sua real necessidade? E quais são os fatores que atuam no ato de comprar repentinamente?

6. Resposta pessoal. Algumas possibilidades de resposta são: repensar os gastos, comparar preços antes de realizar uma compra, fazer as contas para não gastar além do que se tem disponível, conhecer a realidade financeira da família, entender as limitações (nem sempre é possível comprar o que se quer no momento), sugerir e aproveitar as oportunidades – compartilhar espaços, aproveitar descontos em produtos de boa qualidade. Esses são apenas alguns exemplos de como o estudante pode colaborar.

OUTRAS FONTES

Os delírios de consumo de Becky Bloom. Direção: P. J. Hogan. Estados Unidos, 2009 (105 min).

Esse filme é uma ótima oportunidade para discutir a temática envolvida nessa seção. Um exemplo disso pode ser visto no fragmento a seguir:

"Quando eu olhava as vitrines, eu via outro mundo. Um mundo de sonhos, cheio de coisas perfeitas. Um mundo onde as garotas adultas tinham o que queriam. Elas eram lindas como fadas ou princesas. E nem precisavam de dinheiro. Tinham cartões mágicos." [00:45 a 01:11]

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

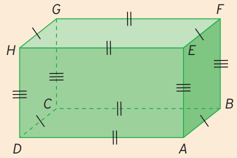
- Nessa seção, são propostas atividades que retomam os conteúdos trabalhados ao longo da unidade.
- Na atividade **3**, retome os conceitos de segmentos consecutivos, colineares e adjacentes. Verifique se os estudantes encontraram os 15 segmentos no item **a** e esclareça a eles que $\overline{AB}$ e $\overline{BA}$, por exemplo, são duas representações para o mesmo segmento.
- Incentive os estudantes a explicar como pensaram para realizar a atividade **5**. Solicite também que reescrevam a sentença falsa, corrigindo-a.
- Atividades que envolvem esquemas, como a atividade **7,** são de grande valor para a aprendizagem significativa. Com esses esquemas, os estudantes conseguem perceber as relações entre conceitos e a inclusão e intersecção de classes entre eles. Explore o esquema apresentado solicitando aos estudantes que escrevam proposições com os conectivos “se” e “então”, por exemplo:
  - Se duas retas de um plano não se cruzam, então elas não têm ponto em comum.
  - Se duas retas de um plano não têm ponto em comum, então elas são paralelas.

  Essa atividade também permite que os estudantes façam inferências para completar o esquema. Eles devem perceber, por exemplo, que, se duas retas se cruzam, então ou elas têm apenas um ponto em comum, ou elas têm todos os pontos em comum. É importante que eles percebam que não há outras possibilidades, descartando a hipótese de duas retas se cruzarem, por exemplo, em dois ou três pontos distintos.

ATIVIDADES INTEGRADAS

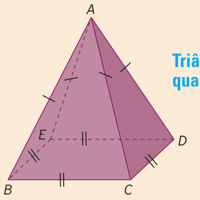
1. Considerando que as figuras geométricas não planas dos itens a seguir são carimbos, responda: Quais são os polígonos que encontraremos se carimbarmos todos os lados dessas figuras?

a)



Retângulos.

b)



Triângulos isósceles e quadrado.

2. Siga o passo a passo abaixo e, depois, responda às questões.

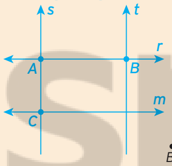
- Trace uma reta *s* perpendicular a *r* que passe pelo ponto *A*.
- Trace uma reta *t* paralela a *s* que passe pelo ponto *B*.
- Marque um ponto *C* na reta *s*, distinto de *A*.
- Trace uma reta *m* perpendicular a *s* que passe pelo ponto *C*.

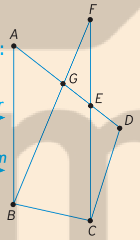
a) Quais são os pares de retas perpendiculares? ***r* e *s*; *r* e *t*; *m* e *s*; *m* e *t*.**

b) Existem pares de retas paralelas? Se sim, quais? **Sim. *r* e *m*; *s* e *t*.**

3. Observe a figura e responda.

2. Resposta possível:





a) Quantos segmentos de reta há nessa figura? Escreva quais são esses segmentos. **15 segmentos; $\overline{AB}$, $\overline{AG}$, $\overline{AE}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BG}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DE}$, $\overline{DG}$, $\overline{EG}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$.**

b) Escreva dois pares de segmentos consecutivos. **Resposta possível: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$.**

c) Escreva dois pares de segmentos colineares.

d) Escreva dois pares de segmentos adjacentes.

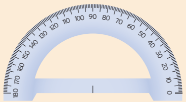
e) Com auxílio de uma régua, meça os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{FE}$, $\overline{FB}$ e $\overline{GD}$. Eles são congruentes? **Não.**

3. c) Resposta possível: $\overline{AG}$ e $\overline{DE}$; $\overline{DE}$ e $\overline{EG}$.
d) Resposta possível: $\overline{CE}$ e $\overline{EF}$; $\overline{BG}$ e $\overline{GF}$.

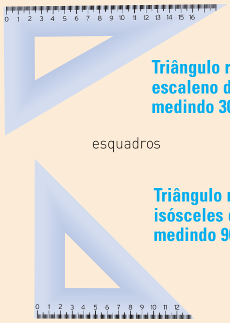
4. Para realizar esta atividade, você vai precisar dos seguintes materiais:

régua

Ilustrações: ID/BR



transferidor



Triângulo retângulo escaleno de ângulos medindo 30º, 60º e 90º;

esquadros

Triângulo retângulo isósceles de ângulos medindo 90º, 45º e 45º.

Com o auxílio da régua e do transferidor, meça os lados e os ângulos dos esquadros. Depois, classifique os triângulos representados pelas bordas dos esquadros quanto aos lados e quanto aos ângulos.

5. Verifique se as sentenças são verdadeiras ou falsas.

a) Todos os ângulos retos têm mesma medida. **Verdadeira.**

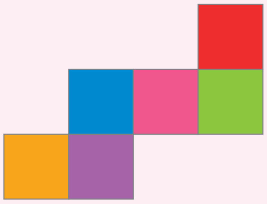
b) Todos os ângulos agudos têm mesma medida. **Falsa.**

c) A medida de um ângulo obtuso é sempre maior que a medida de um ângulo agudo. **Verdadeira.**

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

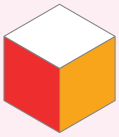
Para desenvolver habilidades espaciais e estabelecer relações entre os elementos de poliedros, proponha aos estudantes as seguintes atividades:

1. Observe a planificação de uma caixa cúbica.



Ilustrações: ID/BR

Agora, veja a caixa montada.



Perceba que uma das faces está em branco. Qual deve ser a cor dessa face? Azul.

2. A relação de Euler diz que, em todos os poliedros convexos, a soma do número de vértices e do número de faces é igual ao número de arestas mais duas unidades. Então, se um poliedro tem 16 faces e 18 vértices, qual será o número de arestas? 32

6. Observe a figura que Natália formou usando 12 palitos de sorvete, todos de mesmo tamanho. Depois, responda ao que se pede.


Danillo Souza/ID/BR

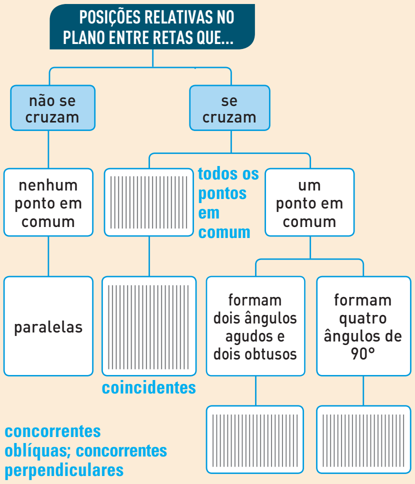
6. a) Quadrado.

a) Qual é o nome da figura que Natália formou?

b) Qual é o número máximo de triângulos equiláteros que você consegue construir com 12 palitos? **4 triângulos equiláteros.**

c) Quantos trapézios diferentes você consegue construir com 12 palitos? Você pode usar alguns desses palitos ou todos. **12 trapézios.**

7. Copie e complete o esquema a seguir no caderno.



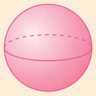
8. Registre, no caderno, a alternativa correta.

Em qual dos horários a seguir os ponteiros das horas e dos minutos de um relógio formam um ângulo reto? **Alternativa d.**

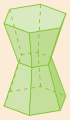
a) 13 horas
b) 19 horas
c) 16 horas
d) 21 horas

9. Observe as figuras geométricas não planas a seguir e indique quais figuras correspondem a cada item.

I.

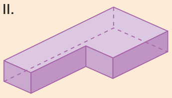


IV.

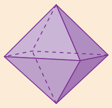


Ilustrações: ID/BR

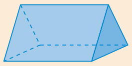
II.



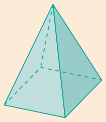
V.



III.



VI.



a) Não poliedros. **I.**

b) Poliedros. **II, III, IV, V, VI.**

c) Poliedros convexos. **III, V, VI.**

d) Poliedros não convexos. **II, IV.**

10. Escreva a alternativa correta no caderno.

(Saresp) A foto abaixo é de uma pirâmide de base quadrada, a Grande Pirâmide de Quéops, uma das Sete Maravilhas do mundo Antigo.


Orhan Cam/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Pirâmide de Quéops, no Egito.

O número de faces dessa pirâmide, incluindo a base, é: **Alternativa b.**

a) igual ao número de arestas.

b) igual ao número de vértices.

c) a metade do número de arestas.

d) o dobro do número de vértices.

AUTOAVALIAÇÃO

Proponha aos estudantes as questões a seguir para que façam uma autoavaliação.

- Compreendi o que são conceitos primitivos?
- Reconheço ângulos em diferentes contextos?
- Consigo determinar a medida de ângulos utilizando transferidor?
- Classifico as retas quanto às suas posições relativas no plano?
- Quantifico e estabeleço relações entre o número de vértices, arestas e faces de prismas e pirâmides?
- Identifico as características de um triângulo e sei classificá-lo quanto às medidas dos lados e dos ângulos?
- Reconheço a inclusão e a intersecção de classes entre os quadriláteros?
- Procurei conversar com os colegas ou o professor para esclarecer minhas dúvidas?
- Ampliei meus conhecimentos de Matemática?

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Se os estudantes tiverem dificuldade em responder aos itens **b** e **c** da atividade **6**, forneça palitos de sorvete para que façam simulações e realizem o que foi proposto.

Se algum estudante tiver dificuldade em responder à atividade **8**, providencie um relógio grande de ponteiros para que seja possível manipular os ponteiros e verificar o horário indicado em cada alternativa e, então, identificar qual é o ângulo formado por eles. É possível também pedir aos estudantes que desenhem um relógio de ponteiros para cada alternativa e analisem os ângulos formados pelos ponteiros.

NESTA UNIDADE...

Competências gerais
7, 8 e 9.

Competências específicas de Matemática
3 e 6.

Temas Contemporâneos Transversais
Cidadania e Civismo e Multiculturalismo.

Habilidades

(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).

(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

UNIDADE 3

DIVISIBILIDADE

SOBRE A UNIDADE

Nesta unidade, os estudantes vão estudar os múltiplos e os divisores naturais de um número natural, o que vai proporcionar a eles a ampliação dos conhecimentos adquiridos no estudo da multiplicação e da divisão. Sugerimos que sejam exploradas situações-problema adequadas para iniciar a discussão sobre esse conceito.

É importante que os estudantes tenham o domínio das operações com números naturais para o melhor entendimento dos conceitos de múltiplo e de divisor de números naturais.

Outros conhecimentos importantes estudados nesta unidade referem-se a números primos e a números compostos, necessários para decompor um número. Assimilar os conceitos de múltiplo e de divisor auxiliará na diferenciação entre números primos e números compostos.

Ao longo do trabalho com esta unidade, verifique o entendimento dos estudantes sobre os conceitos estudados. Observe quais são suas dificuldades e auxilie-os dando outros exemplos sempre que possível e resolvendo uma atividade para que esclareçam suas dúvidas.

CAPÍTULO 1
Múltiplos e divisores

CAPÍTULO 2
Números primos


Leo Burgos/Pulsar Imagens

PRIMEIRAS IDEIAS

O Theatro Municipal de São Paulo abriu suas portas para o público em 12 de setembro de 1911. Hoje, conta com apresentações de orquestras, balés e corais. São oferecidas também visitas educativas. Essas visitas podem ser individuais ou em grupos de 15 a 30 pessoas. No caso das visitações em grupo, deve ser realizado, presencialmente ou via *site*, um agendamento prévio.

1. Se dois grupos de 15 participantes fizerem a visita educativa, quantas pessoas participarão dessa visita? E se forem três grupos? E se forem quatro grupos?
2. Se 300 pessoas quiserem formar grupos para realizar a visita, será possível que fiquem divididas em grupos de 20 pessoas? E em grupos de 25 pessoas?
3. Podemos dizer que o número 300 é divisível por 20? E por 25? Por quê?

← Fachada do Theatro Municipal de São Paulo (SP). Foto de 2019.

RESPOSTAS

1. 30 pessoas; 45 pessoas; 60 pessoas. Observe como os estudantes obtiveram as quantidades de visitantes. Uma possibilidade é multiplicar a quantidade de grupos pela quantidade de pessoas em cada grupo.
2. Sim, poderão ser divididas em 15 grupos de 20 pessoas. Sim, poderão ser divididas em 12 grupos de 25 pessoas. Peça aos estudantes que compartilhem com os colegas como fizeram para resolver essa questão.
3. Verifique se os estudantes compreenderam a questão e o que conhecem sobre esse assunto. Se for necessário, explique que, ao dividir 300 por 20, obtemos como quociente 15 e não sobra resto; assim, podemos dizer que 300 é divisível por 20. Seguindo esse raciocínio, como 300 dividido por 25 é igual a 12 e não sobra resto, podemos dizer que 300 é divisível por 25.

PRIMEIRAS IDEIAS

- Oriente os estudantes a observar atentamente os detalhes da fachada do Theatro Municipal de São Paulo, bem como a estrutura, as letras e as imagens. Pergunte a eles se conhecem alguma sala de espetáculos, se já assistiram a alguma peça ou fizeram algum tipo de visitação a um teatro. Para uma experiência imersiva do teatro como local de apresentações culturais, se possível, leve os estudantes à sala de informática ou peça a eles que acessem, em um dispositivo com acesso à internet, o *tour* virtual disponibilizado no *site* https://theatromunicipal.org.br/pt-br/visita-livre/ e o vídeo disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=vD3PFsTcTo0, que apresenta uma visita guiada a esse teatro (acessos em: 23 maio 2022). Pergunte a eles também quais contribuições esse tipo de espaço de cultura pode trazer para a comunidade. Esse debate proporciona a reflexão da turma sobre a diversidade de saberes e vivências culturais em âmbito local, regional e global, que pertence a um dos **Temas Contemporâneos Transversais** da macroárea **Multiculturalismo**.
- Peça aos estudantes que façam uma pesquisa sobre a localização do Theatro Municipal de São Paulo e os tipos de evento que ele apresenta. Levante uma discussão sobre o uso desse espaço público. Comente com os estudantes que os espaços públicos são mantidos pelo governo com verbas provenientes dos impostos e das taxas que a população paga. Se julgar oportuno, converse sobre as atitudes que devemos ter em locais públicos, trabalhando o valor respeito.
- Sugira uma atividade na qual os estudantes devem pesquisar a quantidade de assentos em teatros ou em outros locais públicos na região onde vivem e, com base no número encontrado, elaborar perguntas como: Quantos grupos de 20 pessoas podem ser acomodados nesse teatro? Sobram lugares? Se sim, quantos? Essa atividade propicia a introdução dos conceitos de divisibilidade.
- Utilize a ideia de agrupamentos para começar a explorar os conceitos de múltiplos e de divisores.

CAPÍTULO 1

Conteúdos

- Sequências numéricas.
- Múltiplos de um número natural.
- Divisores de um número natural.
- Relações entre múltiplo e divisor.
- Critérios de divisibilidade.

Objetivos

- Reconhecer uma sequência numérica.
- Determinar o padrão de uma sequência de múltiplos de um número natural e seus termos sucessivos.
- Determinar os múltiplos e os divisores de um número natural.
- Representar geometricamente os divisores de um número natural.
- Estabelecer relação entre múltiplo e divisor de um número natural.
- Compreender e aplicar os critérios de divisibilidade na resolução de situações-problema.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de determinar os múltiplos e os divisores de um número natural, além de estudar critérios de divisibilidade, o que pode auxiliar em diversas situações que envolvem as operações com números naturais. Estabelecer relações entre números é uma das habilidades que os estudantes devem desenvolver em Matemática, e o estudo proposto com situações que envolvem múltiplos e divisores agrega argumentos e repertório matemáticos para que eles tenham autonomia na compreensão sobre a validade de soluções de problemas e na tomada de decisões.

Capítulo 1 MÚLTIPLOS E DIVISORES

Para melhor compreensão do conteúdo deste capítulo, espera-se que os estudantes tenham domínio de operações com números naturais.

Sequências numéricas

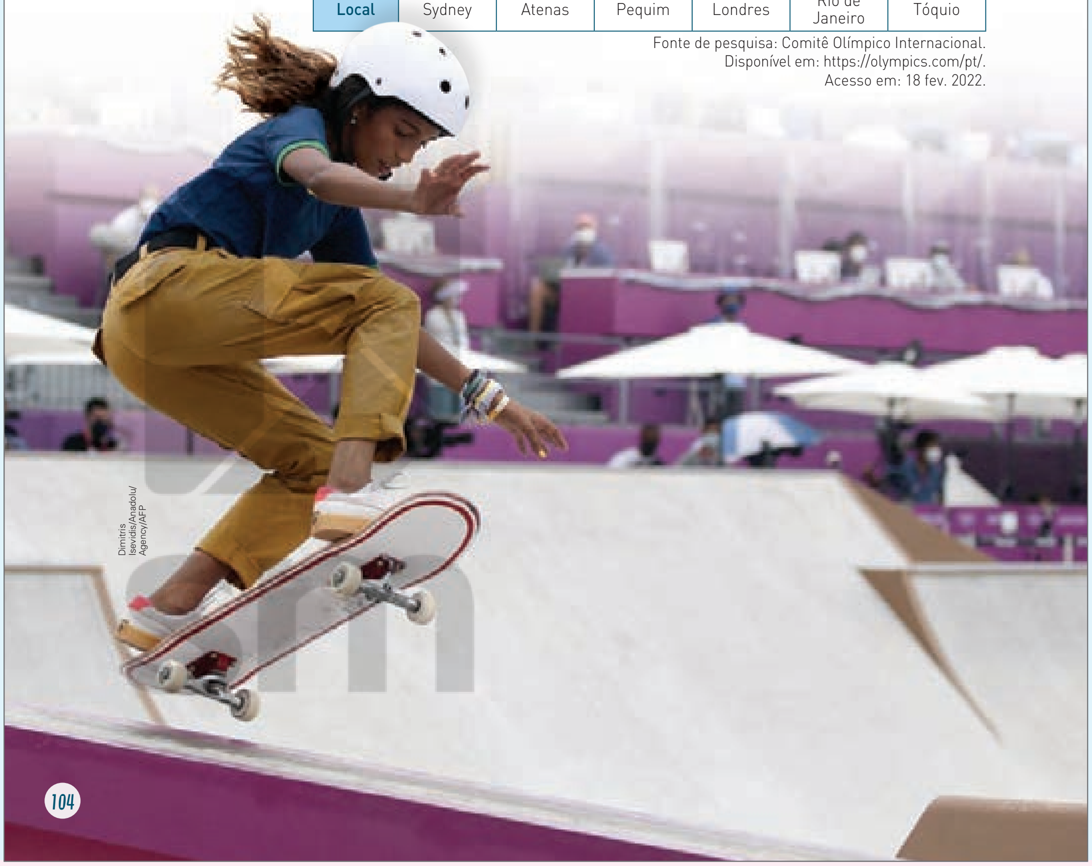
Os jogos olímpicos tiveram origem na Grécia Antiga e foram retomados em Atenas, em 1896. Desde essa época, são organizados pelo Comitê Olímpico Internacional (COI) e ocorrem a cada 4 anos.

Confira na tabela a edição, o ano e o local dos jogos olímpicos de 2000 a 2020.

Jogos olímpicos de 2000 a 2020

Edição	XXVII	XXVIII	XXIX	XXX	XXXI	XXXII
Ano	2000	2004	2008	2012	2016	2020
Local	Sydney	Atenas	Pequim	Londres	Rio de Janeiro	Tóquio

Fonte de pesquisa: Comitê Olímpico Internacional. Disponível em: https://olympics.com/pt/. Acesso em: 18 fev. 2022.



↓ Rayssa Leal, do Brasil, competindo no *skate* de rua feminino nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020. Foto de 2021.

Dimitris Isevidis/Anadolu/Agency/AFP

(IN)FORMAÇÃO

Se for conveniente ou surgir algum questionamento, comente com os estudantes que, devido à pandemia de covid-19, os jogos olímpicos de 2020 ocorreram no ano de 2021.

De acordo com a Organização Pan-Americana da Saúde (Opas), em 31 de dezembro de 2019, a Organização Mundial da Saúde (OMS) recebeu uma notificação sobre diversos casos de pneumonia na cidade de Wuhan, na China. Logo em seguida, na primeira semana de janeiro de 2020, as autoridades chinesas confirmaram que haviam identificado um novo tipo de coronavírus, o SARS-CoV-2, até então não identificado em seres humanos.

No fim de janeiro de 2020, a OMS declarou que o surto do novo coronavírus se enquadrava como uma Emergência de Saúde Pública de Importância Internacional (ESPII), que configura o mais alto nível de alerta da Organização. Até então, esse alerta havia sido emitido em apenas cinco ocasiões:

- 25 de abril de 2009: pandemia de H1N1.
- 5 de maio de 2014: disseminação internacional de poliovírus.
- 8 agosto de 2014: surto de ebola na África Ocidental.
- 1º de fevereiro de 2016: no Brasil, vírus zika e aumento de casos de microcefalia e outras malformações congênitas.
- 18 maio de 2018: surto de ebola na República Democrática do Congo.

Em 11 de março de 2020, a covid-19, doença causada pelo SARS-CoV-2, foi caracterizada como pandemia. Vale ressaltar que o termo “pandemia” não está relacionado com a gravidade da doença, mas sim com uma questão geográfica.

No Brasil, assim como na maior parte do mundo, para conter o avanço da doença e amenizar o impacto no sistema de saúde, foram adotadas, em um primeiro momento, medidas de isolamento social. Estabelecimentos que prestavam serviços caracterizados como não essenciais (estádios de futebol, cinemas, escolas, teatros, igrejas, lojas, entre outros) foram fechados e os hábitos tiveram de ser rapidamente modificados para que as pessoas trabalhassem (no caso de serviços considerados não essenciais) e estudassem de maneira remota. Depois, também foi adotado o uso obrigatório de máscaras individuais para reduzir o contágio. Muitos eventos importantes, como as Olimpíadas de Tóquio, foram adiados, cancelados ou transformados em eventos virtuais.

Agora, veja a sequência dos números que representam os anos em que ocorreram jogos olímpicos. Qual será o próximo termo dessa sequência?

2000, 2004, 2008, 2012, 2016, 2020, ...

Para descobrir o próximo termo, precisamos saber que os jogos olímpicos ocorrem de 4 em 4 anos. Ou seja, essa sequência segue um padrão. Observe.

2000, 2004, 2008, 2012, 2016, 2020, ...

+ 4 + 4 + 4 + 4 + 4

Nessa sequência, os números aumentam de 4 em 4. Assim, o próximo termo da sequência será 2024.

Exemplos

A. Na sequência a seguir, os números aumentam de 1 em 1.

0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

Logo, o próximo termo será 6.

B. Na sequência a seguir, os números diminuem de 2 em 2.

52, 50, 48, 46, 44, 42, 40, ...

− 2 − 2 − 2 − 2 − 2 − 2 − 2

Portanto, o próximo termo será 38.

C. Nesta sequência, os termos são obtidos ao multiplicar o termo anterior por 4.

5, 20, 80, 320, 1 280, ...

· 4 · 4 · 4 · 4 · 4

Logo, o próximo termo será 5 120.

D. Na sequência a seguir, os termos são obtidos ao dividir o termo anterior por 3.

8 100, 2 700, 900, 300, ...

: 3 : 3 : 3 : 3

Assim, o próximo termo será 100.

1. a) Padrão: adicionar 7 unidades ao termo anterior; próximos termos: 32, 39, 46.
b) Padrão: adicionar 13 unidades ao termo anterior; próximos termos: 59, 72, 85.
c) Padrão: subtrair 5 unidades do termo anterior; próximos termos: 21, 16, 11.

ATIVIDADE

Responda sempre no caderno.

1. Cada uma das sequências a seguir apresenta um padrão. Descubra o padrão e escreva os próximos três números de cada uma delas.

a) 4, 11, 18, 25, ...
b) 7, 20, 33, 46, ...
c) 41, 36, 31, 26, ...
d) 3, 6, 12, 24, ...
e) 20, 200, 2 000, ...
f) 8 000, 4 000, 2 000, ...

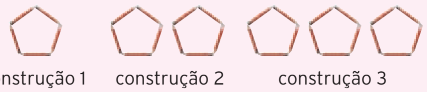
d) Padrão: multiplicar o termo anterior por 2; próximos termos: 48, 96, 192.
e) Padrão: multiplicar o termo anterior por 10; próximos termos: 20 000, 200 000, 2 000 000.
f) Padrão: dividir o termo anterior por 2; próximos termos: 1 000, 500, 250.

Em 2021, após o desenvolvimento de algumas vacinas, teve início o processo de vacinação. No Brasil, até 24 de maio de 2022, mais de 667 mil pessoas haviam morrido de covid-19, e o número de casos confirmados já passava dos 31 milhões.

Fontes de pesquisa: WHO. Disponível em: https://www.who.int/pt; Opas. Disponível em: https://www.paho.org/pt/brasil. Acessos em: 31 maio 2022.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

As seguintes construções foram feitas utilizando lápis:



Ilustrações: ID/BR

a) Seguindo o padrão, escreva os cinco primeiros termos da sequência numérica que indica o número de lápis utilizados em cada uma das cinco primeiras construções.
5; 10; 15; 20; 25.

b) Determine o padrão que gera a sequência numérica que indica o número de lápis.
Resposta possível: Nessa sequência, de um termo para o termo seguinte, acrescentam-se sempre 5 lápis.

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

- Proponha aos estudantes que leiam o texto de abertura do capítulo e conversem sobre os jogos olímpicos, mencionando desde modalidades de que mais gostam até quantos jogos olímpicos já acompanharam. Ressalte à turma o papel da mulher em algumas modalidades que eram consideradas masculinas e incentive-os a socializar a impressão deles sobre esse assunto. Proponha a eles que citem outras áreas da sociedade nas quais a mulher atua e a importância da equidade de gênero em espaços e privilégios destinados primariamente aos homens. Esse trabalho promove positivamente a imagem da mulher, considerando sua participação e seu protagonismo em várias áreas da sociedade.
- Por meio da tabela, incentive os estudantes a observar que a sequência dos números que representam os anos dos jogos olímpicos segue um padrão. Pergunte: Qual é esse padrão? Espera-se que os estudantes percebam que os jogos olímpicos acontecem a cada quatro anos; assim, a sequência de números que representam os anos dos jogos olímpicos aumenta de quatro em quatro.
- O termo “sequência” geralmente é empregado para representar uma sucessão de objetos ou fatos em uma ordem determinada. Essa ordem pode ser de tamanho, cronológica, figural, entre outras. As sequências ou sucessões são muito comuns em nosso dia a dia – nós as usamos até sem perceber, como na contagem das horas, dos meses do ano, etc.
- Se julgar oportuno, pergunte aos estudantes: Em que outras situações podemos observar uma sequência no nosso dia a dia? Uma resposta possível é nas eleições. A votação para presidente, por exemplo, acontece de quatro em quatro anos.
- Nestas páginas, trabalhamos sequências numéricas com diferentes padrões. Verifique se os estudantes perceberam os diferentes padrões. Se julgar oportuno, peça a eles que se reúnam em duplas. Cada estudante deve pensar em uma sequência numérica com determinado padrão; em seguida, um estudante deve mostrar ao colega a sequência e o colega deve descobrir o padrão usado.
- A partir da compreensão das sequências numéricas, os estudantes podem desenvolver o raciocínio lógico.

MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO NATURAL

- Antes de iniciar o estudo de múltiplos de um número natural, pergunte aos estudantes o que sabem sobre esse assunto e verifique se eles compreenderam que o múltiplo de um número natural é o produto desse número por um número natural qualquer.
- Podemos obter a sequência dos múltiplos de um número natural fazendo a multiplicação desse número pela sequência dos números naturais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...).
- É importante que os estudantes compreendam que, além de efetuar multiplicações, também podemos fazer uma divisão para verificar se um número é múltiplo de outro. Se julgar oportuno, retome o que é divisão exata e divisão não exata.
- No estudo de uma sequência formada por múltiplos de um número natural, é comum que alguns estudantes elaborem proposições como as apresentadas no boxe *Pare e reflita*, raciocinando do seguinte modo:

1. Se uma sequência é formada pelos múltiplos de um número natural *n*, então os termos dessa sequência aumentam de *n* em *n*.
2. Se uma sequência é formada por números que aumentam de *n* em *n*, sendo *n* um número natural, então os termos dessa sequência são múltiplos de *n*.

De fato, a primeira proposição é verdadeira e foi apresentada no desenvolvimento do conteúdo. Entretanto, a segunda proposição é falsa, e a sequência apresentada no boxe pode ser usada como contraexemplo:

3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ...

Use essa situação para orientar os estudantes sobre a importância de sustentar seus argumentos em um raciocínio lógico que seja possível inferir com base em proposições verdadeiras.

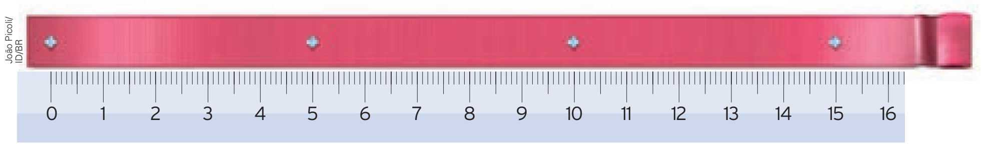
DE OLHO NA BASE

Nesta página, o exemplo e as atividades propostas possibilitam que os estudantes estabeleçam relações entre números, expressas pelo termo “é múltiplo de”, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

Múltiplos de um número natural

Fátima vai decorar uma fita com *strass* autocolante. Ela quer que a distância entre um *strass* e outro seja sempre de 5 cm. Para saber onde colar o *strass*, ela utilizou uma régua.

Ela colou o primeiro *strass* no início da régua, em 0 cm, o segundo *strass* em 5 cm, depois em 10 cm, em 15 cm e assim por diante. Veja.



João Picoli/ ID/BR

Os números 0, 5, 10, 15, ... formam a sequência dos **múltiplos de 5**. O conjunto dos múltiplos de 5 é indicado por:

M(5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...}

Observe que os múltiplos de 5 podem ser obtidos quando multiplicamos os números naturais por 5.

> Múltiplo de um número natural é o produto desse número por um número natural qualquer.

Observações

- Todo número natural é múltiplo de si mesmo.
- O zero é múltiplo de qualquer número natural.
- Um número natural diferente de zero tem infinitos múltiplos.

Além de efetuar multiplicações, também podemos fazer uma divisão para saber se um número é múltiplo de outro.

Por exemplo, para verificar se 1 003 é múltiplo de 5, dividimos 1 003 por 5 e observamos o resto da divisão.

$$\begin{array}{rl} 1\,003 & \underline{|\,5\quad} \\ -\underline{10\quad} & 200 \\ 003 & \end{array}$$

Como o resto dessa divisão não é zero, 1 003 não é múltiplo de 5. Isso significa que não existe nenhum número natural que, multiplicado por 5, resulte em 1 003.

Espera-se que os estudantes respondam que a segunda sequência não representa os múltiplos de 7 porque a divisão desses números por 7 não é exata.

PARE E REFLITA

Observe as sequências abaixo.

0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, ...

3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ...

Ambas aumentam de 7 em 7, porém só a primeira é a sequência dos múltiplos de 7. Você sabe explicar por quê?

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

2. Copie o quadro no caderno e complete-o.

	Número	Oito primeiros múltiplos naturais
0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14	2	|||||||||||||||||||||||||||||||
0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21	3	|||||||||||||||||||||||||||||||
0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42	6	|||||||||||||||||||||||||||||||

3. Faça uma divisão e verifique se:

a) 78 é múltiplo de 8. **Não.**
b) 160 é múltiplo de 4. **Sim.**
c) 432 é múltiplo de 6. **Sim.**
d) 61 725 é múltiplo de 5. **Sim.**

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha a atividade a seguir aos estudantes.

Observe o quadro e faça o que se pede.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

a) Escreva quais são os múltiplos de 4, 5, 6 e 7 no quadro.
- Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96.
- Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95.
- Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96.
- Múltiplos de 7: 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98.

b) Quais são os múltiplos de 4 compreendidos entre 12 e 35? 16, 20, 24, 28 e 32.

c) Quais são os múltiplos de 5 menores que 79? 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70 e 75.

d) Quais são os múltiplos de 6 maiores que 39 e menores que 72? 42, 48, 54, 60 e 66.

e) Quais são os múltiplos de 7 menores que 45? 0, 7, 14, 21, 28, 35 e 42.

Divisores de um número natural

Edu fez 20 brigadeiros e precisa organizá-los em embalagens com a mesma quantidade de brigadeiros, sem que sobrem brigadeiros fora delas. Acompanhe como podemos representar todas as possibilidades que Edu tem.

Edu pode colocar todos os brigadeiros em uma única embalagem.

Veja que 20 : 1 = 20 é uma divisão exata.

Ele pode colocá-los em 5 embalagens com 4 brigadeiros em cada uma.

Ilustrações: João Picoli/ID/BR

Veja que 20 : 5 = 4 é uma divisão exata.

Ele pode colocar os brigadeiros em 2 embalagens com 10 brigadeiros em cada uma.

Veja que 20 : 2 = 10 é uma divisão exata.

Ele pode colocá-los em 10 embalagens com 2 brigadeiros em cada uma.

Veja que 20 : 10 = 2 é uma divisão exata.

Ele pode colocar os brigadeiros em 4 embalagens com 5 brigadeiros em cada uma.

Veja que 20 : 4 = 5 é uma divisão exata.

Ele pode colocar os brigadeiros em 20 embalagens com 1 brigadeiro em cada uma.

Veja que 20 : 20 = 1 é uma divisão exata.

Como essas divisões indicadas são exatas (o resto é igual a zero), dizemos que 20 é divisível por 1, 2, 4, 5, 10 e 20 ou que esses números são divisores de 20. O conjunto dos divisores de 20 é indicado por:

D(20) = {1, 2, 4, 5, 10, 20}

Observe que Edu não poderia usar embalagens com 3, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 ou 19 brigadeiros, pois a divisão de 20 por esses números não é exata. Assim, sobrariam brigadeiros sem ser embalados.

DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

- Verifique se os estudantes compreenderam que, para um número natural ser divisível por outro, a divisão desse número natural pelo outro deve ser exata.
- Se julgar oportuno, proponha a alguns estudantes que vão à lousa e escrevam os divisores de 2, de 4 e de 6.

D(2) = {1, 2}
D(4) = {1, 2, 4}
D(6) = {1, 2, 3, 6}

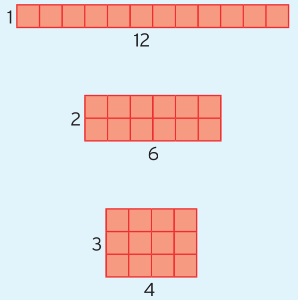
- Outra possibilidade de trabalho com os divisores de um número é propor aos estudantes que se reúnam em grupos de 2, 3, 4 ou 5 estudantes. Eles devem observar em quais casos não sobra estudante fora dos grupos, ou seja, quando a divisão é exata. Nesses casos, o número de estudantes da sala de aula é divisível pelo número de estudantes dos grupos. Ao final, pergunte: O número de estudantes da sala é divisível por 2? E por 3? E por 4? E por 5?

Incentive os estudantes a refletir e a explicar como pensaram para responder às perguntas.

DE OLHO NA BASE

Refletir sobre o conteúdo desta página possibilita aos estudantes estabelecer relações entre números expressas pelo termo “é divisível por”, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

- Lançar mão da representação geométrica para determinar os divisores de um número natural traz muita concretude e visibilidade aos estudantes.
- Verifique se os estudantes compreenderam a relação entre os lados dos retângulos desenhados por Marcelo e os divisores de 20. Eles devem perceber que, organizando os divisores naturais de 20 em ordem crescente e multiplicando os divisores que estão nos extremos dessa sequência, depois os que são adjacentes aos extremos, e assim por diante, o resultado será sempre o mesmo, no caso, 20. Além disso, os fatores dessas multiplicações são os lados dos retângulos que podemos desenhar. O mesmo ocorre com os lados dos retângulos desenhados por Diana e os divisores de 16.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que encontrem os divisores de 12 partindo da representação geométrica. Eles devem desenhar, considerando a unidade um quadradinho, todos os possíveis retângulos formados por 12 quadradinhos, conforme as figuras a seguir.



Ilustrações: ID/BR

De acordo com o que os estudantes aprenderam, é possível determinar os divisores de 12 observando essas representações geométricas. Assim, os divisores de 12 são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

DE OLHO NA BASE

Ao representar geometricamente os divisores de um número natural, os estudantes estão fazendo relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética e Geometria), favorecendo também o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 3**.

Representação geométrica dos divisores de um número natural

Os divisores naturais de um número, quando colocados em ordem crescente, apresentam uma regularidade.

Considere os divisores naturais de 20 colocados em ordem crescente.

1, 2, 4, 5, 10, 20

Observe a regularidade que podemos perceber nesses divisores.

1, 2, 4, 5, 10, 20

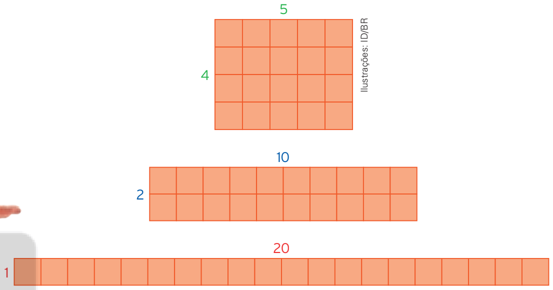
4 · 5 = 20

2 · 10 = 20

1 · 20 = 20

Conhecendo essa regularidade, Marcelo representou geometricamente os divisores naturais de 20. Ele desenhou todas as possibilidades de retângulos formados por 20 quadradinhos de mesmo tamanho (🟧). Veja.

Danillo Souza/ID/BR



Ilustrações: ID/BR

Depois de ver a representação geométrica dos divisores naturais de 20 que Marcelo fez, Diana representou geometricamente os divisores naturais de 16.

Primeiro, ela escreveu os divisores de 16 em ordem crescente e verificou a regularidade existente.

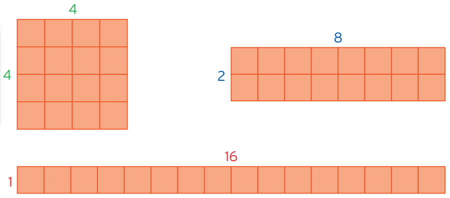
Depois, ela desenhou todas as possibilidades de retângulos formados por 16 quadradinhos de mesmo tamanho (🟧).

1, 2, 4, 8, 16

4 · 4 = 16

2 · 8 = 16

1 · 16 = 16



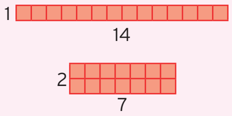
PARE E REFLITA

Você consegue perceber alguma relação entre os lados dos retângulos desenhados por Marcelo e os divisores de 20? E entre os lados dos retângulos desenhados por Diana e os divisores de 16?

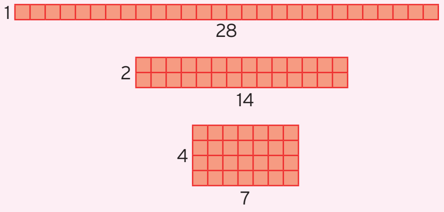
Respostas pessoais.

RESPOSTAS

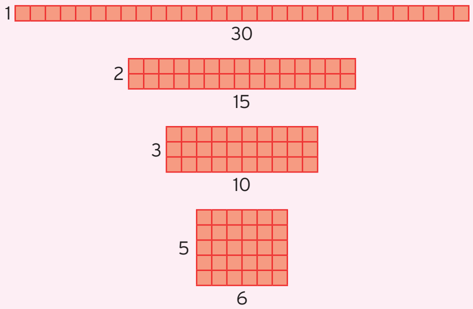
6\. a)



b)



c)



Relações entre múltiplo e divisor


Ana Katharine Frota/ID/BR

Vanessa precisa organizar 154 botões em saquinhos. Se ela colocar 7 botões em cada saquinho, sobrará algum botão fora dos saquinhos?

Para responder a essa questão, precisamos saber se 154 : 7 é uma divisão exata ou uma divisão não exata.

Efetuando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{r|l}
154 & 7 \\ \cline{2-2}
-\underline{14} & 22 \\
14 & \\
-\underline{14} & \\
0 &
\end{array}
$$

Como a divisão de 154 por 7 é **exata**, dizemos que 154 é **divisível** por 7 ou que 154 é **múltiplo** de 7. Também dizemos que 7 é **divisor** de 154, ou que 7 é um **fator** de 154, ou que 7 **divide** 154.

Portanto, se Vanessa colocar 7 botões em cada saquinho, não sobrará nenhum botão fora dos saquinhos.

E se Vanessa resolver colocar 6 botões em cada saquinho, o que acontecerá?

$$
\begin{array}{r|l}
154 & 6 \\ \cline{2-2}
-\underline{12} & 25 \\
34 & \\
-\underline{30} & \\
4 &
\end{array}
$$

Como a divisão de 154 por 6 é **não exata**, dizemos que 154 **não é divisível** por 6 ou que 154 **não é múltiplo** de 6. Também dizemos que 6 **não é divisor** de 154, ou que 6 **não é um fator** de 154, ou que 6 **não divide** 154.

Assim, se ela colocar 6 botões em cada saquinho, vão sobrar 4 botões fora dos saquinhos.

4. a) D(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}
b) D(10) = {1, 2, 5, 10}
c) D(13) = {1, 13}
d) D(36) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}
e) D(49) = {1, 7, 49}
f) D(42) = {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}

5. a) D(32) = {1, 2, 4, 8, 16, 32};
Regularidade:
$1 \cdot 32 = 32$; $2 \cdot 16 = 32$;
$4 \cdot 8 = 32$
b) D(45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45};
Regularidade:
$1 \cdot 45 = 45$; $3 \cdot 15 = 45$;
$5 \cdot 9 = 45$
c) D(64) = {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64};
Regularidade:
$1 \cdot 64 = 64$; $2 \cdot 32 = 64$;
$4 \cdot 16 = 64$; $8 \cdot 8 = 64$
d) D(121) = {1, 11, 121};
Regularidade:
$1 \cdot 121 = 121$; $11 \cdot 11 = 121$

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

4. Determine os divisores naturais dos números a seguir.

a) 18 c) 13 e) 49
b) 10 d) 36 f) 42

5. Escreva, em ordem crescente, os divisores naturais dos números de cada item e verifique a regularidade observada neles.

a) 32 b) 45 c) 64 d) 121

6. Utilize uma folha de papel quadriculado para representar geometricamente todos os divisores naturais dos números a seguir.

a) 14 b) 28 c) 30 d) 42

Consulte as respostas neste manual.

7. Na escola Alfa, 144 estudantes vão participar de um campeonato regional que será disputado entre equipes. De acordo com o regulamento do campeonato, as equipes devem ter 7, 9 ou 13 estudantes. Para que as equipes da escola Alfa tenham quantidades iguais de integrantes, sem que fiquem pessoas fora das equipes, quantos estudantes terá cada equipe: 7, 9 ou 13? **9 estudantes.**

8. Considere os cálculos da atividade anterior e classifique cada afirmação a seguir em verdadeira ou falsa.

a) 144 é divisível por 7. **Falsa.**
b) 144 é múltiplo de 9. **Verdadeira.**
c) 144 é divisível por 13. **Falsa.**
d) 13 é divisor de 144. **Falsa.**
e) 9 é divisor de 144. **Verdadeira.**
f) 7 não é divisor de 144. **Verdadeira.**
g) 144 é múltiplo de 13. **Falsa.**
h) 9 é um fator de 144. **Verdadeira.**
i) 7 é um fator de 144. **Falsa.**
j) 13 não é um fator de 144. **Verdadeira.**

9. Copie a frase a seguir no caderno e complete-a com os termos: divisível, múltiplo ou divisor.

A divisão de 180 por 15 é exata. Logo, 180 é ★ por 15, ou seja, 15 é ★ de 180 ou, ainda, 180 é ★ de 15. **divisível, divisor, múltiplo**

RELAÇÕES ENTRE MÚLTIPLO E DIVISOR

- Verifique se os estudantes compreenderam as relações entre múltiplo e divisor. Por exemplo, se 18 é múltiplo de 6, então 6 é divisor de 18, ou seja, 18 é divisível por 6 ou, ainda, 6 é fator de 18. Essas relações são importantes. Verifique se os estudantes as compreenderam e, se ainda tiverem dúvidas, dê outros exemplos.

DE OLHO NA BASE

O exemplo e as atividades propostos nesta página possibilitam aos estudantes estabelecer relações entre números expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de" e "é fator de", favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

OUTRAS FONTES

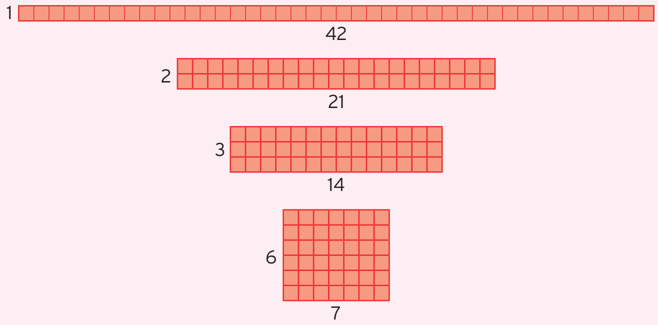
Zunino, D. L. de. *A Matemática na escola*: aqui e agora. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

O livro busca otimizar a Matemática em proveito do estudante para sua vida escolar e extraescolar e propõe o aprender Matemática sem renunciar ao pensar, reposicionando essa disciplina como ciência em permanente evolução.

Lorenzato, S. (org.). *O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006 (Coleção Formação de Professores).

O livro mostra o insubstituível papel que um laboratório de ensino de Matemática pode desempenhar no ensino e na aprendizagem da Matemática. Apresenta também diferentes concepções e utilizações, extensa bibliografia referente ao tema e muitas sugestões de materiais didáticos.

d)



CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

- Os critérios de divisibilidade permitem verificar se um número natural é divisível por outro número natural sem efetuar uma divisão.
- Conhecer e compreender os critérios de divisibilidade facilitam a resolução de problemas relacionados à divisão e, consequentemente, a resolução de expressões numéricas de maior complexidade. Para que os estudantes assimilem essas técnicas, sugerimos contextualizá-las em situações-problema possíveis de ocorrerem na realidade deles.
- O estudo de critérios de divisibilidade proporciona aos estudantes situações de aprendizagem que desenvolvem noções de pensamento computacional (identificação de padrões), mobilizando diferentes processos cognitivos, na medida em que reconhecem algoritmos e estratégias para verificar se um dado número é ou não divisível por outro. Além disso, os estudantes têm a oportunidade de utilizar o raciocínio indutivo, ao elaborar conjecturas e generalizações para os critérios de divisibilidade.
- Verifique se os estudantes percebem uma regularidade nos números realçados em rosa no quadro. Espera-se que eles percebam que esses números, organizados em ordem crescente, representam a sequência dos múltiplos de 2 e que o algarismo das unidades desses números é sempre 0, 2, 4, 6 ou 8. O objetivo é que os estudantes compreendam que, se o algarismo das unidades de um número for 0, 2, 4, 6 ou 8, então esse número é divisível por 2.

DE OLHO NA BASE

Compreender os conceitos trabalhados nesta página possibilita aos estudantes estabelecer critérios de divisibilidade por 2, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

Critérios de divisibilidade

Para guardar os 248 pratos de seu restaurante, Mariana quer fazer pilhas com quantidades iguais, sem que sobrem pratos. É possível fazer pilhas de 4, 6 ou 8 pratos em cada uma das pilhas?

Para responder a essa pergunta, vamos dividir 248 por 4, por 6 e por 8.

$$\begin{array}{r|l} 248 & 4 \\ \cline{2-2} -\underline{24} & 62 \\ 08 & \\ -\underline{\ 8} & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 248 & 6 \\ \cline{2-2} -\underline{24} & 41 \\ 08 & \\ -\underline{\ 6} & \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 248 & 8 \\ \cline{2-2} -\underline{24} & 31 \\ 08 & \\ -\underline{\ 8} & \\ 0 & \end{array}$$

Observe que:

- 248 é divisível por 4. Então, se Mariana fizer pilhas com 4 pratos em cada uma, não sobrarão pratos.
- 248 não é divisível por 6. Portanto, se Mariana fizer pilhas com 6 pratos em cada uma, sobrarão 2 pratos.
- 248 é divisível por 8. Logo, se Mariana fizer pilhas com 8 pratos em cada uma, não sobrarão pratos.

Nessa situação, foi simples verificar se 248 era divisível por 4, por 6 e por 8. Entretanto, em algumas situações, não é prático efetuar divisões para descobrir se um número é divisível por outro. Nesses casos, é possível utilizar alguns **critérios de divisibilidade**. Vamos estudar alguns deles.

Divisibilidade por 2

Observe as colunas destacadas em rosa no quadro.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Você consegue perceber alguma regularidade nos números dessas colunas? **Resposta pessoal.**

Perceba que os números que estão nas colunas destacadas em rosa, organizados em ordem crescente, representam a sequência dos múltiplos de 2. O algarismo das unidades desses números é sempre 0, 2, 4, 6 ou 8.

PARE E REFLITA

Se continuássemos completando as linhas do quadro, o número 244 ficaria em qual coluna? Ele é divisível por 2?

Ele ficaria na coluna dos números que terminam em 4. Sim.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Proponha aos estudantes as atividades a seguir.

1. Lucas quer embalar 158 balas em dois pacotes, com a mesma quantidade de balas em cada pacote. É possível? Quantas balas serão colocadas em cada pacote? Sim. 79 balas.
2. Determinado número é composto de três algarismos. O algarismo das unidades é 2 e o das centenas é 5. Esse número é divisível por 2? Por quê?

   Sim, porque o algarismo da ordem das unidades é 2, logo ele é par; e todo número par é divisível por 2.
3. Mariana fez 556 brigadeiros e quer dividi-los igualmente entre 5 pratos para enfeitar a mesa de sua festa de aniversário. É possível? Vai sobrar algum brigadeiro? Se sim, quantos?

   Não é possível. Vai sobrar 1 brigadeiro.
4. Cinco amigos fizeram juntos uma aposta na loteria. Ganharam um prêmio de R$ 3 720,00. É possível dividir o prêmio igualmente entre eles? Quanto receberá cada um?

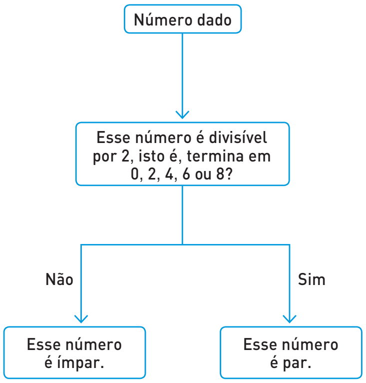
   Sim. Cada um receberá R$ 744,00.
5. Sem fazer divisões, copie apenas os números do quadro que são divisíveis por 2.

38	91	82	103	228	629
514	6 245	1 267	3 570	2 036	

Os números divisíveis por 2 são os números pares: 38, 82, 228, 514, 3 570 e 2 036.

Assim, para identificar se um número natural é divisível por 2, devemos observar o algarismo das unidades. Se o algarismo das unidades for 0, 2, 4, 6 ou 8, então o número é divisível por 2.

Conhecer esse critério de divisibilidade nos possibilita fazer esquemas para resolver certas situações, como descobrir se um número é par ou ímpar. Observe.



Divisibilidade por 5

Agora, observe as colunas destacadas em verde no quadro.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Qual é a regularidade que podemos perceber nos números dessas colunas? **Resposta pessoal.**

Perceba que os números que estão nas colunas destacadas em verde, organizados em ordem crescente, representam a sequência dos múltiplos de 5. O algarismo das unidades dos números dessa sequência é sempre 0 ou 5.

Assim, para saber se um número natural é divisível por 5, observamos o algarismo das unidades. Se ele for 0 ou 5, o número é divisível por 5.

PARE E REFLITA

Se continuássemos completando as linhas do quadro, o número 640 ficaria em qual coluna? E o número 1 205? Eles são divisíveis por 5?

Na coluna dos números que terminam em 0. Na coluna dos números que terminam em 5. Os dois números são divisíveis por 5.

- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que escrevam alguns números divisíveis por 2, com dois, três ou quatro algarismos. Observe como fizeram. Eles usaram o critério de divisibilidade por 2? De que maneira encontraram esses números?

DE OLHO NA BASE

O esquema apresentado no Livro do Estudante, mostrando como descobrir se um número é par ou ímpar, possibilita aos estudantes a familiarização com esse tipo de representação de algoritmo que indica a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par), favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA04**. Note que, nesse caso, não usamos o termo "fluxograma" no Livro do Estudante, pois esse conceito será abordado mais adiante. Nesta unidade, a apresentação de algoritmos por meio de esquemas tem por objetivo fazer com que o estudante se familiarize com esse tipo de representação.

- Peça aos estudantes que compartilhem a regularidade observada nos números realçados em verde no quadro. Espera-se que eles percebam que esses números, organizados em ordem crescente, representam a sequência dos múltiplos de 5 e que o algarismo das unidades dessa sequência é sempre 0 ou 5. Então, para saber se um número natural é divisível por 5, basta observar o algarismo das unidades. Se ele for 0 ou 5, o número é divisível por 5.

DE OLHO NA BASE

Compreender os conceitos trabalhados nesta página possibilita aos estudantes estabelecer critérios de divisibilidade por 5, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

6. Sem fazer cálculos, identifique as afirmações falsas e corrija-as no caderno.

a) O número 1 015 é múltiplo de 5.
Verdadeira, pois o algarismo das unidades é 5.

b) A divisão de 5 521 por 5 é exata.
Falsa, pois o algarismo das unidades não é 0 nem 5.
Exemplo de correção: A divisão de 5 521 por 5 não é exata.

c) O número 5 é divisor de 3 620.
Verdadeira, pois o algarismo das unidades é 0.

d) O número 10 206 é divisível por 5.
Falsa, pois o algarismo das unidades não é 0 nem 5.
Exemplo de correção: O número 10 206 não é divisível por 5.

e) O número 790 não é divisível por 5.
Falsa, pois o algarismo das unidades é 0.
Exemplo de correção: O número 790 é divisível por 5.

- Observe se os estudantes compreenderam que, para que um número natural seja divisível por 10, o algarismo das unidades deve ser 0.
- No boxe *Pare e reflita*, ajude os estudantes a perceber que os números que são divisíveis por 10 também são divisíveis por 2 e por 5. Isso acontece porque 2 e 5 são fatores de 10 ($2 \cdot 5 = 10$).
- Explore o esquema apresentado solicitando aos estudantes que escrevam proposições com os conectivos "se" e "então". Essa prática pode ajudá-los a construir argumentos lógicos. Eles podem escrever, por exemplo:
  - Se um número é divisível por 2 e termina em 0, então esse número é divisível por 5 e por 10.
  - Se um número é divisível por 2 e não termina em 0, então esse número não é divisível por 5 nem por 10.
  - Se um número não é divisível por 2 e termina em 5, então esse número é divisível por 5 mas não é por 10.
  - Se um número não é divisível por 2 e não termina em 5, então esse número não é divisível por 5 nem por 10.

  Pode-se também propor a escrita de outras proposições, com base nas informações do esquema. Por exemplo:
  - Se um número é divisível por 2, então esse número é par.
  - Se um número é par, então esse número termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.
  - Se um número termina em 5, então ele não é par.
  - Se um número é divisível por 5, então esse número termina em 0 ou em 5.
  - Se um número é divisível por 10, então esse número é divisível por 2 e por 5.

DE OLHO NA BASE

O esquema apresentado no Livro do Estudante possibilita aos estudantes que se familiarizem com esse tipo de representação de algoritmo que indica a resolução de um problema simples, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA04**.

Divisibilidade por 10

Observe a coluna destacada em laranja no quadro.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

PARE E REFLITA

Se você fizesse um quadro igual a esse e pintasse de amarelo as colunas dos números divisíveis por 2 e de azul as colunas dos números divisíveis por 5, o que aconteceria na primeira coluna?

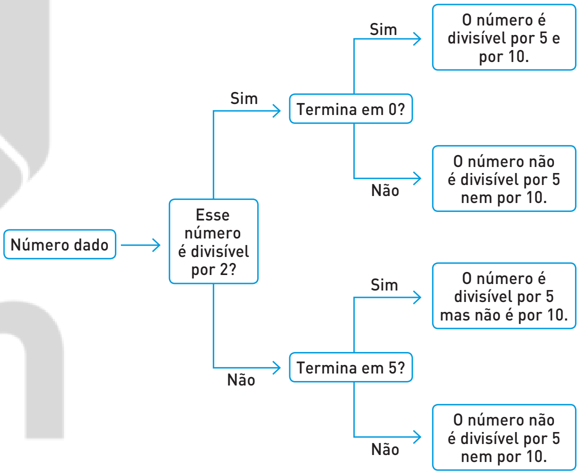
A primeira coluna ficaria pintada de amarelo e de azul. Comente com os estudantes que isso acontece porque os múltiplos de 10 (números que estão na primeira coluna) são divisíveis por 2 e por 5 também.

O que você percebe em relação aos números destacados? **Resposta pessoal.**

Perceba que os números que estão na coluna destacada em laranja, organizados em ordem crescente, representam a sequência dos múltiplos de 10. O algarismo das unidades desses números é sempre 0.

Assim, para saber se um número natural é divisível por 10, observamos o algarismo das unidades. Se for 0, então o número é divisível por 10.

Agora, veja um esquema que permite verificar se um número é divisível por 5 e/ou por 10.



Você faria um esquema diferente? Como? Explique. **Respostas pessoais.**

(IN)FORMAÇÃO

Divisibilidade: como ensiná-la à garotada

Trabalhe com bons problemas. A estratégia é bem mais interessante do que apresentar as regras que definem se um número é múltiplo de outro

Estabelecer relações entre os números de uma questão para resolvê-la é uma das habilidades que os alunos precisam desenvolver em Matemática ao longo da escolaridade. Só assim eles têm a chance de ganhar autonomia para sugerir estratégias e de compreender por que um resultado é possível e outros não, entre outros benefícios.

Durante o estudo da divisibilidade, essa postura não pode ser desconsiderada. Ela tem efeitos melhores do que apresentar regras que determinam se um número é divisível por outro. Por exemplo: "Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 3".

Apresentar regularidades desse tipo deixa muitas questões em aberto – como "o que a soma dos dígitos tem a ver com o valor do número?" – e os estudantes só aprendem a aplicá-las mecanicamente. Eles são capazes de fazer mais, como desenvolver resoluções com base no que já sabem. Essa aprendizagem, mais ampla e interessante, tem a ver com a organização de argumentos e representa um esforço intelectual que não pode ser dispensado pelo professor. Por meio dele, a meninada se aproxima cada vez mais do fazer matemático e consegue compreender os resultados e as regularidades. [...]

VICHESSI, B. Divisibilidade: como ensiná-la à garotada. *Nova Escola*, 1º abr. 2012. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/2136/divisibilidade-como-ensina-la-a-garotada. Acesso em: 24 maio 2022.

Divisibilidade por 4

Observe a sequência de números naturais maiores que 99 e divisíveis por 4.

100, 104, 108, 112, 116, 120, 124, 128, 132, 136, ...,
200, 204, 208, 212, 216, 220, 224, 228, 232, 236, ...,
300, 304, 308, 312, 316, 320, 324, 328, 332, 336, ...,
400, 404, 408, 412, 416, 420, 424, 428, 432, 436, ...,
500, 504, 508, 512, 516, 520, 524, 528, 532, 536, ...,
600, 604, 608, 612, 616, 620, 624, 628, 632, 636, ...

Para verificar se um número natural é divisível por 4, precisamos analisar o número formado pelos algarismos da **dezena** e da **unidade** desse número natural. Se eles forem iguais a 0 ou se formarem um número divisível por 4, então o número natural é divisível por 4.

Por exemplo, o número 118 não é divisível por 4, pois o número 18 não é divisível por 4. Já o número 116 é, pois 16 é divisível por 4.

Divisibilidade por 8

Observe a sequência de números naturais maiores que 999 e divisíveis por 8.

1000, 1008, 1016, 1024, 1032, ..., 1104, 1112, 1120, 1128, ...,
2000, 2008, 2016, 2024, 2032, ..., 2104, 2112, 2120, 2128, ...,
3000, 3008, 3016, 3024, 3032, ..., 3104, 3112, 3120, 3128, ...,
4000, 4008, 4016, 4024, 4032, ..., 4104, 4112, 4120, 4128, ...,
5000, 5008, 5016, 5024, 5032, ..., 5104, 5112, 5120, 5128, ...,
6000, 6008, 6016, 6024, 6032, ..., 6104, 6112, 6120, 6128, ...

Para verificar se um número natural é divisível por 8, precisamos analisar o número formado pelos algarismos da **centena**, da **dezena** e da **unidade** desse número natural. Se eles forem iguais a 0 ou se formarem um número divisível por 8, então o número natural é divisível por 8.

Por exemplo, o número 1 041 não é divisível por 8, pois o número 41 não é divisível por 8. Já o número 1 040 é, pois 40 é divisível por 8.

Para verificar se um número é divisível por 4, precisamos analisar se os algarismos da dezena e da unidade são iguais a 0 ou se formam um número divisível por 4, e para verificar se um número é divisível por 8, precisamos analisar se os algarismos da centena, da dezena e da unidade são iguais a 0 ou se formam um número divisível por 8.

PARE E REFLITA

Qual é a diferença entre o critério de divisibilidade por 4 e o por 8?

- Verifique se os estudantes compreenderam que, para um número natural ser divisível por 4, é necessário analisar o número formado pelos algarismos da dezena e da unidade desse número. Caso eles sejam iguais a 0 ou formem um número divisível por 4, então o número natural é divisível por 4.
  Proponha outros exemplos para que os estudantes verifiquem essa informação.
- Observe se os estudantes compreenderam que, para um número natural ser divisível por 8, é necessário analisar o número formado pelos algarismos da centena, da dezena e da unidade desse número natural. Caso eles sejam iguais a 0 ou formem um número divisível por 8, então o número natural é divisível por 8.
  Proponha outros exemplos para que os estudantes verifiquem essa informação.
- Se julgar oportuno, comente com os estudantes que, para verificar se um número é divisível por 8, eles podem fazer a divisão do número formado pelos seus três últimos algarismos por 2, sucessivamente, por três vezes, pois $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$. Por exemplo, para verificar se 179 500 é divisível por 8, efetua-se $500 : 2 = 250$, $250 : 2 = 125$ e, como 125 não é par, não é divisível por 2; portanto, 179 500 não é divisível por 8.
- Incentive os estudantes a perceber que os números divisíveis por 4 e por 8 também são divisíveis por 2, uma vez que 2 é um dos fatores de 4 e de 8 ($4 = 2 \cdot 2$ e $8 = 2 \cdot 4$).

DE OLHO NA BASE

Compreender os conceitos trabalhados nestas páginas possibilita aos estudantes estabelecer critérios de divisibilidade por 4, por 8 e por 10, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha a atividade a seguir aos estudantes.

Todos os números do quadro a seguir são divisíveis por 10? Justifique.

200 630 890 1 005
2 555 3 480 6 000

Não. Para um número ser divisível por 10, o algarismo das unidades deve ser 0. No caso, 1 005 e 2 555 não atendem a esse critério.

Divisibilidade por 3

Nos quadros a seguir, há alguns múltiplos de 3.

12 | 135 | 519 | 1 632

24 | 309 | 693 | 7 161

Observe a soma dos algarismos de cada um desses números.

$12 \longrightarrow 1 + 2 = 3$ | $519 \longrightarrow 5 + 1 + 9 = 15$

$24 \longrightarrow 2 + 4 = 6$ | $693 \longrightarrow 6 + 9 + 3 = 18$

$135 \longrightarrow 1 + 3 + 5 = 9$ | $1\,632 \longrightarrow 1 + 6 + 3 + 2 = 12$

$309 \longrightarrow 3 + 0 + 9 = 12$ | $7\,161 \longrightarrow 7 + 1 + 6 + 1 = 15$

Existe algum padrão nessas somas? Você notou que a soma de todos os algarismos de cada um desses números é divisível por 3? **Respostas pessoais.**

Esse padrão ocorre com todos os múltiplos de 3. Assim, para verificar se um número natural é divisível por 3, devemos analisar a soma dos algarismos desse número. Se a soma for um número divisível por 3, então o número natural é divisível por 3.

Divisibilidade por 9

Agora, observe alguns múltiplos de 9.

18 | 522 | 3 672 | 6 003

387 | 999 | 4 905 | 56 394

Esses números apresentam um padrão. Veja.

$18 \longrightarrow 1 + 8 = 9$ | $3\,672 \longrightarrow 3 + 6 + 7 + 2 = 18$

$387 \longrightarrow 3 + 8 + 7 = 18$ | $4\,905 \longrightarrow 4 + 9 + 0 + 5 = 18$

$522 \longrightarrow 5 + 2 + 2 = 9$ | $6\,003 \longrightarrow 6 + 0 + 0 + 3 = 9$

$999 \longrightarrow 9 + 9 + 9 = 27$ | $56\,394 \longrightarrow 5 + 6 + 3 + 9 + 4 = 27$

Você notou que a soma dos algarismos de cada um desses números é divisível por 9? **Resposta pessoal.**

Esse padrão ocorre com todos os múltiplos de 9. Assim, para verificar se um número natural é divisível por 9, devemos analisar a soma dos algarismos desse número. Se a soma for um número divisível por 9, então o número natural é divisível por 9.

- Observe se os estudantes assimilaram que, para um número ser divisível por 3, devemos analisar a soma dos algarismos desse número. Se a soma for um número divisível por 3, então o número natural também é divisível por 3.

  Compreender isso é útil quando se precisa verificar a divisibilidade de números grandes. Por exemplo:

  $999\,882 \rightarrow 9 + 9 + 9 + 8 + 8 + 2 = 45$

  Como 45 é divisível por 3, então o número 999 882 é divisível por 3.
- Analogamente ao critério de divisibilidade por 3, os estudantes devem compreender que, para verificar se um número é divisível por 9, devemos analisar a soma dos algarismos desse número. Se a soma for um número divisível por 9, então o número natural é divisível por 9. Ao realizar esse tipo de analogia, promovemos práticas de argumentação e inferência.
- Se julgar oportuno, dê mais exemplos de números que são divisíveis por 3 e por 9. Em seguida, pergunte aos estudantes: “Um número divisível por 9 também é divisível por 3?”. Espera-se que eles percebam que um número divisível por 9 também é divisível por 3, uma vez que 3 é um fator de 9 ($9 = 3 \cdot 3$).

DE OLHO NA BASE

Compreender os conceitos trabalhados nesta página possibilita aos estudantes estabelecer critérios de divisibilidade por 3 e por 9, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Proponha as atividades a seguir aos estudantes.

1. Pedro quer dividir suas 216 figurinhas igualmente entre ele e cinco colegas da escola. Com essa quantidade de figurinhas, Pedro conseguirá realizar a divisão de forma exata?

Para que a divisão seja exata, 216 deve ser divisível por 6 (Pedro e 5 colegas), ou seja, por 2 e por 3, visto que $2 \cdot 3 = 6$. Verificamos que 216 é divisível por 2, pois é par, e também é divisível por 3, pois $2 + 1 + 6 = 9$, que é divisível por 3.

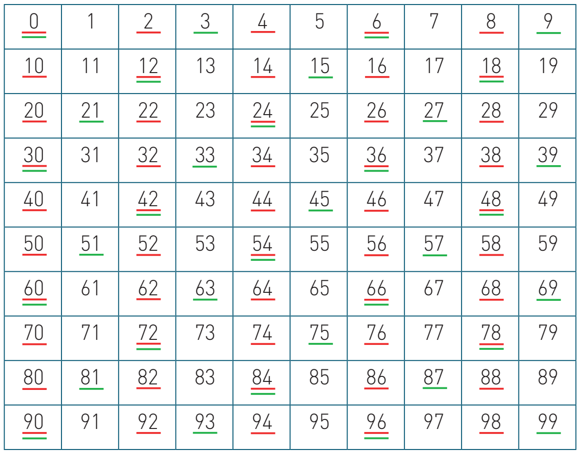
Logo, Pedro conseguirá dividir as figurinhas igualmente entre eles.

2. Complete o quadro, observando os algarismos do número 3 25★.

O número 3 25★ será divisível por...	... quando ★ for igual a...
2	0, 2, 4, 6 ou 8
3	2, 5 ou 8
4	2 ou 6
5	0 ou 5
6	2 ou 8
9	8
10	0

Divisibilidade por 6

No quadro a seguir, os **múltiplos de 2** estão destacados com um traço **vermelho** na parte inferior e os **múltiplos de 3**, com um traço **verde**. Observe.



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

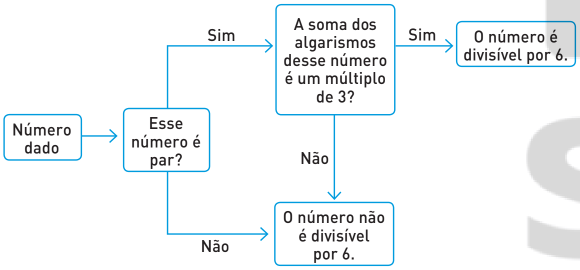
Agora, vamos organizar em ordem crescente os números que apresentam traço vermelho e traço verde ao mesmo tempo.

0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96

Você notou que esses números fazem parte da sequência dos múltiplos de 6? **Resposta pessoal.**

Ao observar essa sequência, podemos notar um padrão: se um número é múltiplo de 2 e de 3 ao mesmo tempo, ele também é múltiplo de 6. Assim, para verificar se um número natural é divisível por 6, é preciso verificar se ele é múltiplo de 2 e de 3 ao mesmo tempo. Se isso ocorrer, então ele é divisível por 6.

Veja um esquema que permite verificar se um número é divisível por 6.



Você faria um esquema diferente para verificar se um número é divisível por 6? Converse com os colegas e o professor. **Resposta pessoal.**

PARE E REFLITA

Um número ímpar pode ser divisível por 6?

Não, pois um número ímpar não é divisível por 2.

- Observe se os estudantes compreenderam que, para verificar se um número é divisível por 6, é preciso analisar se esse número é múltiplo de 2 e de 3 ao mesmo tempo. Se isso ocorrer, o número natural é divisível por 6. Isso acontece porque 2 e 3 são fatores de 6 ($6 = 2 \cdot 3$).
- Aproveite a questão proposta aos estudantes sobre se fariam um esquema diferente do mostrado no Livro do Estudante, para verificar se um número é divisível por 6, e peça a eles que compartilhem com os colegas de que outra maneira poderia ser feito esse esquema.
- Apresentar os critérios de divisibilidade aos estudantes tem como objetivo ajudá-los a encontrar maneiras práticas e confiáveis de resolver situações-problema. Os estudantes não precisam ficar presos às "regras" mostradas. O importante é a compreensão dos critérios de divisibilidade.

DE OLHO NA BASE

Compreender os conceitos trabalhados nesta página possibilita aos estudantes estabelecer critérios de divisibilidade por 6, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

O esquema apresentado no Livro do Estudante possibilita aos estudantes a familiarização com esse tipo de representação de algoritmo que indique a resolução de um problema simples, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA04**. Além disso, ao propor aos estudantes que pensem em um esquema diferente do mostrado para verificar se um número é divisível por 6, eles estão identificando relações entre processos para desenvolver um fluxograma simples, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA34**. Essa proposta também contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional, pois exige que os estudantes observem um padrão e elaborem um algoritmo.

O objetivo desta atividade é sintetizar os critérios de divisibilidade de acordo com os algarismos do número. Observe que, para ser divisível por 2, por exemplo, basta que ★ seja um algarismo par; já para ser divisível por 3, é necessário considerar todos os algarismos do número para identificar o valor de ★.

- Observe se os estudantes compreenderam os critérios de divisibilidade por 100 e por 1 000. Eles devem perceber que, para saber se um número natural é divisível por 100, observamos os algarismos das dezenas e das unidades desses números. Se esses dois algarismos forem 0, então o número é divisível por 100.

  Da mesma maneira, para descobrir se um número é divisível por 1 000, observamos os algarismos das centenas, das dezenas e das unidades. Se os três algarismos forem 0, então o número é divisível por 1 000.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que reflitam sobre a divisibilidade por 10 000, por 100 000 e assim sucessivamente, lançando mão de números com muitos algarismos, que são muito interessantes e curiosos para estudantes dessa faixa etária. Qual seria o critério de divisibilidade desses números? Espera-se que os estudantes percebam que, para saber se um número é divisível por 10 000, devemos observar os algarismos da unidade de milhar, da centena, da dezena e da unidade. Se os quatro algarismos forem iguais a 0, então o número é divisível por 10 000.

DE OLHO NA BASE

Compreender os conceitos trabalhados nesta página possibilita aos estudantes estabelecer critérios de divisibilidade por 100 e por 1 000, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

As atividades propostas nestas páginas possibilitam aos estudantes resolver problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA06**.

10. a) Múltiplos de 2: 36, 42, 112, 318, 406, 536, 600, 844, 916, 918, 996, 1 100, 2 268, 5 732, 6 000, 6 400, 6 810, 43 000, 96 258, 125 874, 237 156; múltiplos de 9: 36, 135, 918, 2 268, 18 225, 125 874; múltiplos de 100: 600, 1 100, 6 000, 6 400, 43 000.

b) Divisíveis por 3: 36, 42, 75, 135, 303, 318, 600, 918, 996, 2 268, 5 043, 6 000, 6 810, 18 225, 96 258, 125 874, 237 156; divisíveis por 4: 36, 112, 536, 600, 844, 916, 996, 1 100, 2 268, 5 732, 6 000, 6 400, 43 000, 237 156; divisíveis por 8: 112, 536, 600, 6 000, 6 400, 43 000.

c) 36, 42, 318, 600, 918, 996, 2 268, 6 000, 6 810, 96 258, 125 874, 237 156.

d) 600, 1 100, 6 000, 6 400, 6 810, 43 000.

e) 6 000 e 43 000.

Divisibilidade por 100 e por 1 000

Observe as duas sequências a seguir.

0, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1 000, 1 100, ...

0, 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000, 6 000, 7 000, 8 000, 9 000, 10 000, 11 000, ...

A primeira sequência é a dos múltiplos de 100 e a segunda é a dos múltiplos de 1 000.

Podemos identificar se um número natural é divisível por 100 observando os algarismos da dezena e da unidade desse número. Se esses dois algarismos forem 0, então, o número é divisível por 100.

Para saber se um número natural é divisível por 1 000, observamos os algarismos das centenas, dezenas e unidades. Se eles forem 0, então o número é divisível por 1 000.

15. Não é possível embalar todas as meias em pacotes econômicos porque a quantidade de pacotes tradicionais é ímpar.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

10. O quadro a seguir apresenta vários números. Sem fazer contas, responda às questões.

36	42	75	112	135	303	318
406	536	600	844	916	918	996
1 100	2 268	4 205	5 043	5 732	6 000	6 400
6 810	18 225	43 000	96 258	125 874	132 845	237 156

a) Quais números são múltiplos de 2? E de 9? E de 100?

b) Quais números são divisíveis por 3? E por 4? E por 8?

c) No quadro, há números que apresentam 6 como divisor. Quais são eles?

d) No quadro, há números que apresentam 10 como divisor. Quais são eles?

e) No quadro, há números que apresentam 1 000 como divisor. Quais são eles?

11. Classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) Um número de três algarismos, todos iguais, é divisível por 3. **Verdadeira.**

b) Se um número é divisível por 10, então ele é divisível por 5. **Verdadeira.**

12. Utilizando os critérios de divisibilidade, responda: É preciso calcular as divisões 149 por 2, 149 por 3 e 149 por 5 para saber se elas são exatas? Explique.

13. Em algumas das fichas a seguir, há números que são divisíveis por 4 e por 6 ao mesmo tempo. Fazendo apenas cálculos mentais, identifique-os e anote-os no caderno. **732, 948 e 1 056**

316	500	615
732	948	1 056

14. Escreva o maior número de quatro algarismos divisível por:

a) 2 **9998** b) 5 **9995** c) 6 **9996** d) 9 **9999**

15. Em uma fábrica de meias, a produção de um dia foi empacotada em dois tipos de embalagem: o pacote tradicional, com 5 pares de meias, e o econômico, com 10 pares. Foram feitos 35 pacotes tradicionais e 40 pacotes econômicos. É possível embalar essa produção apenas em pacotes econômicos?

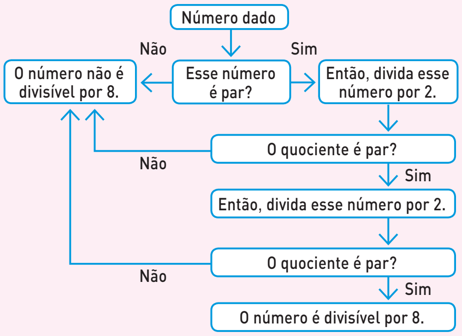
16. Em um caixa eletrônico só há cédulas de 50 reais. Escreva, no caderno, quais dos valores a seguir podem ser sacados desse caixa eletrônico. **Alternativas a, d, e e f.**

a) R$ 100,00
b) R$ 120,00
c) R$ 170,00
d) R$ 200,00
e) R$ 250,00
f) R$ 400,00
g) R$ 630,00
h) R$ 780,00

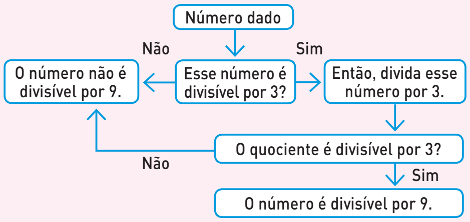
12. Não, pois 149 é ímpar e, portanto, não é divisível por 2. Ao adicionarmos os algarismos de 149, obtemos 14 (1 + 4 + 9), e concluímos que 14 não é divisível por 3. Além disso, o algarismo da unidade é diferente de 0 ou 5; portanto, 149 também não é divisível por 5. Assim, todas essas divisões são não exatas.

RESPOSTAS - SEÇÃO *DIVERSIFICANDO*

9. a)



b)



DIVERSIFICANDO

Responda sempre no caderno.

3. a) D(45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45}
b) D(60) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}
c) D(100) = {1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100}

1. Leia o texto do quadro e, depois, faça o que se pede.

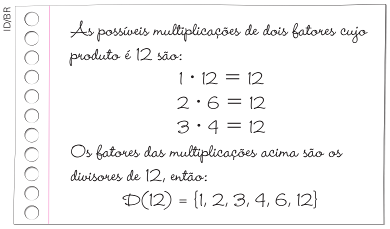
> Sabemos que 8 = 2 · 4; mas existem números divisíveis por 2 e por 4 que não são divisíveis por 8.

- Dê exemplos de números que são divisíveis por 2 e por 4, mas não por 8.

Respostas possíveis: 4, 20, 28, 36, 44, 52, 60, 68, 72 e 76.

2. Paulo colou um adesivo a cada 3 páginas de seu diário. Quantos adesivos foram colados entre as páginas 50 e 80, se o primeiro foi colado na página 3? **10 adesivos.**

3. Veja como Flávia encontrou os divisores naturais de 12.



ID/BR

As possíveis multiplicações de dois fatores cujo produto é 12 são:

1 · 12 = 12
2 · 6 = 12
3 · 4 = 12

Os fatores das multiplicações acima são os divisores de 12, então:

D(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

Agora, faça como Flávia e determine os divisores naturais dos números:

a) 45 b) 60 c) 100

4. Helena comprou 106 balões. Desses, encheu 100 para a festa da filha e decidiu amarrá-los em grupos de 6. **a) Não, pois 100 não é divisível por 6.**

a) Helena consegue fazer grupos de 6 sem que sobrem balões? Justifique.

b) O que ela pode fazer para conseguir formar grupos de 6 balões sem que sobrem balões? **Encher mais dois balões, para ficar com 102 balões (102 é divisível por 6).**

5. Reúna-se com um colega para resolver os problemas a seguir.

a) Carlos escreveu o menor número natural de seis algarismos distintos múltiplo de 5. Que número ele escreveu? **102 345**

b) Fernanda pensou no maior número natural de seis algarismos divisível por 4. Em qual número ela pensou? **999 996**

c) Adelaide pensou no menor número natural não nulo, múltiplo de 11 e divisível por 4. Em qual número ela pensou? **44**

6. A idade de Marcos corresponde ao menor número que satisfaz às seguintes condições:

- é múltiplo de 13;
- é ímpar;
- é divisível por 3.

Quantos anos Marcos tem? **39 anos.**

7. Veja, a seguir, os divisores naturais de um número natural, em ordem crescente.

a, *b*, *c*, 4, 6, *d*, 12, *e*, *f*, *g*

Qual é o número que cada letra representa?
$a = 1$; $b = 2$; $c = 3$; $d = 8$; $e = 16$; $f = 24$; $g = 48$.

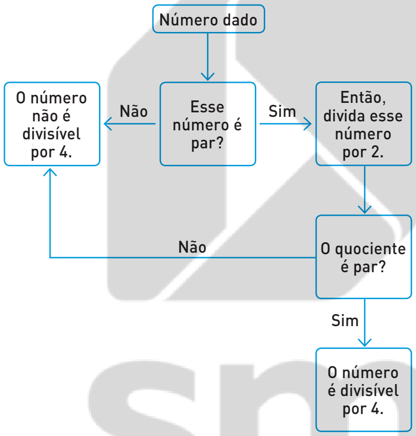
8. Considere a multiplicação a seguir.

$$\begin{array}{r} 5\ \blacksquare\ 6 \\ \times\qquad 4 \\ \hline \end{array}$$

Escreva os algarismos que podem ser colocados no lugar do ■ para que o resultado da multiplicação seja:

a) divisível por 3. **1, 4 ou 7.**
b) múltiplo de 6. **1, 4 ou 7.**
c) múltiplo de 9. **7**
d) divisível por 4. **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9.**

9. Beatriz sabe que 4 = 2 · 2. Veja o esquema que ela fez para descobrir se um número é divisível por 4.



Reúna-se com dois colegas. Construam, assim como Beatriz, um esquema para saber se um número é divisível por: **Consulte as respostas neste manual.**

a) 8 b) 9 c) 12 d) 16

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **6**, os estudantes podem encontrar os múltiplos de 13 da seguinte maneira:

13 · 0 = 0
13 · 1 = 13
13 · 2 = 26
13 · 3 = 39
13 · 4 = 52
13 · 5 = 65

Logo, M(13) = 0, 13, 26, 39, 52, 65, ...
E depois analisar as outras condições dadas para concluir qual é a idade de Marcos.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes apresentem dificuldade com os critérios de divisibilidade, proponha as atividades a seguir, procurando esclarecer as dúvidas que permanecerem.

1. Classifique cada afirmação a seguir em verdadeira ou falsa. Em seguida, se verdadeira, dê pelo menos um exemplo; se for falsa, justifique.

a) Um número formado por três algarismos, todos iguais, é divisível por 3. Verdadeira. Exemplos: 111, 777, 555.

b) Um número par de cinco algarismos, todos múltiplos de 3, é divisível por 6. Verdadeira. Exemplos: 33 336, 66 666, 33 966.

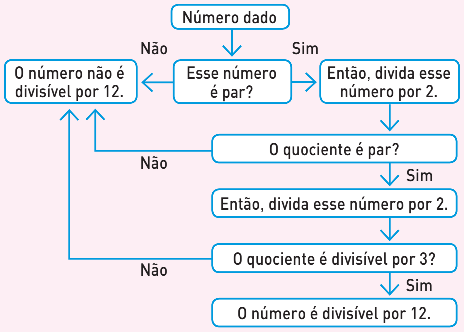
c) Se um número é divisível por 10, então ele é divisível por 5. Verdadeira. Exemplos: 120, 350 e 7 200 são divisíveis por 10 e por 5.

d) Se um número é divisível por 5, então ele é divisível por 10. Falsa. Justificativa: 45 é divisível por 5, mas não é divisível por 10.

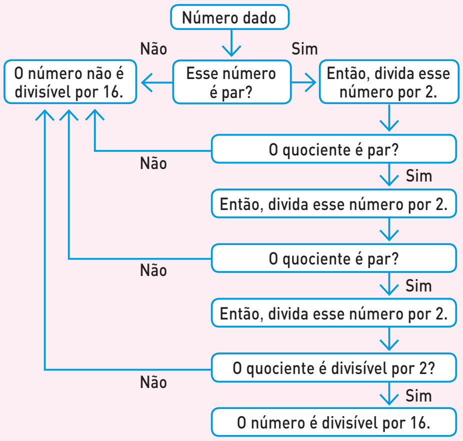
2. Determine o maior número de três algarismos que seja:

a) não divisível por 2 nem por 3; 997
b) divisível por 3, mas não por 2; 999
c) divisível por 2 e por 3. 996

c)



d)



CAPÍTULO 2

Conteúdos

- Números primos.
- Números compostos.
- Decomposição em fatores primos.

Objetivos

- Reconhecer números primos.
- Distinguir números primos de números compostos.
- Decompor um número natural em fatores primos.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de reconhecer números primos e números compostos, fazendo relação com os divisores de um número natural. Esse conhecimento poderá ser útil para auxiliar os estudantes em situações que envolvem o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum.

NÚMEROS PRIMOS E NÚMEROS COMPOSTOS

- Verifique se os estudantes compreenderam que os números naturais com apenas dois divisores, o 1 e ele mesmo, são chamados de números primos.
- Incentive os estudantes a perceber que a sequência dos números primos é uma subsequência de números naturais.
- Uma vez que os estudantes tenham entendido o conceito de números primos, verifique se eles compreendem que os números compostos são os números naturais maiores que 1 com mais de dois divisores.
- Se julgar oportuno, incentive os estudantes a perceber que o número 1 não é primo, pois não tem divisores naturais distintos, e que o único número primo par é o número 2.

Capítulo

2 NÚMEROS PRIMOS

Para melhor compreensão do conteúdo deste capítulo, espera-se que os estudantes tenham domínio dos conteúdos vistos no capítulo anterior.

Números primos e números compostos

Os números primos são importantes na área computacional, pois são usados na informática, na proteção de informações e senhas bancárias e na codificação e decodificação de documentos.

No capítulo anterior, vimos alguns números com vários divisores, mas existem números que têm apenas dois divisores. Veja alguns exemplos.

Número	2	3	5	7
Divisores	1 e 2	1 e 3	1 e 5	1 e 7

Os números naturais com apenas dois divisores naturais diferentes, o 1 e ele mesmo, são chamados de **números primos**.

Observando o quadro anterior, é possível perceber que os números 2, 3, 5 e 7 são primos. O número 1 não é primo, pois não tem divisores naturais distintos. O zero também não é primo, pois tem infinitos divisores.

D(1) = {1}   D(0) = {1, 2, 3, 4, ...}

Os números naturais maiores que 1 com mais de dois divisores, ou seja, que não são primos, são chamados de **números compostos**.

Crivo de Eratóstenes

O matemático grego Eratóstenes (276 a.C.-194 a.C.), nascido em Cirene, criou um dispositivo prático para identificar números primos chamado de Crivo de Eratóstenes. Acompanhe como o Crivo de Eratóstenes funciona para determinar os números primos de 1 a 50.

Escrevemos os números naturais de 1 a 50.
Excluímos o 1, pois ele não é um número primo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

(IN)FORMAÇÃO

Uma retrospectiva no estudo dos números primos

[…]

Número é um conceito fundamental em Matemática que tomou forma num longo desenvolvimento histórico. A origem e formulação deste conceito ocorreram simultaneamente com [o] nascimento e desenvolvimento da Matemática. As exigências da própria Matemática e a necessidade do homem alavancaram o desenvolvimento deste importante conceito.

A Teoria dos Números trata principalmente das propriedades dos números inteiros positivos 1, 2, 3, 4, 5, … . A noção de inteiro positivo é talvez [o] mais importante e mais claro de todos os conceitos matemáticos. Apesar disto, é fácil formular questões elementares envolvendo estes números que não podem ser respondidas, mesmo com os recursos mais profundos da Matemática moderna.

É óbvio que todo inteiro positivo é divisível por 1 e por si mesmo. Se um inteiro $p > 1$ não tem divisores positivos, exceto 1 e p, este chama-se *número primo* ou simplesmente *primo*; caso contrário, diz-se *composto*. Apesar de simples e de sua definição ser de fácil compreensão, jamais poderíamos imaginar a complexidade que este conceito envolve.

Os números primos e suas propriedades foram estudados exaustivamente pelos matemáticos da antiga Grécia, que dividiam os números em primeiros ou indecomponíveis e secundários ou compostos. Os compostos são secundários, pois são formados a partir dos primeiros. Os romanos traduziram a palavra grega para primeiro, que em latim é *primus*.

O estudo destes elementos são realizados desde, aproximadamente, 500 a.C. Os pitagóricos (500-300 a.C.) interessavam-se em compreender a razão de ser dos números inteiros, procurando explicar através deles a essência de todas as coisas.

Atualmente um aspecto importante é que os números primos são extremamente importantes na Criptografia.

[…]

Padilha, J. C. R. *Números primos*. 2013. 72 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013. p. 1-2. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/7534/5/Arquivototal.pdf. Acesso em: 24 maio 2022.

Destacamos o 2, pois ele é o primeiro e único número par primo e, depois, excluímos os múltiplos de 2, exceto o próprio 2.

Números excluídos: 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48 e 50.

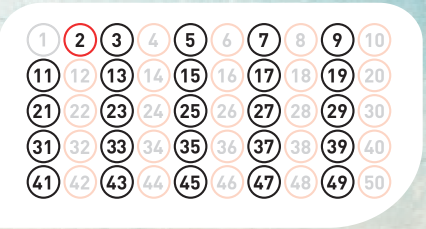
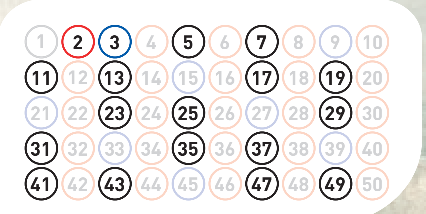


Ilustração: Danillo Souza/ID/BR; Imagens do fundo: rina-PITTORE; donatas1205/Shutterstock.com/ID/BR

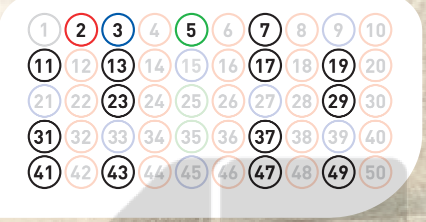
Destacamos o próximo número primo, que é o 3, e excluímos seus múltiplos, exceto o próprio 3. Observe que 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 e 48 são múltiplos de 3, mas eles já haviam sido eliminados por serem múltiplos de 2.

Números excluídos: 9, 15, 21, 27, 33, 39 e 45.



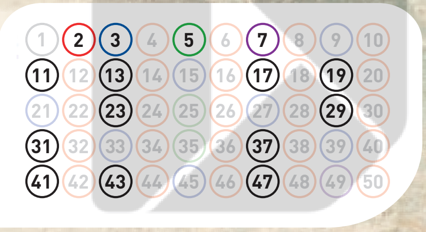
Destacamos o 5, pois ele é o próximo número primo, e excluímos seus múltiplos, exceto o próprio 5. Observe que 10, 20, 30, 40 e 50 são múltiplos de 5, mas eles já haviam sido eliminados por serem múltiplos de 2. Do mesmo modo, os números 15 e 45 são múltiplos de 5, mas já haviam sido eliminados por serem múltiplos de 3.

Números excluídos: 25 e 35.



Repetimos esse procedimento para o próximo número primo, que é o 7.
Observe que 14, 28 e 42 são múltiplos de 7, mas eles já haviam sido eliminados por serem múltiplos de 2. Do mesmo modo, 21 e 35 são múltiplos de 7, mas já haviam sido eliminados por serem múltiplos de 3 e 5, respectivamente.

Número excluído: 49.



O próximo número primo é o 11, mas, como não existem múltiplos de 11 para serem eliminados, terminamos o processo.

Assim, concluímos que os números 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47 são os números primos até 50.

DE OLHO NA BASE

Os conceitos trabalhados nestas páginas permitem um trabalho inicial na classificação de números naturais em números primos e em números compostos, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

- Explique aos estudantes que o Crivo de Eratóstenes foi um dispositivo criado para identificar número primos de maneira prática. Discuta com eles a eficácia do crivo para identificar números primos. Questione os estudantes acerca da eficiência desse método na identificação de números primos grandes.
- Leve os estudantes a compreender que podem utilizar o método mostrado para qualquer intervalo de números. Como desafio, proponha outros intervalos: por exemplo, encontrar os números primos entre 200 e 300. Para isso, organize a turma em grupos de três estudantes e distribua a eles folhas de papel avulsas e lápis de cor para que apliquem o Crivo de Eratóstenes.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que pesquisem outra contribuição de Eratóstenes: a medida do diâmetro da Terra. Incentive-os a procurar como foi o experimento que ele realizou e se ele obteve uma medida precisa. Em seguida, promova uma roda de conversa para que os estudantes contem o que descobriram. Esse tipo de atividade permite que os estudantes desenvolvam algumas habilidades de pesquisa, como localizar, selecionar e compartilhar informações, e a capacidade de expor oralmente o que aprenderam.

- Observe se os estudantes compreenderam o que devem fazer para descobrir se um número é primo ou composto. Se julgar oportuno, dê outros exemplos e verifique se eles ainda têm alguma dúvida. Caso tenham, esclareça-a.

Para descobrir se um número é primo ou composto, podemos dividi-lo pelos sucessivos números primos menores que ele até obter:

- uma divisão exata. Nesse caso, concluímos que o número é composto.
- uma divisão não exata, com quociente menor ou igual ao divisor. Nesse caso, concluímos que o número é primo.

Exemplo

Vamos verificar se 149 é um número primo. Para isso, vamos dividir 149 pela sequência de números primos menores que ele: 2, 3, 5, 7, 11, ...

Para verificar se a divisão de 149 por 2, 3 e 5 é exata ou não, vamos usar os critérios de divisibilidade:

- Não é divisível por 2, pois o algarismo da unidade não é 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Não é divisível por 3, pois 1 + 4 + 9 = 14, e 14 não é divisível por 3.
- Não é divisível por 5, pois o algarismo da unidade é diferente de 0 ou 5.

Agora, vamos efetuar as divisões pelos números primos seguintes.

- Dividindo 149 por 7:

$$\begin{array}{r|l} 149 & 7 \\ \cline{2-2} -14 & 21 \leftarrow \text{quociente maior que o divisor} \\ \cline{1-1} 09 & \\ -\ 7 & \\ \cline{1-1} 2 & \leftarrow \text{resto diferente de zero} \end{array}$$

149 não é divisível por 7, mas, como o quociente não é menor que 7, vamos dividir 149 por 11.

- Dividindo 149 por 11:

$$\begin{array}{r|l} 149 & 11 \\ \cline{2-2} -11 & 13 \leftarrow \text{quociente maior que o divisor} \\ \cline{1-1} 39 & \\ -\ 33 & \\ \cline{1-1} 6 & \leftarrow \text{resto diferente de zero} \end{array}$$

149 não é divisível por 11, mas, como o quociente não é menor que 11, vamos dividir 149 por 13.

- Dividindo 149 por 13:

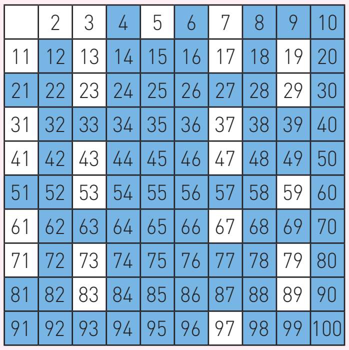
$$\begin{array}{r|l} 149 & 13 \\ \cline{2-2} -13 & 11 \leftarrow \text{quociente menor que o divisor} \\ \cline{1-1} 19 & \\ -\ 13 & \\ \cline{1-1} 6 & \leftarrow \text{resto diferente de zero} \end{array}$$

149 não é divisível por 13, mas como o quociente é menor que o divisor, podemos concluir que **149 é um número primo**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha aos estudantes a seguinte atividade:

No caderno, façam um quadro com os números de 2 até 100, incluindo esses números.



	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

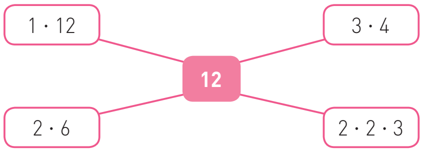
a) Pinte os números naturais maiores que 2 que sejam divisíveis por 2.

b) Pinte os números maiores que 3, 5 e 7 que sejam divisíveis por um desses números.

Esta atividade visa apresentar aos estudantes uma estratégia para determinar números primos entre 2 e 100 parecida com a apresentada no Crivo de Eratóstenes.

Decomposição em fatores primos

Todo número natural composto pode ser escrito por meio de uma multiplicação de dois ou mais fatores. O número 12, por exemplo, pode ser escrito por meio das seguintes multiplicações:

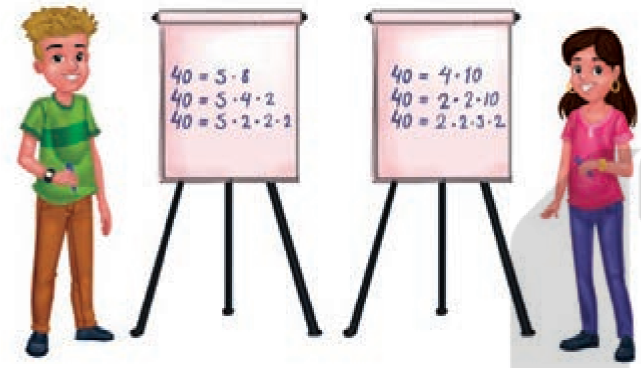


Observe que a decomposição 2 · 2 · 3 apresenta apenas fatores primos. Você percebeu que essa é única decomposição em que isso acontece?

Todo número composto possui uma única decomposição em fatores primos. Decomposições como essas são chamadas de **decomposição em fatores primos** ou **fatoração completa do número**.

Exemplo A

Veja como Marcos e Luana fizeram para decompor o número 40 em fatores primos.



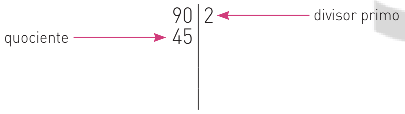
Danillo Souza/ID/BR

Observe que Marcos e Luana começaram de maneiras diferentes, mas chegaram à mesma decomposição em fatores primos.

Exemplo B

Vamos decompor o número 90 em fatores primos por meio do processo das divisões sucessivas.

I. Inicialmente, dividimos 90 pelo menor número primo divisor de 90, nesse caso o 2.
Escrevemos o quociente 45 abaixo do número 90.



sm

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

- Observe se os estudantes compreenderam que fatorar um número significa escrevê-lo em forma de produto. Quando os fatores forem números primos, o número estará decomposto em fatores primos.

  Por exemplo, 12 = 2 · 6 é uma forma de fatorar o número 12. Se continuarmos fatorando o número 12 até o escrevermos apenas com fatores primos, no caso 12 = 2 · 2 · 3, obteremos a decomposição do 12 em fatores primos por fatorações sucessivas.
- Se julgar oportuno, escreva outros números na lousa e chame alguns estudantes para que façam a decomposição deles em fatores primos. Por exemplo:
  - 16 = 2 · 8 = 2 · 2 · 4 = 2 · 2 · 2 · 2
  - 56 = 8 · 7 = 4 · 2 · 7 = 2 · 2 · 2 · 7
  - 1100 = 11 · 100 = 11 · 10 · 10 =
    = 11 · 2 · 5 · 2 · 5 = 11 · 2 · 2 · 5 · 5

  Incentive-os a perceber que a maneira de fazer a decomposição desses números pode ser diferente, mas a decomposição em fatores primos será sempre a mesma.

OUTRAS FONTES

Clubes de Matemática da Obmep. Teorema Fundamental da Aritmética – TFA. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/teorema-fundamental-da-aritmetica/. Acesso em: 24 maio 2022.

Esse *site* apresenta a propriedade que garante que um número natural diferente de 0 e de 1 ou é um número primo ou pode ser escrito como produto de números primos. Além disso, apresenta um vídeo sobre o teorema do número primo, da Khan Academy.

Sautoy, Marcus du. *A música dos números primos*: a história de um problema não resolvido na Matemática. Rio de Janeiro: Zahar, 2017.

Nessa premiada obra, o autor examina a hipótese de Riemann e traça o teorema do número primo através da história, destacando o trabalho de diversos matemáticos com os números primos.

- Se julgar oportuno, apresente o método a seguir, que consiste em decompor um número em fatores primos pelas divisões sucessivas. Nesse método, o primeiro divisor sempre será o primeiro número primo que divide o dividendo. O resultado será o quociente, que, por sua vez, será dividido pelo mesmo número primo ou pelo próximo número primo que dividir o número. As divisões sucessivas terminam quando obtivermos 1 no quociente.

Para fatorar um número, inicialmente devemos procurar o menor número primo que divide o número dado. No caso de 240, o menor número primo que o divide é 2. Depois, devemos dividir o quociente encontrado pelo menor número primo que o divide, e assim sucessivamente, até obtermos 1 como quociente.

Por exemplo:

$$\begin{array}{l} 240\ \underline{|2} \\ 0\ \ 120\ \underline{|2} \\ 0\ \ 60\ \underline{|2} \\ 0\ \ 30\ \underline{|2} \\ 0\ \ 15\ \underline{|3} \\ 0\ \ 5\ \underline{|5} \\ 0\ \ 1 \end{array}$$

Desse modo, temos:

$$240 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

- Para um número ser decomposto por divisões sucessivas, ele deve ser um número inteiro, não primo e maior que 1. Observe se os estudantes compreendem que a decomposição em fatores primos é única para cada número.
- Em alguns casos, após determinar a decomposição de um número em fatores primos, podemos escrevê-la utilizando fatores na forma de potência. Veja esse exemplo:

$$240 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

- Caso os estudantes tenham dúvidas sobre a maneira de decompor um número em fatores primos por meio do processo das divisões sucessivas, apresente outros exemplos na lousa. Por exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \quad Ⓐ \\ 25 & 5 \quad Ⓑ \\ 5 & 5 \quad Ⓒ \\ 1 & \end{array}$$

Ⓐ 3 é o menor número primo que divide o número 75.

Ⓑ 5 é o menor número primo que divide o número 25.

Ⓒ 5 é o único número primo que divide 5.

Assim: $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$

DE OLHO NA BASE

A atividade **2** permite aos estudantes que classifiquem números naturais em números primos ou números compostos, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05**.

II. Depois, dividimos o número 45 pelo menor número primo divisor de 45, que é 3. Em seguida, escrevemos o quociente 15 abaixo do número 45.

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \xleftarrow{\qquad} \text{divisor primo} \\ \text{quociente} \xrightarrow{\qquad} 15 & \end{array}$$

III. Dividimos 15 pelo menor número primo divisor de 15, que é o número 3. Escrevemos o quociente 5 abaixo do número 15.

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \xleftarrow{\qquad} \text{divisor primo} \\ \text{quociente} \xrightarrow{\qquad} 5 & \end{array}$$

IV. Por fim, dividimos 5 por 5, pois 5 é um número primo. Escrevemos o quociente 1 abaixo do número 5.

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \text{quociente} \xrightarrow{\qquad} 1 & \end{array} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}\right] \text{divisores primos}$$

Assim, concluímos que $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Escreva os dez primeiros números primos em ordem crescente. **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29.**

2. Verifique quais dos números a seguir são primos e quais são compostos.

a) 47 **Número primo.**
b) 79 **Número primo.**
c) 91 **Número composto.**
d) 101 **Número primo.**
e) 122 **Número composto.**
f) 169 **Número composto.**

3. Decomponha os números a seguir em fatores primos.

a) 28 $\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 7}$
b) 32 $\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$
c) 44 $\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 11}$
d) 64 $\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$
e) 82 $\mathbf{2 \cdot 41}$
f) 125 $\mathbf{5 \cdot 5 \cdot 5}$
g) 216 $\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$
h) 343 $\mathbf{7 \cdot 7 \cdot 7}$

4. Determine:

a) o menor fator primo de 15. **3**
b) o maior fator primo de 2431. **17**
c) o menor fator primo de 67. **67**
d) o maior fator primo de 2990. **23**

5. Escreva o número natural cuja forma fatorada completa está representada em cada item a seguir.

a) $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$ **140**
b) $3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$ **693**
c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 23$ **4600**
d) $13 \cdot 17 \cdot 17$ **3757**
e) $19 \cdot 19 \cdot 5$ **1805**
f) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ **6125**
g) $2 \cdot 2 \cdot 43$ **172**
h) $2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 29$ **1914**
i) $5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 31$ **11935**
j) $2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 37$ **3626**

6. Qual é o maior número natural menor que 100 e divisível por:

a) 8? **96**
b) 9? **99**
c) 5 e por 6? **90**
d) 5 e por 9? **90**

7. Bruna quer fazer um painel de formato retangular usando azulejos quadrados de mesmo tamanho. Ela deve usar todos os azulejos, sem deixar espaço entre eles e sem sobrepô-los. Se Bruna tem 18 azulejos, quantas disposições retangulares diferentes ela pode fazer? **Ela pode fazer 3 tipos de disposição retangular diferentes ($\mathbf{18 \cdot 1, 2 \cdot 9, 3 \cdot 6}$).**

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha a seguinte atividade aos estudantes:

Luana decompôs o número 480 em fatores primos e, depois, escreveu a fatoração na forma $2^x \cdot 3 \cdot 5$. Qual é o valor de x?

$$\begin{array}{r|l} 480 & 2 \\ 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Como $480 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$ e $2^5 \cdot 3 \cdot 5 = 2^x \cdot 3 \cdot 5$, temos $x = 5$.

DIVERSIFICANDO

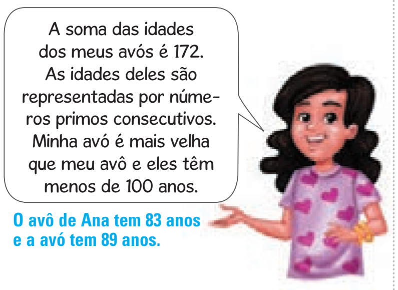
Responda sempre no caderno.

2. 310 = 2 · 5 · 31; 311 = 1 · 311; 312 = 2 · 2 · 2 · 3 · 13; 313 = 1 · 313. Os números primos são: 311 e 313.

1. Elabore um quadro com os números de 0 a 100. Pinte de vermelho os números primos e de azul os números compostos.
Consulte a resposta neste manual.

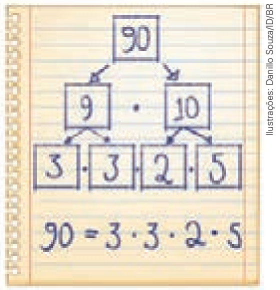
2. Decomponha em fatores primos os números 310, 311, 312 e 313. Quais deles são números primos?

3. Ana gosta de fazer enigmas para os amigos. Leia as dicas a seguir e descubra a idade dos avós dela.



O avô de Ana tem 83 anos e a avó tem 89 anos.

4. Veja como Alex fez a decomposição do número 90 em fatores primos.



Ilustrações: Danillo Souza/ID/BR

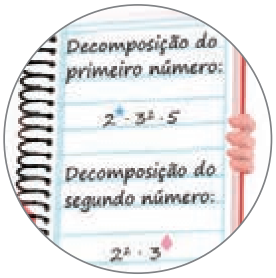
Agora, faça como Alex e decomponha em fatores primos os seguintes números:

a) 48 **2 · 2 · 2 · 2 · 3**
b) 120 **2 · 2 · 2 · 3 · 5**
c) 144 **2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 3**
d) 360 **2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 5**
e) 1 024 **2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2**
f) 296 **2 · 2 · 2 · 37**

5. Compare os esquemas que você fez na atividade **4** com os de um colega. Vocês fizeram os esquemas da mesma maneira? **Resposta pessoal.**

6. Observando o Crivo de Eratóstenes da abertura do capítulo, por que não precisamos excluir os múltiplos de 4 nem os múltiplos de 6?
Porque os múltiplos de 4 também são múltiplos de 2. E os múltiplos de 6 são múltiplos de 3 e múltiplos de 2.

7. Carol decompôs dois números naturais, porém não mostrou todos os expoentes da decomposição. Determine o valor de ★ e ♦, sabendo que o primeiro número decomposto é igual a 360 e o segundo número decomposto é igual a 324. **★: 3; ♦: 4.**



8. Letícia e Felipe criaram um código para escrever mensagens secretas. No código, cada letra do alfabeto corresponde a um número primo. Observe.

A	002
B	003
C	005
D	007
E	011
F	013
G	017
H	019
I	023
J	029
K	031
L	037
M	041

N	043
O	047
P	053
Q	061
R	067
S	071
T	073
U	079
V	083
W	097
X	101
Y	103
Z	107

a) Decifre a mensagem que Letícia e Felipe deixaram. **Seja feliz.**

071011029002 013011037023107

b) Escreva uma mensagem utilizando esse código. Depois, troque com um colega para que ele descubra a sua mensagem. **Resposta pessoal.**

c) Se existissem mais três letras no nosso alfabeto, elas representariam que números no código criado por Letícia e Felipe?
109, 113 e 127.

9. Há vários pares de números primos que diferem em apenas duas unidades. Por exemplo: o par 3 e 5 e o par 5 e 7. Pares como esses são denominados primos gêmeos. Escreva outros dois pares de números primos gêmeos.
Resposta possível: 11 e 13, 41 e 43.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **5**, os estudantes devem notar que as decomposições podem ser um pouco diferentes, mas que o resultado sempre será o mesmo.
- Na atividade **7**, os estudantes devem decompor os números 360 e 324 em fatores primos para solucionar o problema.
- Na atividade **9**, compartilhe os pares de números primos gêmeos que os estudantes encontrarem.

RESPOSTA

1.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes apresentem dificuldade com números primos, números compostos e decomposição em fatores primos, proponha as atividades a seguir, sanando as dúvidas que permanecerem.

1. Veja a decomposição em fatores primos do número representado pela letra *A*. Determine os valores de *A*, *B* e *C*.

$$\begin{array}{r|l} A & 3 \\ B & 3 \\ C & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Espera-se que os estudantes apliquem o raciocínio inverso da decomposição em fatores primos, pois, para obter o valor de *A*, que já está fatorado, basta multiplicar seus fatores.

$$A = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

Portanto, $A = 225$.
Conhecendo-se *A*, obtém-se $B = 75$ (efetuando 225 : 3).
Conhecendo-se *B*, obtém-se $C = 25$ (efetuando 75 : 3).

2. O número *N* na forma fatorada é escrito como $N = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$. Verifique se *N* é divisível por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10 e justifique sua resposta.

Para resolver o problema, os estudantes deverão utilizar os critérios de divisibilidade e a relação entre o número e sua forma fatorada.

$$N = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

Por 2: É divisível, pois tem 2 como fator.
Por 3: É divisível, pois tem 3 como fator.
Por 4: É divisível, pois tem $4 = 2^2$ como fator.
Por 5: Não é divisível, pois não tem 5 como fator.
Por 6: É divisível, pois tem 2 e 3 como fatores.
Por 8: Não é divisível, pois não tem $8 = 2^3$ como fator.
Por 9: É divisível, pois tem $9 = 3^2$ como fator.
Por 10: Não é divisível, pois tem 2, mas não tem 5 como fator.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Após a leitura do texto, peça aos estudantes que observem novamente a cena que inicia essa seção. Pergunte a eles se costumam compartilhar seus pertences com seus irmãos e se seguem as regras e combinados que foram estabelecidos pelos pais ou responsáveis, como a situação das irmãs Patrícia e Ana ao dividir os lápis igualmente e guardar os que sobraram. Peça que compartilhem alguma situação que tenham vivenciado, de que modo a solucionaram e se poderiam ter agido de maneira diferente para ajudar um ao outro. Essa conversa contribui para os estudantes refletirem sobre laços afetivos e a relação solidária que se estabelece na esfera familiar e, assim, ajudá-los a se tornar cidadãos com empatia, respeito e solidariedade.

  Essa proposta proporciona um questionamento sobre as relações familiares e a formação social dos estudantes com base no tema Vida Familiar e Social, um dos **Temas Contemporâneos Transversais** que pertence à macroárea **Cidadania e Civismo**.
- As atividades propostas nesta seção têm, como um dos propósitos, dar aos estudantes uma oportunidade de solucionar problemas utilizando a estratégia de trabalhar "de trás para frente" e desenvolver diferentes tipos de raciocínio lógico-matemático. Esse tipo de tarefa permite que eles raciocinem de maneira não usual e desenvolvam novos meios de pensar matematicamente e contribui para práticas (orais e escritas) de argumentação e de inferência.

COMPREENSÃO DO PROBLEMA

- Para compreender um problema, é importante que os estudantes leiam o problema e extraiam do enunciado dados importantes para desenvolver a resolução. Assim, eles devem observar que os lápis deveriam ser divididos em dois grupos iguais. As respostas dos itens **1** e **2** devem ajudar os estudantes a observar o contexto e a construir uma estratégia matemática de resolução para o problema. Finalmente, observar a quantidade de lápis que havia na caixa quando o pai das meninas chegou em casa (3 lápis) ajuda a iniciar o raciocínio para a resolução do problema com o dado que é conhecido e pertinente.

RESOLVENDO PROBLEMAS

O problema

Compreensão do problema – 3. Ana dividiu os lápis da caixa em dois grupos com a mesma quantidade, e sobrou um lápis. Ela guardou para si um dos grupos e o lápis que sobrou, e o outro grupo ela colocou de volta na caixa.

Leia a situação a seguir.

João Picoli/ID/BR

Quantos lápis havia na caixa que o pai das meninas comprou?

Compreensão do problema

Compreensão do problema – 2. Patrícia dividiu os lápis da caixa em dois grupos com a mesma quantidade, e sobrou um lápis. Ela guardou para si um dos grupos e o lápis que sobrou, e o outro grupo ela colocou de volta na caixa.

❶ Em quantos grupos os lápis deveriam ser divididos para que fossem distribuídos entre Patrícia e Ana? **Em dois grupos.**

❷ O que aconteceu quando Patrícia chegou em casa?

❸ E quando Ana chegou em casa, o que ela fez?

❹ As meninas retiraram a mesma quantidade de lápis da caixa? Converse com um colega sobre como você pensou para responder a essa pergunta. **Não, cada uma retirou uma quantidade diferente de lápis da caixa.**

Resolução do problema

❶ Quantos lápis havia na caixa quando o pai das meninas chegou em casa? **Havia 3 lápis na caixa.**

❷ Quantos lápis havia na caixa quando Ana chegou em casa? Explique a um colega como você pensou para responder a essa pergunta. **Quando Ana chegou em casa, havia 7 lápis na caixa.**

❸ Quantos lápis Patrícia guardou para si antes de a irmã chegar em casa? Justifique.

❹ Quantos lápis havia na caixa que o pai das meninas comprou?

❺ Com um colega, elabore um esquema para verificar se a resposta que vocês deram na questão anterior está correta. **Resposta pessoal. O esquema pode ter fases para cada uma das situações apresentadas no enunciado.**

Resolução do problema – 3. Patrícia guardou para si 8 lápis antes de a irmã chegar em casa: os 7 da divisão e mais 1 que sobrou.

Resolução do problema – 4. Havia 15 lápis na caixa que o pai das meninas comprou.

RESPOSTAS - *MAIS PROBLEMAS*

1. a) A equipe tinha 31 competidores na área de concentração no início do jogo. Fique atento às diferentes maneiras de resolução que podem ser apresentadas pelos estudantes e compartilhe-as entre os demais colegas, para que haja discussão sobre elas. Uma delas pode ser a própria contagem de pessoas a partir do esquema apresentado no enunciado.
   b) Para que chegassem três competidores por saída, 63 competidores deveriam iniciar o jogo.
2. Carmem tinha 10 pontos no início da semana.

Reflexão sobre o problema

Respostas pessoais.

① Você gostou de resolver esse problema? Por quê?

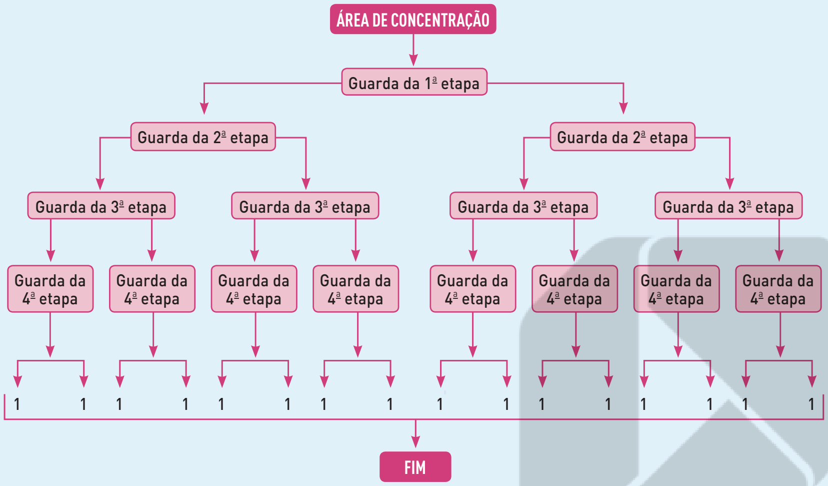
② Que estratégia você usou para resolver esse problema?

③ Você consegue pensar em outra maneira de resolver esse problema? Se sim, qual? Se encontrou outra maneira, compartilhe com os colegas.

Mais problemas

Consulte as respostas neste manual.

1. Uma equipe de competidores parte de uma área de concentração para iniciar um jogo. Ele funciona da seguinte maneira: a cada passagem, um competidor fica para trás para guardar a porta de entrada, e o restante da equipe se divide em duas partes com o mesmo número de competidores para seguir os caminhos, conforme o diagrama apresentado a seguir.



A missão do jogo é cada integrante da equipe que chegar no final pegar uma das bandeiras disponíveis.

a) Sabendo que, em cada saída, apenas um integrante do grupo chegou, determine com quantos integrantes a equipe iniciou a competição.

b) Supondo que, em vez de chegar apenas um competidor por saída, chegassem três. Quantos jogadores deveriam iniciar o jogo?

2. Carmem participa de uma competição na qual se ganha ou se perde pontos ao final do dia, dependendo da *performance* durante as tarefas apresentadas. Carmem começou a semana com certo número de pontos e na segunda-feira ganhou 3 pontos, na terça-feira perdeu 5, na quarta-feira ganhou 1, na quinta-feira ganhou 4 e na sexta-feira não ganhou nem perdeu pontos. Sabendo que ela terminou a semana com 13 pontos, determine a quantidade de pontos com a qual Carmem iniciou a semana.

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

- Para resolver esse problema, uma das estratégias possíveis é partir da quantidade de lápis que sobraram na caixa, fazendo o raciocínio inverso. As questões propostas levam os estudantes a realizar esse tipo de raciocínio.

REFLEXÃO SOBRE O PROBLEMA

- É importante que o estudante reflita sobre o problema resolvido e explicite sua reflexão, pois é necessário que você saiba se o tipo de problema apresentado foi interessante para o estudante e se pode ser utilizado em outro momento. Além disso, também é importante saber as dificuldades que ele enfrentou ao resolvê-lo, assim como o próprio estudante deve se conscientizar disso. Por outro lado, se foi muito fácil para ele, isso pode desmotivá-lo a resolver problemas mais adiante.
- Observar e explicar a estratégia utilizada permite ao estudante compreendê-la melhor e dessa maneira aplicá-la em outros momentos da vida. Além disso, deparar-se com diferentes estratégias de resolução amplia a visão e o repertório dele de resolução de problemas e a compreensão de que um problema em Matemática pode ter mais de uma estratégia de resolução. No caso do problema em questão, a tentativa e erro é uma das estratégias possíveis, assim como a elaboração de esquemas pode colaborar para que eles compreendam melhor o problema. Observe as dificuldades apresentadas pelos estudantes e ajude-os a superá-las na resolução do próximo problema.

DE OLHO NA BASE

Os problemas propostos nesta seção auxiliam os estudantes a enfrentar situações-problema em múltiplos contextos (incluindo situações imaginadas), a expressar suas respostas e a sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens, desenvolvendo, assim, a **competência específica de Matemática 6**. Além disso, contribuem para o aprimoramento da **competência específica de Matemática 3**, permitindo que os estudantes sintam segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

O gênero oral debate proporciona a reflexão sobre diferentes meios de resolver um problema e permite aos estudantes promover práticas orais e escritas de argumentação, preparando-os, assim, para outros contextos da vida social e desenvolvendo a **competência geral 7**. Além disso, os processos cognitivos, como percepção, memorização, raciocínio, imaginação e resolução de problemas, podem contribuir para elevar a autoestima dos estudantes, o que auxilia no desenvolvimento da **competência geral 8**. Desse modo, o ambiente escolar deve se tornar um espaço saudável e colaborativo, no qual a saúde física e mental dos estudantes seja preservada. Para isso, valorize situações em que os estudantes se sintam acolhidos, incentivando o desenvolvimento da empatia e da solidariedade, o que contribui para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nesta seção, de maneira contextualizada, são propostas atividades que retomam e aplicam os conteúdos trabalhados ao longo da unidade.
- A atividade **4** apresenta um problema que utiliza o conceito de divisores.
- Um modo de realizar a atividade **9** é elaborar um quadro que indique todas as possibilidades de que o time faça 52 pontos, como o apresentado a seguir.

Cestas de 2 pontos	Cestas de 3 pontos	Total
2	16	$2 \cdot 2 + 3 \cdot 16 = 52$
5	14	$2 \cdot 5 + 3 \cdot 14 = 52$
8	12	$2 \cdot 8 + 3 \cdot 12 = 52$
11	10	$2 \cdot 11 + 3 \cdot 10 = 52$
14	8	$2 \cdot 14 + 3 \cdot 8 = 52$
17	6	$2 \cdot 17 + 3 \cdot 6 = 52$
20	4	$2 \cdot 20 + 3 \cdot 4 = 52$
23	2	$2 \cdot 23 + 3 \cdot 2 = 52$
26	0	$2 \cdot 26 + 3 \cdot 0 = 52$

Com base nesses dados, é possível determinar a alternativa correta, observando que as possíveis quantidades de cestas de 3 pontos são sempre números pares.

- Na atividade **10**, a questão proposta envolve o conceito de divisibilidade; nesse caso, relaciona divisor com resto. No exemplo apresentado, a série é 123, portanto formada por três algarismos. Incentive os estudantes a analisar esse exemplo e a perceber que, para saber qual algarismo ocupa a 1 024ª posição, podemos dividir 1 024 por 3, obtendo 341 de quociente e 1 de resto. Ou seja, na sucessão de algarismos retornada na tela aparece 341 vezes a série 123, seguida de mais um caractere correspondente ao resto. No caso, o último caractere apresentado será o 1. Assim, de maneira análoga, eles podem descobrir o último caractere retornado quando a série dada for 01234.

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nesta seção possibilitam aos estudantes resolver e elaborar problemas que envolvem ideias de múltiplo e de divisor, desenvolvendo a habilidade **EF06MA06**.

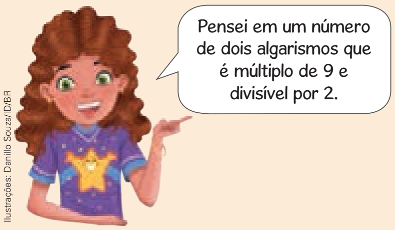
ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Registre no caderno a alternativa correta.

(OBM) Quantos divisores positivos de 120 são múltiplos de 6? **Alternativa c.**

a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 2

2. Ana pensou em um número. Veja a dica que ela deu a seguir.



Ilustrações: Danilo Souza/ID/BR

Em quais números Ana pode ter pensado? **18, 36, 54, 72 e 90.**

3. Agora, faça como Ana, a garota da atividade anterior: pense em um número e escreva algumas dicas envolvendo múltiplos e divisores que possibilitem descobrir o(s) número(s) pensado(s) por você. Depois, troque de caderno com um colega para que ele descubra o(s) número(s) pensado(s) por você e você descubra a solução para o desafio proposto por ele. **Resposta pessoal.**

4. Kátia quer utilizar 24 peras, 48 maçãs e 36 laranjas para montar cestas de frutas. Cada cesta deve ter a mesma quantidade de frutas do mesmo tipo.

a) Determine quantas peras, maçãs e laranjas cada cesta terá em cada possibilidade de montagem. **Consulte a resposta neste manual.**

b) Determine o número máximo de cestas que Kátia poderá montar. **12 cestas.**

5. Responda à dúvida de Jonas.

Porque os únicos fatores de um número primo são o 1 e o próprio número. Como 1 não é um número primo, não podemos decompor o número em mais de um fator primo.

6. O esquema a seguir é um quadrado mágico. Nele, a soma dos números de qualquer linha ou coluna é sempre a mesma.

3	■ **61**	19	37
■ **43**	31	5	■ **41**
■ **7**	■ **11**	73	29
67	■ **17**	23	■ **13**

Reúna-se com um colega. Copiem o quadrado mágico no caderno e descubram os locais adequados para os números 7, 11, 13, 17, 41, 43 e 61. Depois, respondam: O que os números desse quadrado mágico têm em comum? **São números primos.**

7. Marta visita seu avô a cada 6 dias. Gustavo, primo de Marta, visita o avô a cada 4 dias. Se eles se encontraram na casa do avô no dia 15 de abril, em quais dias eles poderão se encontrar novamente antes do dia 15 de maio? **27 de abril e 9 de maio.**

8. A idade de cada um dos filhos de Rosa corresponde a um número primo, e o produto desses números é 110.

a) Quantos são os filhos de Rosa? **3 filhos.**

b) Qual é a idade de cada um deles? **2, 5 e 11 anos.**

9. Indique no caderno a alternativa que responde corretamente a essa atividade.

Nos jogos de basquete, cada time marca pontos de acordo com o número de cestas que faz, e a pontuação por cesta pode ser de um, dois ou três pontos.

Em um jogo de basquete, um dos dois times fez 52 pontos. Sabendo que esse time não fez nenhuma cesta de um ponto, podemos afirmar que: **Alternativa e.**

a) o time fez 10 cestas de três pontos e 7 cestas de dois pontos.

b) a quantidade de cestas de dois pontos é um número par.

c) a quantidade de cestas de três pontos é um número ímpar.

d) o time fez apenas cestas de três pontos.

e) a quantidade de cestas de três pontos é um número par.

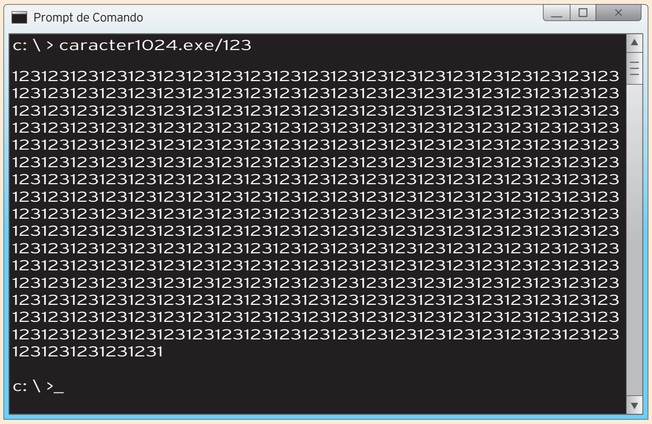
RESPOSTA

4. a) Com 24 peras, 48 maçãs e 36 laranjas, é possível montar cestas das seguintes maneiras:

- 1 cesta com 24 peras, 48 maçãs e 36 laranjas;
- 2 cestas, cada uma com 12 peras, 24 maçãs e 18 laranjas;
- 3 cestas, cada uma com 8 peras, 16 maçãs e 12 laranjas;
- 4 cestas, cada uma com 6 peras, 12 maçãs e 9 laranjas;
- 6 cestas, cada uma com 4 peras, 8 maçãs e 6 laranjas;
- 12 cestas, cada uma com 2 peras, 4 maçãs e 3 laranjas.

10. Leia a atividade a seguir e indique no caderno a alternativa correta.

A imagem a seguir ilustra o funcionamento de um programa de computador que foi desenvolvido para receber uma série de algarismos e retorná-la, sucessiva e repetidamente, até atingir o 1 024º caractere. Assim, se digitarmos 123, o programa retorna a seguinte sucessão de algarismos:



```
c: \ > caracter1024.exe/123

123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123123
1231231231231231

c: \ >_
```

ID/BR

Nesse programa, ao digitarmos 01234, o último caractere retornado será: **Alternativa d.**

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.
e) 4.

11. Reúna-se com um colega. Considerem as informações a seguir e respondam à pergunta feita pela personagem.

O projeto da engenheira civil para as alamedas deve obedecer a duas condições:

- As árvores devem ser plantadas de 8 em 8 metros em uma calçada.
- Os postes de iluminação devem ser instalados de 6 em 6 metros na outra calçada. **24 metros.**

Danillo Souza/ID/BR

12. Considere a sequência numérica a seguir.

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

a) Determine os divisores dos números da sequência numérica.
b) Quais são os números primos? **13, 17 e 19.**

a) Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 e 12;
divisores de 13: 1 e 13;
divisores de 14: 1, 2, 7 e 14;
divisores de 15: 1, 3, 5 e 15;
divisores de 16: 1, 2, 4, 8 e 16;
divisores de 17: 1 e 17;
divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9 e 18;
divisores de 19: 1 e 19;
divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10 e 20.

AUTOAVALIAÇÃO

Proponha aos estudantes as questões a seguir para que façam uma autoavaliação.

- Consigo descobrir o padrão de uma sequência e determinar seus próximos elementos?
- Aprendi a determinar os múltiplos e os divisores de um número natural?
- Consigo representar geometricamente os divisores de um número natural?
- Aprendi a estabelecer a relação entre múltiplo e divisor de um número natural?
- Consigo resolver problemas aplicando os critérios de divisibilidade?
- Consigo diferenciar números primos de números compostos?
- Aprendi a decompor um número em fatores primos?
- Procurei esclarecer minhas dúvidas conversando com os colegas e o professor?
- Participei efetivamente das atividades em grupo, expondo minhas opiniões e observando os pontos de vista dos colegas?

NESTA UNIDADE...

Competências gerais
8, 9 e 10.

Competência específica de Matemática
8

Tema Contemporâneo Transversal
Cidadania e Civismo.

Habilidades

(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

UNIDADE 4

LOCALIZAÇÃO, SEMELHANÇA E CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

SOBRE A UNIDADE

Nesta unidade, serão abordados conceitos de semelhança entre figuras, ampliação e redução de imagens e construções de figuras geométricas com o uso de réguas, esquadros e *softwares*.

Sempre que possível, traga exemplos do dia a dia para a sala de aula, mostrando que é possível encontrar os conceitos estudados em situações do cotidiano.

Os conceitos trabalhados nesta unidade possibilitam um trabalho interdisciplinar com o professor de Geografia sobre leitura de mapas, utilizando o que os estudantes aprenderam sobre escala, ou com o professor de Biologia, por meio de observação de fotos de microrganismos, como o vírus causador da gripe ou da catapora, envolvendo o conceito de ampliação e redução.

Zoonar GmbH/Alamy/Fotoarena

PRIMEIRAS IDEIAS

A imagem mostra um parque de miniaturas chamado Madurodam, situado no distrito de Scheveningen, em Haia, na Holanda. No parque, os visitantes podem apreciar as miniaturas de vários pontos turísticos da Holanda, que foram construídas com muita riqueza de detalhes, com dimensões 25 vezes menores que as construções reais.

1. O que mais chama a sua atenção quando você observa essa imagem? Por quê?
2. Na entrada de parques como o Madurodam, é comum ter um planfleto com um mapa do parque. Em sua opinião, esse mapa é importante para o visitante? Você já viu um panfleto desse tipo?
3. Se a altura de uma das miniaturas medir 60 cm, qual seria a medida da altura real da construção retratada?

← Turistas no parque Madurodam, na Holanda. Os modelos desse parque são réplicas de alguns dos pontos mais importantes do país. Haia, Holanda. Foto de 2020.

PRIMEIRAS IDEIAS

- Converse com os estudantes sobre a imagem de abertura e pergunte: De acordo com o texto, o parque temático em miniatura se assemelha a um parque temático real? Qual é a principal diferença entre eles?
- Se julgar oportuno, peça aos estudantes que reflitam sobre outras situações em que as maquetes podem ser empregadas.
- Verifique se eles perceberam que o texto traz uma informação importante: as miniaturas do parque foram construídas com dimensões 25 vezes menores que as construções reais.
- Pergunte se eles conhecem algum lugar do Brasil em que existe um parque como esse da Holanda. Em Gramado, no Rio Grande do Sul, existe o Mini Mundo, um parque ao ar livre que apresenta réplicas fiéis de prédios de várias partes do mundo, ricas em detalhes e únicas, baseadas em seus respectivos projetos originais.

RESPOSTAS

1. Respostas pessoais. Incentive os estudantes a compartilhar as respostas.
2. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes percebam que o panfleto com o mapa do parque ajuda os visitantes a localizar as atrações e os elementos existentes nele.
3. Para determinar a medida da altura da construção que foi miniaturizada, os estudantes devem compreender que as miniaturas do parque foram construídas com dimensões 25 vezes menores que as construções retratadas. Assim, basta multiplicar 60 por 25 para obter a medida da altura da construção, no caso,1500 cm ou 15 m.

CAPÍTULO 1

Conteúdos

- Localização.
- Localização de pontos.
- Plano cartesiano.
- Pares ordenados no plano cartesiano.
- Localização de vértices de polígonos no plano cartesiano.
- Deslocamento no plano cartesiano.

Objetivos

- Saber localizar-se.
- Localizar pontos em retas e planos.
- Compreender o que é um plano cartesiano e reconhecer pontos no plano cartesiano por meio de pares ordenados.
- Localizar os vértices de polígonos no plano cartesiano.
- Realizar e descrever deslocamentos no plano cartesiano.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de compreender a localização de pontos no 1º quadrante do plano cartesiano e descrever deslocamentos, adquirindo, assim, os fundamentos para o avanço desse estudo em anos posteriores, quando poderão estudar os demais quadrantes. Esses conhecimentos também são fundamentais para a compreensão de outros conteúdos, como o de funções.

LOCALIZAÇÃO

- Ao entrar em contato com a imagem de abertura deste capítulo, esclareça aos estudantes a função social de uma biblioteca, que é a de transmitir conhecimentos. Questione-os sobre a relevância das bibliotecas públicas como um bem coletivo e o motivo pelo qual poucas pessoas as utilizam. Considere alguns pontos a serem discutidos com a turma, como falta de investimento, de internet, etc. Aproveite a oportunidade para perguntar a eles se utilizam a biblioteca da escola e se estão lendo algum livro. Se julgar interessante, proponha um clube de leitura, pedindo que sugiram um livro que tenham lido e gostado. O objetivo desse debate é fomentar a ideia de que a leitura contribui para desenvolver uma postura crítica e, assim, avançar em direção a uma sociedade justa e igualitária.

  Se possível, leve a turma à sala de informática ou peça aos estudantes que usem o telefone celular para fazer um passeio virtual por algumas das bibliotecas consideradas as mais bonitas do mundo, como a Biblioteca Nacional da República Tcheca, disponível em: klementinum.pano3d.cz; ou a Widener Library, da Universidade Harvard, nos Estados Unidos, disponível em: https://my.matterport.com/show/?m=fs3gQv7n1QG (acessos em: 6 jun. 2022).

  Essa conversa contribui para a formação cultural e crítico-reflexiva com base no **Tema Contemporâneo Transversal** Educação em Direitos Humanos, que pertence à macroárea **Cidadania e Civismo**.

Capítulo

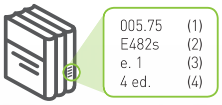
1 COORDENADAS

Saber localizar pontos na reta numérica e lugares e objetos no espaço permitirá uma melhor compreensão das coordenadas cartesianas. Além disso, os conteúdos desenvolvidos neste capítulo servem como base para o estudo de transformações geométricas, de álgebra e de funções.

Localização

Você sabe como localizar um livro na estante de uma biblioteca?

Geralmente, nas bibliotecas, há uma área com computadores, nos quais podemos acessar o catálogo do material disponível. O primeiro passo é acessar esse catálogo e fazer uma busca do livro que se deseja. Essa busca pode ser feita pelo título da obra, pelo autor ou pelo assunto. Assim que encontramos o livro, devemos anotar um código, que é o endereço da localização do livro. Esse código informa, por exemplo, o assunto do livro, o autor, o exemplar e sua edição. Veja um exemplo.



(1) Indica o número de classificação do assunto;
(2) *E* indica a primeira letra do sobrenome do primeiro autor, *482* indica a classificação numérica do autor e *s* indica a primeira letra do título;
(3) indica o número do exemplar;
(4) indica a edição.

Sala de leitura da Biblioteca Pública de Nova York, nos Estados Unidos. Foto de 2020.

Nicolas Economou/NurPhoto/AFP

- Proponha aos estudantes que imaginem que um novo colega começará a estudar com eles. Peça que escrevam como fariam para descrever a localização de alguns pontos da escola, como banheiro, cantina, sala da diretoria, etc.

  Esse tipo de atividade permite que os estudantes percebam a importância de se localizar no dia a dia.
- Se julgar oportuno, pergunte se já frequentaram alguma biblioteca. Como é o sistema de localização de livros nessa biblioteca?
- Saber localizar lugares e objetos no espaço permitirá uma melhor compreensão das coordenadas cartesianas.
- Retome a atividade de descrever a localização de alguns locais da escola e verifique se os estudantes usaram pontos de referência e quais foram esses pontos. Caso não tenham usado, proponha que façam uma nova descrição, dessa vez usando pontos de referência.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que façam um trabalho com mapas e peça que localizem cidades, estados ou países neles.
- A compreensão do sistema de localização por meio de coordenadas geográficas, bem como o entendimento da escala, podem favorecer o desenvolvimento da habilidade **EF06GE08** [Medir distâncias na superfície pelas escalas gráficas e numéricas dos mapas.] do componente curricular Geografia. Nesse sentido, busque informações com o professor desse componente curricular para que juntos estabeleçam estratégias que aproximam os estudos e as aplicações dos dois componentes, dando significado aos conceitos de localização no plano cartesiano.

O segundo passo é localizar a estante utilizando esse código. É comum haver um cartaz indicativo na lateral da estante.

O terceiro passo é encontrar o livro na prateleira, de acordo com o código anotado.

Você percebeu que, para localizar um livro na biblioteca, precisamos ter algumas referências? Do mesmo modo, sempre que quisermos informar a localização de algo ou de alguém, é necessário utilizar pontos de referência. Veja outros exemplos.

PARA EXPLORAR

Que tal visitar uma biblioteca na cidade onde você mora?

Peça uma sugestão de livro ao professor de Língua Portuguesa, vá a uma biblioteca, siga as orientações e localize o livro. Depois, conte aos colegas como foi a sua experiência.

Exemplo A: Mapas

A localização de um ponto na superfície terrestre se dá por meio de linhas imaginárias traçadas no mapa que indicam a latitude (linhas traçadas na direção Leste-Oeste) e a longitude (linhas traçadas na direção Norte-Sul). Essas indicações são chamadas de coordenadas geográficas. A linha do Equador representa a latitude 0° e divide o globo em hemisférios Norte e Sul. O meridiano de Greenwich representa a longitude 0° e, por sua vez, divide o globo em hemisférios Leste e Oeste.

No mapa a seguir, as coordenadas geográficas do ponto *A* são: 15°S e 47°O, ou seja, a latitude é 15° no hemisfério Sul e a longitude é 47° no hemisfério Oeste.

Brasil: mapa político

João Miguel A. Moreira/ID/BR

Fonte de pesquisa: *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 90.

Exemplo B: Estradas

Nas estradas, os marcos quilométricos auxiliam na localização, servindo de referência para indicar a posição de um veículo, de pessoas ou de algum local ao longo da estrada.

Na imagem, vemos um marco quilométrico indicando que se trata da rodovia BA-262, na Bahia, posição 407 quilômetros a partir de um marco zero.

Cesar Diniz/Pulsar Imagens

- É comum vermos marcos quilométricos em estradas. Pergunte aos estudantes como são esses marcos na região onde moram.

Em estradas e áreas urbanas, também é comum vermos placas de serviços auxiliares e atrativos turísticos. Essas placas indicam aos condutores e pedestres os locais em que eles poderão localizar marcos referenciais de pontos turísticos e encontrar os serviços representados. Veja dois exemplos a seguir.

João Picoli/ID/BR

Área de estacionamento.

Pronto-socorro.

(IN)FORMAÇÃO

O que significam as siglas das estradas brasileiras?

Todas as federais começaram em BR, mas o número depende da direção

As siglas que nomeiam as estradas têm embutidos códigos que explicam que tipo de rodovia cada uma é. As duas letras indicam se ela é federal (nesse caso, o nome começa com BR) ou estadual (nomes iniciados pelas siglas do estado, como PE, AM e RS). No caso das rodovias federais, a responsabilidade por cuidar do asfalto e instalar placas é da União, enquanto nas estaduais quem cuida das estradas é o governo do estado.

[…]

Par ou ímpar?

Nas estradas estaduais, a regra é parecida, mas há menos variações

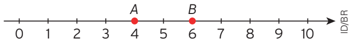
As regras para os nomes das rodovias estaduais são bem parecidas com as das federais. As rodovias radiais, que ligam a capital ao interior, recebem números pares. Já as estradas com números ímpares são as transversais, que cruzam o estado sem passar pela capital. Em São Paulo, por exemplo, a SP-270 vai da capital até Presidente Prudente, chegando à divisa com o Mato Grosso do Sul. Já a SP-425 vai do norte do estado, começando em Miguelópolis, e chega à divisa com o Paraná.

Motomura, M. O que significam as siglas das estradas brasileiras? *Superinteressante*, São Paulo, 14 fev. 2020. Disponível em: https://super.abril.com.br/mundo-estranho/o-que-significam-as-siglas-das-estradas-brasileiras/. Acesso em: 6 jun. 2022.

- Aproveite o exemplo da reta numérica e represente retas numéricas em diferentes escalas, como de cinco em cinco unidades ou de duas em duas unidades. Para cada reta apresentada, peça aos estudantes que localizem alguns números seguindo pistas. Por exemplo, na reta numérica que está representada de duas em duas unidades, pergunte: Que número natural está localizado duas unidades à direita de 22? Que número natural está localizado quatro unidades à esquerda de 10?
- No exemplo do jogo de xadrez, verifique se os estudantes compreenderam que para localizar as peças do jogo utilizam-se uma letra e um número.

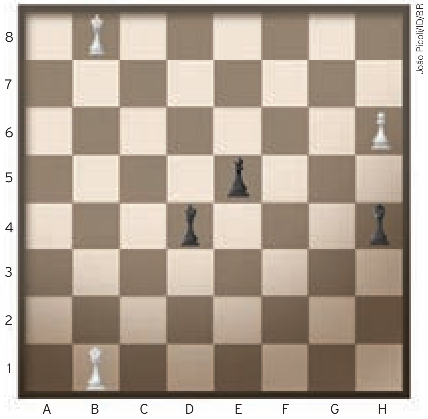
Exemplo C: Reta numérica

Os pontos da reta numérica podem ser localizados pelos números associados a eles. Na reta a seguir, localizamos os pontos *A* e *B* em 4 e 6, respectivamente.



Exemplo D: Jogo de xadrez

No jogo de xadrez, é comum utilizar letras e números para localizar as peças no tabuleiro. No tabuleiro a seguir, as peças pretas estão nas posições D4, E5 e H4. As peças brancas estão nas posições B1, B8 e H6.



PARE E REFLITA

Imagine que você tenha de explicar a um novo colega de turma como ele deve fazer para chegar até a cantina da escola. Que instruções você daria? E se você tivesse de explicar a ele como chegar à sua casa?

Respostas pessoais.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Cite uma característica comum entre:

a) a localização com marcos quilométricos na estrada e a localização de pontos na reta numérica. **Resposta possível: Em ambas há uma coordenada que localiza algo.**

b) a localização com coordenadas geográficas e a localização das peças no tabuleiro de xadrez. **Resposta possível: Em ambas há duas coordenadas que localizam algo.**

2. Observe a malha quadriculada ao lado.

a) Qual é a posição do trapézio? **G8**

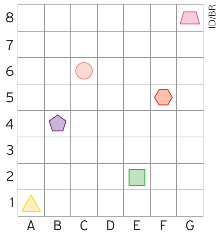
b) Que figura está na posição E2? **Quadrado.**

c) Qual é a localização do hexágono? **F5**

d) Quantos lados tem a figura que se localiza em A1? **3 lados.**

e) O círculo está localizado em qual posição? **C6**

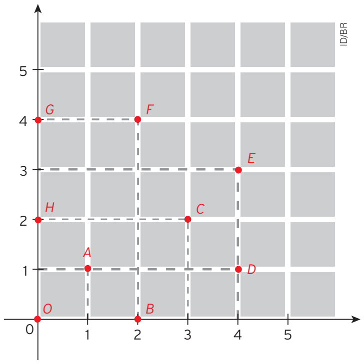
f) Qual é a localização da figura que tem 5 lados? **B4**



Localização de pontos

Imagine que uma empresa de saneamento básico de uma cidade precise fazer reparos nos bueiros do sistema de esgoto, pois há problemas de vazamento em alguns deles.

Para facilitar a localização dos bueiros que estão com problemas de vazamento, um técnico fez um esquema. Ele traçou duas retas numéricas perpendiculares entre si e indicou os bueiros com vazamento usando letras e o símbolo ●. Ele fará o primeiro reparo no bueiro *O*. Veja.



ID/BR

Esquema de localização de bueiros com vazamento no sistema de esgoto feito pelo técnico.

Podemos localizar os bueiros com problemas de vazamento usando pares de números naturais.

- Bueiro *A*: 1 no eixo horizontal e 1 no eixo vertical. O par (1, 1) determina a localização do bueiro *A*.
- Bueiro *B*: 2 no eixo horizontal e 0 no eixo vertical. O par (2, 0) determina a localização do bueiro *B*.
- Bueiro *C*: 3 no eixo horizontal e 2 no eixo vertical. O par (3, 2) determina a localização do bueiro *C*.
- Bueiro *D*: 4 no eixo horizontal e 1 no eixo vertical. O par (4, 1) determina a localização do bueiro *D*.
- Bueiro *E*: 4 no eixo horizontal e 3 no eixo vertical. O par (4, 3) determina a localização do bueiro *E*.
- Bueiro *F*: 2 no eixo horizontal e 4 no eixo vertical. O par (2, 4) determina a localização do bueiro *F*.
- Bueiro *G*: 0 no eixo horizontal e 4 no eixo vertical. O par (0, 4) determina a localização do bueiro *G*.
- Bueiro *H*: 0 no eixo horizontal e 2 no eixo vertical. O par (0, 2) determina a localização do bueiro *H*.

Perceba que a ordem dos números no par é importante. Por isso, dizemos que esses pares são **ordenados**. Por exemplo, os pares (2, 0) e (0, 2) indicam a localização de bueiros diferentes.

PARE E REFLITA

Observando o esquema, como é possível indicar a localização do bueiro em que o técnico fará o primeiro reparo?

Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes usem um par ordenado para indicar a localização do bueiro, no caso, o par (0, 0).

LOCALIZAÇÃO DE PONTOS

- O exemplo da empresa de saneamento básico, mencionado no Livro do Estudante, talvez seja o primeiro contato formal dos estudantes com o conceito de par ordenado e com a localização de pontos. Para indicar a localização de cada bueiro, usa-se um par de números naturais.
- É importante que os estudantes percebam que, no exemplo dado, a ordem do número no par indicado é fundamental e, por isso, dizemos que esses pares são ordenados.

PLANO CARTESIANO

- No início dos estudos do plano cartesiano, os estudantes se deparam com termos novos; por isso, verifique o que eles compreenderam desses termos, esclarecendo as dúvidas.
- Observe se compreenderam que um plano cartesiano é formado por duas retas perpendiculares entre si, chamadas de eixos cartesianos. O eixo horizontal é chamado de eixo das abscissas, e o eixo vertical é chamado de eixo das ordenadas.
- Verifique se entenderam que, no plano cartesiano, é possível indicar um ponto por um par ordenado. Os números desse par são chamados de coordenadas cartesianas.

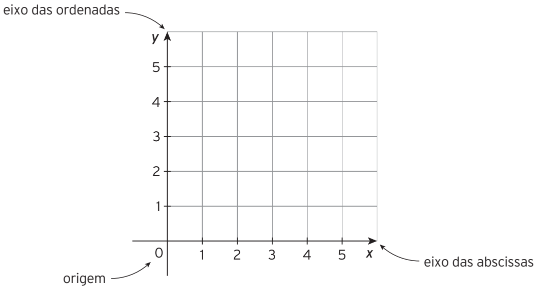
DE OLHO NA BASE

Os conceitos trabalhados nesta página permitem que os estudantes compreendam que é possível associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA16**.

- A proposta do boxe *Pare e reflita* permite que os estudantes desenvolvam habilidades relacionadas com práticas de pesquisa, como localizar, selecionar e compartilhar informações; consultar, de forma crítica, fontes de informações diferentes e confiáveis; e sintetizar essas informações.

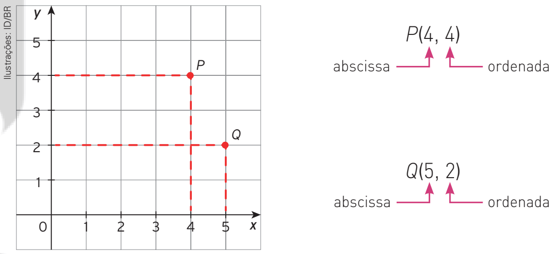
Plano cartesiano

Assim como foi feito na localização dos bueiros com vazamento, em Matemática, a localização de pontos em um plano é feita com o auxílio de duas retas numéricas perpendiculares entre si, chamadas de **eixos cartesianos**. Geralmente, indicamos por ***x*** o eixo horizontal e por ***y*** o eixo vertical. O ponto em que as duas retas se encontram é chamado de **origem** do par de eixos cartesianos.



Os dois números que localizam um ponto no plano, e que formam o par ordenado, são chamados de **coordenadas cartesianas**. O primeiro número é chamado de **abscissa** do ponto e o segundo é chamado de **ordenada** do ponto.

Na malha quadriculada a seguir, o ponto *P* pode ser localizado pelo par ordenado (4, 4), ou seja, a abscissa 4 e a ordenada 4 são as coordenadas do ponto *P*. Da mesma maneira, o ponto *Q* pode ser localizado pelo par ordenado (5, 2), e 5 e 2 são as coordenadas do ponto *Q*, nesta ordem.



Observe a origem do par de eixos cartesianos. Tanto a abscissa quanto a ordenada desse ponto são iguais a zero, ou seja, o par ordenado que localiza a origem é (0, 0).

O filósofo e matemático francês René Descartes utilizou eixos como referência para a localização de pontos. Por esse motivo, esse referencial é chamado de **plano cartesiano** ou **sistema de coordenadas cartesianas**.

PARE E REFLITA

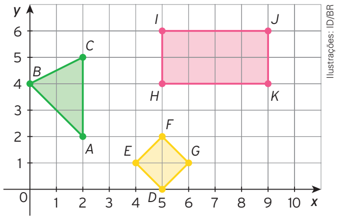
Que acontecimentos influenciaram a vida de Descartes? Pesquise para descobrir e, depois, com os colegas, elabore uma lista para apresentar a resposta. **Resposta pessoal.**

The Gallery of Portraits with Memoirs encyclopedia, United Kingdom. Fotografia: Georgios Kollidas/Shutterstock.com/ID/BR

↑ René Descartes (1596-1650).

Localizando vértices de polígonos no plano cartesiano

Lucas representou três polígonos em um plano cartesiano. Veja.



Ilustrações: ID/BR

Para localizar os vértices de cada polígono, podemos utilizar as coordenadas cartesianas.

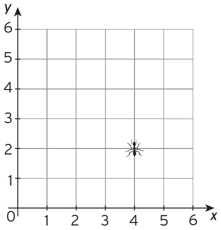
- Triângulo *ABC*: *A*(2, 2), *B*(0, 4) e *C*(2, 5).
- Quadrado *DEFG*: *D*(5, 0), *E*(4, 1), *F*(5, 2) e *G*(6, 1).
- Retângulo *HIJK*: *H*(5, 4), *I*(5, 6), *J*(9, 6) e *K*(9, 4).

Você percebeu que alguns dos pontos correspondentes aos vértices do retângulo *HIJK* têm abscissas iguais e outros têm ordenadas iguais? Os pontos correspondentes aos vértices *H* e *I* têm abscissas iguais (5) e os pontos correspondentes aos vértices *I* e *J* têm ordenadas iguais (6).

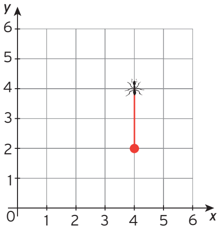
Os pontos que têm abscissas iguais pertencem à mesma linha vertical e os pontos que têm ordenadas iguais pertencem à mesma linha horizontal.

Deslocamento no plano cartesiano

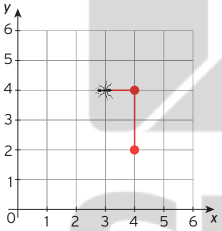
Para mostrar o deslocamento (trajetória) de uma formiga, Vanessa desenhou um plano cartesiano em uma malha quadriculada e considerou que a unidade de medida no deslocamento é o lado de cada quadradinho. Veja.



A formiga está localizada no ponto (4, 2).



Ao se deslocar duas unidades para cima, a formiga vai para o ponto (4, 4).



Ao girar um quarto de volta para a esquerda e se deslocar uma unidade, a formiga estará no ponto (3, 4).

Em que ponto a formiga ficará se, em seu próximo movimento, ela girar um quarto de volta para a direita e se deslocar duas unidades para cima? **(3, 6)**

- Observe se os estudantes compreenderam que é possível localizar os vértices de polígonos no plano cartesiano usando coordenadas cartesianas.
- Se julgar oportuno, distribua entre os estudantes planos cartesianos e dê os pares ordenados que indicam os pontos dos vértices de alguns polígonos para que eles, a partir desses pontos, desenhem o polígono.
- Verifique se os estudantes perceberam que os pontos que têm abscissas iguais pertencem à mesma linha vertical e que os pontos que têm ordenadas iguais pertencem à mesma linha horizontal.
- Se julgar oportuno, proponha outros movimentos que a formiga pode fazer para que os estudantes indiquem em quais pontos ela vai parar.

DE OLHO NA BASE

Ao localizar os vértices de polígonos associando-os a pares ordenados de números no 1^{o} quadrante do plano cartesiano, os estudantes estão trabalhando com a habilidade **EF06MA16**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Utilizando o exemplo da formiga no estudo de deslocamento no plano cartesiano, peça aos estudantes que se organizem em duplas e desenhem uma figura geométrica no plano cartesiano. Solicite que escrevam um texto para explicar como fizeram o desenho, iniciando em um dos vértices até chegar ao vértice de origem novamente. Peça às duplas que troquem os textos e recriem o polígono desenhado por outra dupla com base apenas nas explicações.

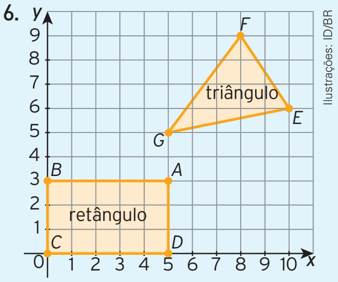
DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nestas páginas propiciam aos estudantes associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante em situações como a localização dos vértices de um polígono, desenvolvendo a habilidade **EF06MA16**.

Além disso, permitem que eles construam um algoritmo para resolver problemas passo a passo na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA23**.

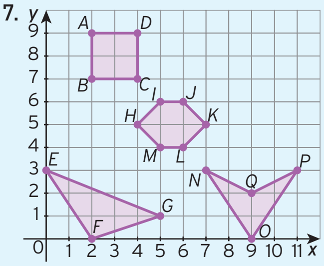
RESPOSTAS

6.



Ilustrações: ID/BR

7.

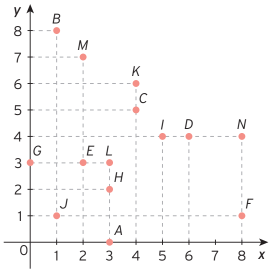


5. ***ABCD***: ***A***(0, 2), ***B***(1, 4), ***C***(2, 2) e ***D***(1, 0); losango. ***EFGH***: ***E***(3, 4), ***F***(3, 7), ***G***(5, 7) e ***H***(7, 4); trapézio. ***IJKL***: ***I***(6, 0), ***J***(7, 2), ***K***(9, 1) e ***L***(7, 0); quadrilátero qualquer.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

3. Considere o plano cartesiano e os pontos representados a seguir.



a) Escreva os pares ordenados que localizam os pontos representados.

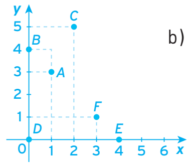
3. a) ***A***(3, 0), ***B***(1, 8), ***C***(4, 5), ***D***(6, 4), ***E***(2, 3), ***F***(8, 1), ***G***(0, 3), ***H***(3, 2), ***I***(5, 4), ***J***(1, 1), ***K***(4, 6), ***L***(3, 3), ***M***(2, 7), ***N***(8, 4).

b) O ponto *C* é representado pelo par ordenado (4, 5). Invertendo a ordem dos números que o representam, temos o par ordenado (5, 4), que representa o ponto *I*. Há outros pares de pontos em que isso ocorre. Quais são eles? ***A* e *G*, *B* e *F*, *D* e *K*, *E* e *H*.**

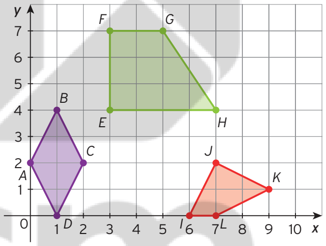
4. Em uma malha quadriculada, trace um plano cartesiano e localize os seguintes pontos:

a) *A*(1, 3)
b) *B*(0, 4)
c) *C*(2, 5)
d) *D*(0, 0)
e) *E*(4, 0)
f) *F*(3, 1)

4.



5. Escreva os pares ordenados que representam os pontos correspondentes aos vértices de cada quadrilátero. Depois, classifique os quadriláteros representados neste plano cartesiano.



6. Em uma malha quadriculada, construa um plano cartesiano e depois faça o que se pede. **Consulte as respostas neste manual.**

a) Localize os pontos *A*(5, 3), *B*(0, 3), *C*(0, 0), *D*(5, 0), *E*(10, 6), *F*(8, 9) e *G*(5, 5).

b) Com uma régua, trace os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$ e $\overline{GE}$.

c) Pinte o interior das figuras formadas e nomeie-as.

7. Em uma malha quadriculada, desenhe um plano cartesiano. Em seguida, represente os seguintes polígonos a partir das coordenadas de seus vértices. **Consulte as respostas neste manual.**

a) *ABCD*: *A*(2, 9), *B*(2, 7), *C*(4, 7) e *D*(4, 9).

b) *EFG*: *E*(0, 3), *F*(2, 0) e *G*(5, 1).

c) *HIJKLM*: *H*(4, 5), *I*(5, 6), *J*(6, 6), *K*(7, 5), *L*(6, 4) e *M*(5, 4).

d) *NOPQ*: *N*(7, 3), *O*(9, 0), *P*(11, 3) e *Q*(9, 2).

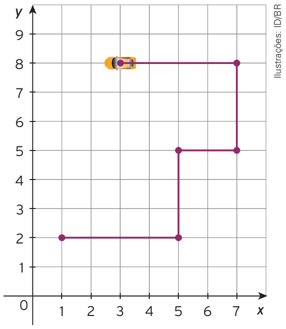
8. Observando as figuras que você desenhou na atividade anterior, responda:

a) Quais pontos estão localizados no eixo das abscissas? O que eles têm em comum? ***F* e *O*; as ordenadas são zero.**

b) Quais pontos têm abscissa igual a 4? ***C*, *D* e *H*.**

c) Quais pontos têm ordenada igual a 3? ***E*, *N* e *P*.**

9. Copie no caderno o início da descrição da trajetória do carrinho ilustrado no plano cartesiano a seguir e complete-a.



Ilustrações: ID/BR

O carrinho saiu do ponto (1, 2) e se deslocou quatro unidades para a direita, chegando ao ponto (5, 2). Depois, girou um quarto de volta...

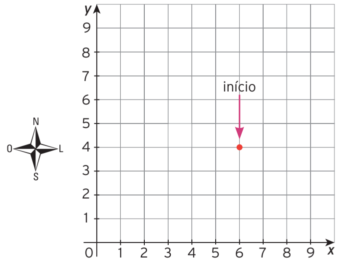
9. Resposta possível: ... para a esquerda e seguiu por três unidades, chegando ao ponto (5, 5); girou um quarto de volta para a direita, deslocou-se duas unidades e chegou ao ponto (7, 5); girou um quarto de volta para a esquerda, seguiu por três unidades e chegou ao ponto (7, 8); girou um quarto de volta para a esquerda e percorreu quatro unidades, chegando ao ponto (3, 8).

DIVERSIFICANDO

Responda sempre no caderno.

1. Em uma malha quadriculada, construa um plano cartesiano e elabore um percurso com cinco etapas. Comece no ponto (6, 4) e termine no ponto (8, 1). Considere a unidade de deslocamento um trecho que corresponde ao lado de cada quadradinho que compõe a malha quadriculada, como representado a seguir.

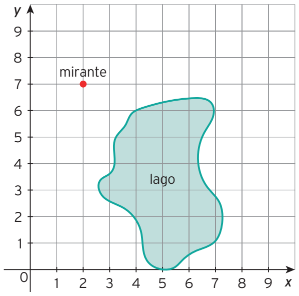
A rosa dos ventos ao lado da malha fornece os pontos cardeais para sua orientação na tarefa. Por exemplo: Ande duas unidades para o sul (S); ande três unidades para o norte (N); ande duas unidades para o leste (L), etc.



a) Feito o percurso, descreva a um colega as cinco etapas do percurso que você elaborou, sem mostrar a ele o traçado do percurso em sua malha quadriculada. Peça a ele que trace, em outra malha quadriculada, o percurso descrito por você; trace também o percurso descrito por ele. Depois, um deve avaliar o trabalho do outro. **Consulte a resposta neste manual.**

b) A rosa dos ventos geralmente está presente nos mapas. Reúna-se com um colega para pesquisar para que ela serve. **Consulte a resposta neste manual.**

2. Observe o esquema a seguir, em que estão representados um mirante e um lago.



Ilustrações: ID/BR

2. b) Consulte a resposta neste manual.
c) Consulte a resposta neste manual.

a) Determine a posição do mirante. **(2, 7)**

b) Um grupo de escoteiros está no ponto (0, 0). Ele precisa chegar ao acampamento, que está localizado no ponto (7, 4). O grupo só pode percorrer trajetos verticais e horizontais do esquema e deve desviar-se do lago. Com base nessas informações, indique um percurso para o grupo chegar até o acampamento. Considere o lado do quadradinho da malha que compõe o esquema como a unidade de deslocamento.

c) Uma pessoa está no ponto (2, 3) e quer ir até o ponto (8, 5) passando pelo mirante. Descreva um caminho possível para essa pessoa realizar esse percurso.

3. Observe o quadro.

5	A	B	C	D	E	F
4	G	H	I	J	K	L
3	M	N	O	P	Q	R
2	S	T	U	V	W	X
1	Y	Z	.	,	?	
	1	2	3	4	5	6

Cada caractere (letra, pontuação ou espaço) ocupa uma única posição no quadro e é descrito por um par de números: o primeiro indica a coluna, e o segundo, a linha em que o caractere está localizado. Por exemplo, (4, 3) indica o caractere que está na coluna 4 e na linha 3, ou seja, a letra P. Esse tipo de disposição pode ser usado para codificar e decodificar mensagens.

a) Decodifique a mensagem escrita a seguir.

(4, 2) (1, 5) (1, 3) (3, 3) (1, 2) (6, 1) (5, 5)
(1, 2) (2, 2) (3, 2) (4, 5) (1, 5) (6, 3) (5, 1)

VAMOS ESTUDAR?

b) Codifique uma mensagem de até 30 caracteres para um colega decodificar. **Resposta pessoal.**

4. Em uma malha quadriculada, desenhe um plano cartesiano.

a) Localize os pontos *A*(8, 0), *B*(4, 3), *C*(4, 0), *D*(8, 3) e *E*(6, 5). **Consulte a resposta neste manual.**

b) Trace os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EB}$, $\overline{BD}$ e $\overline{DC}$. **Consulte a resposta neste manual.**

c) Pinte o interior da figura formada e identifique os triângulos pelos seus vértices.

d) Identifique os vértices de um pentágono no desenho que você fez. **Pentágono *ADEBC*.**

4. c) Triângulos: *ABC*, *ACD*, *BDE*, *CBD*, *DBA*.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Verifique se os estudantes compreenderam o propósito do item **a** da atividade **1**, que é o de descrever um percurso com cinco etapas a um colega para que ele o represente em uma malha quadriculada. Já no item **b** dessa mesma atividade, seria interessante trabalhar com o professor de Geografia a orientação nos mapas pela rosa dos ventos. Além disso, é uma oportunidade para trabalhar o movimento aparente do Sol, relacionando-o à rosa dos ventos. O professor de Geografia poderá indicar bibliografia e/ou *sites* para consulta dos estudantes a fim de que consigam realizar a pesquisa proposta.

RESPOSTAS

1. a) Exemplo de percurso:

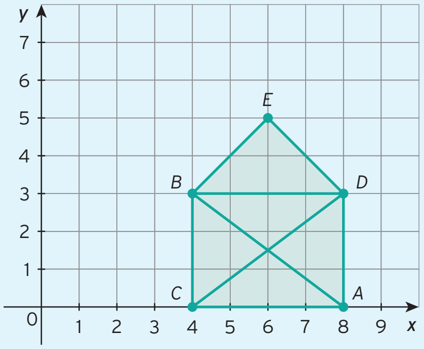
I. Ande três unidades para o norte.
II. Gire um quarto de volta à direita.
III. Ande duas unidades para o leste.
IV. Gire um quarto de volta à direita.
V. Ande seis unidades para o sul.

b) Nos mapas, a rosa dos ventos indica os pontos cardeais, servindo para a orientação espacial.

2. b) Resposta possível: Siga duas unidades para a direita até o ponto (2, 0), gire um quarto de volta para a esquerda e siga seis unidades até o ponto (2, 6), gire um quarto de volta para a direita e siga uma unidade até o ponto (3, 6), gire um quarto de volta para a esquerda e siga uma unidade até o ponto (3, 7), gire um quarto de volta para a direita e siga cinco unidades até o ponto (8, 7), gire um quarto de volta para a direita e siga três unidades, chegando ao ponto (8, 4), gire um quarto de volta para a direita e siga uma unidade, chegando ao ponto (7, 4).

c) Resposta possível: Saindo do ponto (2, 3), siga quatro unidades em direção ao mirante, chegando ao ponto (2, 7), gire um quarto de volta para a direita e siga seis unidades até o ponto (8, 7), gire um quarto de volta para a direita e siga duas unidades até o ponto (8, 5).

4. a) e **b)**



Ilustrações: ID/BR

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes ainda tenham dificuldade com localização de pontos no plano cartesiano, proponha jogos ou atividades lúdicas que trabalhem com esse conceito, como o jogo de batalha naval.

É provável que muitos deles já conheçam esse jogo, que utiliza o conhecimento de localização de pontos em um mapa. Em sala de aula, crie com eles um tabuleiro como o representado no exemplo do jogo de xadrez mostrado na página 132. Cada estudante deve desenhar dois submarinos (compostos de dois quadradinhos da malha, lado a lado), um navio-tanque (compostos de quatro quadradinhos da malha, lado a lado) e dois porta-aviões (compostos de cinco quadradinhos da malha, lado a lado). Jogue em duplas ou em pequenos grupos. Após os navios serem posicionados, o jogo continua em uma série de turnos. Em cada turno, um jogador ou grupo diz a localização de um quadradinho da malha, que é identificado pela letra e pelo número, no tabuleiro do oponente. Se houver uma parte de navio nesse quadradinho, o jogador avisa ao oponente que acertou, e é colocada uma marca vermelha nos dois tabuleiros; se não houver, o jogador avisa ao adversário que o tiro foi na água, e é colocada uma marca azul nos dois tabuleiros. Ganha o jogador ou a equipe que identificar corretamente a posição de todos os navios do outro jogador ou da outra equipe.

CAPÍTULO 2

Conteúdos

- Figuras semelhantes.
- Ampliação, redução e reprodução de figuras na malha quadriculada.
- Ampliação e redução de figuras no plano cartesiano.
- Ampliação, redução e deformação de figuras em *software*.

Objetivos

- Reconhecer figuras semelhantes.
- Ampliar e reduzir figuras utilizando malhas quadriculadas, planos cartesianos e *softwares*.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de reconhecer e construir figuras semelhantes obtidas por ampliação, redução ou reprodução, verificando correspondências entre ângulos e lados das figuras estudadas, tendo como suporte malhas quadriculadas e o plano cartesiano. Realizar transformações em figuras e em objetos que mantêm as características da figura e do objeto inicial é importante para que os estudantes adquiram base para o estudo de escalas e para o aperfeiçoamento dos conhecimentos de proporcionalidade.

FIGURAS SEMELHANTES

- Inicie o estudo perguntando aos estudantes o que eles entendem por semelhança. Deixe que relatem livremente suas ideias. Em seguida, proponha a leitura do texto.
- Ao final da leitura, retome a questão proposta inicialmente e verifique se o que eles entendiam por semelhança estava de acordo com a acepção geométrica.
- A partir de uma situação comum (ampliação e redução de fotografias), inicia-se o estudo de figuras semelhantes. Para que a fotografia seja ampliada ou reduzida sem distorção, é preciso que os ângulos das novas imagens (ampliadas ou reduzidas) permaneçam com as mesmas medidas dos ângulos correspondentes na foto original e que as medidas das dimensões (largura e comprimento) das imagens reproduzidas sejam proporcionais às medidas das dimensões da foto original.
- Verifique se os estudantes compreenderam que duas figuras são semelhantes quando as medidas dos ângulos correspondentes são iguais e as medidas dos lados correspondentes são proporcionais, ou seja, ao dividir as medidas dos lados da figura ampliada ou reduzida pelas medidas correspondentes na figura original, obtemos o mesmo valor.

Capítulo

2 SEMELHANÇA

Reconhecer ângulos, medidas de comprimento e localização de pontos no plano cartesiano são conceitos-chave para o desenvolvimento dos conteúdos que serão trabalhados neste capítulo. Além disso, a noção de semelhança auxiliará na compreensão do conteúdo de semelhança de triângulos.

Figuras semelhantes

As fotografias a seguir são do Parque Nacional de Teide, nas ilhas Canárias, Espanha.

A foto A é uma redução da foto original, e a foto B é uma ampliação. Isso significa que os ângulos dessas fotos têm a mesma medida que os ângulos correspondentes na foto original, e que as medidas do comprimento e da largura são proporcionais às medidas correspondentes na foto original.


Foto original.

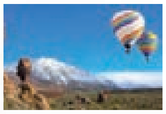


Foto A.


Foto B.

Fotografias: Olena Tur/Shutterstock.com/ID/BR


Milan Ilic Photographer/Shutterstock.com/ID/BR

Dizemos que a foto original e as fotos A e B são semelhantes.

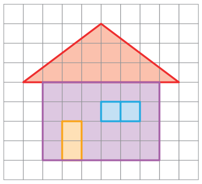
Duas figuras são **semelhantes** quando:

- as medidas dos ângulos correspondentes são iguais; e
- as medidas dos lados correspondentes são proporcionais, ou seja, ao dividir as medidas dos lados da figura ampliada ou reduzida pelas medidas correspondentes na figura original, obtemos sempre o mesmo valor.

Podemos ver outros exemplos de figuras ou objetos semelhantes no dia a dia. Por exemplo, a maquete de um prédio e o prédio construído; um *slide* e sua projeção em uma tela; as miniaturas de carros e os carros reais; um documento e sua cópia reproduzida em uma copiadora.

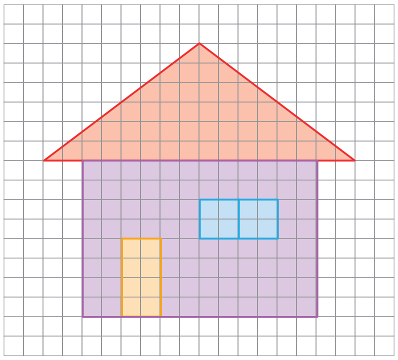
Ampliação na malha quadriculada

Veja o desenho de uma casa na malha quadriculada.

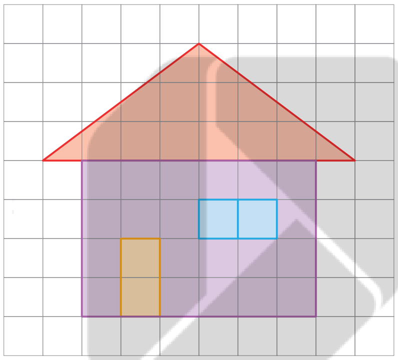


Desenho original.

Valéria e Luís fizeram uma ampliação desse desenho usando malhas quadriculadas. Observe como ficou.



Ampliação de Valéria.



Ampliação de Luís.

Ilustrações: ID/BR

Para fazer a ampliação, Valéria usou uma malha quadriculada igual à que foi usada no desenho original e, para cada unidade de comprimento do desenho original, ela usou duas unidades no desenho dela.

Já Luís usou uma malha quadriculada cuja medida do lado do quadradinho é o dobro da medida do lado do quadradinho da malha do desenho original.

Dizemos que o desenho de Valéria e o de Luís têm o dobro das dimensões do desenho original.

Para ampliar uma figura, devemos conservar sua forma e aumentar proporcionalmente suas dimensões.

- Se julgar oportuno, desenhe na lousa duas figuras semelhantes e outras duas que não sejam semelhantes para que os estudantes tenham a possibilidade de visualizar as diferenças entre esses dois conjuntos de figura. Por exemplo, desenhe dois triângulos semelhantes e depois dois triângulos cujos lados tenham medidas proporcionais, mas cujos ângulos sejam diferentes. A visualização do segundo grupo de figuras mostra intuitivamente que é necessário manter a medida dos ângulos para que exista semelhança entre essas figuras.
- Ao trabalhar com a ampliação de figuras na malha quadriculada, proponha aos estudantes que observem o desenho original e as ampliações feitas por Valéria e Luís. Pergunte: Que diferenças vocês observam nas ampliações realizadas?

  Espera-se que os estudantes percebam que tanto Valéria quanto Luís fizeram uma ampliação do desenho. Valéria utilizou uma malha quadriculada igual à do desenho original e, para ampliar o desenho, usou duas unidades para cada unidade de comprimento do desenho original.

  Luís usou uma malha quadriculada em que a medida do lado do quadradinho é maior que a medida do lado do quadradinho da malha do desenho original.
- Verifique se os estudantes compreenderam que para ampliar uma figura devemos conservar sua forma e aumentar proporcionalmente suas dimensões.

DE OLHO NA BASE

Compreender os conceitos trabalhados nestas páginas permitirá que os estudantes construam figuras semelhantes em situações de ampliação com o uso de malhas quadriculadas, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA21**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha aos estudantes que se organizem em duplas. Distribua malhas quadriculadas a eles e peça a cada estudante que faça um desenho na malha (o desenho pode ser simples). Depois, eles devem mostrar o desenho ao colega de dupla para que ele faça uma ampliação do desenho na malha quadriculada.

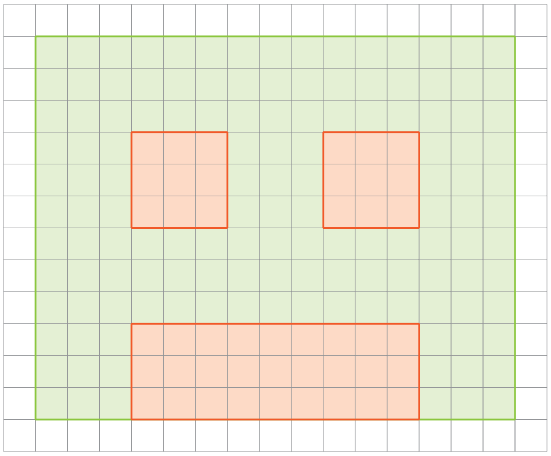
- Assim como na ampliação, para reduzir uma figura, devemos conservar sua forma e diminuir proporcionalmente suas dimensões.
- No exemplo dado, Thiago e Sabrina fizeram a redução do mesmo desenho usando malha quadriculada. Thiago utilizou uma malha quadriculada igual à usada no desenho original e, para cada três unidades do desenho original, usou uma unidade na redução. Sabrina utilizou uma malha quadriculada em que a medida do lado do quadradinho é menor que a medida do lado do quadradinho da malha do desenho original.
- Observe se os estudantes compreenderam que, para ampliar ou reduzir figuras na malha quadriculada, tanto podemos manter as medidas dos lados dos quadradinhos e aumentar ou diminuir a quantidade de quadradinhos que usamos para representar a figura como podemos alterar as medidas do lado do quadradinho e utilizar a mesma quantidade de quadradinhos da figura original.

DE OLHO NA BASE

Compreender os conceitos trabalhados nesta página permitirá aos estudantes construir figuras semelhantes em situações de redução com o uso de malhas quadriculadas, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA21**.

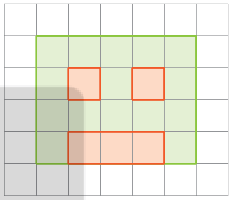
Redução na malha quadriculada

Observe como Thiago e Sabrina fizeram uma redução do desenho original, mostrado na malha quadriculada a seguir.

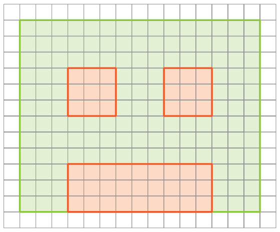


Ilustrações: ID/BR

↑ Desenho original.



↑ Redução de Thiago.



↑ Redução de Sabrina.

Para fazer a redução do desenho, Thiago usou uma malha quadriculada igual à que foi usada no desenho original e, para cada três unidades de comprimento do desenho original, ele fez uma unidade no seu desenho. Nesse caso, dizemos que o desenho de Thiago tem dimensões com medidas iguais à terça parte das do original.

Já Sabrina usou uma malha quadriculada cuja medida do lado do quadradinho é a metade da medida do lado do quadradinho da malha do desenho original.

Para reduzir uma figura, devemos conservar sua forma e diminuir proporcionalmente duas dimensões.

Você percebeu que, para ampliar ou reduzir figuras na malha quadriculada, podemos tanto manter as medidas de comprimento dos lados dos quadradinhos da malha e aumentar ou diminuir a quantidade de quadradinhos que usamos para representar a figura como alterar as medidas dos lados dos quadradinhos da malha e utilizar a mesma quantidade de quadradinhos da figura original?

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

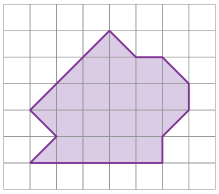
Proponha aos estudantes que se reúnam em duplas. Distribua a eles malhas quadriculadas e peça a cada estudante que faça um desenho na malha (o desenho deve ser simples). Depois, eles devem mostrar o desenho ao colega de dupla para que ele faça uma redução dele na malha quadriculada.

Outra atividade que pode ser proposta é sugerir aos estudantes que meçam as dimensões de alguns cômodos da casa deles ou da escola e depois criem uma maquete proporcional ao tamanho original utilizando papel ou papelão. Destaque que as portas e as janelas devem ser incluídas no projeto. Auxilie-os em todas as etapas da construção da maquete.

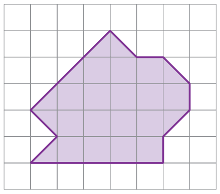
Reprodução na malha quadriculada

Ao reproduzir uma figura, mantendo as medidas de seus lados e as medidas dos ângulos, obtemos uma figura semelhante à figura original.

Observe o desenho que Patrícia reproduziu.



↑ Desenho original.

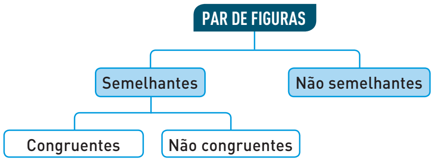


↑ Desenho reproduzido por Patrícia.

Ilustrações: ID/BR

Na figura reproduzida, não houve modificação nas medidas dos ângulos, nas medidas dos lados e na forma da figura original. Quando isso ocorre, dizemos que as figuras são **congruentes**.

Veja um esquema que mostra como podemos classificar pares de figuras.

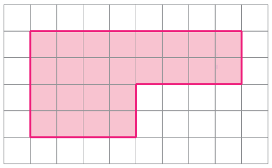


- **PAR DE FIGURAS**
  - Semelhantes
    - Congruentes
    - Não congruentes
  - Não semelhantes

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Reproduza a figura a seguir em uma malha quadriculada.



Ilustrações: ID/BR

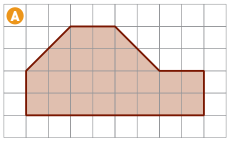
Considerando uma malha quadriculada igual à da figura original:

a) amplie a figura, triplicando as medidas dos lados. **Consulte as respostas neste manual.**

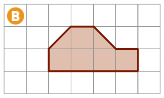
b) reduza a figura, dividindo as medidas dos lados pela metade.

2. Analise os polígonos a seguir e verifique se, entre eles, há dois que são semelhantes.

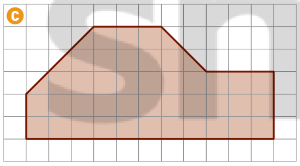
Ⓐ



Ⓑ



Ⓒ



Sim, os polígonos A e B são semelhantes.

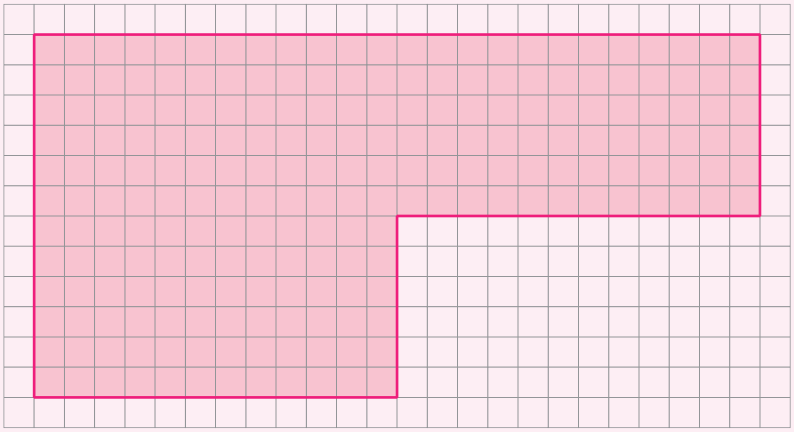
- Além de ampliar e reduzir figuras na malha quadriculada, podemos reproduzi-las mantendo as medidas de seus lados e as medidas dos ângulos. Dessa maneira, obtemos uma figura semelhante à figura original.
- Verifique se os estudantes compreenderam que, quando reproduzimos uma figura sem modificar as medidas dos ângulos e tampouco modificando as medidas dos lados, dizemos que estamos construindo figuras congruentes.
- O esquema mostrado no Livro do Estudante indica como podemos classificar pares de figuras.

DE OLHO NA BASE

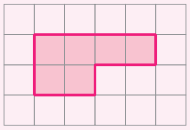
A atividade **1** permite que os estudantes construam figuras planas semelhantes em situações de ampliação e redução, com o uso de malhas quadriculadas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA21**.

RESPOSTAS

1. a)



b)



Ilustrações: ID/BR

- Durante o estudo de ampliação e redução de figuras no plano cartesiano, mostre aos estudantes que não é necessário realizar a translação da figura para obter sua ampliação ou sua redução. Pode-se manter um dos vértices fixos e criar a figura ampliada ou reduzida a partir dele.
- Na situação proposta nesta página, os estudantes vão compreender como é possível ampliar figuras semelhantes no plano cartesiano.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que façam a ampliação de outras figuras em planos cartesianos, dando as coordenadas de um dos vértices da figura ampliada. É preciso ter cuidado ao propor atividades desse tipo, pois as coordenadas da ampliação devem ficar no 1º quadrante do plano cartesiano.

DE OLHO NA BASE

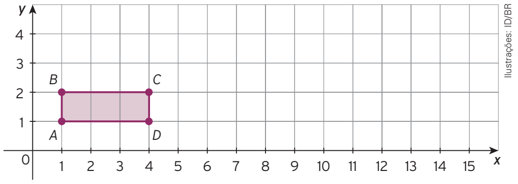
As situações e a atividade propostas nestas páginas permitem aos estudantes associar pares ordenados de números a pontos do 1º quadrante do plano cartesiano em situações como a localização dos vértices de um polígono, desenvolvendo a habilidade **EF06MA16**.

Ampliando e reduzindo figuras no plano cartesiano

Agora, acompanhe as situações a seguir, de ampliação e redução de figuras semelhantes no plano cartesiano.

Situação 1

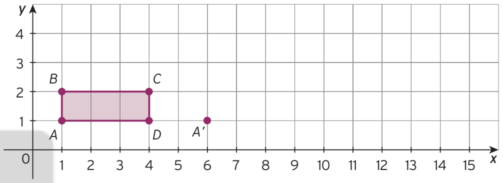
Guilherme desenhou, em um plano cartesiano, o retângulo *ABCD* e quer ampliá-lo.



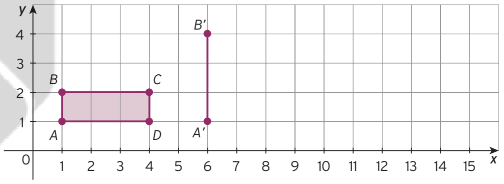
Ilustrações: ID/BR

Primeiro, Guilherme pensou em quanto ele queria ampliar o retângulo *ABCD*. Ele determinou que os lados do retângulo ampliado deveriam ter o triplo das medidas dos lados do retângulo *ABCD*.

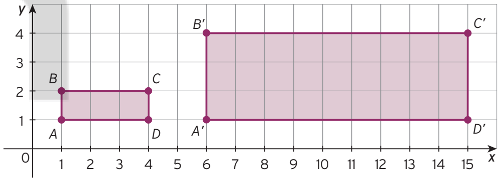
Depois, Guilherme escolheu o ponto *A*'(6, 1) para começar a construir a ampliação.



Como o lado $\overline{AB}$ tem 1 unidade de medida, o lado do retângulo ampliado $\overline{A'B'}$ terá 3 unidades de medida.

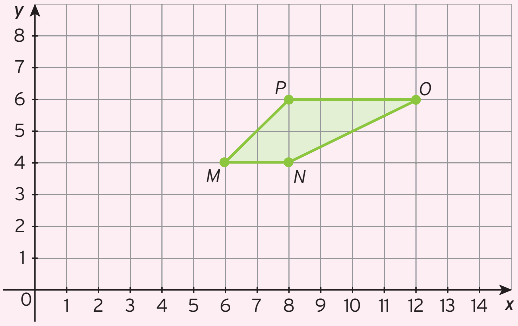


Seguindo esse raciocínio, Guilherme obteve os lados $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$ e $\overline{D'A'}$, formando o retângulo *A*'*B*'*C*'*D*', que é uma ampliação do retângulo *ABCD*.



RESPOSTAS

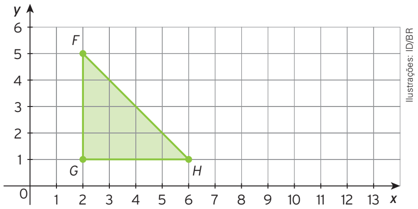
3. a)



ID/BR

Situação 2

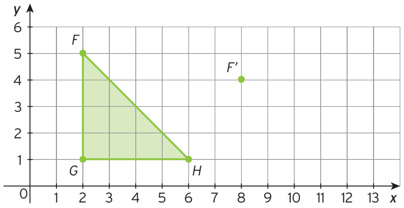
Luciana desenhou o triângulo *FGH* em um plano cartesiano e quer reduzi-lo.



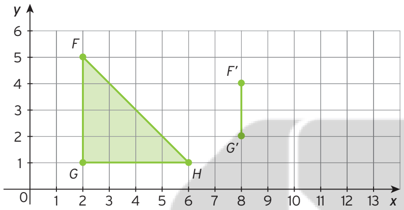
Ilustrações: ID/BR

Primeiro, Luciana pensou em quanto ela queria reduzir o triângulo *FGH*. Ela determinou que as medidas dos lados do triângulo reduzido deveriam corresponder às medidas dos lados do triângulo *FGH* divididas por 2.

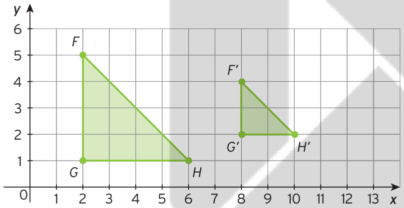
Depois, Luciana escolheu o ponto *F'*(8, 4) para começar a construir a redução.



Como o lado $\overline{FG}$ tem 4 unidades de medida, o lado do triângulo reduzido $\overline{F'G'}$ terá 2 unidades de medida.



Seguindo esse raciocínio, Luciana obteve os lados $\overline{G'H'}$ e $\overline{H'F'}$, formando o triângulo *F'G'H'*, que é uma redução do triângulo *FGH*.



ATIVIDADE

Responda sempre no caderno.

Consulte as respostas neste manual.

3. Em uma malha quadriculada, faça o que se pede.

a) Construa um plano cartesiano e, em seguida, desenhe o quadrilátero cujos vértices são *M*(6, 4), *N*(8, 4), *O*(12, 6) e *P*(8, 6).

b) O quadrilátero *M'N'O'P'* é uma ampliação do quadrilátero *MNOP*. Desenhe o quadrilátero *M'N'O'P'*, sabendo que o quadrilátero *MNOP* foi ampliado em três vezes e que *M'*(5, 3). Quais são as coordenadas de *N'*, *O'* e *P'*?

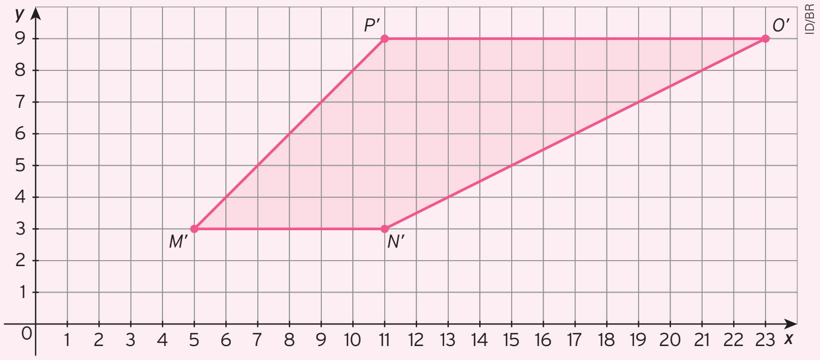
c) Reduza pela metade as medidas dos lados do quadrilátero *MNOP*. Quais são as coordenadas dos vértices do novo quadrilátero?

- Na situação proposta nesta página, os estudantes vão compreender como é possível reduzir figuras no plano cartesiano mantendo a semelhança.
- Se julgar oportuno, proponha que façam a redução de outras figuras em planos cartesianos, dando as coordenadas de um dos vértices da figura reduzida. Novamente é preciso ter cuidado ao propor atividades desse tipo, pois as coordenadas da redução devem ficar no 1º quadrante do plano cartesiano.

DE OLHO NA BASE

A atividade proposta nesta página permite que os estudantes construam figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução com o uso do plano cartesiano, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA21**.

b)



ID/BR

N'(11, 3); *O'*(23, 9); *P'*(11, 9)

c) Resposta possível: Supondo *M''*(6, 4) e fazendo a redução no plano cartesiano, os demais pontos serão: *N''*(7, 4), *O''*(9, 5) e *P''*(7, 5).

+ INTERESSANTE

Leia o texto com os estudantes e verifique se eles têm alguma dúvida.

Se julgar oportuno, combine previamente com o professor de informática para que ele instale, nos computadores do laboratório, *softwares* que possibilitem a edição de imagens (alguns editores de texto possuem essa função). Então, proponha aos estudantes que realizem uma atividade como a mostrada no Livro do Estudante, seguindo os passos descritos no texto, ampliando, reduzindo e distorcendo a imagem.

DE OLHO NA BASE

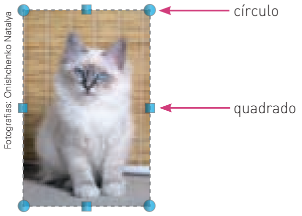
Compreender como é possível manipular imagens em um editor de imagens possibilita aos estudantes que construam figuras semelhantes em situações de ampliação e redução com uso de tecnologias digitais, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA21**.

+INTERESSANTE

Ampliação, redução e deformação

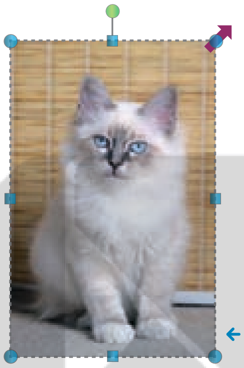
Você sabia que, de maneira geral, ao inserir uma imagem em um editor de texto ou em outro programa, é possível realizar algumas transformações nessa imagem, como ampliação e redução? Mas... é preciso ter cuidado! Muitas vezes, em vez de ampliar ou reduzir a imagem, acabamos deformando-a, deixando-a "esticada" ou "achatada".

A imagem a seguir foi inserida em um editor de texto e selecionada com o *mouse*. Observe que, ao redor dela, apareceram círculos nos vértices da moldura e quadrados centralizados em cada um de seus lados.

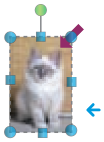


Fotografias: Onishchenko Natalya

Ao clicar sobre qualquer um dos círculos, manter pressionado o botão do *mouse* e arrastar o cursor para "fora" ou para "dentro" da imagem, conseguimos ampliá-la ou reduzi-la. Desse modo, as proporções da imagem são mantidas.

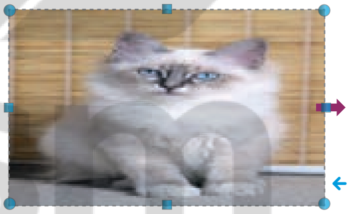


Cursor arrastado para "fora".

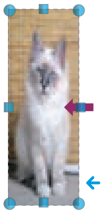


Cursor arrastado para "dentro".

Agora, veja o que acontece quando clicamos sobre qualquer um dos quadrados, mantemos o botão do *mouse* pressionado e arrastamos o cursor para "fora" ou para "dentro" da imagem.



Cursor arrastado para "fora".



Cursor arrastado para "dentro".

Tanto na imagem da direita como na da esquerda, a figura do gato foi deformada, ou seja, obtivemos figuras que não são semelhantes. Note que as medidas dos ângulos correspondentes foram mantidas, mas as proporções dos lados não.

DIVERSIFICANDO

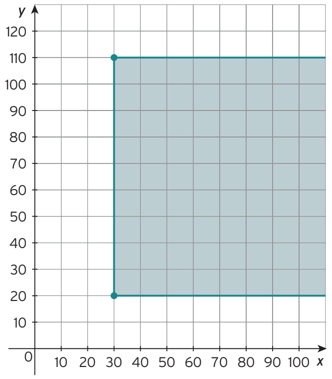
Responda sempre no caderno.

1. Consulte as respostas neste manual.

1. Faça o que se pede em cada item.
   a) Em uma malha quadriculada, desenhe um plano cartesiano e represente o pentágono cujos vértices são *M*(0, 1), *N*(0, 4), *O*(6, 4), *P*(8, 2) e *Q*(6, 0).
   b) Amplie esse pentágono, duplicando as dimensões dele, e registre um passo a passo explicando como você pensou.

2. Mariana está representando um quadrado *ABCD* no plano cartesiano. Ela já representou os vértices *A*(2, 3), *B*(2, 5) e *C*(4, 5).
   a) Quais são as coordenadas do vértice *D*? **(4, 3)**
   b) Desenhe um plano cartesiano e represente o quadrado de Mariana. **Consulte a resposta neste manual.**
   c) Reproduza o quadrado que você obteve no item anterior, de modo que o vértice correspondente ao vértice *A* na figura reproduzida fique deslocado duas unidades para cima em relação ao vértice *A*. **Consulte a resposta neste manual.**

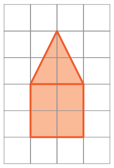
3. Felipe representou um campo de futebol no plano cartesiano. Observe uma parte desse desenho.



   a) Sabendo que o comprimento do campo de futebol que Felipe representou tem 30 unidades a mais que a largura, escreva as coordenadas dos vértices que não aparecem no desenho. **(150, 110) e (150, 20)**
   b) Desenhe um plano cartesiano em uma malha quadriculada e faça uma redução do campo de futebol representado por Felipe, de modo que a nova figura seja três vezes menor que a original. **Consulte a resposta neste manual.**

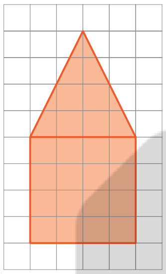
4. Em uma malha quadriculada, desenhe um plano cartesiano com a escala dos dois eixos de 10 em 10 unidades. **Consulte as respostas neste manual.**
   a) Represente um trapézio isósceles com vértices em *A*(20, 10), *B*(20, 60), *C*(60, 50) e *D*(60, 20).
   b) Desenhe um trapézio congruente ao trapézio *ABCD* de modo que o vértice correspondente ao vértice *A* tenha coordenadas (10, 70).

5. A professora Ana pediu aos estudantes que fizessem uma ampliação da figura a seguir.

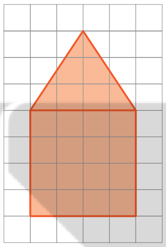


Ilustrações: ID/BR

Veja o desenho de dois estudantes. Qual deles não fez uma ampliação? **Luís.**



Fátima



Luís

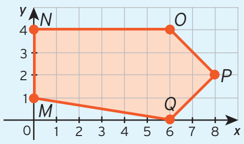
6. Reúna-se com um colega para fazer o que se pede em cada item.
   a) Desenhem um quadrilátero em um plano cartesiano, identificando as coordenadas dos vértices. **Resposta pessoal.**
   b) Ampliem esse quadrilátero e indiquem as coordenadas dos vértices do novo quadrilátero. **Resposta pessoal.**
   c) Reduzam o quadrilátero inicial e indiquem as coordenadas dos vértices do novo quadrilátero. **Resposta pessoal.**
   d) Desenhem uma figura congruente ao quadrilátero original de modo que um dos vértices fique sobre o eixo *y*. Depois, escrevam as coordenadas de todos os vértices desse novo quadrilátero. **Resposta pessoal.**

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.

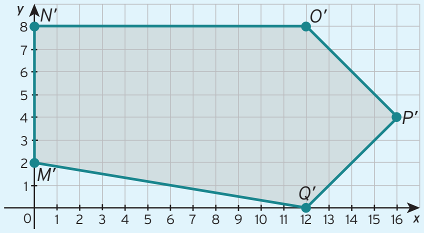
RESPOSTAS

1. a)

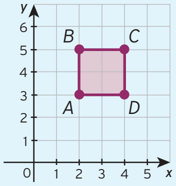


Ilustrações: ID/BR

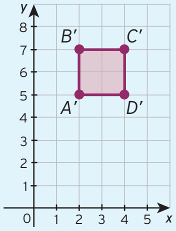
b) Resposta possível: Escolho o ponto *M*'(0, 2). Como quero ampliar esse pentágono em duas vezes e a medida do lado *MN* tem 3 unidades, o lado *M*'*N*' terá 6 unidades e sua outra extremidade pode ser representada pelo ponto *N*'(0, 8). Seguindo esse raciocínio, obtemos *O*', *P*' e *Q*'.



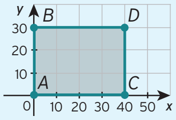
2. b)



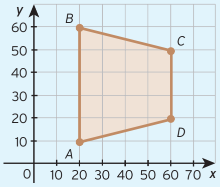
c)



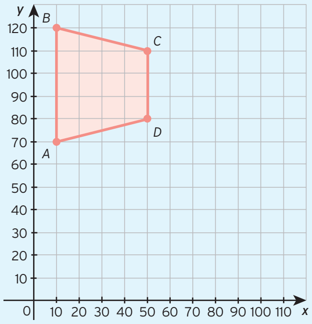
3. b)



4. a)



b)



DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nessa seção possibilitam aos estudantes associar pares ordenados de números a pontos do 1º quadrante do plano cartesiano em situações como a localização dos vértices de um polígono, desenvolvendo a habilidade **EF06MA16**.

Além disso, permitem que os estudantes construam figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas e planos cartesianos, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA21**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes apresentem dificuldades com os conceitos estudados até o momento, proponha outras situações-problema em que eles ampliem, reduzam ou reproduzam figuras semelhantes.

A construção de maquetes pode ser uma boa possibilidade. É importante que eles tenham cuidado para manter a proporção entre as medidas da construção real e as medidas da representação dela na maquete.

CAPÍTULO 3

Conteúdos

- Construção de retas paralelas e perpendiculares com régua e esquadro ou par de esquadros.
- Construção de quadriláteros com régua e esquadro e com *software* de geometria dinâmica.

Objetivos

- Traçar retas paralelas e perpendiculares utilizando régua e esquadro ou utilizando par de esquadros.
- Construir quadriláteros utilizando réguas e esquadros e *software* de geometria dinâmica.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de utilizar instrumentos de desenho, como régua e esquadros, para representar retas e quadriláteros, compreendendo diversas características desses objetos matemáticos e aprofundando o estudo da Geometria. Construções como as que serão abordadas neste capítulo, contribuem para que os estudantes desenvolvam habilidades relacionadas a planejamento e abstração. Além disso, ao trabalhar com o passo a passo de uma construção, é possível estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico e o pensamento computacional dos estudantes.

INSTRUMENTOS DE DESENHO

- Pergunte aos estudantes quais instrumentos de desenho eles conhecem e se já utilizaram algum deles. Se achar oportuno, traga para a sala de aula alguns desses instrumentos para que os estudantes possam se familiarizar com eles.
- Os instrumentos usados no desenho técnico precisam ser bem cuidados, pois esse tipo de desenho requer exatidão.
- Se possível, traga para a sala de aula os dois modelos de esquadros e mostre aos estudantes a diferença entre eles.

Capítulo 3

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Reconhecer retas paralelas e retas perpendiculares e identificar os quadriláteros auxiliará os estudantes nas construções propostas neste capítulo. Além disso, as construções com auxílio de instrumentos de desenho e de *softwares* de geometria dinâmica serão pré-requisitos para a aprendizagem de outras construções nos anos posteriores.

Instrumentos de desenho

O desenho técnico tem especial importância na arquitetura no que diz respeito à elaboração de projetos e à confecção de plantas baixas, por exemplo. Nesse trabalho, é imprescindível o uso de diferentes materiais e instrumentos, como papéis, lápis, borrachas, réguas, compassos, transferidores, esquadros e pranchetas.

O desenho técnico deve apresentar exatidão; por isso, é necessário o máximo de cuidado quanto ao manuseio, à qualidade e à conservação dos instrumentos a serem utilizados.

Por exemplo, a régua graduada não deve ser utilizada para cortar papel e deve ser sempre limpa com flanela.

↓ Apesar de existirem *softwares* de desenho que auxiliam diversos profissionais, o uso de instrumentos como régua e compasso ainda é bastante comum.

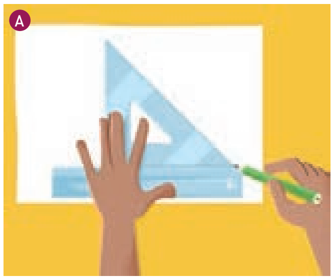
Dragon Images/Shutterstock.com/ID/BR

Traçando representações de retas paralelas

Veja como podemos traçar representações de retas paralelas utilizando régua e esquadro ou um par de esquadros.

1º passo: Apoie o esquadro na régua e trace uma reta *r* com o auxílio da borda do esquadro. Cuidado para não tirar a régua do lugar (figura A).

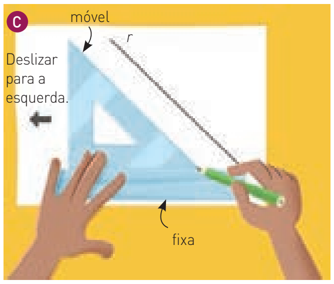
Ou, em vez de usar a régua como apoio, pode-se apoiar um esquadro no outro (figura B). Veja.

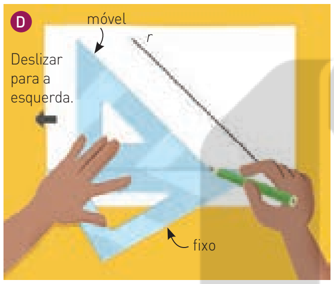


Ilustrações: João Picoli/ID/BR

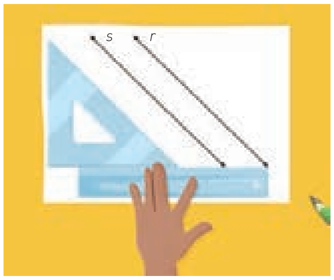
2º passo: Sem tirar a régua do lugar, deslize o esquadro sobre ela e trace uma reta *s*, utilizando a mesma borda do esquadro com que você traçou a reta *r* (figura C).

Se forem dois esquadros, deslize o esquadro móvel (figura D).





As retas *r* e *s* são paralelas.



TRAÇANDO REPRESENTAÇÕES DE RETAS PARALELAS

- Antes de iniciar o trabalho com esta página, retome o conceito de retas paralelas: quando duas retas situadas no mesmo plano não apresentam pontos em comum, ou seja, não se cruzam, elas são paralelas.
- Reforce com os estudantes que, nesta coleção, ao utilizar expressões como “traçamos uma reta”, queremos dizer que estamos traçando parte de uma reta. Não é possível traçar uma reta, pois ela é infinita, mas podemos traçar parte dela para representá-la.

DE OLHO NA BASE

Compreender o passo a passo mostrado nesta página possibilita aos estudantes utilizar instrumentos como régua e esquadro para representar retas paralelas, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA22**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha aos estudantes que se reúnam em duplas e distribua a algumas delas uma régua e um esquadro e a outras um par de esquadros.

Em seguida, proponha que tracem retas paralelas utilizando esses instrumentos e seguindo o passo a passo mostrado no Livro do Estudante.

TRAÇANDO REPRESENTAÇÕES DE RETAS PERPENDICULARES

- Antes de iniciar o trabalho com esta página, retome o conceito de retas perpendiculares: duas retas concorrentes são perpendiculares quando os quatro ângulos formados por elas são retos.
- Se julgar oportuno, pergunte aos estudantes: Dada uma reta *r* e um ponto *Q* fora dela, quantas retas perpendiculares a *r* que passam no ponto *Q* existem? Espera-se que os estudantes respondam que existe uma única reta que atende a essas condições.

DE OLHO NA BASE

Compreender o passo a passo mostrado nesta página possibilita aos estudantes utilizar instrumentos como régua e esquadro para representar retas perpendiculares, dada uma reta *r* e um ponto *P* fora dela, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA22**.

Traçando representações de retas perpendiculares

Veja como podemos representar retas perpendiculares, dada uma reta qualquer *r* e um ponto *P* fora dela. Para isso, vamos utilizar régua e esquadro ou um par de esquadros.

1º passo: Coloque o esquadro de modo que sua borda fique sobre a reta *r* e apoie a régua no esquadro (figura A).

Ou, em vez de usar a régua como apoio, pode-se apoiar um esquadro no outro (figura B).

A

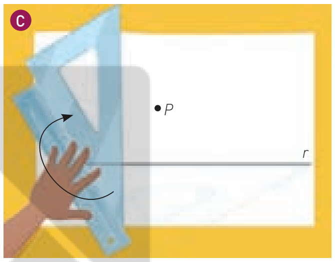
B

Ilustrações: João Picoli/ID/BR

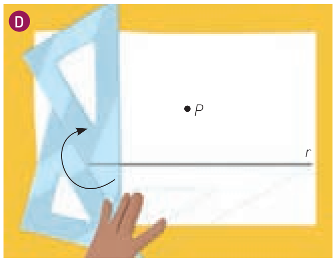
2º passo: Sem tirar a régua do lugar, vire o esquadro do modo como indica a figura C.

Se forem dois esquadros, faça como na figura D.

C



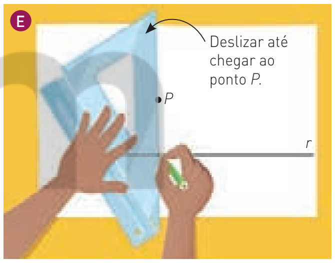
D



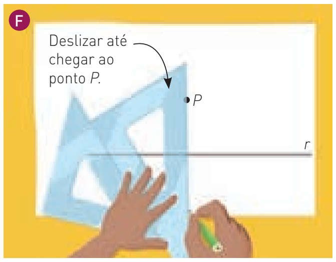
3º passo: Deslize o esquadro, mantendo a régua na mesma posição, até fazer com que a borda do esquadro fique sobre o ponto *P*. Então, trace a reta *t* (figura E).

O procedimento é o mesmo para o par de esquadros (figura F).

E

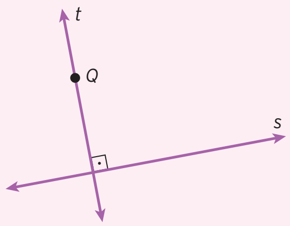

Deslizar até chegar ao ponto *P*.

F


Deslizar até chegar ao ponto *P*.

RESPOSTAS

2.

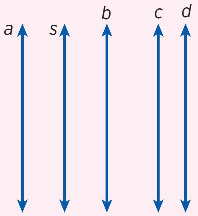


Ilustrações: ID/BR

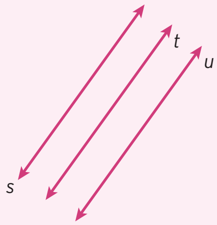
3. Respostas possíveis:

a)

b)

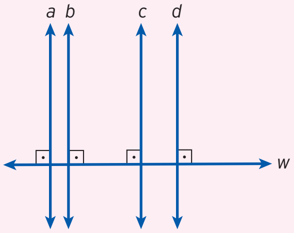


c)

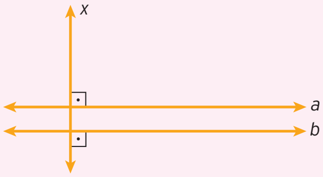


4. Respostas possíveis:

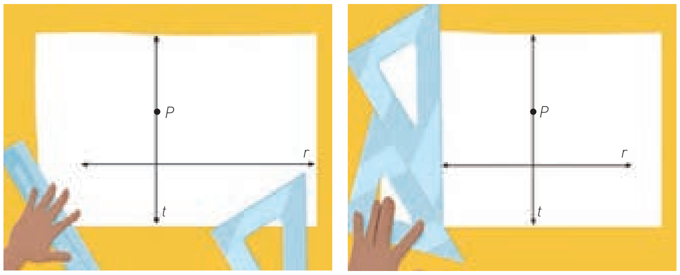
a)



b)



As retas *r* e *t* são perpendiculares.



CRIATIVIDADE NA GEOMETRIA

Quando temos um problema, precisamos analisar diversas possibilidades para tentar encontrar a melhor solução. Em Geometria, por exemplo, podemos ter várias soluções para um mesmo problema. É preciso estar atento às diversas possibilidades para, então, obter a solução desejada.

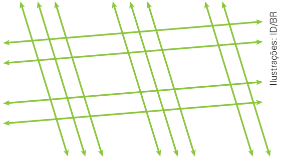
Nesse aspecto, a criatividade pode ajudar muito!

- **Resolva as atividades da próxima seção usando sua criatividade! Depois verifique se seus desenhos ficaram diferentes dos desenhos dos colegas.**

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Em uma folha, trace várias retas paralelas, fazendo figuras como a mostrada a seguir ou outras que você inventar. Lembre-se: use sua criatividade! **Resposta pessoal.**



Ilustrações: ID/BR

2. Trace uma reta *s* qualquer e marque um ponto *Q* fora dela, como mostra a figura a seguir. Depois, com o auxílio do par de esquadros ou de uma régua e um esquadro, construa a reta *t* que passa por *Q* e é perpendicular a *s*. **Consulte a resposta neste manual.**

3. Consulte as respostas neste manual.

3. Use um par de esquadros ou uma régua e um esquadro para traçar:

a) três retas paralelas à reta *r*, horizontal;
b) quatro retas paralelas à reta *s*, vertical;
c) duas retas paralelas à reta *t*, inclinada.

4. Use um par de esquadros ou uma régua e um esquadro para traçar:

a) quatro retas perpendiculares à reta *w*, horizontal;
b) duas retas perpendiculares à reta *x*, vertical;
c) três retas perpendiculares à reta *y*, inclinada.

Consulte as respostas neste manual.

5. Trace uma reta *a* e marque um ponto *D* fora dela. Passando por *D*, trace uma reta perpendicular *b* e uma reta paralela *c* à reta *a*. **Consulte a resposta neste manual.**

6. Verifique na atividade **5** se as retas *b* e *c* são perpendiculares entre si. **As retas *b* e *c* são perpendiculares.**

7. Trace uma reta *p* qualquer e marque um ponto *O* sobre ela. Passando por *O*, trace uma reta perpendicular *q* à reta *p*. **Consulte a resposta neste manual.**

Criatividade

Leia o texto com os estudantes e converse com eles sobre como podemos usar a criatividade para resolver problemas. Após resolverem as atividades, peça que comparem as respostas com as dos colegas.

- As atividades propostas no Livro do Estudante visam aprofundar a discussão sobre a construção de retas paralelas e perpendiculares. Enfatize aos estudantes que existem múltiplas respostas em cada atividade, desde que as retas representadas atendam às condições dadas.

DE OLHO NA BASE

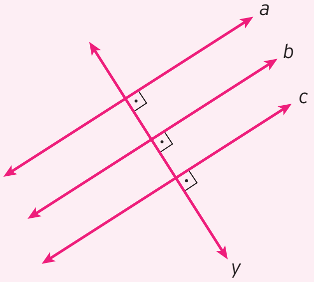
As atividades propostas nesta página possibilitam aos estudantes que utilizem instrumentos como régua e esquadros para representar retas paralelas e retas perpendiculares, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA22**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

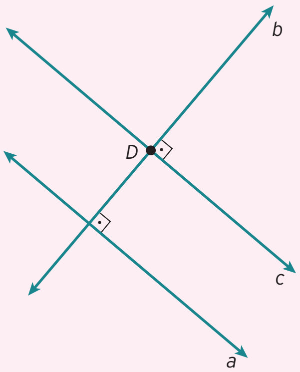
Proponha aos estudantes que se reúnam em duplas e distribua a algumas delas um par de esquadros e a outras uma régua e um esquadro.

Em seguida, peça aos estudantes que tracem retas perpendiculares utilizando esses instrumentos e seguindo o passo a passo mostrado no Livro do Estudante.

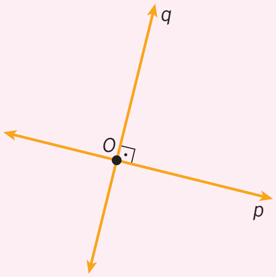
c)



5. Resposta possível:



7. Resposta possível:



Ilustrações: ID/BR

CONSTRUINDO QUADRILÁTEROS

- A proposta desta página é que os estudantes construam um quadrado de lado qualquer. Para isso, eles devem recordar que o quadrado tem quatro lados de mesma medida e quatro ângulos de 90°.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que construam um quadrado qualquer utilizando um par de esquadros. Peça a eles que descrevam como realizaram essa construção.
- No boxe *Pare e reflita*, esclareça à turma que o processo de construção do retângulo é muito similar ao do quadrado e que a única diferença é a medida dos lados.

DE OLHO NA BASE

O passo a passo mostrado nestas páginas e as atividades possibilitam aos estudantes utilizar instrumentos como réguas e esquadros para construir quadriláteros, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA22**.

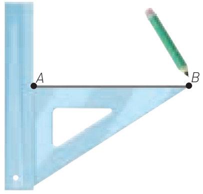
Construindo quadriláteros

Acompanhe alguns procedimentos que permitem a construção de quadriláteros.

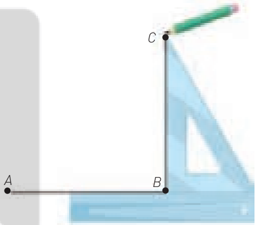
Quadrado

Vamos construir um quadrado *ABCD*. Lembre-se de que o quadrado tem quatro lados de mesma medida e quatro ângulos de 90°. Para essa construção, vamos usar uma régua e um esquadro.

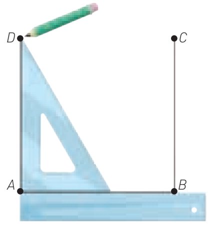
1º passo: Trace um segmento $\overline{AB}$ com uma medida qualquer.



2º passo: Na extremidade *B*, construa um segmento perpendicular com a mesma medida de $\overline{AB}$ e marque o vértice *C*.

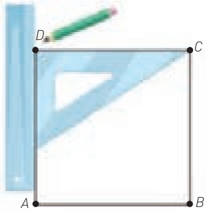


3º passo: Na extremidade *A*, repita o mesmo procedimento do 2º passo, encontrando o ponto *D*.



João Picoli/ID/BR

4º passo: Ao traçar o segmento $\overline{CD}$, obtém-se o quadrado *ABCD*.



PARE E REFLITA

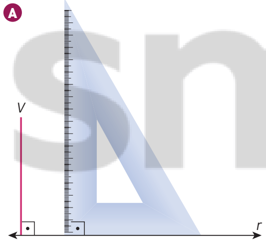
Como você faria para construir um retângulo utilizando régua e esquadro?

Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes descrevam uma construção parecida com a do quadrado, porém, ao construir a perpendicular, a medida *BC* deve ser diferente (maior ou menor) que a medida *AB*.

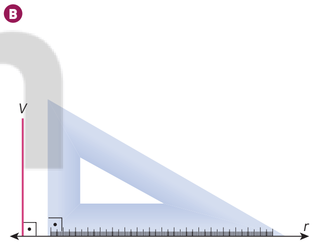
Observação

Os esquadros também podem ser utilizados para construir ângulos de 90°. Observe as figuras A, B e C.

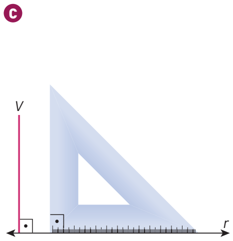
A



B



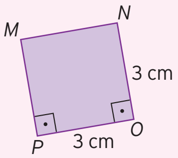
C



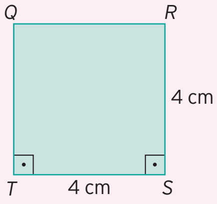
Ilustrações: ID/BR

RESPOSTAS

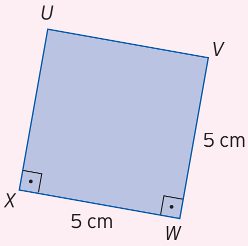
8. a)



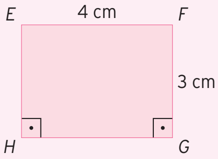
b)



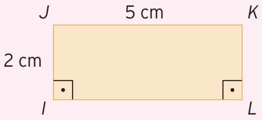
c)



9. a)

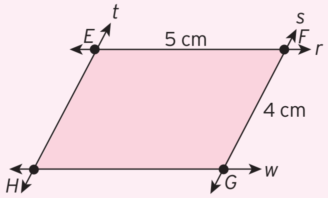


b)



10. Respostas possíveis.

a)



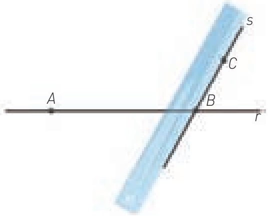
Ilustrações: ID/BR

Paralelogramo

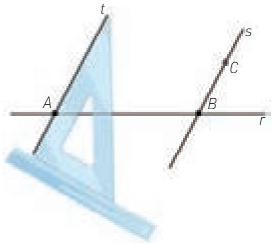
Acompanhe como podemos construir um paralelogramo *ABCD* com régua e esquadro.

1º passo: Trace uma reta *r* e marque os pontos *A* e *B* distintos.

2º passo: No ponto *B*, construa uma reta *s* inclinada. Nessa reta, marque um ponto *C* distinto de *B* e a uma distância diferente da distância entre *A* e *B*.

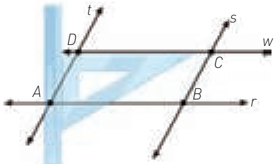


3º passo: Trace uma reta *t* paralela à reta *s* passando pelo ponto *A*.



Ilustrações: João Picoli/ID/BR

4º passo: Trace uma reta *w* paralela à reta *r* passando pelo ponto *C*. A intersecção entre *t* e *w* é o ponto *D*. Obtemos o paralelogramo *ABCD*.



PARE E REFLITA

Com base nas construções que você acabou de estudar, como você faria para construir um losango utilizando régua e esquadro?

Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes pensem em fazer um passo a passo parecido com o do paralelogramo, porém, ao marcar o ponto *C*, a medida *BC* deve ser igual à medida *AB*.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

8. Construa os quadrados indicados em cada item utilizando régua e esquadro. **Consulte as respostas neste manual.**

a) Quadrado *MNOP*, cujo lado $\overline{MN}$ mede 3 cm de comprimento.

b) Quadrado *QRST*, cujo lado $\overline{QR}$ mede 4 cm de comprimento.

c) Quadrado *UVWX*, cujo lado $\overline{UV}$ mede 5 cm de comprimento.

9. Construa os retângulos indicados em cada item utilizando régua e esquadro. **Consulte as respostas neste manual.**

a) Retângulo *EFGH*, cujo lado $\overline{EF}$ mede 4 cm e cujo lado $\overline{FG}$ mede 3 cm de comprimento.

b) Retângulo *IJKL*, cujo lado $\overline{IJ}$ mede 2 cm e cujo lado $\overline{JK}$ mede 5 cm de comprimento.

10. Construa os paralelogramos não retângulos indicados em cada item utilizando régua e esquadros. **Consulte as respostas neste manual.**

a) Paralelogramo *EFGH*, cujo lado $\overline{EF}$ mede 5 cm e cujo lado $\overline{FG}$ mede 4 cm de comprimento.

b) Paralelogramo *IJKL*, cujo lado $\overline{IJ}$ mede 2 cm e cujo lado $\overline{JK}$ mede 5 cm de comprimento.

11. Construa os losangos não quadrados indicados utilizando régua e esquadros. **Consulte as respostas neste manual.**

a) Losango *MNOP*, cujo lado $\overline{MN}$ mede 4 cm de comprimento.

b) Losango *QRST*, cujo lado $\overline{QR}$ mede 5 cm de comprimento.

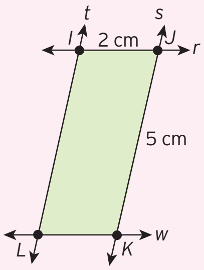
- Na atividade **8**, caso os estudantes apresentem dificuldade na construção dos quadrados com lados de medida determinada, peça a eles que retomem a construção de um quadrado apresentada na página anterior e executem o passo a passo, considerando as medidas solicitadas em cada item desta atividade.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

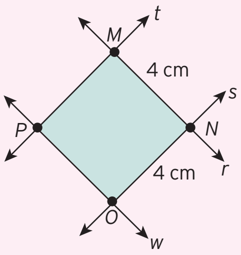
Proponha aos estudantes a atividade a seguir.

Peça que construam um mosaico utilizando retas paralelas e perpendiculares. Dê instruções para que algumas das figuras geométricas formadas pelas retas sejam pintadas de cores diferentes e classificadas de acordo com seus lados e ângulos.

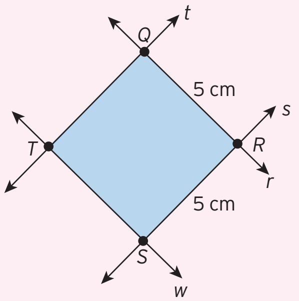
b)



11. a)



b)



Ilustrações: ID/BR

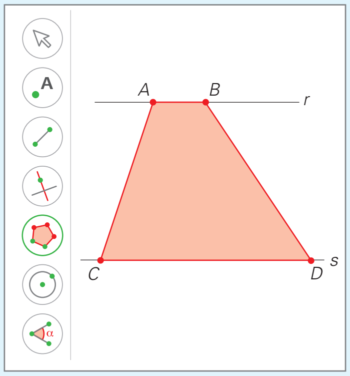
- Nesta página, é apresentado aos estudantes o passo a passo para construir um trapézio retângulo utilizando um *software* de geometria dinâmica.
- Se julgar oportuno, combine previamente com o professor de informática para que ele instale nos computadores do laboratório um *software* livre de geometria dinâmica. Então, proponha aos estudantes que façam a construção de quadriláteros utilizando o *software*.

DE OLHO NA BASE

O passo a passo e a atividade propostos nesta página possibilitam que os estudantes utilizem *softwares* de geometria dinâmica para a construção de quadriláteros, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA22**.

RESPOSTA

12. Construção possível:

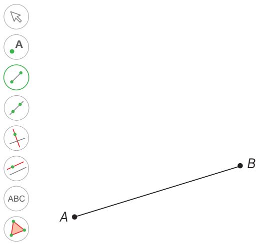


ID/BR

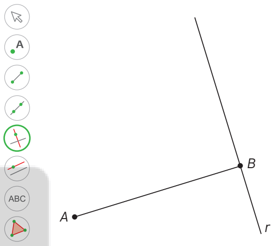
Trapézio

Agora, acompanhe como podemos construir um trapézio retângulo utilizando um *software* de geometria dinâmica.

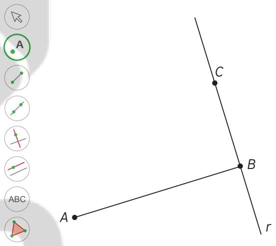
1º passo: Com a ferramenta *segmento de reta*, construímos o segmento $\overline{AB}$.



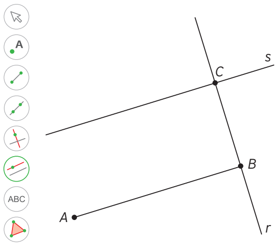
2º passo: Com a ferramenta *reta perpendicular*, construímos uma reta *r* perpendicular ao segmento $\overline{AB}$ e que passa pelo ponto *B*.



3º passo: Com a ferramenta *ponto*, marcamos um ponto *C* na reta *r*, distinto de *B*.

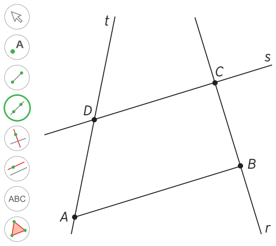


4º passo: Pelo ponto *C*, construímos uma reta *s* paralela ao segmento $\overline{AB}$.

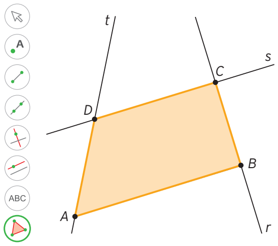


Ilustrações: ID/BR

5º passo: Construímos uma reta *t* inclinada, passando pelo ponto *A*. O ponto *D* é o ponto de encontro entre a reta *s* e *t*.



6º passo: Com a ferramenta *polígono*, traçamos o trapézio retângulo *ABCD*.



PARE E REFLITA

Reúna-se com um colega para responder às questões a seguir.

- O que aconteceria com a figura construída se o ponto *D* fosse coincidente com o ponto *C*?
- O que aconteceria com a figura construída se o ponto *D* ficasse à direita do ponto *C*?
- O que aconteceria com a figura se o ponto *C* fosse coincidente com o ponto *B*?
- O que aconteceria com a figura se a reta *t* fosse paralela à reta *r*?

- **A figura construída seria um triângulo.**
- **A figura deixaria de ser polígono.**
- **A figura construída seria uma reta.**
- **A figura construída seria um retângulo.**

ATIVIDADE

Responda sempre no caderno.

12. Construa um trapézio qualquer utilizando um *software* de geometria dinâmica. **Consulte a resposta neste manual.**

DIVERSIFICANDO

Responda sempre no caderno.

1. Consulte as respostas neste manual.

1. Construa o que se pede em cada item.

a) Trace uma reta *r* horizontal e marque um ponto *A* abaixo dela. Depois, construa uma reta *s* paralela à reta *r* passando pelo ponto *A*.

b) Trace uma reta *t* vertical e marque um ponto *B* à esquerda dela. Depois, construa uma reta *u* paralela à reta *t* passando pelo ponto *B*.

c) Trace uma reta *x* inclinada e marque um ponto *C* fora dela. Depois, construa uma reta *y* paralela à reta *x* passando pelo ponto *C*.

2. Construa o que se pede em cada item.

a) Trace uma reta *r* horizontal e marque um ponto *M* sobre essa reta. Depois, construa uma reta *s* perpendicular à reta *r* passando pelo ponto *M*. **Consulte as respostas neste manual.**

b) Trace uma reta *s* vertical e marque um ponto *A* à esquerda dela. Depois, construa uma reta *t* perpendicular à reta *s* passando pelo ponto *A*.

3. Trace o segmento $\overline{PQ}$ medindo 6 cm de comprimento e, depois, construa uma reta perpendicular: **Consulte as respostas neste manual.**

a) no seu ponto médio;

b) em uma de suas extremidades.

4. Trace uma reta *a* inclinada e depois faça o que se pede em cada item. **Consulte as respostas neste manual.**

a) Marque dois pontos distintos, *F* e *G*, sobre a reta *a*.

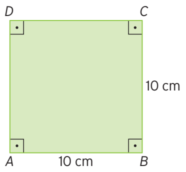
b) Construa uma reta *b* perpendicular à reta *a* passando pelo ponto *F*.

c) Construa uma reta *c* paralela à reta *b* passando pelo ponto *G*.

d) Construa uma reta *d* paralela à reta *a*.

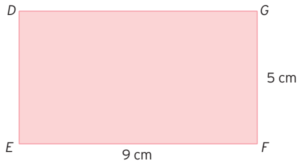
5. Dadas as representações a seguir, construa no caderno os quadriláteros.

a)



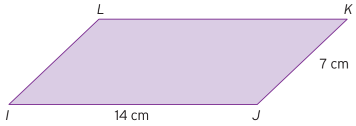
5. Espera-se que os estudantes construam as figuras com as medidas indicadas, utilizando régua e esquadros.

b)

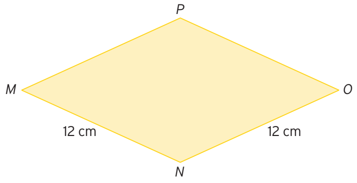


Ilustrações: ID/BR

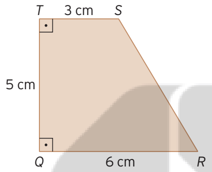
c)



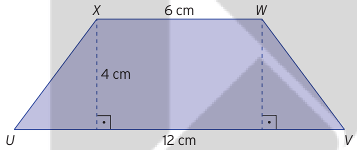
d)



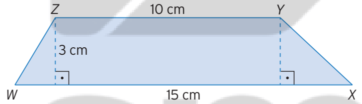
e)



f)



g)



6. Usando um *software* de geometria dinâmica, construa o que se pede em cada item e registre o passo a passo que você utilizou. **Respostas pessoais.**

a) Um quadrado.

b) Um retângulo.

c) Um losango.

d) Um paralelogramo.

e) Um trapézio isósceles.

f) Um trapézio escaleno.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Os estudantes podem apresentar dificuldade na construção de quadriláteros. Observe as dificuldades apresentadas e procure esclarecer as dúvidas.

A utilização de *softwares* de geometria dinâmica é uma estratégia muito valiosa. Com uma ferramenta como essa, os estudantes podem criar diferentes figuras, converter um quadrilátero em outro e tornar o aprendizado muito mais significativo.

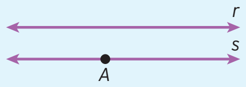
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **6**, peça aos estudantes que compartilhem as estratégias usadas para desenhar os polígonos com o *software* de geometria dinâmica. Alguns estudantes podem usar a ferramenta *polígono*, outros podem desenhar cada segmento para obter a figura pedida.

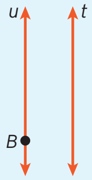
RESPOSTAS

Ilustrações: ID/BR

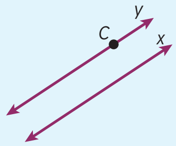
1. a)



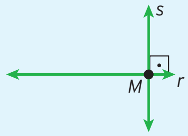
b)



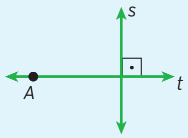
c)



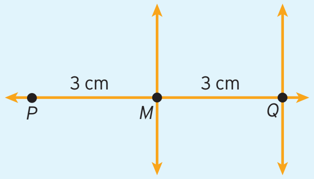
2. a)



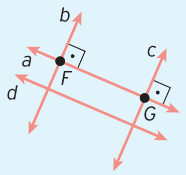
b)



3. Respostas possíveis para os itens **a)** e **b)**.



4.



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Essa seção aborda como os fatores de grupo podem influenciar as decisões financeiras, especialmente as escolhas de consumo. Além disso, favorecem a formação cidadã. O exemplo ilustrado na seção (compra de um celular) foi escolhido por fazer parte do universo dos adolescentes, mas não somente do deles. O intuito é que os estudantes sejam capazes de aprender a consumir e a poupar de modo ético, consciente e responsável e de levar o conhecimento adquirido para fora da sala de aula.
- A realidade familiar aparece com a reflexão sobre essas influências. Mostramos que isso faz parte do repertório de comportamentos dos seres humanos e que as influências sociais, apesar de fazerem parte da humanidade, podem estimular comportamentos que trazem consequências catastróficas.

DE OLHO NA BASE

Refletir sobre o tema dessa seção auxilia os estudantes a agir pessoal e coletivamente com autonomia e responsabilidade nas atitudes e nos comportamentos de consumo, tomando decisões com base em princípios éticos, sustentáveis e solidários, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 10**.

Essa seção também favorece o desenvolvimento da **competência geral 8**, pois possibilita que os estudantes se conheçam, se apreciem e cuidem de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas. Assim, o ambiente escolar deve ser um espaço saudável e colaborativo, no qual a saúde física e mental dos estudantes deve ser preservada. Para isso, valorize situações em que os estudantes se sintam acolhidos, incentivando o exercício da empatia e da solidariedade, o que contribui para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

AMPLIANDO HORIZONTES

Mauro Souza/ID/BR

O que vão falar de mim?

Quando você toma uma decisão de consumo, quem influencia a sua decisão? Ou, ainda, o que leva você a juntar dinheiro por vários meses para atingir um objetivo, como ir a um *show*? Mesmo que alguns jovens digam que tomam suas decisões sem ajuda ou sem influência de alguém, na verdade nossas decisões são influenciadas pelas nossas amizades, pela nossa família, pelos livros que lemos, pelas músicas que ouvimos, pelos vídeos a que assistimos na internet, etc.

Todos nós fazemos parte de grupos e, muitas vezes, tentamos agradar aos outros e seguimos pistas de como nos comportar observando as atitudes dos que estão à nossa volta. O desejo de ser aceito por um grupo é, em muitos casos, a motivação para comprar objetos que podem servir apenas como ostentação.

Veja alguns fatores que podem influenciar o consumidor na sua tomada de decisão.

- ✓ **A decisão é tomada porque o consumidor acredita que as pessoas que usam aquela marca, ou certos objetos, são admiradas ou respeitadas pelas outras.**
- ✓ **A decisão é tomada para satisfazer as expectativas dos colegas.**
- ✓ **A decisão é influenciada por pessoas com quem o consumidor interage socialmente, incluindo seus familiares e amigos.**
- ✓ **A decisão pela compra de um item de marca é influenciada pelo desejo que o consumidor tem de ser a pessoa que as propagandas mostram usando aquela marca.**

Fonte de pesquisa: Michael Solomon. *O comportamento do consumidor*: comprando, possuindo e sendo. 11. ed. Porto Alegre: Bookman, 2016. p. 409.

Talvez você conheça alguém que só pensa em comprar coisas para ser aceito pelo grupo, mostrar para as pessoas, causar inveja nos outros ou até mesmo tentar esquecer momentos de infelicidade e tristeza.

Quando tomamos decisões apenas para satisfazer nosso desejo de pertencer a um grupo ou porque fomos influenciados pelas ideias divulgadas em anúncios publicitários, as consequências dessa atitude podem ser desastrosas. Podemos enfrentar problemas como o endividamento, o pagamento de altas taxas de juros e o acúmulo de bens que acabam não sendo usados. Além disso, podemos passar por situações que causem intranquilidade e até brigas na família.

Precisamos considerar também outra questão: Se posso comprar para impressionar as pessoas, por que não devo agir assim? Essa pergunta é importante e deve ser respondida com responsabilidade e depois de refletir sobre as consequências de nossas atitudes.

RESPOSTAS

DE OLHO NA BASE

Ao se reunirem em duplas e discutirem as questões propostas, os estudantes estarão exercitando a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

1. Resposta pessoal. O objetivo é convidar os estudantes a refletir sobre situações que eles tenham vivido, em que a influência do grupo foi determinante em uma decisão de compra ou aquisição. Recomendamos muita atenção às possíveis diferenças entre situações financeiras das famílias dos estudantes. Gerencie essa atividade adaptando a tarefa à realidade da turma.

2. **a)** Respostas pessoais. Convide os estudantes a refletir sobre suas atitudes, ainda que imaginadas naquela situação, bem como as consequências de suas escolhas em relação a sonhar, planejar, agir e consumir.

b) Resposta pessoal. Analise as atitudes com eles e pergunte se existem vantagens e desvantagens em cada uma delas.

c) Resposta pessoal. Discuta também sobre as questões ambientais, de consumo sustentável, bem como sobre a obsolescência programada, que é a decisão do fabricante de fornecer propositalmente um produto que se tornará obsoleto em pouco tempo, favorecendo a compra de um novo produto pelo consumidor.

Para refletir

Responda sempre no caderno.

Reúna-se com um colega para responder às questões a seguir. **Consulte as respostas neste manual.**

1. Vocês já se sentiram pressionados a gastar dinheiro com alguma coisa só para ficar na moda ou se sentir parte de um grupo? Compartilhem como se sentiram nessa situação e como se comportaram diante da pressão.
2. Atualmente, a maioria das pessoas considera o telefone celular um item indispensável. O Brasil, em 2021, foi o quinto país com o maior número de usuários que utilizam esse meio de comunicação, perdendo apenas para a China, a Índia, os Estados Unidos e a Indonésia. Agora, pensem na situação representada na ilustração e respondam:
   a) Com qual comportamento vocês mais se identificam? Qual dessas decisões vocês tomariam? Justifiquem sua resposta.
   b) Vocês fariam algo diferente do que eles disseram? Expliquem sua resposta.
   c) Imaginem que vocês compraram a versão recém-lançada do Super *Phone*. Seis meses depois, sai uma nova versão. O que vocês fariam?
3. Imaginem que um amigo vai dar uma festa para comemorar seu aniversário. Entretanto, a família dele está passando por dificuldades financeiras, mas os pais dele disseram que vão fazer a festa mesmo assim. Que tipo de atitude vocês acham que teriam em uma situação como essa? Como vocês poderiam contribuir no planejamento da festa?

- Ao realizar as atividades em *Para refletir*, promova, de maneira recorrente, rodas de conversa que possibilitem aos estudantes sentir que o ambiente escolar é um espaço livre de quaisquer atos violentos (verbais ou não verbais), em que o respeito a diferentes opiniões e posicionamentos seja constantemente desenvolvido. Aproveite esses momentos para buscar soluções coletivas e democráticas de maneira que seja possível identificar, prevenir e reverter situações de conflito no ambiente escolar. Dessa maneira, os estudantes podem ter sentimentos de pertencimento à escola e reconhecê-la como um espaço saudável de convivência.

  "[...] para a efetivação dos Direitos Humanos e da Cultura de Paz, é imprescindível a sua prática cotidiana, na qual a educação é um fator essencial, capaz de incentivar a reflexão crítica e a transformação de realidades violentas, excludentes e preconceituosas."

  Convivência escolar e cultura de paz. Brasília: SEEDF/Subeb, 2020. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Caderno-Conviv%C3%AAncia-Escolar-e-Cultura-de-Paz.pdf. Acesso em: 7 jun. 2022.

Respeito

O tema proposto nessa seção permite uma reflexão acerca do valor respeito em dois níveis. O primeiro refere-se ao respeito a si mesmo, e o segundo, ao respeito aos outros. Espera-se que os estudantes consigam compreender, por um lado, que, apesar da influência que sofrem, suas decisões devem estar pautadas na autopreservação e no autoentendimento e, por outro lado, que, mesmo discordando da decisão de um colega, é preciso respeitá-la.

OUTRAS FONTES

Muniz Júnior, I; Jurkiewicz, S. Tomada de decisão e trocas intertemporais: uma contribuição para a construção de ambientes de educação financeira escolar nas aulas de Matemática. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, Rio de Janeiro, v. 6, n. 3, set./dez. 2016. Disponível em: http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/4071/2212. Acesso em: 7 jun. 2022.

O artigo apresenta a definição de educação financeira que foi usada como base para a construção do texto e das atividades apresentadas nessa seção.

3. Respostas pessoais. Aproveite esse tema e discuta, além do valor respeito, o valor responsabilidade. Qual é o papel de cada um diante de situações financeiras mais restritas, mais difíceis, com orçamento apertado? Entendemos que os jovens nessa fase já podem e devem pensar sobre isso. Uma possibilidade, nesse caso, é contribuir para o planejamento da festa, de modo que ela seja mais simples e menos onerosa para a família.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nessa seção, os estudantes vão fazer um levantamento bibliográfico para realizar uma pesquisa e, posteriormente, apresentar à turma uma exposição oral dos dados coletados. Com o objetivo de compreender a importância de medir o tempo no dia a dia, o tema a ser pesquisado é a origem da necessidade de medir o tempo e como os instrumentos de medição evoluíram ao longo dos anos.
- O objetivo também é ampliar o conhecimento dos estudantes sobre as diversas formas de medição do tempo ao longo da história e a contribuição do conhecimento de várias culturas para a Matemática e, consequentemente, para a sociedade.
- O tema dessa seção permite um trabalho em parceria com o professor do componente curricular Ciências, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06CI14** [Inferir que as mudanças na sombra de uma vara (gnômon) ao longo do dia em diferentes períodos do ano são uma evidência dos movimentos relativos entre a Terra e o Sol, que podem ser explicados por meio dos movimentos de rotação e translação da Terra e da inclinação de seu eixo de rotação em relação ao plano de sua órbita em torno do Sol.]. Apresente a seção ao professor que leciona esse componente para que juntos estabeleçam estratégias que ampliem a seção para além da aula de Matemática, possibilitando aos estudantes coletar e analisar os dados provenientes da pesquisa solicitada, compreendendo os movimentos da Terra e sua influência na observação de diversos fenômenos que envolvem a ideia de medida de tempo.

PARA COMEÇAR

- Leia o texto com os estudantes e instigue-os a refletir sobre as perguntas apresentadas no primeiro parágrafo. O objetivo desse questionamento é levantar os conhecimentos prévios deles sobre a origem da contagem do tempo desde povos e culturas antigos até os dias de hoje.

PROCEDIMENTOS

- Na *Parte I*, organize a turma em dois grupos e oriente os estudantes a decidir por qual tema cada grupo ficará responsável. Proponha que reflitam sobre as perguntas propostas e enfatize que elas vão guiá-los no decorrer da pesquisa e que podem surgir outras questões relativas ao tema. Portanto, é importante que façam registros durante as discussões do grupo.
- Na *Parte II*, se possível, supervisione o trabalho dos subgrupos na biblioteca e na sala de informática da escola. Oriente-os sobre como realizar a coleta de dados. Ela deve ser feita em fontes confiáveis. Os textos de divulgação científica são escritos por cientistas de diversas áreas, os quais divulgam estudos de novas descobertas científicas. Em geral, o leitor desses textos é especializado no assunto e a linguagem é mais próxima desse público leitor. Entretanto, esse pode não ser o caso dos estudantes que estão realizando a pesquisa, o que justifica a necessidade de um acompanhamento para que as aprendizagens esperadas sejam contempladas.
- Nessa primeira experiência de pesquisa dos estudantes, é interessante mediar esse processo respondendo a algumas dúvidas deles; assim, eles podem desenvolver melhor a pesquisa. Se a realizarem fora do horário escolar, pergunte a eles, em sala de aula, sobre o andamento da pesquisa. O objetivo é esclarecer possíveis dúvidas relativas à credibilidade das fontes.
- A *Parte III* deve ser realizada em sala de aula. Os estudantes devem trazer os textos que coletaram, impressos ou não, e discutir o que entenderam sobre os textos. Acompanhe as discussões em cada grupo e oriente os estudantes a retomar as notas para produzir uma síntese das respostas coletivas do grupo às questões propostas na *Parte I*. Para facilitar a produção da síntese, sugira aos estudantes que retirem a ideia principal (palavra-chave) de cada parágrafo dessas anotações e dos textos coletados. Auxilie-os fazendo perguntas como: O que o texto está explicando nesse trecho? Qual é a ideia do autor? Depois, eles devem produzir um pequeno texto com as palavras-chave, articulando-as. Além disso, peça que revisem e leiam algumas vezes o texto produzido para verificar se a ordem das informações está de acordo com o texto original. E, então, organizem da melhor forma a parte da síntese que cada estudante vai expor à turma. Enfatize que a síntese tem uma estrutura bem reduzida e o autor não emite opinião.

INVESTIGAR

Medir o tempo: origens e instrumentos

Para começar

Você já percebeu que boa parte das pessoas está sempre preocupada com dias e horários? Não podemos perder a hora da escola, das refeições, do passeio com os amigos, por exemplo. Para isso, usamos vários instrumentos para medir o tempo. Mas será que sempre foi assim? Como será que as pessoas mediam o tempo antigamente?

Você e os colegas vão realizar uma pesquisa em diferentes fontes escritas e não escritas, mas todas confiáveis, para responder a essas perguntas. Depois, vão apresentar à turma um seminário sobre os resultados obtidos.

O PROBLEMA

- Quando surgiu a necessidade de medir o tempo?
- Como os instrumentos de medição de tempo evoluíram?

A INVESTIGAÇÃO

- **Prática de pesquisa:** pesquisa bibliográfica.
- **Instrumentos de coleta:** levantamento de referências teóricas (livros, revistas, etc.).

MATERIAIS

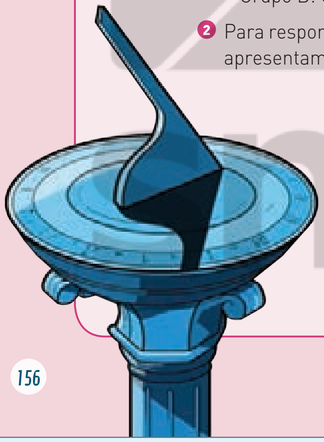
- computador com acesso à internet
- caderno e caneta

Procedimentos

Parte I – Planejamento

① A turma vai ser organizada em dois grupos. Cada grupo vai pesquisar um tema:
  - Grupo A: Quando surgiu a necessidade de medir o tempo?
  - Grupo B: Como os instrumentos de medição de tempo evoluíram?

② Para responder a essas perguntas, os grupos devem refletir sobre o assunto. A seguir, apresentamos alguns questionamentos para auxiliar nessa reflexão.
  - Grupo A: Por que e quando a necessidade de medir o tempo surgiu?; Todas as culturas entendem o tempo da mesma maneira ou há variações? Por que isso ocorre?; Como seria nosso dia a dia se não medíssemos o tempo?
  - Grupo B: Qual é o primeiro instrumento de medição de tempo de que se tem notícia? Quem o inventou e onde?; Quais são os instrumentos de medição de tempo mais comuns hoje em dia? Onde e quando surgiram?; Há algum povo na atualidade que não usa instrumentos de medição de tempo? Caso haja, por que isso ocorre?



Parte II – Coleta de dados

❶ Cada grupo pode se organizar em subgrupos para pesquisar em diferentes fontes, selecionando os textos relevantes para o tema da pesquisa. Lembre-se de registrar a referência das fontes consultadas.
  - Subgrupo 1: livros (enciclopédias, dicionários ilustrados, livros didáticos e paradidáticos) e revistas de divulgação científica. Os artigos de revistas de divulgação científica são textos, em geral, escritos por cientistas, em uma linguagem acessível ao seu leitor. Vocês podem pesquisar na biblioteca da escola ou na do bairro.
  - Subgrupo 2: *sites*. Vocês podem encontrar textos, imagens e vídeos sobre o assunto pesquisado em *sites* de instituições (museus, universidades, etc.), *sites* de revistas de divulgação científica, *blogs* de especialistas, entre outros.

❷ Certifiquem-se de que a fonte de pesquisa consultada é adequada e confiável:
  - Autoria: textos sem indicação de autoria não devem ser usados.
  - Data: verifiquem se as informações estão atualizadas.
  - *Sites*: lembrem-se de que a internet é um meio de comunicação onde qualquer pessoa pode publicar uma informação de acordo com a intenção que lhe convier.

Parte III – Análise e seleção de dados

❶ Reúnam-se com seus respectivos grupos, leiam os textos coletados e troquem ideias. Tomem nota de tudo que possa ajudar a responder às questões da pesquisa.

❷ Verifiquem se os textos coletados respondem à questão principal proposta no planejamento e às demais questões discutidas em grupo. Às vezes, parte da resposta pode estar em um pequeno trecho do texto. Por isso, é essencial a leitura atenta e na íntegra dos textos.

❸ É possível que diferentes fontes apresentem informações divergentes do tema. Nesse caso, verifiquem se todas as fontes são mesmo confiáveis e, em caso afirmativo, apresentem os diversos pontos de vista.

Questões para discussão

Respostas pessoais.

1. Grupo A: Com base na pesquisa, o que o grupo entendeu sobre o contexto histórico em que surgiu a necessidade de medir o tempo?

   Grupo B: O que o grupo descobriu sobre a evolução dos instrumentos de medição de tempo?
2. Qual é a importância do uso de fontes confiáveis em uma pesquisa? Expliquem.
3. Com base nas reflexões realizadas, como você lida com o tempo no dia a dia?

Gil Tokio/Pingado/ID/BR

Comunicação dos resultados

Apresentação de seminário

No início da exposição oral, apresentem à turma a questão proposta e as questões discutidas no planejamento. Depois, contem como foi a experiência de levantamento de dados do grupo (fontes, critérios, dificuldades, etc.) e, finalmente, apresentem as respostas às questões propostas. Lembrem-se de usar imagens na apresentação do grupo.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

- Se julgar oportuno, organize uma roda de conversa para que os estudantes possam fazer uma autoavaliação e uma reflexão sobre suas produções em grupo. Incentive a participação de todos e proponha a eles outras questões com base nas respostas que derem.
- Na questão **3**, espera-se que, com base na pesquisa realizada, os estudantes percebam que o modo como lidamos com o tempo influencia diretamente nossa visão de mundo e nosso cotidiano. Um bom exemplo disso é a questão da pressa, tão presente nos dias atuais e que, muitas vezes, não nos permite priorizar o que é essencial em função do cumprimento de compromissos na vida cotidiana. Isso não significa dizer que os compromissos não são importantes, mas significa que devemos usar o tempo a nosso favor para cumpri-los.

COMUNICAÇÃO DOS RESULTADOS

- Reserve um tempo aos grupos para que preparem a exposição oral de forma organizada e objetiva. É possível que nem todos os estudantes consigam falar na exposição oral, mas todos podem ajudar na preparação dela. Portanto, certifique-se de que todos estão participando do planejamento.
- A maioria dos estudantes, provavelmente, ainda não organizou exposições orais ou falou em público. Auxilie-os com algumas dicas:
  - Elaboração de um roteiro: lista sintética de itens da apresentação e o nome do estudante responsável por cada um.
  - Ensaios: reserve um tempo, nas aulas, para que os grupos ensaiem suas apresentações. Eles também podem ensaiar em casa.
  - Imagens: incentive os estudantes a apresentar à turma imagens referentes à pesquisa que fizeram. De acordo com a estrutura da escola, essas imagens podem ser mostradas aos estudantes durante a apresentação no suporte original (livros, enciclopédias ou revistas); impressas, ampliadas e organizadas em cartazes ou painéis; ou digitalizadas e exibidas por meio de projeção. Os estudantes que se apresentaram na exposição oral podem ficar responsáveis por essa parte.
- Se for oportuno, a exposição oral pode ser feita também a outra(s) turma(s) e funcionários da escola e a familiares ou responsáveis pelos estudantes. Durante as apresentações, faça anotações e observações sobre o desempenho dos estudantes ou outras formas de avaliação que julgar necessárias de acordo com o perfil da turma. Posteriormente, apresente a cada grupo os pontos positivos e os pontos a serem melhorados no seminário. Por fim, deixe que exponham as impressões deles para que reflitam sobre a própria prática.

DE OLHO NA BASE

Nessa seção, os estudantes têm a oportunidade de interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e no desenvolvimento de pesquisas para responder a questões e na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, o que contribui para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 8**.

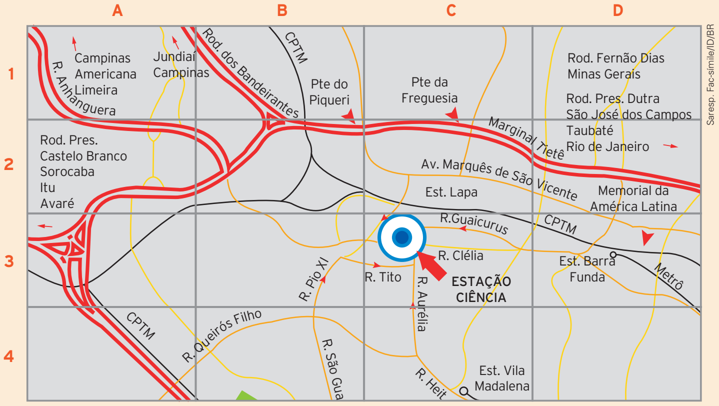
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nessa seção, são propostas atividades que retomam os conteúdos trabalhados ao longo da unidade.
- Na atividade **1**, os estudantes devem notar que as colunas são representadas por letras e as linhas, por números. A alternativa correta é a **a**, pois o ponto que indica a localização da Estação Ciência encontra-se na coluna C e na linha 3.
- Na atividade **2**, aproveite o esquema em que estão localizados alguns pontos de uma cidade e pergunte aos estudantes:
  - Qual é a coordenada que indica a localização do *shopping*? (J, 9)
  - A coordenada (C, 8) localiza que ponto da cidade? O estádio de futebol.
  - Qual coordenada indica a localização da quadra poliesportiva? (F, 7)
- Na atividade **4**, os estudantes podem realizar as construções das figuras manualmente ou utilizando *softwares* de geometria dinâmica.
- No item **a** da atividade **6**, os estudantes devem seguir o passo a passo que foi explicado na unidade.
- Na atividade **7**, os estudantes podem realizar a construção de figuras manualmente ou utilizando *softwares* de geometria dinâmica. Após a construção, espera-se que os estudantes percebam que as medidas dos segmentos $\overline{AP}$ e $\overline{BQ}$ são congruentes.
- Na atividade **8**, espera-se que os estudantes construam o trapézio com as medidas dadas, seguindo os passos aprendidos.

ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Registre no caderno a alternativa correta.

(Saresp) O mapa abaixo apresenta um quadriculado cujas colunas são indicadas pelas letras A, B, C, D e as linhas pelos números 1, 2, 3, 4.



Saresp. Fac-símile/ID/BR

O círculo indica a localização da Estação Ciência, em São Paulo, que está no retângulo indicado pela: **Alternativa a.**

a) letra C e o número 3.

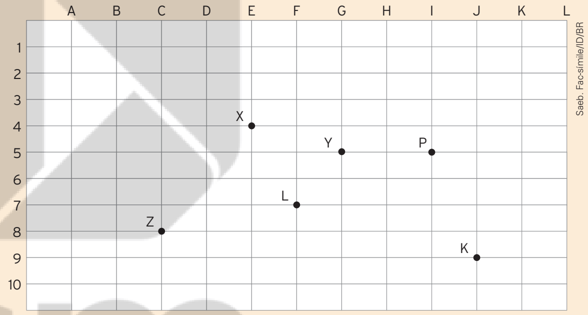
b) letra D e o número 4.

c) letra B e o número 3.

d) letra A e o número 1.

2. Indique no caderno a alternativa que responde corretamente à questão a seguir.

(Saeb) Observe a figura.



Saeb. Fac-símile/ID/BR

Legenda:

X - Teatro
K - *Shopping*
L - Quadra poliesportiva
Z - Estádio de futebol
P - Catedral
Y - Cinema

No esquema acima, estão localizados alguns pontos da cidade. A coordenada (5, G) localiza: **Alternativa d.**

a) a catedral.

b) a quadra poliesportiva.

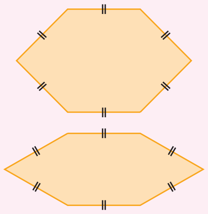
c) o teatro.

d) o cinema.

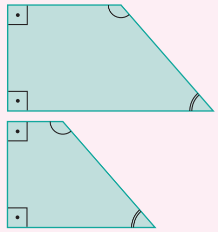
RESPOSTAS

4. Respostas possíveis.

a)

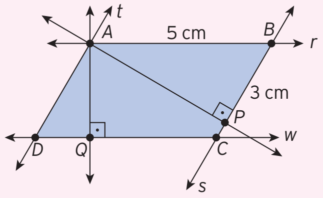


b)

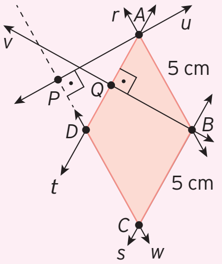


6. Resposta possível.

b)

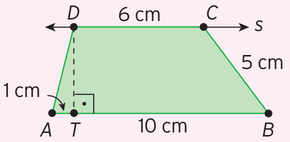


7.



$AP = BQ$

8.



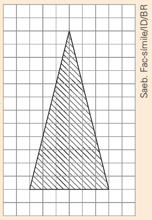
Ilustrações: ID/BR

Responda sempre no caderno.

3. Registre no caderno a alternativa correta.

(Saeb) A figura mostra um triângulo desenhado em uma malha quadriculada. Deseja-se desenhar um triângulo com dimensão 2 vezes menor.

6. a) Espera-se que os estudantes construam o paralelogramo com as medidas dadas.
b) Consulte a resposta neste manual.
c) As alturas não são congruentes.



As dimensões do novo triângulo ficarão:

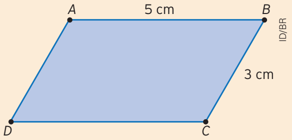
a) multiplicadas por 2. **Alternativa b.**
b) divididas por 2.
c) subtraídas em duas unidades.
d) divididas por 4.

4. Desenhe exemplos de polígonos que atendam às condições a seguir. **Consulte as respostas neste manual.**

a) As medidas de todos os lados correspondentes sejam proporcionais, mas as figuras **não** sejam semelhantes.
b) Todos os ângulos correspondentes tenham a mesma medida, mas as figuras **não** sejam semelhantes.

5. Compare os desenhos que você fez na atividade anterior com os construídos pelos colegas. Vocês fizeram os mesmos desenhos? **Resposta pessoal.**

6. A figura a seguir representa um paralelogramo com lados medindo 3 cm e 5 cm.

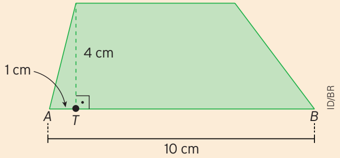


a) Utilize régua e esquadro para reproduzir essa figura.
b) Construa as retas que passam pelo ponto *A* e são perpendiculares aos lados $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$. Nomeie de *P* e *Q* as intersecções com os lados $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, respectivamente.
c) Os segmentos de reta $\overline{AP}$ e $\overline{AQ}$ são alturas do paralelogramo. Elas são congruentes?

9. a) Espera-se que os estudantes construam na malha pontilhada uma reprodução da figura de Mara.

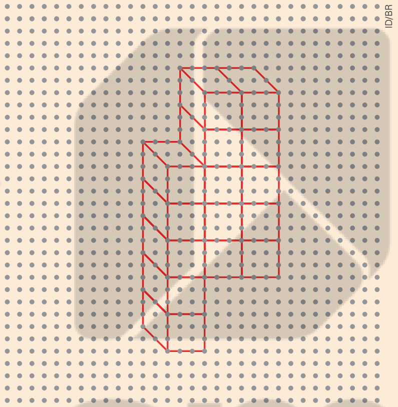
7. Construa um losango *ABCD* não quadrado em que os lados $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$ meçam 5 cm. Desenhe a reta que passa pelo vértice *A* e é perpendicular à reta $\overleftrightarrow{CD}$ e nomeie a intersecção das retas de *P*. Desenhe a reta perpendicular à reta $\overleftrightarrow{AD}$, que passa pelo vértice *B*, e nomeie a intersecção das retas de *Q*. Meça os segmentos $\overline{AP}$ e $\overline{BQ}$. O que você observou? Compare sua resposta com a dos colegas. **Consulte a resposta neste manual.**

8. Construa um trapézio com as medidas de comprimento indicadas no esboço a seguir. **Consulte a resposta neste manual.**



Depois, com uma régua, determine a medida do segmento $\overline{CB}$. **med($\overline{CB}$) = 5 cm**

9. Observe a figura que Mara desenhou na malha pontilhada.



a) Reproduza o desenho de Mara em uma malha pontilhada.
b) Amplie o desenho de Mara duplicando as medidas dos segmentos desenhados.
c) Pinte os desenhos que você fez nos itens **a** e **b** da maneira que desejar. Use a criatividade! **Resposta pessoal.**

9. b) Espera-se que os estudantes construam na malha pontilhada uma figura semelhante à figura de Mara e que todas as medidas tenham o dobro das medidas correspondentes.

AUTOAVALIAÇÃO

Proponha aos estudantes as questões a seguir para que façam uma autoavaliação.

- Sei me localizar e localizar objetos no espaço?
- Consigo localizar pontos no plano cartesiano?
- Compreendi o que são pares de figuras semelhantes?
- Sei ampliar, reduzir e reproduzir figuras em malhas quadriculadas, no plano cartesiano e com *softwares* de geometria dinâmica?
- Consigo construir retas paralelas e perpendiculares utilizando régua e esquadro ou um par de esquadros?
- Consigo construir quadriláteros utilizando régua e compasso ou *softwares* de geometria dinâmica?
- Procurei conversar com os colegas ou o professor para esclarecer minhas dúvidas?
- Ampliei meus conhecimentos de Matemática?

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Sugira aos estudantes que tragam para a sala de aula recortes de jornal ou revistas que apresentem imagens que foram ampliadas (exemplo: foto de um agente causador de doenças) ou reduzidas (foto de um estádio de futebol) e discuta com eles a importância de manter a proporção entre o objeto real e a figura impressa.

Uma atividade que ajuda na aprendizagem dos conceitos discutidos é a criação de maquetes. A turma pode trabalhar em conjunto para criar uma maquete da escola ou de regiões específicas do bairro ou de qualquer outro lugar de interesse. Utilizando mapas, por meio das informações de escala, é possível obter as medidas de cada rua e de cada edificação para construir uma maquete escalonada. Organize a turma em grupos para que cada grupo trabalhe em uma parte do projeto e juntos criem uma miniescola ou um minibairro.

Se possível, exponha o projeto para as demais turmas da escola ou ainda para as famílias dos estudantes.

NESTA UNIDADE...

Competências gerais
2, 7 e 9.

Competências específicas de Matemática
1, 3, 4 e 6.

Temas Contemporâneos Transversais
Meio Ambiente e Saúde.

Habilidades

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

UNIDADE 5

NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA

SOBRE A UNIDADE

É provável que os estudantes tenham iniciado o estudo dos números racionais na forma de fração em anos anteriores. Nesta unidade, por meio de situações variadas, procuramos retomar e ampliar gradativamente o conceito de número racional na forma de fração, estudando seus significados e suas diferentes representações.

Também são propostas situações em que os estudantes possam comparar, ordenar, ler e escrever números racionais na forma de fração, bem como localizá-los na reta numérica.

Além disso, os estudantes vão resolver problemas que envolvem números racionais na forma de fração, ampliando e construindo novos significados para as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

O estudo de frações no 6º ano requer atenção especial, pois, se os conceitos não forem bem assimilados pelos estudantes, as dificuldades com números racionais nesse tipo de representação podem persistir durante todo o aprendizado escolar. A causa dessas dificuldades pode estar ligada ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com as ideias construídas para os números naturais, acarretando obstáculos na aprendizagem, como:

- os estudantes vão se deparar com diferentes e infinitas representações de escritas fracionárias de um mesmo número, por exemplo, quando forem trabalhadas as frações equivalentes;
- a comparação entre frações não é tão evidente quanto a comparação nos números naturais, uma vez que escrever, por exemplo, $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ parece contraditório, já que $4 > 2$;
- os resultados de multiplicações também podem gerar surpresa, uma vez que nos números naturais o produto é sempre maior que os fatores, ao passo que, ao multiplicar 20 por $\frac{1}{2}$, por exemplo, os estudantes podem ficar surpresos ao ver que o resultado é menor que 20.

Ao introduzir os números racionais positivos na forma de fração, converse com os estudantes sobre as limitações dos números naturais, dando exemplos de situações do cotidiano em que os números naturais não são suficientes.

CAPÍTULO 1
Frações

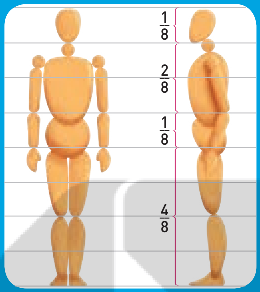
CAPÍTULO 2
Operações com frações


patpitchaya/Shutterstock.com/ID/BR

PRIMEIRAS IDEIAS

Para utilizar algumas técnicas de desenho do corpo humano, é preciso conhecer um pouco as frações.

Em uma dessas técnicas, por exemplo, a cabeça e a bacia correspondem, cada uma, a $\frac{1}{8}$ da altura do corpo, o tronco corresponde a $\frac{2}{8}$ e as pernas correspondem a $\frac{4}{8}$, como mostra o esquema.



João Picoli/ID/BR

1. O que significa “um oitavo”?
2. Dê alguns exemplos de situações do dia a dia em que usamos frações.
3. Se, em um desenho, a cabeça representa $\frac{1}{8}$ do corpo humano, qual é a fração que representa o tronco e as pernas juntos?

← O boneco articulado, também conhecido como manequim de madeira, serve como referência para iniciantes em aulas de desenho.

PRIMEIRAS IDEIAS

- Converse com os estudantes sobre a imagem da abertura. Pergunte a eles se já viram esse tipo de boneco, se sabem para o que serve ou se viram alguém utilizando um desses. Verifique se eles leram a legenda da imagem, que informa qual é a utilidade do boneco.
- Diga aos estudantes que o conceito de fração pode ser utilizado em diversas áreas do conhecimento. Incentive-os a perceber a relação entre a fração e o boneco articulado representado na ilustração. Se achar oportuno, pergunte: A medida da altura do quadril corresponde a que fração da medida da altura do corpo?

RESPOSTAS

1. Espera-se que os estudantes tenham a noção de que “um oitavo” significa uma parte de algo que foi dividido em oito partes iguais.
2. Resposta pessoal. Escreva na lousa alguns dos exemplos dados pelos estudantes. É possível que eles respondam que as frações aparecem em receitas culinárias, na divisão de alimentos, como em uma *pizza*, no mostrador de combustível de um carro, entre outros exemplos.
3. A fração que representa o tronco e as pernas juntos equivale à diferença entre o corpo humano inteiro $\left(\frac{8}{8}\right)$ e a fração que equivale à cabeça $\left(\frac{1}{8}\right)$; portanto, a fração correspondente ao tronco e às pernas juntos é igual a $\frac{7}{8}$.

   Caso os estudantes encontrem dificuldades, distribua a eles folhas de papel avulsas e solicite que as dividam em 8 partes iguais. Então, peça que separem uma dessas partes e pergunte quantas partes sobram. Trabalhar com materiais manipuláveis pode auxiliar na construção do conceito de fração.

DE OLHO NA BASE

Todo o trabalho da abertura, principalmente a realização da questão **2**, permite que os estudantes façam observações e exemplifiquem situações do cotidiano comunicando informações relevantes sobre o uso da fração, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 4**.

- Promova, de maneira recorrente, rodas de conversa que possibilitem aos estudantes sentir que o ambiente escolar é um espaço livre de quaisquer atos violentos e esteja atento a possíveis práticas de *bullying* para intervir e mediar qualquer manifestação de violência física ou psicológica, intencional e repetitiva praticada por algum estudante ou grupo.

> É importante destacar que *bullying* é um fenômeno de violência bem específico que se caracteriza pela intimidação e humilhação sistemática e contínua entre pares, assim, quando um caso é identificado, é necessário atenção às pessoas envolvidas: à vítima que passou por um período de violência e sofrimento, ao/à agressor/a que, de alguma forma vê a violência como um recurso, e às pessoas que acompanharam como espectadoras as situações de *bullying* sem fazer interferências.
>
> *Convivência escolar e cultura de paz*. Brasília: SEEDF/Subeb, 2020. p. 68. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Caderno-Conviv%C3%AAncia-Escolar-e-Cultura-de-Paz.pdf. Acesso em: 18 abr. 2022.

- Para obter mais informações sobre como prevenir e mediar o *bullying* na escola e evitar ações de violência autoprovocada, os educadores e gestores educacionais podem ter acesso a cartilhas elaboradas pela Organização Mundial da Saúde (OMS), pelo Ministério da Saúde e pelo Ministério Público do Estado de São Paulo, pela Ordem dos Advogados do Brasil (OAB) e pelo Centro de Valorização da Vida (CVV).

CAPÍTULO 1

Conteúdos

- Números racionais positivos na forma fracionária (leitura e escrita).
- Situações que envolvem frações
- Tipos de fração.
- Números mistos.
- Fração de um número.
- Frações equivalentes.
- Simplificação de frações.
- Comparação de frações.

Objetivos

- Reconhecer o uso de frações em diferentes contextos cotidianos.
- Explorar situações-problema com diferentes significados de fração: parte do todo, razão e quociente.
- Reconhecer os diferentes tipos de fração.
- Transformar número misto em fração imprópria e vice-versa.
- Identificar e determinar frações equivalentes.
- Conhecer a propriedade fundamental das frações.
- Simplificar frações à sua forma irredutível.
- Resolver problemas que envolvam identificação, classificação e comparação de frações.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de compreender as ideias associadas às frações, ampliando o estudo a respeito dos números racionais. Além disso, poderão utilizar conhecimentos de múltiplos e divisores para apoiar situações que envolvem frações equivalentes.

  O uso de números racionais na forma de fração é bastante frequente no dia a dia. Assim, compreender as ideias relacionadas a esse conteúdo possibilita que os estudantes tenham uma leitura melhor de diversas situações que os rodeiam.

NÚMEROS RACIONAIS POSITIVOS NA FORMA FRACIONÁRIA

- Diversas situações do nosso dia a dia envolvem números racionais, que podem ser representados na forma de fração. Nesta etapa, vamos trabalhar com representações de números racionais positivos. Acompanhe o texto com os estudantes. Se achar oportuno, pergunte a eles se já assistiram ao filme mostrado na abertura do capítulo, o que significa o número indicado na placa da plataforma e em que outras situações já viram algum número como esse.

Capítulo 1 FRAÇÕES

Para desenvolver os conteúdos deste capítulo, é importante que os estudantes tenham compreendido os conceitos de números naturais (leitura, escrita, comparação, ordenação) e de operações com números naturais.

Números racionais positivos na forma fracionária

Em 1997, foi lançado o primeiro dos sete livros que compõem a série que narra as aventuras do famoso bruxo Harry Potter.

No primeiro livro, Harry precisa pegar o trem com destino à Escola de Magia e Bruxaria de Hogwarts. No dia anterior ao da viagem, ele avisa o tio que o embarque será na plataforma nove e meia, às onze horas. O tio de Harry retribui com um olhar de indignação. Afinal, para ele, só existem a plataforma nove e a plataforma dez. Não há nada entre elas!

Você deve estar pensando que há uma informação errada no parágrafo anterior, pois a plataforma de embarque que aparece na imagem não é a $9\frac{1}{2}$ (lê-se: nove, um meio), mas sim a plataforma $9\frac{3}{4}$ (lê-se: nove, três quartos). Isso acontece porque a tradutora do livro considerou que os leitores brasileiros compreenderiam a escrita $\frac{1}{2}$ mais facilmente que a escrita $\frac{3}{4}$.

Warner Bros/ID/BR

Cena do filme *Harry Potter e a pedra filosofal*, de 2001.

(IN)FORMAÇÃO

Aritmética e cosmologia

Na Mesopotâmia, a geometria não tinha sido muito mais do que uma aplicação dos números à extensão espacial; ao que parece, a princípio era mais ou menos o mesmo para os pitagóricos, mas com uma modificação. Número, no Egito, significava o domínio dos números naturais e frações unitárias; entre os babilônios, o corpo das frações racionais. Na Grécia, a palavra "número" era usada só para os inteiros. Uma fração não era considerada […] um ente único, mas […] uma razão ou relação entre inteiros (a matemática grega, nos seus estágios iniciais, frequentemente chegou mais perto da matemática "moderna" de hoje do que da aritmética usual das gerações que nos precederam). Como Euclides mais tarde o disse (*Os elementos* V, 3), "Uma razão é uma relação de tamanho entre grandezas de mesma espécie". Um tal ponto de vista, que focaliza a atenção sobre a conexão entre pares de números, tende a pôr em relevo os aspectos teóricos do conceito de número e a reduzir a ênfase no papel do número como instrumento de cálculo ou aproximação de medidas. A aritmética agora podia ser considerada uma disciplina intelectual, além de uma técnica, e a transição para esse ponto de vista parece ter sido cultivada na escola pitagórica.

[…]

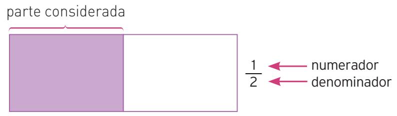
Muitas vezes, para expressar quantidades, medidas e outros valores, os números naturais não são suficientes — por exemplo, quando você está lendo uma receita e se depara com uma expressão do tipo “três quartos de xícara de leite”. Para essas situações, podemos usar os números racionais positivos na forma de fração.

Os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ indicam partes de um inteiro e são chamados de **números racionais na forma fracionária** ou, apenas, de **frações**.

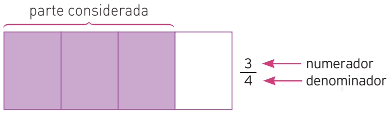
> Dois números *a* e *b*, com $b \neq 0$, escritos na forma $\frac{a}{b}$, representam uma fração em que *b* é o denominador e indica a quantidade de partes iguais em que o todo foi dividido e *a* é o numerador e indica a quantidade de partes que foram consideradas.

Veja uma maneira de representar os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$.

- $\frac{1}{2}$ indica que o todo foi dividido em 2 partes iguais e apenas 1 delas foi considerada.



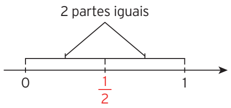
- $\frac{3}{4}$ indica que o todo foi dividido em 4 partes iguais e apenas 3 delas foram consideradas.



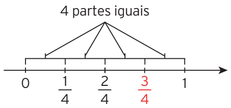
Ilustrações: ID/BR

Também podemos localizar os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ na reta numérica. Observe.

- $\frac{1}{2}$



- $\frac{3}{4}$



PARA EXPLORAR

Harry Potter e a pedra filosofal. **Direção: Chris Columbus. Estados Unidos, 2001 (152 min).**

Afinal, será que Harry conseguiu embarcar na plataforma 9 $\frac{3}{4}$?

Assista ao filme e veja como ele conseguiu desvendar qual seria o local de embarque.

- Discuta com os estudantes o conceito de fração, explicando os termos “denominador” e “numerador”.

DE OLHO NA BASE

Ao relacionar as frações a pontos na reta numérica, os estudantes estarão desenvolvendo a habilidade **EF06MA08**.

A representação de frações na forma geométrica auxiliará os estudantes a compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética e Geometria), contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 3**.

Numeração

[...]

Após a introdução das letras minúsculas na Grécia, a associação entre letras e números ficou:

α	β	γ	δ	ϵ	ς	ζ	η	θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ρ	σ	τ	ν	ϕ	ϰ	ψ	ω	ϡ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

[...]

As notações gregas primitivas para os inteiros não eram excessivamente incômodas e serviam bem aos seus objetivos. Era no uso de frações que o sistema era fraco. Como os egípcios, os gregos se sentiram tentados a usar frações unitárias, e para estas tinham uma representação simples. Escreviam o denominador e depois simplesmente o seguiam de um sinal diacrítico ou acento para distingui-lo do inteiro correspondente. Assim, $\frac{1}{34}$ se escrevia λδʹ. Isso, é claro, podia ser confundido com o número 30 $\frac{1}{4}$, mas podia-se supor que o contexto ou palavras explicativas esclarecessem a situação. Em séculos posteriores, frações comuns gerais e frações sexagesimais passaram a ser usadas [...].

Boyer, C. B.; Merzbach, U. C. *História da Matemática*.
Tradução: Helena Castro. São Paulo:
Blucher, 2012. p. 58-63.

- Utilizando os conceitos de numerador e denominador abordados nas páginas anteriores, explique aos estudantes como fazer a leitura de frações. Pergunte a eles se percebem alguma relação entre o algarismo do denominador e a leitura das frações com denominadores de 2 a 9. Com exceção dos denominadores 2 e 3, os outros são lidos da mesma forma que o plural do número ordinal correspondente (quartos, quintos, sextos, sétimos, oitavos, nonos).

Leitura de frações

Para fazer a leitura de uma fração, lemos primeiro o numerador e, em seguida, o denominador, que em algumas frações recebe nomes especiais.

Frações com denominadores de 2 a 9

Vamos ver como fazemos a leitura das frações com denominadores de 2 a 9.

Exemplos

A. Denominador 2
$\frac{5}{2}$: cinco meios

B. Denominador 3
$\frac{2}{3}$: dois terços

C. Denominador 4
$\frac{7}{4}$: sete quartos

D. Denominador 5
$\frac{19}{5}$: dezenove quintos

E. Denominador 6
$\frac{2}{6}$: dois sextos

F. Denominador 7
$\frac{12}{7}$: doze sétimos

G. Denominador 8
$\frac{3}{8}$: três oitavos

H. Denominador 9
$\frac{8}{9}$: oito nonos

Frações cujos denominadores são 10, 100, 1 000, ...

As frações cujos denominadores são potências de 10, ou seja, 10, 100, 1 000, etc., são chamadas de **frações decimais**.

Exemplos

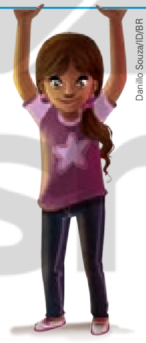
A. Denominador 10
$\frac{1}{10}$: um décimo

B. Denominador 100
$\frac{5}{100}$: cinco centésimos

C. Denominador 1 000
$\frac{2}{1\,000}$: dois milésimos

CENTAVOS

No sistema monetário brasileiro, **centavo** significa "cento de avos". Ou seja, 1 centavo representa $\frac{1}{100}$ do real.


Danilo Souza/ID/BR

Frações com outros denominadores

Em uma fração não decimal com denominador maior que 10, lemos o numerador e, em seguida, o denominador acrescido da palavra **avos**.

Exemplos

A. Denominador 13
$\frac{9}{13}$: nove treze avos

B. Denominador 21
$\frac{3}{21}$: três vinte e um avos

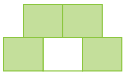
C. Denominador 11
$\frac{4}{11}$: quatro onze avos

D. Denominador 38
$\frac{1}{38}$: um trinta e oito avos

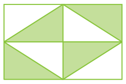
ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Cada uma das figuras a seguir está dividida em partes iguais. Escreva a fração que representa a parte pintada de verde e indique o numerador e o denominador de cada fração.

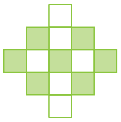
a)

$\frac{4}{5}$; numerador: 4; denominador: 5.

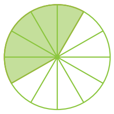
Ilustrações: ID/BR

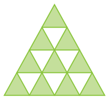
b)

$\frac{4}{8}$; numerador: 4; denominador: 8.

c)

$\frac{5}{6}$; numerador: 5; denominador: 6.

d)

$\frac{7}{13}$; numerador: 7; denominador: 13.

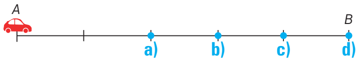
e)

$\frac{5}{12}$; numerador: 5; denominador: 12.

f)

$\frac{10}{16}$; numerador: 10; denominador: 16.

2. No caderno, faça desenhos para representar as frações a seguir.
Consulte as respostas neste manual.

a) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{5}{5}$
g) $\frac{3}{13}$
b) $\frac{3}{4}$
e) $\frac{7}{10}$
h) $\frac{2}{30}$
c) $\frac{6}{7}$
f) $\frac{8}{11}$
i) $\frac{9}{18}$

3. Um automóvel partiu da cidade *A* em direção à cidade *B*, como representado no esquema a seguir. Considere que o esquema está dividido em partes iguais.



Copie o esquema no caderno e indique a posição do carro, considerando que ele tenha percorrido:

a) $\frac{2}{5}$ do trajeto.
c) $\frac{4}{5}$ do trajeto.
b) $\frac{3}{5}$ do trajeto.
d) $\frac{5}{5}$ do trajeto.

4. Copie os itens a seguir, substituindo os ■ pelas informações que tornam as sentenças verdadeiras.

a) O numerador de quarenta milésimos é ■. **40**
b) O ■ de sete oitavos é oito. **denominador**
c) O denominador da fração $\frac{34}{100}$ é ■. **100**
d) O ■ de trinta e três décimos é 10. **denominador**
e) 1 é o ■ da fração $\frac{1}{28}$. **numerador**
f) Na fração vinte e dois quintos, o ■ é 22 e o ■ é 5. **numerador**; **denominador**

5. Identifique o numerador e o denominador de cada fração a seguir e, depois, escreva como se lê cada fração.

a) $\frac{3}{5}$
e) $\frac{11}{40}$
b) $\frac{9}{10}$
f) $\frac{20}{12}$
c) $\frac{7}{8}$
g) $\frac{34}{100}$
d) $\frac{17}{25}$
h) $\frac{109}{1\,000}$

6. Escreva no caderno quais das seguintes frações são decimais. **As frações dos itens c, g, h.**

a) $\frac{10}{13}$
e) $\frac{1}{900}$
b) $\frac{7}{20}$
f) $\frac{99}{200}$
c) $\frac{33}{1\,000}$
g) $\frac{3}{100}$
d) $\frac{100}{32}$
h) $\frac{111}{10}$

7. Escreva os números na forma de fração.

a) sete nonos **$\frac{7}{9}$**
b) quarenta e dois centésimos **$\frac{42}{100}$**
c) quinze trinta e três avos **$\frac{15}{33}$**
d) cento e vinte e um milésimos **$\frac{121}{1\,000}$**
e) dezoito centésimos **$\frac{18}{100}$**
f) cem sessenta e dois avos **$\frac{100}{62}$**

5. a) **Numerador: 3; denominador: 5; três quintos.**
b) **Numerador: 9; denominador: 10; nove décimos.**
c) **Numerador: 7; denominador: 8; sete oitavos.**
d) **Numerador: 17; denominador: 25; dezessete vinte e cinco avos.**
e) **Numerador: 11; denominador: 40; onze quarenta avos.**
f) **Numerador: 20; denominador: 12; vinte doze avos.**
g) **Numerador: 34; denominador: 100; trinta e quatro centésimos.**
h) **Numerador: 109; denominador: 1 000; cento e nove milésimos.**

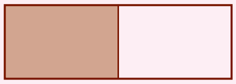
- Complemente a atividade **1** solicitando aos estudantes que escrevam uma fração para representar a parte branca de cada figura.
- Na atividade **2**, os estudantes podem escolher qualquer figura para representar as frações, desde que as dividam em partes iguais, como na atividade **1**.
- Na atividade **5**, é possível que algum estudante escreva a leitura das frações de outra forma, por exemplo, no lugar de sete oitavos, escreva sete sobre oito. Não é muito frequente escrever a leitura das frações dessa maneira, mas é muito comum ouvi-la no cotidiano, pois pode facilitar a leitura de frações com denominadores muito grandes, como $\frac{5}{3\,752}$.

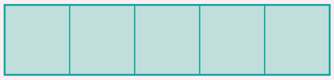
DE OLHO NA BASE

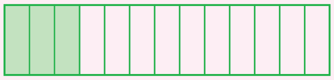
As atividades **1**, **2** e **3** estão associadas à ideia de partes de inteiros e contribuem para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07**. Além disso, identificar frações decimais, como na atividade **6**, pode auxiliar os estudantes a estabelecer relações entre a representação fracionária e a decimal, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA08**.

RESPOSTAS

2. Respostas possíveis:

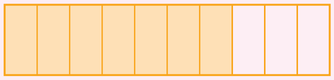
a)


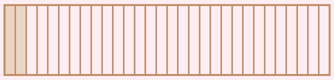
d)


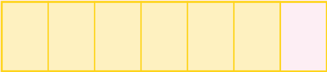
g)


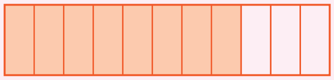
Ilustrações: ID/BR

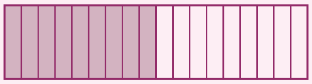
b)


e)


h)


c)


f)


i)


SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM FRAÇÕES

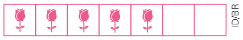
- Nas situações destas páginas, exploramos alguns significados da fração: relação parte/todo, razão e quociente.
- Comente com os estudantes que muitas vezes as frações estão implícitas na linguagem natural do dia a dia. Quando pedimos uma *pizza* meia calabresa e meia muçarela, a palavra "meia" indica metade. Também é possível perceber o uso da fração em marcadores de combustível nos veículos – alguns deles indicam que o combustível está na metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ ou em $\frac{1}{4}$ da capacidade do tanque.
- É importante destacar que o estudo de frações se justifica, pois é fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos, como equações, proporções e cálculo algébrico. Além disso, em situações que envolvem dízimas periódicas, a fração favorece resultados com maior precisão, já que os números decimais oferecem apenas uma aproximação.
- As situações de **1** a **4** trabalham a ideia de parte/todo, que é aquela em que um todo (ou unidade) é dividido em partes iguais. Essa relação supõe que os estudantes sejam capazes de identificar a unidade que representa o todo (contínuo ou discreto).

Situações que envolvem frações

Vamos analisar alguns exemplos de situações do dia a dia nas quais é possível utilizar números na forma de fração.

Situação 1

Joana dividiu uma fita em 7 partes de tamanhos iguais e bordou uma flor em 5 dessas partes. Podemos representar a parte que tem flor por $\frac{5}{7}$.


ID/BR

$5 \leftarrow$ quantas partes do todo foram consideradas

$7 \leftarrow$ em quantas partes o todo foi dividido

Situação 2

Gustavo dividiu uma folha de papel em 6 partes de tamanhos iguais.


ID/BR

A folha de papel é a unidade que representa o todo, e cada parte representa a sexta parte, ou $\frac{1}{6}$ (um sexto), da folha de papel. As 6 partes juntas representam $\frac{6}{6}$ ou 1.

Situação 3

A bandeira da Bélgica está dividida em 3 partes iguais, e cada parte apresenta uma cor diferente.


Loveshop/Shutterstock.com/ID/BR

Cada cor ocupa a terça parte, ou $\frac{1}{3}$ (um terço), da bandeira. A bandeira é a unidade que representa o todo: $\frac{3}{3}$ (três terços) ou 1 (um inteiro).

Situação 4

Priscila e sua irmã dividiram um bolo em 8 pedaços iguais. Cada uma comeu 1 pedaço, e sobraram 6 pedaços.


Danillo Souza/ID/BR

O bolo representa a unidade ou o todo. As meninas comeram $\frac{2}{8}$ do bolo e sobraram $\frac{6}{8}$ do bolo. Observe que juntando as partes que Priscila e sua irmã comeram com as partes que sobraram obtemos a unidade, que pode ser indicada por $\frac{8}{8}$.

Situação 5

A estante a seguir é de uma loja de armarinhos.

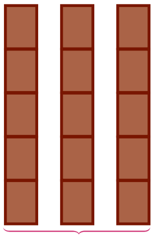

Danilo Souza/ID/BR

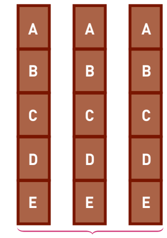
Observe que, em cada nicho, 5 de cada 13 novelos são pretos. Ou seja, $\frac{5}{13}$ da quantidade de novelos são pretos.

Se considerarmos o total de novelos da estante, a fração $\frac{15}{39}$ (em que o numerador e o denominador são as quantidades totais de novelos pretos e a quantidade total de novelos na estante, respectivamente) também representa a quantidade de novelos pretos em relação à quantidade total de novelos.

Situação 6

Mariana tem 3 barras de chocolate e quer dividi-las igualmente entre 5 amigos: Ana (A), Bia (B), Cléber (C), Daniel (D) e Elaine (E). Como cada barra tem 5 pedaços iguais, ela pensou em dar 1 pedaço de cada barra a cada amigo. Veja.


3 barras de chocolate para 5 amigos.



Cada amigo (A, B, C, D e E) receberá 1 pedaço de cada barra, totalizando 3 pedaços para cada um.


ID/BR

Observe que 3 pedaços correspondem a $\frac{3}{5}$ de 1 barra inteira. Perceba também que cada amigo recebeu menos que 1 barra inteira.

Indicamos a parte que cada amigo recebeu da seguinte maneira:

$$3 : 5 = \frac{3}{5}$$

barras

amigos

três quintos de barra para cada amigo

Assim, cada amigo vai receber $\frac{3}{5}$ de uma barra de chocolate.

- A situação **5** trabalha com a ideia de razão, pois a fração está sendo usada como um índice comparativo entre duas quantidades (por exemplo, a quantidade de novelos pretos e a quantidade total de novelos em cada nicho: 5 de cada 13). E a situação **6** trabalha com a ideia de quociente, pois estamos dividindo 3 unidades em 5 partes iguais.

DE OLHO NA BASE

As situações apresentadas nestas páginas possibilitam que os estudantes compreendam que as frações estão associadas às ideias de partes de inteiros e de resultado de divisão, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07**.

- Ao corrigir o item **c** da atividade **12**, pergunte aos estudantes se eles conseguiriam responder a essa questão sem fazer contas ou desenhos. Verifique se eles percebem que há menos tortas que amigos e, por isso, a fração será menor que 1. Utilize a atividade **12**, por exemplo, para discutir com os estudantes as diferentes maneiras possíveis de as 5 tortas serem divididas entre os 6 amigos. Exemplifique dividindo cada torta em 6 pedaços e dando uma fatia de cada torta a cada um dos amigos ou então dividindo cada torta em 6 pedaços e dando 5 pedaços de cada torta a cada amigo, sendo que um dos amigos vai ficar com $\frac{1}{6}$ de cada torta no final, ou seja, com o pedaço que sobrou de cada uma das tortas. Pergunte aos estudantes se o resultado é o mesmo.

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas auxiliam os estudantes a compreender frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07**.

ATIVIDADES

9. Caio: $\frac{3}{8}$; Joana: $\frac{2}{8}$; Laura: $\frac{3}{8}$.

Responda sempre no caderno.

8. Cláudia convidou 30 amigos para uma festa. Dentre eles, 18 eram garotas. Que fração representa a quantidade de garotas em relação ao total de amigos? **$\frac{18}{30}$**

9. Caio, Joana e Laura foram jantar em uma pizzaria e pediram uma *pizza* que foi dividida em 8 pedaços iguais. Caio comeu 3 pedaços da *pizza*, Joana comeu 2 pedaços e Laura, 3 pedaços. Represente com uma fração a quantidade de *pizza* que cada um comeu.

10. Em um aquário, há peixes de três cores, sendo 6 azuis, 4 vermelhos e 2 roxos.


Danillo Souza/ID/BR

a) Quantos peixes há no aquário? **12 peixes.**

b) Copie e complete o quadro a seguir no caderno com a fração que corresponde à quantidade de cada cor de peixe em relação ao total de peixes no aquário.

	Cor do peixe	Fração correspondente
$\frac{6}{12}$	Azul	▥
$\frac{4}{12}$	Vermelho	▥
$\frac{2}{12}$	Roxo	▥

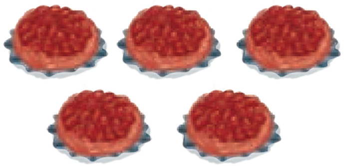
c) Que cor de peixe corresponde à metade do total de peixes do aquário? **Azul.**

11. Na coleção de Giovana, há 24 livros de poesia e 15 livros de ficção científica.

a) Os livros de poesia representam que fração do total de livros da coleção de Giovana? **$\frac{24}{39}$**

b) Qual é a fração que representa a quantidade de livros de ficção científica em relação ao total de livros da coleção de Giovana? **$\frac{15}{39}$**

12. Rodrigo quer dividir igualmente entre 6 amigos as tortas de morango que comprou.


Danillo Souza/ID/BR

12. b) Consulte a resposta neste manual.

a) Represente com uma fração a quantidade de tortas que cada amigo receberá. **$\frac{5}{6}$**

b) Faça um esquema para representar a fração que você obteve no item anterior.

c) A quantidade de torta que cada amigo receberá é maior ou menor que uma unidade? **Menor.**

13. Observe o vaso a seguir.


AMj Studio/ID/BR

a) As flores amarelas representam que fração do total de flores do vaso? **$\frac{5}{12}$**

b) Que fração as flores vermelhas representam em relação ao total de flores do vaso? **$\frac{7}{12}$**

c) As flores amarelas representam que fração das flores vermelhas? **$\frac{5}{7}$**

d) Se existisse mais um vaso, idêntico ao primeiro, as flores amarelas representariam que fração do total de flores? **$\frac{10}{24}$**

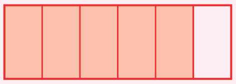
14. Arthur foi a uma loja comprar um televisor de R$ 2 000,00 e encontrou as seguintes opções de pagamento:

- à vista com desconto de R$ 200,00;
- em duas parcelas iguais.

Represente com uma fração o valor que Arthur vai pagar se escolher a opção do parcelamento. **$\frac{2000}{2}$**

RESPOSTA

12. b) Resposta possível:

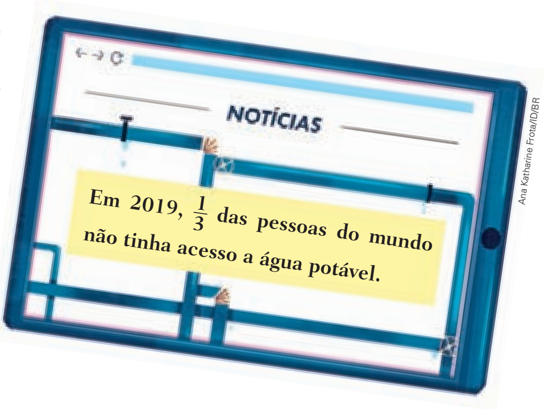

ID/BR

Tipos de fração

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Veja ao lado o título de uma notícia no jornal que João estava lendo.



Em 2019, $\frac{1}{3}$ das pessoas do mundo não tinha acesso a água potável.

Ana Katharine Frota/ID/BR

Podemos representar essa fração do seguinte modo:

ID/BR

Observe que nessa fração o numerador é diferente de zero e menor que o denominador. Perceba também que essa fração representa menos que um inteiro. Frações desse tipo são chamadas de **frações próprias**.

Situação 2

Gisele preparou 4 tortas e as dividiu entre seus 3 sobrinhos. Ela pensou em dar 1 torta inteira e mais $\frac{1}{3}$ de torta para cada sobrinho.

A quantidade de pedaços que cada um recebeu pode ser representada pela fração $\frac{4}{3}$.

ID/BR

Observe que nessa fração o numerador é maior que o denominador. Perceba também que essa fração representa mais que um inteiro. Frações que têm o numerador maior ou igual ao denominador ou numerador igual a zero são chamadas de **frações impróprias**.

Situação 3

Leandro dividiu suas 8 figurinhas igualmente em 4 montes. Cada monte ficou com $\frac{8}{4}$ figurinhas.

ID/BR

Observe que o número 8 é divisível por 4. Frações que têm o numerador divisível pelo denominador são chamadas de **frações impróprias aparentes**.

Frações próprias são aquelas que representam um número maior que 0 e menor que 1 inteiro.
Frações impróprias são aquelas que representam 0, 1 inteiro ou mais que 1 inteiro.

TIPOS DE FRAÇÃO

- As situações propostas nesta página permitem aos estudantes compreender e identificar algumas frações e classificá-las em próprias, impróprias ou impróprias aparentes.
- Ao desenvolver cada situação, peça aos estudantes que deem outro exemplo do tipo de fração usado na situação.
- Na situação **1**, a fonte de pesquisa foi o *site* https://www.unicef.org/brazil/comunicados-de-imprensa/1-em-cada-3-pessoas-no-mundo-nao-tem-acesso-agua-potavel-dizem-unicef-oms (acesso em: 26 maio 2022).

  Aproveite para conversar com os estudantes sobre a importância de buscar fontes de pesquisa confiáveis para verificar a veracidade de informações numéricas. Conversas como essa contribuem para que eles possam identificar e desmentir notícias falsas que podem, por exemplo, ser divulgadas em mídias sociais. Se julgar oportuno, disponibilize o *link* da fonte de pesquisa da notícia, para que analisem a escrita do título da notícia no Livro do Estudante e a escrita do *site*, fazendo a correspondência da fração $\frac{1}{3}$ com a expressão 1 em cada 3 (ideia da fração como razão). Essa compreensão auxilia na interpretação da notícia de maneira crítica e reflexiva diante do problema de acesso à água, ao saneamento e à higiene. Nessa notícia, existem outros exemplos em que a escrita “*x* em cada *y*” é utilizada. Aproveite essas ocorrências para incentivar os estudantes a aplicar o que aprenderam e escreverem essas expressões na forma de uma fração.

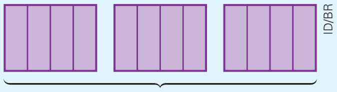
NÚMEROS MISTOS

- Se julgar necessário, escreva outros números mistos na lousa. Enfatize a forma correta de escrever um número misto, evitando, por exemplo, que o número $1\frac{1}{2}$ se transforme em $\frac{11}{2}$. Mostre aos estudantes, por meio da divisão de 11 por 2, que $1\frac{1}{2}$ e $\frac{11}{2}$ são dois números distintos:

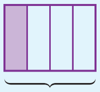
$$\begin{array}{r|l} 11 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 5 \end{array}$$

11 : 2 são 5 inteiros e resta 1, logo $\frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$.

- Apresente aos estudantes diversos exemplos da transformação de um número misto em fração imprópria. No decorrer da apresentação, pergunte a eles se observam algum padrão que se repete em todos os exemplos. A ideia é que os estudantes percebam que a parte inteira do número misto equivale ao número de figuras inteiras que deve ser adicionado à fração. Por exemplo, na fração $3\frac{1}{4}$, temos:



$$3 \text{ inteiros} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = \frac{12}{4}$$



$\frac{1}{4}$

DE OLHO NA BASE

Perceber um padrão e elaborar, com base em investigação, regras gerais para a resolução de problemas matemáticos são ações que auxiliam os estudantes a desenvolver os pensamentos científico, crítico e criativo, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 2**.

Números mistos

As frações impróprias não aparentes representam um valor maior que o inteiro. Podemos indicá-las utilizando números mistos, ou seja, números que têm uma parte inteira e uma parte fracionária. Veja exemplos do uso dos números mistos no nosso dia a dia.

Exemplos

(Representações sem proporção de tamanho entre si)

A. Chaves de boca.

Chave de boca de 1 polegada e $\frac{1}{4}$ de polegada. Representamos essa medida por $1\frac{1}{4}$ de polegada. Lê-se: uma polegada e um quarto de polegada ou uma polegada e um quarto.

B. Tubos de PVC.

Tubo de PVC cujo diâmetro mede 2 polegadas e $\frac{1}{2}$ de polegada. Representamos essa medida por $2\frac{1}{2}$ de polegada. Lê-se: duas polegadas e um meio de polegada ou duas polegadas e meia.

Se julgar conveniente, explique aos estudantes que as medidas de tubulações também são indicadas em milímetros e que 1 polegada equivale a 25,4 milímetros.

C. Copos medidores.

Copo medidor de 2 xícaras. Observe que, com esse copo, é possível obter diversas medidas, como $1\frac{3}{4}$ de xícara. Lê-se: uma xícara e três quartos de xícara.

Transformação de um número misto em fração imprópria

Vimos que as frações impróprias não aparentes podem ser representadas por números mistos. Agora, acompanhe como transformar um número misto em uma fração imprópria.

Exemplo

Vamos transformar o número misto $3\frac{1}{4}$ em uma fração imprópria.

Para isso, primeiro, representamos esse número usando um esquema.

Depois, contamos as partes pintadas de verde e registramos a fração correspondente.

Como cada inteiro foi dividido em 4 partes iguais e, de todas as partes, 13 foram pintadas de verde, temos que:

$$3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

Transformação de uma fração imprópria em um número misto

Do mesmo modo que podemos transformar um número misto em uma fração imprópria, é possível transformar frações impróprias em números mistos.

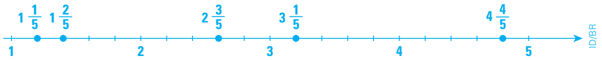
Exemplo

Vamos transformar a fração $\frac{17}{5}$ em um número misto.

A fração $\frac{17}{5}$ indica que cada um dos inteiros foi dividido em 5 partes iguais e que 17 partes foram consideradas. Podemos representar essa fração usando um esquema. Veja.


ID/BR

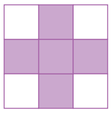
Como há 3 figuras inteiras pintadas de verde e 1 figura em que apenas 2 das 5 partes foram pintadas de verde, concluímos que a representação mista de $\frac{17}{5}$ é $3\frac{2}{5}$.

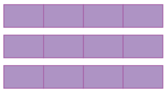
17.


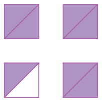
ATIVIDADES

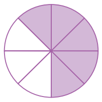
Responda sempre no caderno.

15. Classifique a fração que corresponde à parte pintada de roxo de cada grupo de figuras em própria, imprópria aparente ou imprópria não aparente.

a)

Fração própria.

c)

Fração imprópria aparente.

b)

Fração imprópria não aparente.

d)

Fração própria.

Ilustrações: ID/BR

16. Copie e complete o quadro a seguir no caderno.

	Número misto	Parte inteira	Parte fracionária
1; $\frac{7}{10}$	$1\frac{7}{10}$		
$7\frac{1}{3}$		7	$\frac{1}{3}$
$8\frac{3}{5}$		8	$\frac{3}{5}$
5; $\frac{3}{17}$	$5\frac{3}{17}$		

17. Represente as frações $3\frac{1}{5}$, $2\frac{3}{5}$, $4\frac{4}{5}$, $1\frac{2}{5}$ e $1\frac{1}{5}$ em uma reta numérica.

18. Represente cada número misto a seguir com um esquema. Depois, transforme-os em frações impróprias.

a) $3\frac{2}{7}$
c) $5\frac{1}{2}$
e) $1\frac{17}{20}$
b) $4\frac{3}{8}$
d) $2\frac{9}{10}$
f) $2\frac{5}{8}$

Consulte as respostas neste manual.

19. Transforme cada fração imprópria a seguir em um número misto.

a) $\frac{32}{6}$ $5\frac{2}{6}$
c) $\frac{100}{3}$ $33\frac{1}{3}$
e) $\frac{140}{12}$ $11\frac{8}{12}$
b) $\frac{22}{5}$ $4\frac{2}{5}$
d) $\frac{99}{10}$ $9\frac{9}{10}$
f) $\frac{73}{4}$ $18\frac{1}{4}$

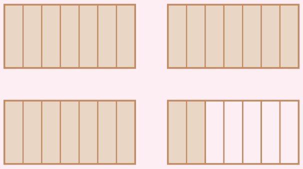
20. Copie o quadro no caderno e complete-o.

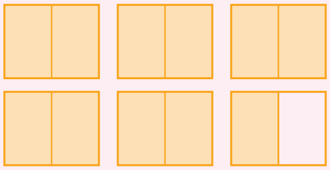
	Número misto	Fração imprópria	
	$5\frac{4}{9}$		$\frac{49}{9}$
$4\frac{5}{8}$		$\frac{37}{8}$	
	$6\frac{2}{3}$		$\frac{20}{3}$
$2\frac{24}{33}$		$\frac{90}{33}$	

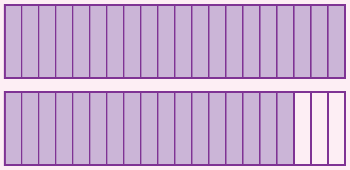
- A transformação de uma fração imprópria em um número misto é trabalhada com representações geométricas como apoio. Lembre-se de que cada figura deve ser dividida em partes iguais, considerando o número indicado no denominador.
- Discuta com os estudantes as estratégias adotadas na resolução da atividade **17**. As frações impróprias escritas na forma de número misto facilitam a localização dos pontos e a representação das frações na reta numérica.
- Amplie a atividade **19** perguntando aos estudantes entre quais números naturais, na reta numérica, se localizam as frações apresentadas. A ideia é que eles percebam que o número misto auxilia nessa localização.

RESPOSTAS

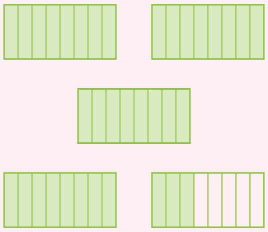
18. Respostas possíveis:

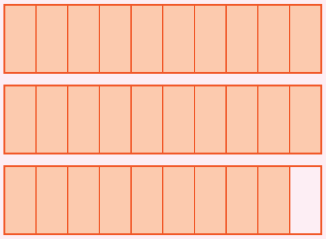
a)

$\frac{23}{7}$

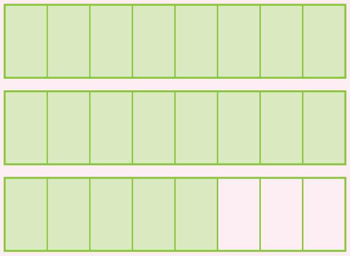
c)

$\frac{11}{2}$

e)

$\frac{37}{20}$

Ilustrações: ID/BR

b)

$\frac{35}{8}$

d)

$\frac{29}{10}$

f)

$\frac{21}{8}$

FRAÇÃO DE UM NÚMERO

- Em situações anteriores, vimos o todo representado por uma figura dividida em partes iguais, ou seja, trabalhamos com o inteiro contínuo. Agora, vamos trabalhar com o inteiro discreto, ou seja, o todo é representado pela quantidade de elementos de uma coleção, em que ele é o total de elementos que foi dividido em partes iguais. Nas situações desta página, podemos interpretar a fração como um operador multiplicativo sobre um valor, uma vez que a fração atua como agente transformador.
- Na situação **1**, o todo é a coleção de 12 moedas que serão divididas em 3 partes iguais, e a fração é apenas uma dessas partes que será considerada. Note que nessa situação o todo sofre a ação de ser reduzido à terça parte.
- Na situação **2**, os estudantes precisam perceber que o todo (100 reais) deve ser dividido em 5 partes iguais, e depois serão consideradas apenas 2 partes. Aqui podemos interpretar que há dois todos: o de Edu e o de Lucas. O todo de Lucas equivale ao dobro da quinta parte do todo de Edu, ou seja, o todo de Lucas equivale a uma fração do todo de Edu.
- Foram utilizados esquemas para representar as duas primeiras situações, facilitando a visualização das partes em que o todo será dividido. Na terceira situação, porém, mostramos uma maneira de calcular a fração de um número sem utilizar esquemas, ou seja, apresentando a fração como um dos fatores de uma multiplicação.

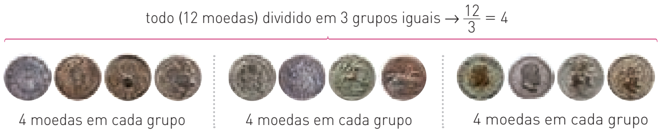
  Se julgar necessário, faça um esquema para explicar a situação **3**. O todo (80 páginas) será dividido em 10 partes iguais, ou seja, cada parte terá 8 páginas e, dessas 10 partes, serão consideradas apenas 7. Logo, teremos 56 páginas ($7 \cdot 8 = 56$).

Fração de um número

Em diversas situações do dia a dia, precisamos calcular a quanto corresponde certa fração de um número. Vamos analisar algumas situações.

Situação 1

Daniela tem uma coleção de 12 moedas antigas e vai doar $\frac{1}{3}$ delas. Para determinar a quantidade de moedas que Daniela doará, temos de descobrir quantas moedas correspondem a $\frac{1}{3}$ de 12. A fração $\frac{1}{3}$ indica que o todo, as 12 moedas, foi dividido em 3 grupos iguais e que 1 grupo foi considerado.



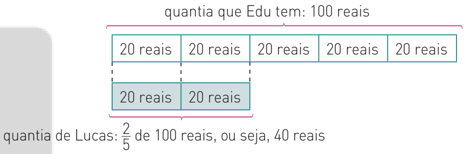
Fedor Selivanov/Shutterstock/ID/BR; MidoSemsem/Shutterstock/ID/BR; Claudio Divizia/Shutterstock/ID/BR

Assim, $\frac{1}{3}$ de 12 ou a terça parte de 12 equivale a 4.

Portanto, Daniela vai doar 4 moedas de sua coleção.

Situação 2

Edu tem 100 reais, e Lucas tem o equivalente a $\frac{2}{5}$ dessa quantia. Para determinar a quantia que Lucas tem, precisamos calcular $\frac{2}{5}$ de 100 reais.



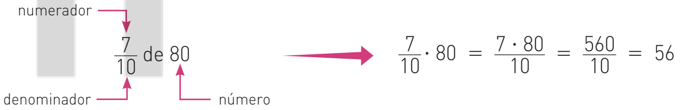
Assim, $\frac{2}{5}$ de 100 reais equivalem a 40 reais.

Portanto, Lucas tem 40 reais.

Situação 3

O livro que Cristina está lendo tem 80 páginas. Ela já leu $\frac{7}{10}$ dessas páginas. Para descobrir quantas páginas Cristina já leu, precisamos calcular $\frac{7}{10}$ de 80.

Como nem sempre é prático utilizar esquemas, podemos obter a fração correspondente a um número multiplicando o numerador da fração pelo número e dividindo o resultado pelo denominador da fração. Veja.



$$\frac{7}{10} \text{ de } 80 \longrightarrow \frac{7}{10} \cdot 80 = \frac{7 \cdot 80}{10} = \frac{560}{10} = 56$$

Portanto, Cristina já leu 56 páginas.

OUTRAS FONTES

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. da. Estudo das três dimensões do problema didático de números racionais na forma fracionária. *Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisa em Educação Matemática*, v. 3, n. 2, p. 114-151, 2021. Disponível em: https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/EMSF/article/view/12660/8306. Acesso em: 26 maio 2022.

Nesse artigo, os autores apresentam reflexões sobre as três dimensões (epistemológica, econômica e ecológica) do problema didático de números racionais na forma fracionária.

AMORIM, M. É.; ETCHEVERRIA, T. C.; OLIVEIRA, M. R. S. de. Fração com o significado de operador multiplicativo: aprendizagem e ensino. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 12, n. 2, p. 199-206, 2019. Disponível em: https://www.revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/6569. Acesso em: 26 maio 2022.

Nesse artigo, as autoras discutem o desempenho de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental em um problema envolvendo fração com o significado de operador multiplicativo.

Fração de um número na calculadora

Agora, veja alguns exemplos de como determinar a fração de um número com o auxílio de uma calculadora.

Exemplos

A. $\frac{7}{8}$ de 400

Apertamos as teclas:

7 × 4 0 0 ÷ 8 =,

pois $\frac{7}{8}$ de 400 é o mesmo que $\frac{7}{8} \cdot 400 = \frac{7 \cdot 400}{8}$. Então, o resultado que aparecerá no visor será 350.

B. $\frac{2}{13}$ de 520

Apertamos as teclas:

2 × 5 2 0 ÷ 1 3 =,

pois $\frac{2}{13}$ de 520 é o mesmo que $\frac{2}{13} \cdot 520 = \frac{2 \cdot 520}{13}$. Então, o resultado que aparecerá no visor será 80.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

21. Calcule o que se pede em cada item.

a) $\frac{8}{3}$ de 60 **160**

b) $\frac{111}{30}$ de 330 **1 221**

c) $\frac{149}{100}$ de 200 **298**

d) $\frac{1}{10}$ de 1 180 **118**

22. Sabemos que 1 hora corresponde a 60 minutos. Quantos minutos correspondem a cada um dos intervalos de tempo indicados a seguir?

a) $\frac{1}{4}$ de 1 hora **15 minutos.**

b) $\frac{1}{3}$ de 1 hora **20 minutos.**

c) $\frac{3}{4}$ de 1 hora **45 minutos.**

d) $\frac{1}{12}$ de 1 hora **5 minutos.**

23. Sabendo que 1 quilograma corresponde a 1 000 gramas e 1 metro corresponde a 100 centímetros, responda às questões.

a) $\frac{1}{2}$ de 1 quilograma corresponde a quantos gramas? **500 gramas.**

b) $\frac{1}{4}$ de 1 metro corresponde a quantos centímetros? **25 centímetros.**

c) $\frac{2}{5}$ de 1 quilograma correspondem a quantos gramas? **400 gramas.**

d) $\frac{3}{5}$ de 1 metro correspondem a quantos centímetros? **60 centímetros.**

24. Calcule o valor correspondente a cada item. Dê a resposta em centavos.

a) $\frac{1}{2}$ de real **50 centavos.**

b) $\frac{1}{10}$ de real **10 centavos.**

c) $\frac{1}{4}$ de real **25 centavos.**

d) $\frac{3}{10}$ de real **30 centavos.**

25. Um município tem aproximadamente 204 000 habitantes, e, desse total, $\frac{3}{8}$ trabalham com turismo.

a) Quantos habitantes desse município trabalham com turismo? **76 500 habitantes.**

b) Quantos não trabalham com turismo? **127 500 habitantes.**

26. O Parque Nacional da Serra da Bocaina, localizado na divisa entre os estados de São Paulo e do Rio de Janeiro, ocupa uma área com cerca de 104 000 hectares, sendo $\frac{2}{5}$ pertencentes a São Paulo. Quantos hectares do parque pertencem ao estado do Rio de Janeiro? **62 400 hectares.**

27. Um dispositivo pode armazenar 80 minutos de gravação. Cármen gravou algumas músicas e ocupou $\frac{5}{8}$ da capacidade do dispositivo. Quantos minutos de gravação ela ainda pode utilizar? **30 minutos.**

- Solicite aos estudantes que tragam calculadora para a sala de aula. Dessa forma, eles poderão reproduzir os exemplos e compreender os procedimentos utilizados.
- A familiaridade dos estudantes com o cálculo de fração de uma quantidade contribui para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos, por exemplo, o cálculo de porcentagem, que será estudado ao longo da vida escolar e que também será muito útil no cotidiano.
- Incentive os estudantes a realizar a atividade **21** por meio do cálculo mental.
- Pergunte aos estudantes qual procedimento eles utilizaram para resolver a atividade **26**. Duas possibilidade são calcular a área pertencente a São Paulo ($\frac{2}{5}$ de 104 000 hectares, que equivalem a 41 600 hectares) e, em seguida, subtrair o valor obtido da área total do parque (104 000 − 41 600 = 62 400) ou calcular a fração que corresponde à parte do parque pertencente ao Rio de Janeiro, isto é, $\frac{3}{5}$ de 104 000 hectares, chegando ao mesmo resultado (62 400 hectares).

DE OLHO NA BASE

O cálculo da fração de uma quantidade com e sem o uso de calculadora favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA09**.

FRAÇÕES EQUIVALENTES

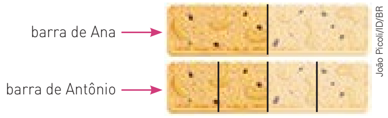
- A internalização do conceito de frações equivalentes assim como a construção de procedimentos para a obtenção dessas frações são fundamentais para resolver problemas que envolvem a comparação de números fracionários e efetuar cálculos com esses números.
- É importante que os estudantes compreendam que, para obter uma fração equivalente, podemos multiplicar ou dividir o numerador e o denominador da fração por um mesmo número natural não nulo. Vale lembrar que, no caso de divisão, é preciso que tanto o numerador quanto o denominador sejam divisíveis pelo mesmo número.

DE OLHO NA BASE

Identificar frações equivalentes auxilia na comparação e na ordenação de frações, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07**. Além disso, as frações equivalentes são fundamentais para o cálculo de adições e subtrações com números fracionários, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA10**.

Frações equivalentes

Renata comprou 2 barras de cereais com o mesmo tamanho, 1 para Ana e 1 para Antônio. Ela dividiu a barra de Ana em 2 pedaços iguais e a barra de Antônio em 4 pedaços iguais. Ana comeu 1 pedaço da sua barra e Antônio comeu 2 pedaços. Veja.



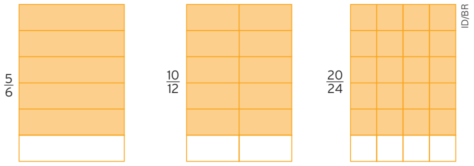
João Picoli/ID/BR

Observe que as barras de cereais são do mesmo tamanho e que Ana comeu $\frac{1}{2}$ da barra de cereais e Antônio comeu $\frac{2}{4}$ da barra. Como as porções da barra de cereais que Ana e Antônio comeram são iguais, concluímos que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, e dizemos que essas frações são equivalentes.

Duas ou mais frações são **equivalentes** quando representam o mesmo número racional.

Exemplo

As frações $\frac{5}{6}$, $\frac{10}{12}$ e $\frac{20}{24}$ são equivalentes. Observe.



ID/BR

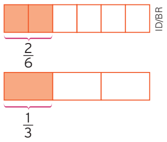
Propriedade fundamental das frações

Ao multiplicar ou dividir o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número natural não nulo, obtemos uma fração equivalente a ela. Essa é a **propriedade fundamental das frações**.

Exemplos

A.

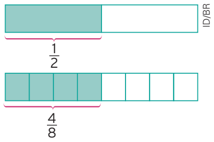
$$\underset{:2}{\overset{:2}{\frac{2}{6} = \frac{1}{3}}}$$



ID/BR

B.

$$\underset{\cdot 4}{\overset{\cdot 4}{\frac{1}{2} = \frac{4}{8}}}$$



ID/BR

FRAÇÕES EQUIVALENTES A UM NÚMERO NATURAL

Como o traço de fração também indica uma divisão, todo número natural pode ser escrito como uma fração em que o numerador é o próprio número natural e o denominador é o número 1. Dessa maneira, podemos obter frações equivalentes a um número natural multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador pelo mesmo número.

$$5 = \frac{5}{1} = \underset{\cdot 2}{\overset{\cdot 2}{\frac{10}{2}}} = \underset{\cdot 3}{\overset{\cdot 3}{\frac{15}{3}}} = \underset{\cdot 4}{\overset{\cdot 4}{\frac{20}{4}}} = \ldots$$

Simplificação de frações

Simplificar uma fração é determinar uma fração equivalente cujos termos são menores que os da fração inicial.

Quando uma fração não pode ser simplificada, ou seja, quando não for mais possível dividir o numerador e o denominador por um mesmo número que seja diferente de zero ou de 1, dizemos que a fração é **irredutível**.

Exemplo

Vamos simplificar a fração $\frac{90}{120}$ até obter uma fração irredutível.

Para isso, vamos dividir o numerador e o denominador por fatores comuns, até que não haja mais fatores comuns.

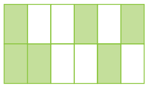
$$\begin{tikzcd}
\frac{90}{120} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] & \frac{45}{60} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] & \frac{15}{20} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[r, bend left, ":5"] \arrow[r, bend right, ":5"'] & \frac{3}{4}
\end{tikzcd}$$

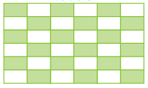
Observe que as frações obtidas são equivalentes às anteriores e que os numeradores e os denominadores são menores.

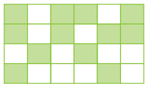
ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

28. Em quais das figuras a seguir a parte verde representa uma fração equivalente a $\frac{1}{2}$? **Em todas.**

a) 

c) 

b) 

d) 

Ilustrações: ID/BR

29. Identifique quais das frações a seguir são equivalentes a $\frac{1}{9}$. $\frac{20}{180}$; $\frac{13}{117}$; $\frac{4}{36}$.

$\frac{20}{180}$ $\frac{121}{275}$ $\frac{13}{117}$ $\frac{4}{36}$

30. Substitua cada ★ das igualdades por um número, de modo que os pares de frações sejam equivalentes.

a) $\frac{1}{3} = \frac{★}{18}$ 6

b) $\frac{★}{4} = \frac{45}{36}$ 5

c) $\frac{2}{5} = \frac{16}{★}$ 40

d) $\frac{28}{★} = \frac{7}{8}$ 32

e) $\frac{1}{4} = \frac{★}{24}$ 6

f) $\frac{★}{24} = \frac{3}{8}$ 9

31. Determine a fração equivalente a $\frac{7}{13}$ cujo denominador é 117. $\frac{63}{117}$

32. Simplifique as frações a seguir até obter uma fração irredutível.

a) $\frac{45}{60}$ $\frac{3}{4}$

b) $\frac{21}{49}$ $\frac{3}{7}$

c) $\frac{56}{80}$ $\frac{7}{10}$

d) $\frac{20}{120}$ $\frac{1}{6}$

33. O estádio Beira-Rio, em Porto Alegre, tem capacidade para até 56 000 pessoas.

Sílvio Ávila/Getty Images

↑ Estádio José Pinheiro Borda, conhecido como Beira-Rio, em Porto Alegre (RS). Foto de 2021.

Para uma partida de futebol, foram vendidos 32 000 ingressos. Que fração irredutível expressa a quantidade de ingressos vendidos em relação à capacidade do estádio? $\frac{4}{7}$

SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES

- É importante que fique claro aos estudantes que simplificar uma fração significa determinar uma fração equivalente cujos termos sejam menores que os da fração inicial. Podemos simplificar uma fração até obter uma fração irredutível, isto é, com números primos entre si no numerador e no denominador. Se julgar necessário, escreva outras frações na lousa e peça aos estudantes que as simplifiquem até obter uma fração irredutível.
- Nas atividades **30** e **31**, é solicitado aos estudantes que encontrem uma fração equivalente específica, sendo indicado o numerador ou o denominador. Diga aos estudantes que primeiro precisam perceber qual foi o cálculo realizado para obter o novo numerador (ou denominador) e, em seguida, devem realizar o mesmo cálculo (ou a operação inversa) a fim de encontrar o termo desconhecido.
- Na atividade **32**, socialize os cálculos feitos pelos estudantes para obter a fração irredutível. É importante que eles percebam que há mais de uma maneira de obter essa fração. Por exemplo, a fração $\frac{45}{60}$ pode ser simplificada dividindo o numerador e o denominador uma única vez por 15 ou fazendo a divisão por 3 e depois por 5 ou, ainda, por 5 e depois por 3.

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

- A representação geométrica das frações pode auxiliar positivamente no estudo da comparação de frações. Se possível, utilize as tiras de fração ou os discos de fração para auxiliar os estudantes na compreensão desse conteúdo.

Solidariedade

Converse com os estudantes sobre as campanhas de arrecadação e o impacto delas na vida das pessoas que recebem as doações. Discuta com eles que não são apenas pessoas carentes que se beneficiam de doações, pois pessoas afetadas por tragédias ou desastres naturais também recebem esses recursos. Se achar viável, sugira, na escola, a criação de um projeto de arrecadação para ajudar pessoas em situações de vulnerabilidade.

DE OLHO NA BASE

Pesquisar sobre campanhas solidárias e compartilhar os resultados obtidos possibilita aos estudantes fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais. Assim, eles poderão investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, de modo a interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes, favorecendo o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 4**.

O trabalho em equipe permite que os estudantes exercitem a empatia e o diálogo, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

Comparação de frações

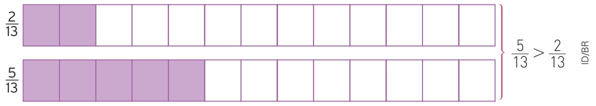
Para comparar duas ou mais frações, podemos observar seus numeradores e seus denominadores. Existem três situações: quando os denominadores são iguais, quando os numeradores são iguais e quando os numeradores e os denominadores são diferentes. Vamos estudar cada uma delas.

Frações com denominadores iguais

Tatiana promoveu uma campanha para arrecadar alimentos e doá-los a algumas instituições de apoio social. No fim da campanha, ela contabilizou que $\frac{2}{13}$ das doações foram de pacotes de feijão e $\frac{5}{13}$ das doações foram de pacotes de arroz.

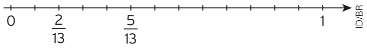
Para saber qual dos dois alimentos foi doado em maior quantidade, temos de comparar as frações $\frac{2}{13}$ e $\frac{5}{13}$ e descobrir qual é a maior.

Uma maneira de comparar essas frações é representando-as por meio de um esquema. Veja.



ID/BR

Outra maneira de comparar essas frações é na reta numérica. Veja.



ID/BR

Como $\frac{2}{13}$ está à esquerda de $\frac{5}{13}$ na reta numérica, temos que $\frac{5}{13} > \frac{2}{13}$.

De maneira geral, quando queremos comparar duas ou mais frações que têm denominadores iguais, podemos observar apenas os numeradores.

No caso do exemplo, as duas frações apresentam denominadores iguais (13). Assim, devemos comparar os numeradores 2 e 5. Como 5 > 2, temos que $\frac{5}{13} > \frac{2}{13}$.

Quando duas ou mais frações têm denominadores iguais, a maior fração é aquela que apresenta o maior numerador.

Danilo Souza/ID/BR

A SOLIDARIEDADE DAS CAMPANHAS DE ARRECADAÇÃO

No Brasil, diversas campanhas de arrecadação são realizadas, principalmente em épocas de crise ou de calamidade pública, como enchentes ou desmoronamentos, que deixam muitas pessoas sem moradia e sem alimentação.

Essas campanhas arrecadam, principalmente, alimentos e roupas e contam com voluntários que ajudam na organização e na distribuição das doações. No início do inverno, por exemplo, campanhas de agasalho arrecadam roupas e cobertores para os moradores de rua.

- **Converse com os colegas sobre as campanhas que você conhece. Em grupos, façam uma pesquisa sobre as últimas campanhas de arrecadação de alimentos e de roupas realizadas no Brasil, destacando os objetivos e os resultados. Depois, compartilhem o levantamento com a turma por meio de uma apresentação.**

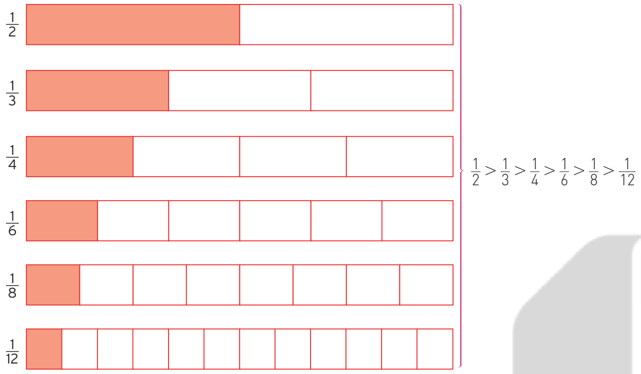
Frações com numeradores iguais

Camila, Fernando, Luís, Diana, Marcelo e Gabriela receberam uma folha de papel avulsa cada um. Usando apenas o lápis de cor vermelho, cada um deles pintou sua folha da seguinte maneira:

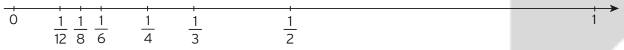
- Camila pintou $\frac{1}{2}$;
- Fernando pintou $\frac{1}{3}$;
- Luís pintou $\frac{1}{4}$;
- Diana pintou $\frac{1}{6}$;
- Marcelo pintou $\frac{1}{8}$;
- Gabriela pintou $\frac{1}{12}$.

Para descobrir qual deles pintou uma parte maior da folha, podemos comparar as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{12}$.

Uma maneira de comparar essas frações é representando-as por meio de um esquema. Veja.



Outra maneira de comparar essas frações é na reta numérica. Veja.



Ilustrações: ID/BR

Observando a posição de cada uma das frações na reta numérica, temos que $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{8} > \frac{1}{12}$.

De maneira geral, quando queremos comparar duas ou mais frações que têm numeradores iguais, podemos observar apenas os denominadores.

No caso do exemplo, as frações apresentam numeradores iguais (1). Assim, devemos comparar os denominadores 2, 3, 4, 6, 8 e 12. Como $2 < 3 < 4 < 6 < 8 < 12$, temos que $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{8} > \frac{1}{12}$.

Quando duas ou mais frações têm numeradores iguais, a maior fração é aquela que apresenta o menor denominador.

- Aborde a comparação entre frações de numeradores iguais utilizando diferentes exemplos geométricos. Incentive os estudantes a descrever a estratégia utilizada para fazer a comparação dessas frações. Espera-se que eles percebam que, quanto maior a quantidade de partes iguais em que um todo é dividido, menor é o tamanho de cada parte considerada.
- Alguns estudantes podem pensar que a estratégia utilizada para comparar frações com numeradores iguais só se aplica quando esse numerador é igual a 1. Dê outros exemplos utilizando frações com denominadores diferentes de 1, como comparar $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{6}$.

DE OLHO NA BASE

As situações apresentadas nestas páginas contribuem para que os estudantes compreendam, comparem e ordenem frações, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07**.

- Por último, é realizado o estudo de comparação de frações com numeradores e denominadores diferentes. Com base nos exemplos desta página, mostre aos estudantes que não existe apenas uma maneira de comparar duas ou mais frações e verifique se eles estão utilizando métodos que respeitem os princípios matemáticos.
- Embora a comparação com frações de mesmo denominador seja mais usual, é possível realizar a comparação de $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{4}$ a partir das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{2}{8}$, que têm o mesmo numerador (2). Note que $\frac{2}{8}$ é uma fração equivalente a $\frac{1}{4}$.
- Evite a mecanização dos procedimentos para comparar duas ou mais frações.
- No item **f** da atividade **34**, pergunte aos estudantes se eles conseguem realizar a comparação sem obter frações equivalentes. Incentive-os a perceber que $\frac{23}{24}$ é uma fração própria e $\frac{5}{4}$, imprópria. Toda fração imprópria é maior que qualquer fração própria.
- Na atividade **35**, os estudantes podem utilizar diferentes procedimentos para ordenar as frações. Valorize a troca de ideias e a argumentação solicitando a alguns estudantes que exponham seu pensamento ao realizar essa atividade.

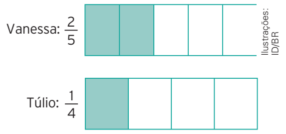
DE OLHO NA BASE

Nas atividades desta página, os estudantes devem comparar e ordenar frações, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07**.

Frações com numeradores e denominadores diferentes

Vanessa e Túlio compraram, respectivamente, $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{4}$ das camisetas vendidas na parte da manhã de uma loja.

Para saber qual dos dois comprou mais camisetas, vamos fazer um esquema.



Ilustrações: ID/BR

Pelo esquema, podemos perceber que a quantidade de camisetas compradas por Vanessa foi maior que a quantidade comprada por Túlio.

Outra maneira de comparar essas frações é usando a reta numérica.

Observando a posição de cada fração na reta numérica, temos que $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$.

Podemos também comparar as frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{4}$ utilizando frações equivalentes, que correspondam ao mesmo número racional.

Considerando as frações equivalentes de cada uma das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{4}$, procuramos duas frações que tenham o mesmo denominador.

- $\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \boxed{\frac{8}{20}} = \frac{10}{25} = ...$
- $\frac{1}{4} \longrightarrow \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \boxed{\frac{5}{20}} = ...$

Como $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ e $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$, podemos comparar as frações $\frac{8}{20}$ e $\frac{5}{20}$. Vimos que, quando as frações apresentam denominadores iguais, a maior delas é a que apresenta o maior numerador. Portanto, $\frac{8}{20} > \frac{5}{20}$ e, consequentemente, $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$.

34. a) $\frac{3}{17} < \frac{5}{17}$
b) $\frac{1}{7} > \frac{1}{12}$
c) $\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$
d) $\frac{3}{8} > \frac{7}{24}$
e) $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$
f) $\frac{23}{24} < \frac{5}{4}$

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

34. Compare os números de cada item a seguir usando os símbolos <, > ou =.

a) $\frac{3}{17}$ e $\frac{5}{17}$ b) $\frac{1}{7}$ e $\frac{1}{12}$ c) $\frac{7}{12}$ e $\frac{21}{36}$ d) $\frac{3}{8}$ e $\frac{7}{24}$ e) $\frac{4}{10}$ e $\frac{40}{100}$ f) $\frac{23}{24}$ e $\frac{5}{4}$

35. Escreva as frações a seguir em ordem decrescente.

$\frac{2}{3}$ $\frac{11}{18}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{9}{6}$

$\frac{9}{6} > \frac{2}{3} > \frac{11}{18} > \frac{2}{9}$

DIVERSIFICANDO

Responda sempre no caderno.

1. Suzana fez uma torta para vender e dividiu-a em 6 pedaços iguais.

Considerando que ela vendeu a torta inteira por R$ 24,00, responda às questões.

a) Quanto custa $\frac{1}{6}$ da torta? **R$ 4,00**

b) Quanto custam $\frac{4}{6}$ da torta? **R$ 16,00**

2. Observe as afirmações de Jorge e Lúcia e responda às questões.

a) Quantos reais Jorge tem? **30 reais.**

b) Quantos reais Lúcia tem? **40 reais.**

c) Qual é a maior fração: $\frac{1}{5}$ ou $\frac{3}{20}$? **$\frac{1}{5}$**

3. Para fazer uma vitamina, foram utilizados os seguintes ingredientes:

- 500 mL de polpa de mamão;
- 100 mL de suco de acerola;
- 400 mL de leite.

a) Escreva uma fração irredutível que represente a quantidade de cada ingrediente em relação à quantidade de vitamina.

b) Coloque as frações obtidas no item anterior em ordem crescente. **$\frac{1}{10} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$**

4. Maurício e Lúcia fizeram a prova de uma olimpíada de Matemática que continha 180 questões. Maurício acertou $\frac{3}{5}$ das questões, e Lúcia acertou $\frac{4}{10}$. Quem acertou mais questões? **Maurício.**

3. a) Polpa de mamão: $\frac{1}{2}$; suco de acerola: $\frac{1}{10}$; leite: $\frac{2}{5}$.

7. a) As três estudam a mesma quantidade de horas por dia, pois as frações são equivalentes.

5. Qual distância é maior: 600 m ou $\frac{11}{20}$ de 1 km? **600 m**

Ilustrações: Danillo Souza/ID/BR

6. Em uma sala de aula, $\frac{2}{3}$ dos estudantes jogam futebol e $\frac{3}{7}$ jogam vôlei. Qual esporte é mais praticado pelos estudantes dessa turma: futebol ou vôlei? **Futebol.**

7. Bianca, Sofia e Isabela estudam na mesma escola.

- Bianca estuda $\frac{1}{4}$ do dia.
- Sofia estuda $\frac{4}{16}$ do dia.
- Isabela estuda $\frac{8}{32}$ do dia.

a) Quem estuda mais: Bianca, Sofia ou Isabela? Explique seu raciocínio.

b) Quantas horas por dia cada uma delas estuda? **6 horas por dia.**

8. Uma pesquisa feita em uma pequena cidade revelou que:

- 8 em cada 10 habitantes tem televisor em casa;
- 15 em cada 20 habitantes tem telefone;
- 13 em cada 15 habitantes tem rádio.

Nessa cidade, há mais televisores, telefones ou rádios? **Rádios.**

9. Um fogão custa R$ 960,00. Para comprá-lo, Marcos vai dar um valor de entrada e o restante vai pagar em 5 prestações iguais, cada uma correspondendo a $\frac{1}{8}$ do preço total do fogão. Qual é o valor que Marcos dará de entrada? **R$ 360,00**

10. Elabore um problema que envolva o cálculo da fração de uma quantidade usando os dados a seguir. Depois, dê a um colega para ele resolver.

- 432 cachorros
- $\frac{3}{4}$ **Resposta pessoal.**

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- No item **c** da atividade **2**, peça aos estudantes que expliquem o raciocínio que utilizaram. Pode ser que alguns deles obtenham frações equivalentes para fazer a comparação. Outra possibilidade é comparar as respostas obtidas nos itens **a** e **b**.
- Uma das maneiras de resolver a atividade **4** é por comparação de frações, não sendo necessário calcular a quantidade de questões que cada um acertou.
- A atividade **6** é uma boa oportunidade para incentivar o cálculo mental e a estratégia de aproximação. Uma das maneiras de resolver é pensar que $\frac{2}{3}$ é mais da metade e $\frac{3}{7}$ é menos da metade. Logo, $\frac{2}{3} > \frac{3}{7}$.

DE OLHO NA BASE

As atividades desta seção permitem que os estudantes resolvam e elaborem problemas envolvendo comparação e ordenação de frações e o cálculo da fração de uma quantidade, favorecendo o desenvolvimento das habilidades **EF06MA07** e **EF06MA09**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes ainda apresentem dificuldades no entendimento dos conceitos de fração, desenvolva as seguintes atividades:

1. Selecione algumas notícias de jornal, revista ou internet ou, ainda, alguma lei (por exemplo, uma das leis trabalhistas) que apresentem algum texto que envolva a fração. Distribua os textos a grupos de estudantes e peça a eles que expliquem o que significa a fração em cada caso.
2. Organize os estudantes em pequenos grupos e proponha que elaborem uma pesquisa de opinião com os demais estudantes da escola ou com familiares. Sugira que o questionário utilizado apresente um número finito de opções para os entrevistados escolherem, facilitando a posterior análise dos dados.

Depois da coleta de dados, os estudantes deverão apresentar os resultados obtidos em forma de texto (*x* em cada *y* entrevistados) e em forma de fração. Após o término da atividade, os grupos deverão trocar os trabalhos para verificar se o cálculo apresentado pelo outro grupo está correto.

CAPÍTULO 2

Conteúdos

- Adição e subtração com frações.
- Multiplicação e divisão com frações.
- Potenciação com frações.
- Raiz quadrada com frações.
- Porcentagem.

Objetivos

- Efetuar cálculos (mentais ou escritos) que envolvam operações com frações.
- Determinar o inverso de um número.
- Calcular potência e raiz quadrada de frações.
- Reconhecer porcentagens como razões entre um número e 100.
- Calcular porcentagem de um número.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com frações.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de efetuar operações com frações, além de estudar mais a respeito de porcentagem.

  A intenção de trabalhar com esses conteúdos é propiciar aos estudantes ferramentas para a compreensão dos procedimentos de cálculos que envolvem números presentes em situações do cotidiano deles e, consequentemente, desenvolver a autonomia na resolução de problemas do dia a dia e, principalmente, no caso de porcentagens, no entendimento de reportagens e notícias veiculadas na mídia.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- O estudo das operações com frações é iniciado com a adição e a subtração de frações com denominadores iguais. A utilização de representações geométricas no início desse estudo auxilia os estudantes na compreensão dessas operações.

Capítulo

2 OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

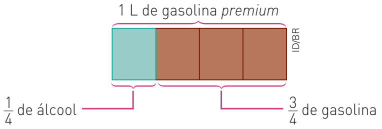
Para desenvolver os conteúdos deste capítulo, é importante que os estudantes tenham compreendido os conceitos de operações com números naturais.

Adição e subtração

A gasolina comercializada no Brasil é, na verdade, uma mistura de gasolina e álcool. Essa mistura possibilita a redução da emissão de alguns gases poluentes. Em contrapartida, provoca aumento do consumo.

As regras que determinam as quantidades de álcool em cada tipo de gasolina são estabelecidas pelo governo. Na gasolina *premium*, por exemplo, a cada litro de combustível pode haver, no máximo, $\frac{1}{4}$ de álcool. Então, a cada litro desse combustível deve haver, no mínimo, quanto de gasolina?

Para responder a essa questão, podemos utilizar um esquema.



Portanto, a cada litro de gasolina *premium*, no mínimo $\frac{3}{4}$ devem ser de gasolina.

Situações como essa nem sempre podem ser resolvidas com esquemas. Precisamos utilizar conhecimentos que envolvem adições e subtrações de frações.

Veículo sendo abastecido em posto de combustível.

Pairat Kumkrong/ Shutterstock.com/ID/BR

OUTRAS FONTES

Silva, M. J. F. da; Almouloud, S. A. As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, v. 21, n. 31, p. 55-78, 2008. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2105. Acesso em: 27 maio 2022.

Nesse artigo, é apresentada uma reflexão sobre as operações com números fracionários com base na ideia de parte/todo por meio de algumas atividades que visam contribuir para a prática docente no Ensino Básico.

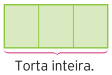
Frações com denominadores iguais

Acompanhe nas situações a seguir como podemos realizar adições e subtrações de frações com denominadores iguais.

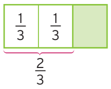
Situação 1

Vívian comeu $\frac{2}{3}$ de uma torta pela manhã e $\frac{1}{3}$ dessa torta à tarde. Qual fração dessa torta ela comeu?

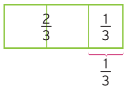
Podemos obter a fração da torta que ela comeu efetuando $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$.



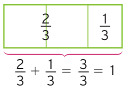
Torta inteira.



Parte da torta que Vívian comeu de manhã.



Parte da torta que ela comeu à tarde.



Total de partes da torta que ela comeu de manhã e à tarde.

Ilustrações: ID/BR

As frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{3}$ apresentam o mesmo denominador (3). Para adicioná-las, mantemos o denominador e adicionamos os numeradores (2 e 1).

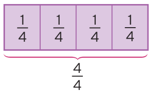
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2+1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Portanto, Vívian comeu $\frac{3}{3}$ da torta ou 1 torta inteira.

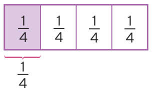
Situação 2

Antes de sair para uma viagem, João abasteceu o carro, de modo que $\frac{4}{4}$ do tanque ficaram com combustível. Depois de dirigir um longo percurso pela estrada, ele verificou que o combustível restante ocupava apenas $\frac{1}{4}$ do tanque. Quanto combustível foi gasto nesse percurso?

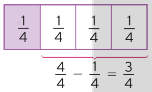
Para determinar quanto de combustível foi gasto, podemos efetuar $\frac{4}{4} - \frac{1}{4}$.



Quantidade de combustível no início da viagem.



Quantidade de combustível que restou após o percurso.



Diferença entre as quantidades de combustível no início da viagem e ao final do percurso, ou seja, a quantidade de combustível gasto no percurso.

Do mesmo modo que na adição, para subtrair as frações $\frac{4}{4}$ e $\frac{1}{4}$, que têm o mesmo denominador (4), podemos manter o denominador e subtrair os numeradores (4 e 1).

$$\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$$

Portanto, foram gastos $\frac{3}{4}$ de combustível nesse percurso.

Na adição e na subtração de frações com denominadores iguais, adicionamos ou subtraímos os numeradores, de acordo com a operação desejada, e conservamos o denominador. Quando possível, simplificamos a fração obtida.

- Se possível, represente as situações desta página aos estudantes usando materiais manipuláveis. Na situação **1**, recorte uma fita em três partes iguais e mostre duas delas aos estudantes, explicando que é a parte da torta que Vívian comeu de manhã. Depois, acrescente a parte que falta, dizendo que é a parte que Vívian comeu na parte da tarde. Ao final, pergunte aos estudantes quantas das três partes em que a torta foi dividida Vívian comeu. Faça a representação da situação **2** usando uma tira dividida em quatro partes iguais.
- Aproveite o contexto inicial do capítulo e da situação **2** para conversar com os estudantes a respeito das consequências do uso de combustíveis não renováveis, como a gasolina, que lançam gases tóxicos no ar. Incentive-os a refletir sobre o uso de fontes de energia alternativas que vão além da simples mistura entre gasolina e álcool, como os biocombustíveis, que têm menor impacto sobre o meio ambiente, bem como aquelas que permitem minimizar a queima de combustível e, consequentemente, reduzir as emissões de gás na atmosfera, como a energia elétrica, a energia solar, etc. O objetivo é incentivar a turma a propor mudanças comportamentais que evitem ou ao menos diminuam os danos ao meio ambiente e à saúde. Esse debate contribui para uma reflexão sobre atitudes sustentáveis que podem beneficiar a sociedade de maneira econômica e socialmente justa com base nos **Temas Contemporâneos Transversais** Educação Ambiental e Saúde, que pertencem respectivamente às macroáreas **Meio Ambiente** e **Saúde**.

- Explique aos estudantes que, ao trabalhar com adição e subtração de frações com denominadores diferentes, é possível transformá-las em frações com o mesmo denominador encontrando frações equivalentes. É importante destacar que não é necessário que o denominador seja o menor.
- Para que os estudantes compreendam que, em uma adição ou em uma subtração de frações com denominadores diferentes, é possível utilizar qualquer fração equivalente, solicite a eles que resolvam os problemas propostos no Livro do Estudante utilizando outras frações equivalentes. Depois, pergunte: O resultado obtido foi o mesmo? Por quê? Espera-se que eles percebam que os resultados são equivalentes, uma vez que o resultado obtido nessa nova resolução pode ser simplificado até a fração irredutível.

Frações com denominadores diferentes

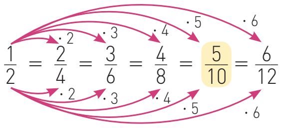
Agora, nas situações a seguir, vamos analisar adições e subtrações de frações com denominadores diferentes.

Situação 1

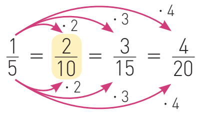
Para preparar uma porção de tinta, um pintor utilizou dois recipientes iguais. Preencheu $\frac{1}{2}$ do primeiro recipiente com água e $\frac{1}{5}$ do outro recipiente com um pigmento líquido. Em seguida, misturou a água e o pigmento em um dos recipientes. Qual fração do recipiente a mistura ocupou?

Para descobrir a fração do recipiente ocupada, vamos efetuar $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$.

Como os denominadores são diferentes, precisamos encontrar frações equivalentes às iniciais com o mesmo denominador.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$



$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20}$$

Depois de encontrar frações equivalentes às iniciais e que têm denominadores iguais, efetuamos a adição.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}$$

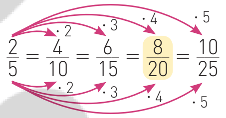
Portanto, a mistura ocupou $\frac{7}{10}$ do recipiente.

Situação 2

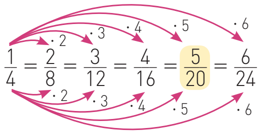
Uma empresa comprou um lote de bicicletas e as disponibilizou para seus funcionários utilizarem como meio de transporte para o trabalho. Desse lote, $\frac{1}{4}$ das bicicletas eram urbanas e $\frac{2}{5}$ delas eram esportivas. Qual fração representa quantas bicicletas urbanas foram compradas a mais que esportivas?

Para responder a essa questão, devemos efetuar $\frac{2}{5} - \frac{1}{4}$.

Como os denominadores são diferentes, encontramos frações equivalentes às iniciais com o mesmo denominador.



$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25}$$



$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24}$$

Depois de encontrar frações equivalentes às iniciais e que têm denominadores iguais, efetuamos a subtração.

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{8}{20} - \frac{5}{20} = \frac{8-5}{20} = \frac{3}{20}$$

Portanto, $\frac{3}{20}$ é a fração que representa quantas bicicletas urbanas foram compradas a mais que esportivas.

Na adição e na subtração de frações com denominadores diferentes, determinamos frações equivalentes às iniciais, com o mesmo denominador. Em seguida, realizamos a adição ou a subtração dos numeradores, de acordo com a operação desejada, conservando o denominador. Quando possível, simplificamos a fração obtida.

MATEMÁTICA TEM HISTÓRIA

As frações unitárias

Os egípcios [...] eram hábeis na decomposição de frações em frações unitárias, isto é, frações [cujo] numerador é 1. Acredita-se, pelos registros de cálculos contidos no Papiro Rhind, que dispunham de técnicas inteligentes de decomposição em frações unitárias. Por exemplo, a fração $\frac{3}{5}$ era representada como a soma $\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{15}\right)$.

Fonte de pesquisa: Vinicius C. Beck. A matemática no Egito Antigo. Disponível em: https://editora.pucrs.br/edipucrs/acessolivre/anais/erematsul/comunicacoes/38VINICIUSCARVALHOBECK.pdf. Acesso em: 29 mar. 2022.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Efetue as operações.

a) $\frac{1}{9} + \frac{7}{9}$ **$\frac{8}{9}$**

b) $\frac{12}{20} - \frac{9}{20}$ **$\frac{3}{20}$**

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ **$\frac{5}{4}$**

d) $\frac{8}{6} - \frac{5}{7}$ **$\frac{26}{42}$**

e) $\frac{3}{7} + \frac{1}{7} + \frac{6}{7}$ **$\frac{10}{7}$**

f) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{5}$ **$\frac{7}{5}$**

g) $\frac{12}{13} - \frac{7}{13} - \frac{2}{13}$ **$\frac{3}{13}$**

h) $\frac{8}{24} + \frac{3}{8} - \frac{3}{12}$ **$\frac{11}{24}$**

2. Indique qual das operações a seguir apresenta maior resultado.

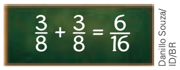
$\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$ ou $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$ **$\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$**

3. Marcelo comeu $\frac{1}{6}$ de um bolo, e sua irmã comeu $\frac{1}{12}$ do mesmo bolo.

a) Considerando o bolo inteiro, que fração do bolo Marcelo e a irmã comeram juntos? **$\frac{1}{4}$**

b) Que fração do bolo sobrou? **$\frac{3}{4}$**

4. Observe o cálculo a seguir.



$\frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{16}$

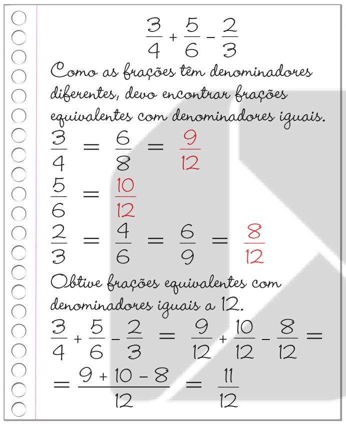
Danillo Souza/ID/BR

Esse cálculo está correto? Justifique sua resposta fazendo uma representação geométrica. **Consulte as respostas neste manual.**

5. Substitua ★ e ■ por algarismos que tornem verdadeira a igualdade a seguir.

$$\frac{2}{\underset{5}{\bigstar}} + \frac{\overset{7}{\blacksquare}}{5} + \frac{3}{\underset{5}{\bigstar}} = \frac{12}{5}$$

6. Mariana calculou corretamente o resultado de $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$. Acompanhe como ela fez.



$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

Como as frações têm denominadores diferentes, devo encontrar frações equivalentes com denominadores iguais.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$

Obtive frações equivalentes com denominadores iguais a 12.

$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} - \frac{8}{12} =$

$= \frac{9 + 10 - 8}{12} = \frac{11}{12}$

ID/BR

Utilize a estratégia de Mariana para calcular o valor de cada expressão numérica a seguir e, quando possível, simplifique o resultado.

a) $\frac{7}{10} + \frac{3}{10} - \frac{5}{10}$ **$\frac{1}{2}$**

b) $\frac{7}{15} - \frac{3}{15} + \frac{11}{5}$ **$\frac{37}{15}$**

c) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$ **$\frac{13}{12}$**

d) $\frac{11}{12} + \frac{20}{6} - \frac{7}{4}$ **$\frac{5}{2}$**

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} - \frac{1}{6}$ **$\frac{1}{4}$**

f) $1 - \frac{3}{10} - \frac{2}{5}$ **$\frac{3}{10}$**

MATEMÁTICA TEM HISTÓRIA

Neste texto, é apresentado um método que os egípcios utilizavam para trabalhar com frações. Reúna os estudantes em grupos e peça a eles que verifiquem se o exemplo fornecido no texto está correto. Em seguida, pergunte a eles qual seria uma vantagem dessa metodologia. As principais vantagens são a praticidade para efetuar divisões não exatas e a facilitação na comparação entre frações.

Se julgar pertinente aprofundar o assunto de frações egípcias, leia o texto "A história da Matemática no Egito" (disponível em: https://pt.slideshare.net/almirante2010/fundamentos-exemplo; acesso em: 27 maio 2022). Há também um programa que faz a decomposição de uma fração em frações unitárias, segundo a lógica egípcia (disponível em: http://www.professores.im-uff.mat.br/hjbortol/arquivo/2016.2/esp/fses/index.html; acesso em: 27 maio 2022).

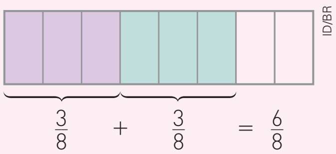
DE OLHO NA BASE

Mostrar que no Egito Antigo já eram desenvolvidas técnicas de cálculo pode contribuir para que os estudantes percebam que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 1**.

- Um dos erros mais frequentes que os estudantes cometem ao realizar a adição e a subtração de frações é apresentado na atividade **4**: achar que é necessário adicionar o numerador ao numerador e o denominador ao denominador. Caso os estudantes tenham dificuldade para entender por que não adicionamos os denominadores, enfatize que o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido não muda.

RESPOSTA

4. Não.



MULTIPLICAÇÃO

- A multiplicação de uma fração por um número natural pode ser abordada como adições sucessivas dessa fração. Sugere-se que esse estudo seja iniciado com representações geométricas, seguido por adições e, finalmente, por multiplicações de frações por números naturais, desenvolvendo conceitos novos a partir de conceitos já aprendidos.
- Analise as situações com os estudantes e, se julgar pertinente, represente na lousa o passo a passo de cada uma delas.
- Converse com os estudantes sobre situações em que eles devem multiplicar uma fração por um número natural. Para isso, relembre a propriedade comutativa da multiplicação.

Multiplicação

Veremos a seguir dois casos de multiplicação: multiplicação de um número natural por uma fração e multiplicação de uma fração por uma fração.

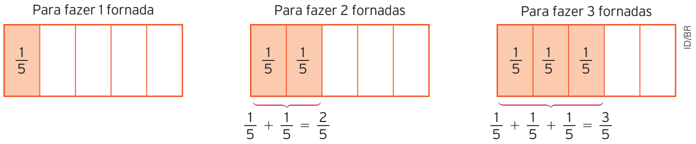
Multiplicação de um número natural por uma fração

Acompanhe, nas situações a seguir, como podemos realizar multiplicações de um número natural por uma fração.

Situação 1

Para fazer uma fornada de *brownies*, Bruna utiliza $\frac{1}{5}$ de xícara de cacau em pó. Como ela quer fazer 3 fornadas, de que fração de xícara de cacau em pó ela vai precisar?

Para descobrir a fração de xícara de cacau em pó a ser usada, devemos efetuar $3 \cdot \frac{1}{5}$. Observe que $3 \cdot \frac{1}{5}$ é o mesmo que $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$. Assim:



ID/BR

Agora, imagine que Bruna quisesse fazer 20 ou 30 fornadas de *brownies*. Não seria prático fazer esquemas e adições sucessivas para descobrir de que fração da xícara de cacau em pó ela precisaria. Nesses casos, podemos utilizar uma maneira prática. Veja como podemos efetuar a multiplicação de 3 por $\frac{1}{5}$ usando essa maneira:

$$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{5} = \frac{3}{5} \longleftarrow$$

Multiplicamos o número natural pelo numerador e conservamos o denominador.

Portanto, Bruna vai precisar de $\frac{3}{5}$ de xícara de cacau em pó.

Situação 2

Alexandre e uma amiga compraram certa quantidade de figurinhas e as dividiram igualmente em 8 montes. Como Alexandre tinha menos figurinhas em seu álbum, ele ficou com 5 desses montes, e sua amiga ficou com o restante. Com qual fração do total de montes Alexandre ficou?

No total, temos 8 montes iguais. Então, um monte corresponde a $\frac{1}{8}$ do total de montes. Como Alexandre ficou com 5 desses montes, podemos representar essa quantidade por meio de uma multiplicação:

$$5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5 \cdot 1}{8} = \frac{5}{8}$$

Danilo Souza/ID/BR

Assim, concluímos que Alexandre ficou com $\frac{5}{8}$ do total de montes.

Na multiplicação de uma fração por um número natural, multiplicamos o numerador da fração pelo número natural e conservamos o denominador. Quando possível, simplificamos a fração obtida.

Multiplicação de uma fração por uma fração

Agora, acompanhe nas situações a seguir como podemos realizar multiplicações de uma fração por uma fração.

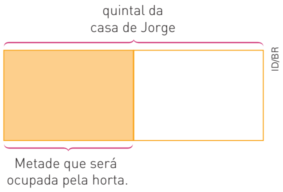
Situação 1

Jorge reservou $\frac{1}{2}$ do quintal da casa dele para fazer uma horta. Em $\frac{1}{3}$ da horta, ele vai plantar verduras e, no restante, vai plantar legumes. Qual fração do quintal de Jorge será ocupada pela plantação de verduras?

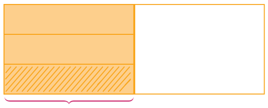
Danilo Souza/ID/BR

Determinar a fração do quintal ocupada pela plantação de verduras significa calcular $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$, ou seja, $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$.

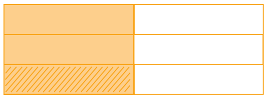
Veja como podemos representar essa multiplicação usando um esquema.



ID/BR



$\frac{1}{3}$ da área da horta será destinada para plantar verduras.



Comparamos a parte reservada para plantar verduras com o quintal inteiro.

Ao comparar a parte do quintal reservada às verduras com o quintal inteiro, verificamos que a plantação de verduras ocupará $\frac{1}{6}$ do quintal.

parte (área destinada à plantação de verduras)

$\frac{1}{6}$

todo (quintal inteiro)

De maneira prática, podemos efetuar a multiplicação de $\frac{1}{3}$ por $\frac{1}{2}$ assim:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

Multiplicamos os numeradores e multiplicamos os denominadores.

Portanto, $\frac{1}{6}$ do quintal de Jorge será ocupado pela plantação de verduras.

- Apresente aos estudantes o conceito de multiplicação de fração por fração, inicialmente com representação geométrica e utilizando exemplos do dia a dia. Discuta com eles as implicações dessa operação e o seu significado em diversos contextos.
- Reproduza o esquema utilizado na situação **1** e observe se os estudantes compreendem o que é feito em cada etapa. Como a compreensão do conceito de multiplicação de uma fração por uma fração não é simples, incentive a troca de ideias entre os estudantes. Momentos como esse permitem que você avalie a organização do raciocínio deles.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

A fim de que os estudantes possam criar estratégias de elaboração de problemas de multiplicação com frações, proponha a atividade a seguir.

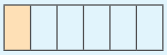
Organize os estudantes em pequenos grupos e peça a cada grupo que elabore um problema similar ao descrito na situação **1**. Depois, um grupo deverá resolver o problema criado por outro grupo. Peça aos estudantes que resolvam os problemas utilizando diferentes representações (numérica e geométrica).

- Ao trabalhar com a técnica de cancelamento durante a multiplicação de frações, esclareça aos estudantes que, embora seja um processo para simplificar o cálculo, ele não é necessário ou obrigatório para realizar a operação em foco.
- O cancelamento é um procedimento aritmético que se origina na propriedade fundamental das frações, a qual garante que, ao multiplicar ou dividir o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número natural não nulo, obtenhamos uma fração equivalente.
- Após aprender a técnica de cancelamento, alguns estudantes podem tentar utilizá-la nas operações de adição e de subtração de frações. Dando exemplos geométricos e aritméticos, mostre aos estudantes que o cancelamento não pode ser utilizado nessas operações.

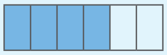
  Um possível exemplo seria:

$$\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{1 + \cancel{4}_2}{\cancel{6}_3} = \frac{1 + 2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

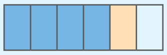
  Em seguida, mostre que esse raciocínio não é válido por meio de uma representação geométrica.



$\frac{1}{6}$



$\frac{4}{6}$

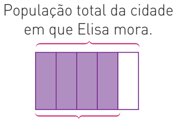


$\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$

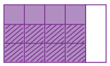
Situação 2

Na cidade em que Elisa mora, $\frac{4}{5}$ da população torcem para um mesmo time de futebol. Dentre esses torcedores, $\frac{2}{3}$ são mulheres. Qual fração da população da cidade em que Elisa mora são mulheres que torcem para esse time de futebol?

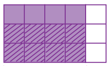
Determinar a fração da população da cidade em que Elisa mora que são mulheres e torcem para esse time de futebol significa calcular $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$, ou seja, $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$. Veja a representação dessa multiplicação usando um esquema:



Parte da população que torce para o mesmo time de futebol.



$\frac{2}{3}$ das pessoas que torcem para o mesmo time de futebol são mulheres.



Comparamos a parte que representa as mulheres que torcem para o mesmo time de futebol com a população total da cidade em que Elisa mora.

Ilustrações: ID/BR

De maneira prática, temos:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

Então, $\frac{8}{15}$ da população da cidade em que Elisa mora são mulheres que torcem para esse time de futebol.

Na multiplicação de uma fração por uma fração, multiplicamos os numeradores e multiplicamos os denominadores. Quando possível, simplificamos a fração obtida.

Simplificação ou técnica de cancelamento

Veja como Gabriela pensou para obter o resultado da operação $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{15}{11}$.

- Ela dividiu 2 e 4 por 2, pois ambos são múltiplos de 2.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{15}{11} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5} \cdot \frac{7}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \frac{15}{11} = \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{15}{11}$$

- Depois, dividiu 15 e 5 por 5, pois ambos são múltiplos de 5.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{15}{11} = \frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{11} = \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{11}$$

- Em seguida, calculou o resultado.

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1 \cdot 7 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 11} = \frac{21}{22}$$

Para calcular o resultado da multiplicação de frações, podemos fazer simplificações. Na multiplicação de frações, as simplificações têm de ser feitas entre pares de números, sendo um no numerador e um no denominador.

Essas simplificações também são conhecidas como técnica de cancelamento.

Exemplos

A. $\frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{4}_{1}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{3} \cdot \frac{2}{\cancel{7}_{1}} = \frac{2}{3}$

O fator 7 no numerador da primeira fração foi cancelado com o fator 7 no denominador da terceira fração. O fator 4 no denominador da primeira fração foi cancelado com o fator 4 no numerador da segunda fração.

B. ${}^{1}\cancel{4} \cdot \frac{3}{\cancel{18}_{2}} \cdot \frac{\cancel{9}^{1}}{\cancel{24}_{6}} =$

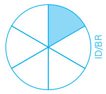
Como 4 e 24 são múltiplos de 4, os dois fatores foram divididos por 4. Do mesmo modo, como 9 e 18 são múltiplos de 9, os dois fatores foram divididos por 9.

$= 1 \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{6}_{2}} = \frac{1}{4}$

Como 3 e 6 são múltiplos de 3, os dois fatores foram divididos por 3.

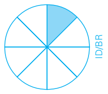
12. Representações possíveis:

a)



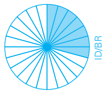
ID/BR

b)



ID/BR

c)



ID/BR

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

7. Determine o produto de cada multiplicação, simplificando-o quando possível.

a) $5 \cdot \frac{2}{3}$ **$\frac{10}{3}$**
b) $2 \cdot \frac{2}{5}$ **$\frac{4}{5}$**
c) $4 \cdot \frac{3}{4}$ **3**
d) $3 \cdot \frac{7}{9}$ **$\frac{7}{3}$**
e) $8 \cdot \frac{5}{4}$ **10**
f) $\frac{3}{15} \cdot 12$ **$\frac{12}{5}$**
g) $\frac{2}{21} \cdot 42$ **4**
h) $\frac{8}{50} \cdot 5$ **$\frac{4}{5}$**
i) $\frac{7}{121} \cdot 110$ **$\frac{70}{11}$**
j) $\frac{9}{64} \cdot 4$ **$\frac{9}{16}$**

8. Para fazer uma vitamina para uma pessoa, Janaína utilizou $\frac{1}{4}$ de litro de leite. Quantos litros de leite são necessários para fazer essa mesma vitamina para 10 pessoas? **$\frac{5}{2}$ ou $2\frac{1}{2}$ litros.**

9. Efetue as multiplicações a seguir e simplifique os resultados quando possível.

a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{4}$ **$\frac{1}{14}$**
b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$ **$\frac{2}{15}$**
c) $\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{9}$ **$\frac{1}{18}$**
d) $\frac{9}{5} \cdot \frac{6}{18}$ **$\frac{3}{5}$**
e) $\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{21}$ **$\frac{2}{21}$**
f) $\frac{12}{5} \cdot \frac{10}{24}$ **1**
g) $\frac{15}{20} \cdot \frac{7}{21}$ **$\frac{1}{4}$**
h) $\frac{16}{51} \cdot \frac{18}{48}$ **$\frac{2}{17}$**
i) $\frac{70}{14} \cdot \frac{55}{100}$ **$\frac{11}{4}$**
j) $\frac{144}{27} \cdot \frac{30}{72}$ **$\frac{20}{9}$**

10. Pedro separa $\frac{3}{5}$ do seu salário para pagar as contas do mês. Dessa quantia, $\frac{3}{4}$ são utilizados para pagar o aluguel. Que fração do salário de Pedro é destinada para pagar o aluguel? **$\frac{9}{20}$**

11. Maria cortou um bolo em 5 fatias iguais. Mas sua amiga, Clara, queria um pedaço menor. Então, Maria cortou uma das fatias ao meio. Que fração do bolo Clara comerá? **$\frac{1}{10}$**

Ilustrações: Danilo Souza/ID/BR

12. Luís e alguns amigos pediram uma *pizza*, metade de calabresa e metade napolitana. Ele comeu $\frac{1}{3}$ da parte de calabresa e $\frac{1}{4}$ da parte da napolitana.

Determine geometricamente que fração da *pizza* representa:

a) a parte de calabresa que Luís comeu;
b) a parte de napolitana que Luís comeu;
c) todos os pedaços que Luís comeu.

13. Efetue as operações a seguir usando a técnica de cancelamento.

a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}$ **$\frac{1}{6}$**
b) $\frac{7}{20} \cdot \frac{5}{28}$ **$\frac{1}{16}$**
c) $\frac{6}{35} \cdot \frac{25}{27} \cdot \frac{9}{5}$ **$\frac{2}{7}$**
d) $\frac{10}{7} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{24}$ **$\frac{1}{3}$**

- Utilize a atividade **9** para exemplificar que o cancelamento e a simplificação podem ser realizados durante o processo de multiplicação de frações. A ordem em que o cancelamento e a simplificação ocorrem não é relevante.

DE OLHO NA BASE

Ao solicitar aos estudantes que simplifiquem frações, como nas atividades **7** e **9**, contribui-se para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07**.

- Assimilar o conceito de número inverso é importante para a compreensão do método prático da divisão com números fracionários que será desenvolvido nas próximas páginas. Esse conceito também será utilizado em outros momentos da aprendizagem dos estudantes.
- Ao comentar o inverso de um número natural, utilize os dois últimos exemplos desta página para mostrar aos estudantes que a multiplicação de um número não nulo pelo seu inverso resulta em 1:

A: $3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

B: $6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Número inverso

Um número não nulo é inverso de outro número não nulo quando o produto entre eles é 1.

Exemplos

A. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{6}{6} = 1$

Dizemos que o número $\frac{2}{3}$ é o inverso de $\frac{3}{2}$. Do mesmo modo, o número $\frac{3}{2}$ é o inverso de $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{7}{9} \cdot \frac{9}{7} = \frac{7 \cdot 9}{9 \cdot 7} = \frac{63}{63} = 1$

Dizemos que o número $\frac{7}{9}$ é o inverso de $\frac{9}{7}$. Do mesmo modo, o número $\frac{9}{7}$ é o inverso de $\frac{7}{9}$.

Observe que o inverso de uma fração é a fração com numerador e denominador invertidos.

Já vimos que é possível escrever qualquer número natural na forma de fração. O número 2, por exemplo, pode ser representado na forma de fração por $\frac{2}{1}$. Assim, também podemos encontrar o inverso de um número natural não nulo. O inverso de um número natural não nulo é sempre uma fração cujo numerador é 1 e o denominador é igual ao próprio número natural.

Exemplos

A. $3 = \frac{3}{1}$ e o inverso de $\frac{3}{1}$ é $\frac{1}{3}$.

B. $6 = \frac{6}{1}$ e o inverso de $\frac{6}{1}$ é $\frac{1}{6}$.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

14. Associe cada número da coluna A ao seu inverso na coluna B.
I-d; II-a; III-e; IV-c; V-b; VI-g; VII-f.

A	B
I. $\frac{2}{7}$	a) $\frac{1}{2}$
II. 2	b) 7
III. 1	c) $\frac{2}{5}$
IV. $2\frac{1}{2}$	d) $\frac{7}{2}$
V. $\frac{1}{7}$	e) 1
VI. $3\frac{4}{7}$	f) 23
VII. $\frac{1}{23}$	g) $\frac{7}{25}$

15. Determine o inverso dos números indicados a seguir.

a) $\frac{2}{9}$ **$\frac{9}{2}$**
b) $\frac{2}{15}$ **$\frac{15}{2}$**
c) $\frac{1}{8}$ **8**
d) 9 **$\frac{1}{9}$**
e) 8 **$\frac{1}{8}$**
f) $\frac{5}{2}$ **$\frac{2}{5}$**
g) $\frac{12}{7}$ **$\frac{7}{12}$**
h) $\frac{18}{23}$ **$\frac{23}{18}$**
i) 7 **$\frac{1}{7}$**

16. Copie as afirmações no caderno e complete-as, tornando-as verdadeiras.

a) O inverso de $\frac{4}{5}$ é 🟩. **$\frac{5}{4}$**
b) Os números 🟩 e $\frac{1}{3}$ são inversos. **3**
c) O produto de 🟩 por 8 é 1. **$\frac{1}{8}$**
d) O número 🟩 é o inverso de $3\frac{1}{2}$. **$\frac{2}{7}$**

Divisão

Veremos a seguir três casos de divisão: divisão de uma fração por um número natural, divisão de um número natural por uma fração e divisão de uma fração por uma fração.

Divisão de uma fração por um número natural

Acompanhe as situações a seguir.

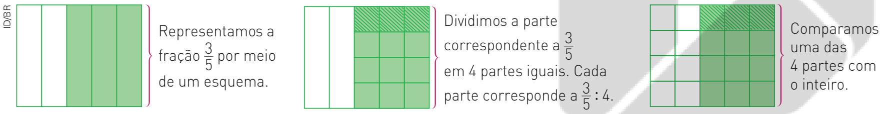
Situação 1

Renata e Isabel ofereceram uma jarra cheia de suco de laranja aos amigos. Depois que todos se serviram, elas verificaram que havia sobrado $\frac{1}{3}$ do suco na jarra e decidiram dividir igualmente o suco restante entre ambas. Para determinar a fração do suco com que cada uma ficou, devemos calcular o quociente $\frac{1}{3} : 2$. O esquema a seguir mostra uma maneira de obter esse quociente.

Portanto, cada uma delas ficou com $\frac{1}{6}$ do suco de laranja.

Situação 2

Paula fez um bolo retangular para sua família e o dividiu em 5 partes iguais. Nesse mesmo dia, ela e o marido comeram uma parte do bolo cada um. No segundo dia, Paula dividiu igualmente as 3 partes que haviam sobrado entre os 4 filhos. Para determinar a fração do bolo com que cada filho ficou, devemos calcular o quociente $\frac{3}{5} : 4$. Veja um esquema que mostra como obter esse quociente.



Então, $\frac{3}{5} : 4$ é o mesmo que $\frac{3}{20}$. Portanto, cada filho ficou com $\frac{3}{20}$ do bolo.

Observe que o resultado da divisão $\frac{3}{5} : 4$ é o mesmo que o da multiplicação $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4}$ e que $\frac{1}{4}$ é o inverso de 4.

$$\frac{3}{5} : 4 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 4} = \frac{3}{20}$$

Na divisão de uma fração por um número natural, multiplicamos a fração pelo inverso do número natural. Quando for possível, simplificamos a fração obtida.

DIVISÃO

- Ao abordar a divisão, faça isso inicialmente por meio da representação geométrica, pois ela auxilia os estudantes a compreender o significado da divisão entre frações.
- O conceito de que a divisão de uma fração por um número natural é igual à multiplicação pelo inverso desse número pode ser abstrato. Se julgar necessário, retome o conceito de que fração pode ser uma representação de uma divisão, ou seja, a divisão do inteiro por 4 pode ser representada por $\frac{1}{4}$ do inteiro. Logo, dividir por 4 é igual a multiplicar por $\frac{1}{4}$.
- Reproduza os passos esquemáticos das situações apresentadas no Livro do Estudante e observe se a turma compreende o que é feito em cada um deles. Proponha a um estudante que se voluntarie para explicar as etapas aos colegas e, se necessário, faça intervenções.

- Utilizando a mesma abordagem empregada na divisão de uma fração por um número natural, apresente aos estudantes exemplos geométricos da divisão de um número natural por uma fração. Solicite a eles que explicitem a regra geral para a divisão com frações, concluindo que dividir por determinado número é o mesmo que multiplicar pelo inverso desse número.

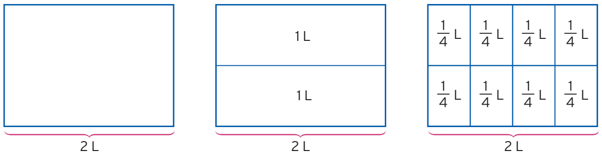
Divisão de um número natural por uma fração

Para dividir um número natural por uma fração, é importante lembrar uma das ideias associadas à divisão de números naturais. Quando vamos fazer, por exemplo, a divisão 21 : 7, queremos saber quantas vezes o 7 cabe em 21.

Situação 1

Em um recipiente, há 2 litros de achocolatado que devem ser distribuídos igualmente em embalagens cuja capacidade é $\frac{1}{4}$ de litro.

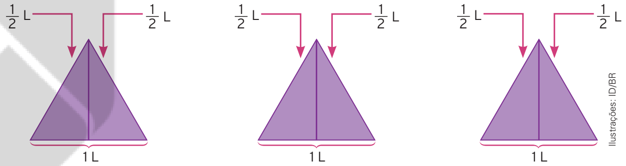
Para determinar quantas embalagens serão necessárias para fazer essa distribuição, precisamos verificar quantas vezes $\frac{1}{4}$ cabe em 2.



Como no recipiente há 2 litros de achocolatado, serão necessárias 8 embalagens de $\frac{1}{4}$ de litro, ou seja, $2 : \frac{1}{4} = 8$.

Situação 2

Um jardineiro gasta meio litro de água para cada planta que rega. Para determinar quantas plantas ele regará com 3 litros de água, precisamos efetuar a divisão $3 : \frac{1}{2}$. Ou seja, vamos determinar quantas vezes $\frac{1}{2}$ cabe em 3.



Ilustrações: ID/BR

Portanto, $\frac{1}{2}$ cabe 6 vezes em 3 inteiros. Isso significa que $3 : \frac{1}{2} = 6$.

Observe que o resultado da divisão $3 : \frac{1}{2}$ é o mesmo que o da multiplicação $3 \cdot \frac{2}{1}$ e que $\frac{2}{1}$ é o inverso de $\frac{1}{2}$.

$$3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{1} = 6$$

Na divisão de um número natural por uma fração, multiplicamos o número natural pelo inverso da fração. Quando for possível, simplificamos a fração obtida.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

A fim de que os estudantes possam criar estratégias de elaboração de problemas de divisão com frações, proponha a atividade a seguir.

Solicite aos estudantes que criem um problema parecido com os apresentados no Livro do Estudante, utilizando divisão de um número natural por fração (ou de uma fração por um número natural). Sugira, por exemplo, que a solução do problema seja 10.

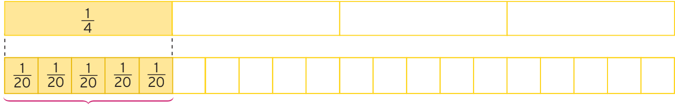
Divisão de uma fração por uma fração

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

A produção diária de certa fábrica é armazenada em galões idênticos. Depois, é distribuída em garrafas com $\frac{1}{20}$ da capacidade de um galão. Para determinar quantas garrafas são necessárias para armazenar o conteúdo de um galão que está com $\frac{1}{4}$ de sua capacidade cheia, devemos calcular o quociente $\frac{1}{4} : \frac{1}{20}$.

Veja como podemos obter esse quociente da divisão usando um esquema:

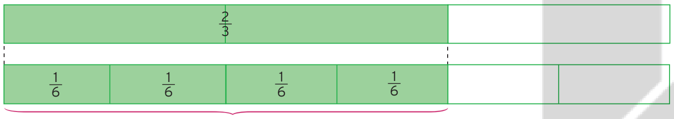


$\frac{1}{20}$ cabe 5 vezes em $\frac{1}{4}$.

Observando o esquema, verificamos que $\frac{1}{20}$ cabe 5 vezes em $\frac{1}{4}$, ou seja, $\frac{1}{4} : \frac{1}{20} = 5$. Portanto, serão necessárias 5 garrafas para armazenar o conteúdo que está no galão.

Situação 2

A carga da bateria do celular de Isabel está em $\frac{2}{3}$ da capacidade total, e o celular usa $\frac{1}{6}$ dessa capacidade por hora. Para determinar quantas horas a bateria vai durar, devemos encontrar o quociente $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$. Primeiro, representamos a fração $\frac{2}{3}$. Depois, representamos a fração $\frac{1}{6}$ dividindo o inteiro em 6 partes iguais e analisamos quantas vezes $\frac{1}{6}$ cabe em $\frac{2}{3}$.



Ilustrações: ID/BR

$\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$.

Portanto, $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$, ou seja, a bateria vai durar 4 horas.

Observe que o resultado da divisão $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$ é o mesmo que o da multiplicação $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1}$ e que $\frac{6}{1}$ é o inverso de $\frac{1}{6}$.

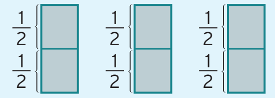
$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{2 \cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}_{1} \cdot 1} = 4$$

Na divisão de uma fração por uma fração, multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda fração. Quando for possível, simplificamos a fração obtida.

- O último tópico de divisão abordado nesta unidade é a divisão de uma fração por outra fração. Mostre aos estudantes que a regra básica descrita anteriormente continua válida, pois qualquer número natural pode ser escrito na forma de fração de denominador 1.
- Durante as operações de divisão de uma fração por outra fração, alguns estudantes poderão, por engano, utilizar o número inverso da fração dividenda, e não da fração divisora. Se julgar necessário, mostre que são operações diferentes e inversas, já que um resultado é o inverso do outro. Por exemplo, para determinar o resultado da operação $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$, eles fariam $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$ em vez de $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$.

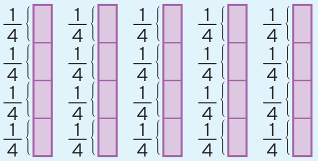
RESPOSTAS

18. a)



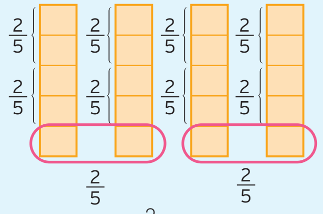
$3 : \frac{1}{2} = 6$

b)



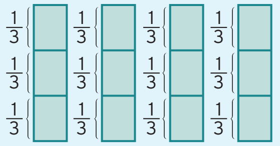
$5 : \frac{1}{4} = 20$

c)



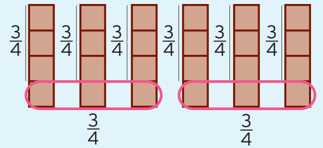
$4 : \frac{2}{5} = 10$

d)



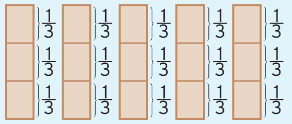
$4 : \frac{1}{3} = 12$

e)



$6 : \frac{3}{4} = 8$

f)



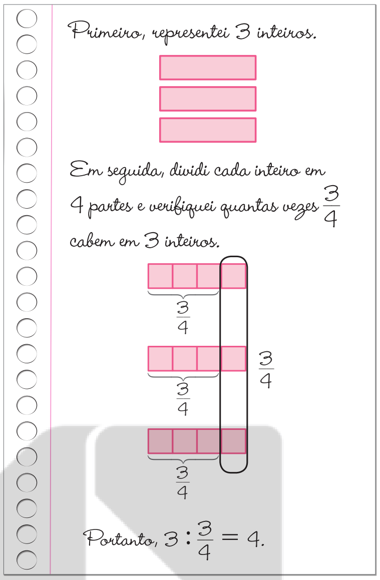
$5 : \frac{1}{3} = 15$

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

17. Ana comeu $\frac{2}{5}$ de uma lasanha. O restante foi dividido em 3 pratos, cada um com a mesma quantidade de lasanha. Que fração da lasanha foi colocada em cada prato? **$\frac{1}{5}$**

18. Veja como Joana determinou geometricamente o valor de $3 : \frac{3}{4}$.



Primeiro, representei 3 inteiros.

Em seguida, dividi cada inteiro em 4 partes e verifiquei quantas vezes $\frac{3}{4}$ cabem em 3 inteiros.

Portanto, $3 : \frac{3}{4} = 4$.

Ilustrações: ID/BR

Determine, representando geometricamente, o valor de cada quociente a seguir.

a) $3 : \frac{1}{2}$ d) $4 : \frac{1}{3}$

b) $5 : \frac{1}{4}$ e) $6 : \frac{3}{4}$

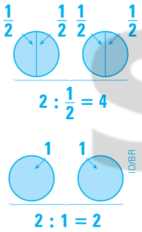
c) $4 : \frac{2}{5}$ f) $5 : \frac{1}{3}$

Consulte as respostas neste manual.

19. Qual dos quocientes a seguir é maior? Explique geometricamente.

$2 : \frac{1}{2}$ ou $2 : 1$

19. O quociente da divisão $2 : \frac{1}{2}$ é maior.



$2 : \frac{1}{2} = 4$

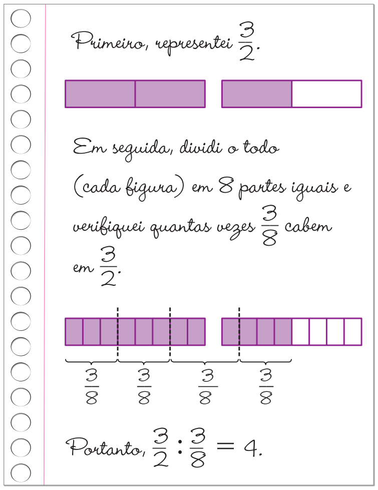
$2 : 1 = 2$

20. Para fazer uma torta de frango, Maria utiliza $\frac{2}{3}$ de xícara de leite. Quantas tortas iguais a essa Maria consegue fazer com 4 xícaras de leite? **6 tortas.**

21. Para fazer um pavê, Édson utiliza $\frac{1}{5}$ de uma barra de chocolate de 1 kg. Com 3 barras de chocolate, é possível fazer quantos pavês? **15 pavês.**

22. Ronaldo convidou alguns amigos para assistir a um filme em sua casa. Para o lanche, ele comprou 2 bolos. Sabendo que cada pessoa comeu $\frac{2}{5}$ de bolo, quantas pessoas assistiram ao filme, incluindo Ronaldo? **5 pessoas.**

23. Veja como Carlos determinou geometricamente o quociente $\frac{3}{2} : \frac{3}{8}$.



Primeiro, representei $\frac{3}{2}$.

Em seguida, dividi o todo (cada figura) em 8 partes iguais e verifiquei quantas vezes $\frac{3}{8}$ cabem em $\frac{3}{2}$.

Portanto, $\frac{3}{2} : \frac{3}{8} = 4$.

Determine, representando geometricamente, o valor de cada quociente a seguir.

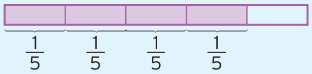
a) $\frac{4}{5} : \frac{1}{5}$ c) $\frac{7}{2} : \frac{1}{6}$

b) $\frac{5}{2} : \frac{5}{4}$ d) $\frac{3}{2} : \frac{3}{6}$

Consulte as respostas neste manual.

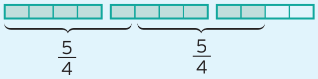
24. Uma avenida tem $\frac{49}{4}$ quilômetros de comprimento, e a cada $\frac{14}{8}$ de quilômetro, existe uma placa que indica o limite de velocidade. Quantas placas de limite de velocidade há nessa avenida? **7 placas.**

23. a)



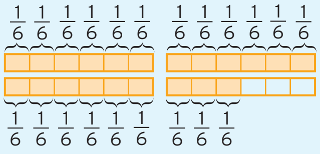
$\frac{4}{5} : \frac{1}{5} = 4$

b)



$\frac{5}{2} : \frac{5}{4} = 2$

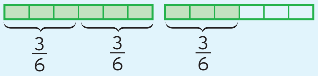
c)



Ilustrações: ID/BR

$\frac{7}{2} : \frac{1}{6} = 21$

d)



$\frac{3}{2} : \frac{3}{6} = 3$

Potenciação

Para elevar uma fração a determinado expoente, devemos elevar o numerador e o denominador dessa fração a esse expoente.

TERMOS DA POTENCIAÇÃO

$$\underset{\text{base}}{\left(\frac{1}{2}\right)}^{\overset{\text{expoente}}{3}} = \underset{\text{potência}}{\frac{1}{8}}$$

Exemplos

A. $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1^2}{5^2} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 5} = \frac{1}{25}$

B. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{27}$

Vimos que, em potências cuja base é um número natural e o expoente é 1, o resultado é igual à própria base. Em potências cuja base é uma fração e o expoente é 1, o resultado também é igual à própria base, ou seja, à própria fração.

Exemplos

A. $\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$

B. $\left(\frac{2}{7}\right)^1 = \frac{2}{7}$

C. $\left(\frac{3}{10}\right)^1 = \frac{3}{10}$

D. $\left(\frac{9}{6}\right)^1 = \frac{9}{6}$

Da mesma maneira que para as potências cuja base é um número natural, para potências cuja base é uma fração e o expoente é 0, o resultado também é igual a 1.

Exemplos

A. $\left(\frac{5}{12}\right)^0 = 1$

B. $\left(\frac{9}{7}\right)^0 = 1$

C. $\left(\frac{18}{47}\right)^0 = 1$

D. $\left(\frac{81}{100}\right)^0 = 1$

Observe que, nas potências que apresentam uma fração como base, é importante que a fração fique entre parênteses.

Raiz quadrada

Para obter a raiz quadrada de uma fração, devemos extrair a raiz quadrada do numerador da fração e a raiz quadrada do denominador da fração.

Exemplos

A. $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$

B. $\sqrt{\frac{144}{49}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{49}} = \frac{12}{7}$

C. $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{81}} = \frac{2}{9}$

D. $\sqrt{\frac{121}{225}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{225}} = \frac{11}{15}$

sm

POTENCIAÇÃO

- Retome a potenciação com os números naturais para, em seguida, abordá-la com os números racionais na forma de fração.
- Discuta com os estudantes a importância dos parênteses para a notação de potenciação. Mostre a diferença entre, por exemplo, $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ e $\frac{1^2}{4}$:

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1^2}{4^2} = \frac{1}{16} \\ \frac{1^2}{4} = \frac{1}{4} \end{array}\right] \frac{1}{16} \neq \frac{1}{4}$$

RAIZ QUADRADA

- Proceda do mesmo modo feito anteriormente, retomando a raiz quadrada com os números naturais para, em seguida, abordá-la com os números racionais na forma de fração.

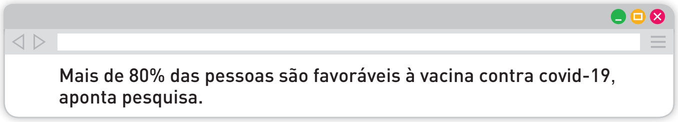
PORCENTAGEM

- Antes de introduzir o cálculo de porcentagem, converse com os estudantes sobre a pergunta inicial desta página. Peça que exemplifiquem situações em que viram a porcentagem sendo usada.
- Se julgar oportuno, aproveite o contexto da situação introdutória e a fonte do título da notícia para falar sobre fontes confiáveis, com o objetivo de combater as *fake news*, contribuindo, assim, para o bem-estar social e para a construção de uma sociedade justa.
- Ajude os estudantes a perceber que há mais de uma maneira de realizar o cálculo da porcentagem. Verifique se eles compreenderam os dois exemplos mostrados no Livro do Estudante.
- Sempre que possível, incentive os estudantes a calcular mentalmente os valores percentuais.
- Explique aos estudantes que o problema que explora a compra do presente pode ser resolvido observando que 300 é igual a 3 centos e 20% corresponde a 20 em cada cento; logo, 20% de 3 centos será igual a:

$$20 + 20 + 20 = 60$$

Porcentagem

Você já ouviu falar em porcentagem? Esse tipo de representação é muito utilizado no dia a dia. Veja o título da notícia a seguir.



Mais de 80% das pessoas são favoráveis à vacina contra covid-19, aponta pesquisa.

ID/BR

Alessandra Saraiva. Mais de 80% das pessoas são favoráveis à vacina contra covid-19, aponta pesquisa. *Valor Econômico*, 21 set. 2021. Disponível em: https://valor.globo.com/brasil/noticia/2021/09/21/mais-de-80percent-das-pessoas-sao-favoraveis-a-vacina-contra-covid-19-aponta-pesquisa.ghtml. Acesso em: 29 mar. 2022.

A notação 80% (lê-se: oitenta por cento) corresponde à fração $\frac{80}{100}$, em que o denominador indica o total de entrevistados, e o numerador, a parte dos entrevistados que são favoráveis à vacina contra covid-19.

Podemos escrever frações com denominador 100 como porcentagens.

Exemplos

A. $\frac{1}{100} = 1\%$

B. $\frac{50}{100} = 50\%$

C. $\frac{33}{100} = 33\%$

Porcentagem de um número

Kiyoshi Takahase Segundo/Alamy/ Fotoarena; Banco Central/ Reprodução fotográfica: ID/BR

Em muitas situações do dia a dia, precisamos calcular a porcentagem de um número. Por exemplo, imagine que você tenha 300 reais e vai usar 20% dessa quantia para comprar um presente. Quanto você terá para gastar com o presente?

Para responder a essa pergunta, temos de calcular a quanto correspondem 20% de 300 reais. Veja.

$$20\% \text{ de } 300 = \frac{20}{100} \cdot 300 = \frac{20 \cdot 300}{100} = \frac{6\,000}{100} = 60$$

Portanto, você terá 60 reais para comprar o presente.

Agora, vamos imaginar a seguinte situação: Uma loja vende camisetas de manga curta e de manga comprida. Do total de camisetas à venda, 35 são de manga curta e 30% são de manga comprida.

Vamos calcular quantas camisetas estão à venda nessa loja. Para isso, podemos pensar que o total de camisetas de manga curta corresponde a 70% do total de camisetas, pois:

$$100\% \text{ (total)} - 30\% \text{ (total de camisetas de manga comprida)} = 70\%$$

Assim:

$$\begin{tikzcd}
35 \text{ camisetas} \arrow[r, dash] \arrow[d, bend right, ":7"'] & 70\% \arrow[d, bend left, ":7"] \\
5 \text{ camisetas} \arrow[r, dash] \arrow[d, bend right, "\cdot 10"'] & 10\% \arrow[d, bend left, "\cdot 10"] \\
50 \text{ camisetas} \arrow[r, dash] & 100\%
\end{tikzcd}$$

Portanto, 50 camisetas estão à venda nessa loja.

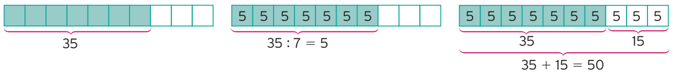
ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Para motivar os estudantes e ampliar seu repertório, sugerimos algumas atividades que abordam o conteúdo de porcentagem.

1. Solicite aos estudantes que tragam para a sala de aula panfletos, recortes e notícias de jornais e de revistas que apresentem números na forma de porcentagem. Esta atividade, além de instrutiva, é motivadora. Esse material deve ser valorizado, podendo ser exposto no mural da sala de aula e retomado sempre que necessário. Na próxima unidade, por exemplo, no estudo dos números racionais positivos na forma decimal, os estudantes podem ser solicitados a comparar qual das representações, fracionária ou decimal, é mais utilizada nas situações de divulgação da venda de produtos.
2. Peça aos estudantes que elaborem um problema que envolva porcentagem utilizando exemplos de situações do dia a dia e, em seguida, o entreguem a outro estudante para que ele o resolva. Esclareça a eles que devem resolver o problema antes de entregá-lo ao colega para se certificarem de que o problema que elaboraram tem solução. Você pode pedir a alguns estudantes que apresentem as soluções para o problema que resolveram.

Outra maneira de resolver esse problema é pensar “70% de quanto corresponde a 35?”. Veja.

$$70\% = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} \longrightarrow \frac{7}{10} \text{ de ? } = 35$$



Ilustrações: ID/BR

Porcentagem de um número na calculadora

Acompanhe como determinar a porcentagem de um número com o auxílio de uma calculadora.

Exemplos

A. 15% de 600

Apertamos as teclas:

6 0 0 × 1 5 %,

pois 15% de 600 = $\frac{15}{100} \cdot 600 = 600 \cdot \frac{15}{100} = 90$.

Então, o resultado que aparecerá no visor será 90.

B. 30% de 820

Apertamos as teclas:

8 2 0 × 3 0 %,

pois 30% de 820 = $\frac{30}{100} \cdot 820 = 820 \cdot \frac{30}{100} = 246$.

Então, o resultado que aparecerá no visor será 246.

PARA EXPLORAR

***Frações sem mistérios*, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática, 2008 (Coleção A Descoberta da Matemática).**

Esse livro, por meio de enigmas, ensina frações de uma maneira diferente.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

25. Determine as potências a seguir, simplificando-as quando possível.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ **$\frac{9}{16}$**
d) $\left(\frac{4}{9}\right)^3$ **$\frac{64}{729}$**
g) $\left(\frac{12}{3}\right)^5$ **1 024**
b) $\left(\frac{2}{16}\right)^3$ **$\frac{1}{512}$**
e) $\left(\frac{23}{5}\right)^0$ **1**
h) $\left(\frac{25}{100}\right)^4$ **$\frac{1}{256}$**
c) $\left(\frac{7}{10}\right)^2$ **$\frac{49}{100}$**
f) $\left(\frac{2}{7}\right)^4$ **$\frac{16}{2\,401}$**
i) $\left(\frac{11}{10}\right)^3$ **$\frac{1\,331}{1\,000}$**

26. Calcule a raiz quadrada das frações indicadas, simplificando-a quando possível.

a) $\sqrt{\frac{4}{100}}$ **$\frac{1}{5}$**
c) $\sqrt{\frac{25}{441}}$ **$\frac{5}{21}$**
e) $\sqrt{\frac{625}{1\,024}}$ **$\frac{25}{32}$**
b) $\sqrt{\frac{81}{121}}$ **$\frac{9}{11}$**
d) $\sqrt{\frac{9}{256}}$ **$\frac{3}{16}$**
f) $\sqrt{\frac{1}{1\,600}}$ **$\frac{1}{40}$**

27. Represente as porcentagens a seguir por meio de uma fração.

a) 17% **$\frac{17}{100}$**
c) 59% **$\frac{59}{100}$**
b) 50% **$\frac{50}{100}$**
d) 99% **$\frac{99}{100}$**

28. Calcule o que se pede em cada item.

a) 50% de 440 **220**
c) 1% de 200 000 **2 000**
b) 10% de 970 **97**
d) 25% de 100 **25**

29. Com o auxílio de uma calculadora, determine o que se pede.

a) 90% de 320 000 **288 000**
c) 80% de 150 **120**
b) 45% de 2 020 **909**
d) 70% de 492 000 **344 400**

30. Catarina gastou 30 reais. Isso corresponde a 25% do total em reais que ela tinha. Quanto Catarina tinha? **120 reais.**

- Explique aos estudantes que algumas calculadoras podem exigir um procedimento diferente do que está exemplificado no Livro do Estudante.
- Na atividade **25**, mostre aos estudantes que, em alguns casos (itens **b**, **g** e **h**), é possível a simplificação da fração antes de calcular a potência. Pergunte a eles se o resultado será o mesmo. A ideia é que os estudantes percebam que os cálculos serão mais fáceis se simplificarem a fração da base antes de calcularem a potência.
- No item **b** da atividade **27**, também considere $\frac{1}{2}$ como resposta correta.
- Na atividade **28**, sugira aos estudantes que realizem os cálculos mentalmente. Por exemplo, no item **a**, verifique se eles associam 50% à metade e percebem que podem dividir 440 por 2 para obter o resultado. Proceda da mesma maneira nos demais itens.

DE OLHO NA BASE

As atividades **28**, **29** e **30** propiciam a resolução de problemas que envolvem porcentagem com base na ideia de proporcionalidade utilizando diferentes estratégias, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA13**.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **2**, proponha aos estudantes que expliquem o raciocínio de Natália utilizando a representação de frações e a simplificação. Sugira que todos os itens propostos sejam resolvidos primeiro mentalmente e depois com o uso de frações.
- As atividades **3** e **4** abordam um conceito fundamental para o estudo da Álgebra: as propriedades da igualdade. Na atividade **3**, peça aos estudantes que comentem as respostas obtidas e como pensaram para chegar até elas.
- Aproveite as atividades **6** e **8** para pedir aos estudantes que calculem os valores das igualdades e confirmem que são verdadeiras.

DE OLHO NA BASE

As atividades **3** a **5** permitem aos estudantes reconhecer que, ao adicionar ou subtrair um mesmo número de ambos os lados de uma igualdade, não se altera a relação de igualdade, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

DIVERSIFICANDO

1. De acordo com o censo realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 2010, a população total da Região Sudeste era 80 milhões de habitantes. Sabe-se que $\frac{1}{2}$ dessa população vivia em São Paulo, $\frac{1}{5}$ vivia no Rio de Janeiro, que a população de Minas Gerais correspondia a $\frac{1}{2}$ da população de São Paulo e que a população do Espírito Santo equivalia a $\frac{1}{4}$ da população do Rio de Janeiro.

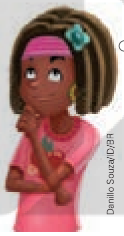
Com essas informações, copie no caderno a tabela a seguir e complete-a.
Consulte as respostas neste manual.

População – Região Sudeste

Estado	Fração da população do Sudeste	População
Espírito Santo		
Minas Gerais		
Rio de Janeiro		
São Paulo		

Fonte de pesquisa: IBGE. Censo 2010. Disponível em: https://censo2010.ibge.gov.br/resultados.html. Acesso em: 29 mar. 2022.

2. Natália calculou mentalmente 1% de 4000 mL. Veja como ela pensou.

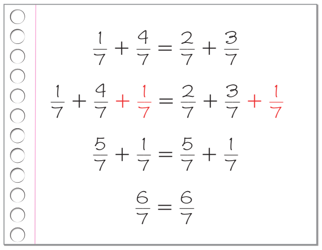

Danilo Souza/ID/BR

Como 1% é a centésima parte, calculo a centésima parte de 4000.
4000 : 100 = 40
Logo, 1% de 4000 mL corresponde a 40 mL.

De acordo com o raciocínio usado por Natália, calcule o resultado de cada item.

a) 25% de 800 mL **200 mL**
b) 1% de 1300 reais **13 reais.**
c) 50% de 3600 g **1800 g**
d) 5% de 400 cm **20 cm**

3. Gabriel estava estudando frações e percebeu que, ao adicionar o mesmo número nos dois lados de uma igualdade contendo números na forma de fração, ela se mantém verdadeira. Veja.


ID/BR

$$\frac{1}{7}+\frac{4}{7}=\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$$
$$\frac{1}{7}+\frac{4}{7}+\frac{1}{7}=\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+\frac{1}{7}$$
$$\frac{5}{7}+\frac{1}{7}=\frac{5}{7}+\frac{1}{7}$$
$$\frac{6}{7}=\frac{6}{7}$$

Copie as igualdades a seguir, substituindo cada ★ por um número que mantenha a igualdade verdadeira.

a) $\frac{3}{11}+\frac{5}{11}=\frac{2}{11}+\frac{6}{11}$
$\frac{3}{11}+\frac{5}{11}+\frac{3}{11}=\frac{2}{11}+\frac{6}{11}+★$ $\frac{3}{11}$

b) $\frac{18}{25}-\frac{4}{25}=\frac{20}{25}-\frac{6}{25}$
$\frac{18}{25}-\frac{4}{25}+★=\frac{20}{25}-\frac{6}{25}+\frac{5}{25}$ $\frac{5}{25}$

c) $\frac{2}{10}+\frac{3}{7}=\frac{16}{70}+\frac{28}{70}$
$\frac{2}{10}+\frac{3}{7}+★=\frac{16}{70}+\frac{28}{70}+\frac{12}{70}$ $\frac{12}{70}$

d) $\frac{12}{30}+\frac{5}{30}=\frac{25}{30}-\frac{8}{30}$
$\frac{12}{30}+\frac{5}{30}+2=\frac{25}{30}-\frac{8}{30}+★$ **2**

e) $4+10=8+6$
$4+10+\frac{2}{9}=8+6+★$ $\frac{2}{9}$

4. Como você fez para resolver a atividade **3**? Você fez todos os cálculos ou apenas observou as igualdades? Converse com os colegas e o professor. **Respostas pessoais.**

5. Reúna-se com um colega para discutir se a seguinte afirmação é verdadeira.

> Uma igualdade se mantém verdadeira quando adicionamos ou subtraímos de cada membro o mesmo número (seja esse número natural ou na forma fracionária).

Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que a frase é verdadeira.

RESPOSTA

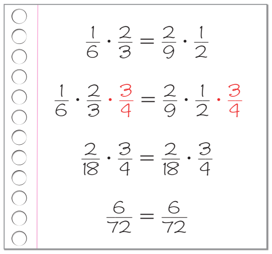
1.

População – Região Sudeste

Estado	Fração da população do Sudeste	População
Espírito Santo	$\frac{1}{20}$	4 milhões
Minas Gerais	$\frac{1}{4}$	20 milhões
Rio de Janeiro	$\frac{1}{5}$	16 milhões
São Paulo	$\frac{1}{2}$	40 milhões

Fonte de pesquisa: IBGE. Censo 2010. Disponível em: https://censo2010.ibge.gov.br/resultados.html. Acesso em: 29 mar. 2022.

6. Joana verificou que uma igualdade se mantém verdadeira quando multiplicamos os dois lados dessa igualdade por um mesmo número. Observe.



$$\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{18}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2}{18}\cdot\frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{72}=\frac{6}{72}$$

Ilustrações: ID/BR

Substitua cada ★ para que as igualdades se mantenham verdadeiras.

a) $\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{5}=\frac{2}{4}\cdot\frac{6}{10}$

$\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{4}\cdot\frac{6}{10}\cdot\star$ $\mathbf{\frac{1}{4}}$

b) $\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{15}=\frac{15}{30}\cdot\frac{2}{3}$

$\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{15}\cdot\underset{\mathbf{\frac{8}{9}}}{\star}=\frac{15}{30}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{9}$

c) $\frac{2}{7}\cdot\frac{12}{4}=\frac{6}{14}\cdot\frac{4}{2}$

$\frac{2}{7}\cdot\frac{12}{4}\cdot 5=\frac{6}{14}\cdot\frac{4}{2}\cdot\star$ $\mathbf{5}$

d) $\frac{14}{8}\cdot\frac{4}{9}=\frac{7}{24}\cdot\frac{8}{3}$

$\frac{14}{8}\cdot\frac{4}{9}\cdot\underset{\mathbf{12}}{\star}=\frac{7}{24}\cdot\frac{8}{3}\cdot 12$

e) $16\cdot 5=2\cdot 40$

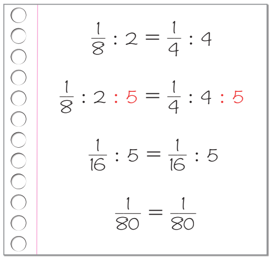
$16\cdot 5\cdot\frac{3}{8}=2\cdot 40\cdot\star$ $\mathbf{\frac{3}{8}}$

7. Uma secretária digitou um trabalho em três dias. No primeiro dia, ela digitou $\frac{1}{3}$ do trabalho; no segundo dia, $\frac{1}{3}$ do que faltava; e no terceiro dia, o restante.

a) Que fração do trabalho ela digitou no segundo dia? E no terceiro? $\mathbf{\frac{2}{9};\ \frac{4}{9}}$.

b) Que fração do trabalho ela digitou nos dois primeiros dias? $\mathbf{\frac{5}{9}}$

8. Francisco verificou que uma igualdade se mantém verdadeira quando dividimos os dois lados dessa igualdade por um mesmo número. Veja.



$$\frac{1}{8}:2=\frac{1}{4}:4$$

$$\frac{1}{8}:2:5=\frac{1}{4}:4:5$$

$$\frac{1}{16}:5=\frac{1}{16}:5$$

$$\frac{1}{80}=\frac{1}{80}$$

Agora, substitua cada ★ para que as igualdades se mantenham verdadeiras.

a) $\frac{4}{9}:2=\frac{4}{6}:3$

$\frac{4}{9}:2:5=\frac{4}{6}:3:\star$ $\mathbf{5}$

b) $28:7=16:4$

$28:7:\underset{\mathbf{\frac{1}{2}}}{\star}=16:4:\frac{1}{2}$

c) $\frac{6}{12}:\frac{2}{3}=\frac{9}{8}:\frac{3}{2}$

$\frac{6}{12}:\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=\frac{9}{8}:\frac{3}{2}:\star$ $\mathbf{\frac{4}{5}}$

d) $\frac{4}{5}:\frac{6}{4}=\frac{8}{10}:\frac{3}{2}$

$\frac{4}{5}:\frac{6}{4}:\underset{\mathbf{7}}{\star}=\frac{8}{10}:\frac{3}{2}:7$

9. Um comerciante costuma vender suas mercadorias com lucro de 25% sobre o preço de compra.

a) Qual é o preço de venda de uma mercadoria que ele comprou por 120 reais? **150 reais.**

b) Quanto o comerciante pagou por uma mercadoria, sabendo que seu preço de venda é 280 reais? **224 reais.**

10. Elabore um problema que envolva uma adição ou uma subtração de frações. Depois, dê a um colega para ele resolver. **Resposta pessoal.**

- Na atividade **7**, espera-se que os estudantes percebam que no segundo dia foi digitado $\frac{1}{3}$ do que faltava, ou seja, $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1\cdot 2}{3\cdot 3}=\frac{2}{9}$. Você pode ampliar essa atividade perguntando aos estudantes em qual dia a secretária digitou mais (ou menos) páginas — ou, ainda, estabelecendo certa quantidade de páginas para o trabalho dela estar completo — e pedindo a eles que calculem o número de páginas digitadas pela secretária em cada dia.
- Verifique como os estudantes pensaram para resolver o item **b** da atividade **9**. A ideia é que eles percebam que o lucro de 25% somado ao preço pago pelo comerciante na compra do produto resultou no preço de venda. Ou seja: preço de compra $+\frac{25}{100}\cdot$ preço de compra $=280$.

Para resolver a igualdade, os estudantes podem utilizar diferentes estratégias e conceitos estudados na unidade, como número misto, representação geométrica e propriedades da igualdade.

DE OLHO NA BASE

As atividades **6** e **8** permitem aos estudantes reconhecer que, ao multiplicar ou dividir um mesmo número de ambos os lados de uma igualdade, não se altera a relação de igualdade, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

A atividade **10** possibilita aos estudantes elaborar um problema que envolve a adição ou a subtração de frações, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA10**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes apresentem dificuldade para resolver as atividades propostas, ajude-os a construir significado para as operações entre frações usando a língua materna como interface.

É comum ouvir no dia a dia expressões como “três quintos da produção foram exportados” ou “em dois terços dos jogos, o time marcou gols”. A apreensão do significado do cálculo da fração de um número está ligada à interpretação da sua representação na língua materna, no caso, a Língua Portuguesa.

Para isso, escreva na lousa: $\frac{3}{5}$ de 60. Depois, faça as seguintes perguntas aos estudantes:

1. O que significa $\frac{3}{5}$ de 60? Significa que o número 60 foi dividido em cinco partes iguais e foram consideradas três delas.
2. Quais operações devem ser efetuadas nesse cálculo? Multiplicação e divisão.
3. Qual é o significado da preposição “de” em $\frac{3}{5}$ de 60? Representa uma multiplicação.
4. Para realizar essa operação, em que você pensa primeiro:
   - dividir 60 por 5 e depois multiplicar por 3?
   - multiplicar 60 por 3 e depois dividir por 5?

   Resposta pessoal.
5. Você pensa de algum outro jeito? Resposta pessoal.
6. Você pensou em alguma dessas perguntas durante o estudo do capítulo? Resposta pessoal.

Converse com os estudantes sobre a importância de manterem, durante seus estudos, uma atitude de reflexão constante sobre as estratégias que estão utilizando. Saliente que isso reverte em benefício também na vida diária, pois eles acabam integrando a reflexão em suas relações cotidianas com as pessoas e nos momentos em que precisam tomar decisões.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- É importante que fique claro aos estudantes que a estratégia "tentativa e erro" é utilizada a partir de uma tentativa direcionada, e não de uma escolha aleatória de valores. Por isso, a cada escolha, deve-se refletir sobre os resultados encontrados para que, desse modo, o novo valor a ser escolhido seja mais próximo da solução do problema.

COMPREENSÃO DO PROBLEMA

- Para a compreensão de um problema, é fundamental que os estudantes leiam e extraiam do enunciado os dados importantes para desenvolver a resolução. Assim, as questões propostas os auxiliam nessa tarefa.

  Essas informações devem ajudar os estudantes a observar o contexto e a construir uma estratégia matemática de resolução do problema. Eles também devem observar que a adição das duas quantidades recebidas pelos filhos deve ser igual ao total de chaveiros da coleção.

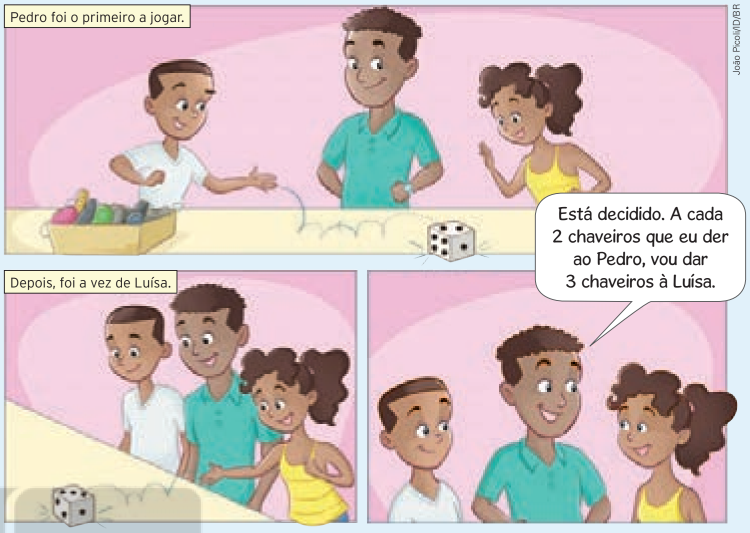
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

- Para a resolução desse problema, uma das estratégias possíveis é justamente pensar em um resultado para o problema e testá-lo para verificar se está correto.
- Na segunda questão, verifique como os estudantes pensaram para respondê-la, auxiliando-os a observar o resultado anterior, para, então, fazer uma estimativa e realizar os novos cálculos.
- Na questão **5**, a ideia é que sejam feitas tentativas até se obter a resposta correta, observando as quantias usadas anteriormente. Para distribuir os 30 chaveiros de acordo com a regra estabelecida pelo pai, Pedro deve receber 12 chaveiros e Luísa deve receber 18 chaveiros.

RESOLVENDO PROBLEMAS

O problema

O pai de Luísa e Pedro decidiu distribuir entre os filhos sua coleção de chaveiros. Para isso, fez uma brincadeira com um dado para saber com quantos chaveiros cada um ficaria.



João Picoli/ID/BR

Sabendo que em sua coleção o pai tinha 30 chaveiros e que ao distribuí-los entre os filhos não sobraram chaveiros, quantos cada filho ganhou?

Compreensão do problema – 2. O pai fez uma brincadeira usando dados e decidiu: para cada 2 chaveiros que Pedro recebesse, Luísa receberia 3.

Resolução do problema – 1. Se Pedro recebeu 6 chaveiros, Luísa recebeu 9. Como a adição dessas duas quantidades é inferior a 30, ainda restam chaveiros da coleção do pai deles a serem distribuídos.

Compreensão do problema

1. Quantos chaveiros havia na coleção do pai de Pedro e Luísa? **30 chaveiros.**
2. Como o pai decidiu fazer a distribuição dos chaveiros entre os filhos?
3. Os dois filhos receberam a mesma quantidade de chaveiros? **Não.**
4. Sobrou algum chaveiro fora da divisão? **Não.**

Resolução do problema

1. Se Pedro recebeu 6 chaveiros, quantos chaveiros Luísa recebeu? Com essa divisão, todos os chaveiros foram distribuídos?
2. Se a resposta ao item anterior for negativa, estime uma nova quantidade de chaveiros a serem ganhos por Pedro. **Resposta pessoal.**
3. Com essa nova estimativa, quantos chaveiros Luísa receberia? **Resposta pessoal.**
4. Ao final dessa distribuição, sobrou algum chaveiro? **Resposta pessoal.**
5. Em caso afirmativo, explique como você faria para distribuí-los, de modo que não restem chaveiros. **Resposta pessoal. Os estudantes devem fazer tentativas até descobrir que, para distribuir os 30 chaveiros, Pedro deve receber 12 chaveiros e Luísa deve receber 18.**

Reflexão sobre o problema

Respostas pessoais.

① Você gostou de resolver esse problema? Por quê?

② Você teve dificuldades para resolver esse problema? Caso tenha tido, quais foram as dificuldades?

③ Você desenhou alguma figura para ajudar na compreensão do problema?

④ Qual estratégia você usou para resolver esse problema?

⑤ Os colegas utilizaram estratégias diferentes da sua? Se utilizaram, quais foram?

⑥ Você pode apresentar outra maneira de resolver esse mesmo problema? Qual?

Mais problemas

Consulte as respostas neste manual.

1. O faturamento da empresa Transportes para a Felicidade no mês passado foi de R$ 8000,00. Essa empresa tem três sócios. O primeiro é Tereza, que tem direito a metade do total do faturamento. O segundo sócio é Ricardo, que tem direito a 3 partes em cada 10 do faturamento. Mateus, o terceiro sócio, tem direito ao restante do faturamento. Quantos reais cada sócio recebeu no mês passado?

2. Elisabete é escritora de livros. Ela ganhou da editora 15 livros para presentear os participantes de suas duas próximas palestras. O editor solicitou que, para cada 3 livros distribuídos na primeira palestra, deveriam ser guardados 2 para a segunda. Quantos livros foram separados para a segunda palestra?

Ilustrações: João Picoli/ID/BR

3. Uma loja de brinquedos fez uma campanha para distribuir alguns brinquedos entre as brinquedotecas de alguns hospitais. A distribuição foi feita da seguinte maneira: a cada 7 brinquedos distribuídos, 3 foram destinados à brinquedoteca Ser Feliz. O restante dos brinquedos será distribuído posteriormente. Considerando que a brinquedoteca Ser Feliz recebeu 27 brinquedos, quantos brinquedos ainda não foram distribuídos?

REPOSTAS - *MAIS PROBLEMAS*

1. Tereza recebeu R$ 4000,00, Ricardo recebeu R$ 2400,00 e Mateus recebeu R$ 1600,00.
2. Foram separados 6 livros para a segunda palestra.
3. Não foram distribuídos 36 brinquedos.

REFLEXÃO SOBRE O PROBLEMA

- É necessário verificar se o tipo de problema apresentado foi interessante para os estudantes e se pode ser utilizado em outro momento. Além disso, é importante que tanto o professor quanto os estudantes saibam das dificuldades enfrentadas ao resolvê-lo. Uma vez que a situação proposta tenha sido muito fácil ou muito difícil para os estudantes, isso pode desmotivá-los a resolver problemas similares em outro momento.
- A observação da própria estratégia de resolução é importante para os estudantes, pois permite que eles a compreendam melhor para utilizá-la em outros momentos da vida escolar. Além disso, deparar-se com diferentes estratégias de resolução amplia a visão e o repertório deles quanto à resolução de problemas e ajuda na compreensão de que, em Matemática, um problema pode ter mais de uma estratégia de resolução. No caso do problema em questão, a tentativa e erro é uma das estratégias possíveis. Outra estratégia útil para resolver os problemas desta seção é a utilização de esquemas ou quadros.

DE OLHO NA BASE

Os problemas propostos nesta seção auxiliam os estudantes a enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo situações imaginadas, a expressar suas respostas e a sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens, favorecendo o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 6**.

Além disso, as atividades propostas permitem aos estudantes resolver problemas que envolvem a partilha de uma quantidade em partes desiguais, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA15**.

O debate sobre diferentes meios de resolver um problema permite aos estudantes criar um repertório e aumentar seu poder de argumentação, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 7**.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nesta seção, são propostas atividades que retomam os conteúdos trabalhados ao longo da unidade.
- Na atividade **2**, sugira aos estudantes que representem a fração como um número misto. Verifique se eles compreenderam a proposta da atividade. Se tiverem dificuldades em resolver, retome a explicação de números mistos.
- Os estudantes podem começar a resolução da atividade **4** calculando $\frac{3}{10}$ de 7 dias ou calculando quantas horas tem em 7 dias. Compartilhe e valide as estratégias utilizadas por eles, para que ampliem o repertório de resolução de problemas e compreendam que um mesmo problema pode ser resolvido de diferentes maneiras.
- Na atividade **6**, explore as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes. Peça a eles que expliquem como pensaram para resolver essa atividade.
- Se julgar oportuno, solicite aos estudantes que reproduzam as peças do *tangram* para resolver o item **a** da atividade **10**.

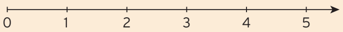
DE OLHO NA BASE

As atividades **7** e **8** permitem que os estudantes resolvam e elaborem problemas que envolvem a partilha de quantidade em duas partes desiguais, contribuindo também para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA15**.

ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Escreva no caderno a alternativa correta.

(Saresp) Localizando o número $\frac{3}{2}$ na reta numérica representada pela figura, ele vai estar no intervalo entre os números: **Alternativa c.**



a) 3 e 4. b) 2 e 3. c) 1 e 2. d) 0 e 1.

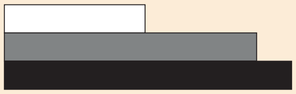
2. Registre no caderno a alternativa correta.

(Saresp) Em qual das alternativas aparece um número que fica entre $\frac{19}{3}$ e $\frac{55}{7}$? **Alternativa d.**

a) 2 b) 4 c) 5 d) 7 e) 9

3. Indique no caderno a alternativa que responde corretamente à atividade a seguir.

(Univates-RS) As barras preta, cinza e branca foram empilhadas como mostra a figura.



Sabe-se que os comprimentos das barras branca e cinza correspondem, respectivamente, à metade e a $\frac{7}{8}$ do comprimento da barra preta.

A diferença entre os comprimentos das barras cinza e branca corresponde a: **Alternativa c.**

a) $\frac{1}{5}$ da barra preta.

b) $\frac{2}{5}$ da barra preta.

c) $\frac{3}{8}$ da barra preta.

d) $\frac{5}{16}$ da barra preta.

e) $\frac{3}{5}$ da barra preta.

4. Registre no caderno a alternativa correta.

(CMPA-RS) Três décimos de uma semana de 7 dias correspondem a: **Alternativa c.**

a) 2 dias e 1 hora.

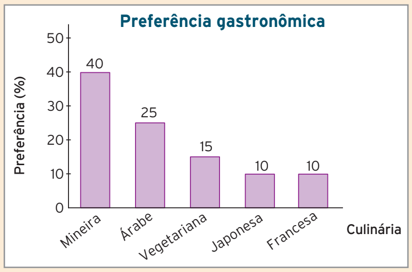
b) 2 dias, 2 horas e 4 minutos.

c) 2 dias, 2 horas e 24 minutos.

d) 2 dias e 12 horas.

e) 3 dias.

5. Uma pesquisa com 400 funcionários de uma empresa revelou a preferência gastronômica entre eles. O gráfico a seguir mostra os resultados da pesquisa.



Ilustrações: ID/BR

Dados fornecidos pela empresa.

Observando o gráfico, copie e complete o quadro no caderno.

Preferência gastronômica	Quantidade de funcionários
Mineira	|||||||||||||||||||||||||||||||| **160**
Árabe	|||||||||||||||||||||||||||||||| **100**
Vegetariana	|||||||||||||||||||||||||||||||| **60**
Japonesa	|||||||||||||||||||||||||||||||| **40**
Francesa	|||||||||||||||||||||||||||||||| **40**
Total	|||||||||||||||||||||||||||||||| **400**

6. Para treinar para as provas finais, João precisa resolver alguns exercícios. Ele fez uma lista com a quantidade de exercícios de cada disciplina. Veja.

- $\frac{1}{2}$ dos exercícios é de Matemática.
- Os exercícios de Geografia correspondem a $\frac{2}{5}$ dos exercícios de Matemática.
- Os 9 exercícios restantes são de Língua Portuguesa.

a) Que fração do total de exercícios os de Geografia representam? $\frac{1}{5}$

b) Que fração do total de exercícios os de Língua Portuguesa representam? $\frac{3}{10}$

c) Qual é o total de exercícios? **30 exercícios.**

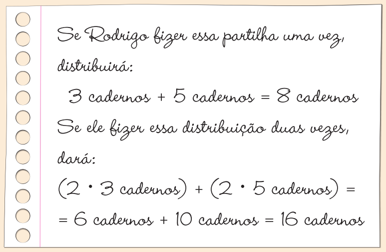
Responda sempre no caderno.

7. a) Diana vai ganhar 15 cadernos e Elaine vai ganhar 25 cadernos.

7. Leia o seguinte problema.

Rodrigo tem 40 cadernos e vai distribuí-los entre suas sobrinhas Diana e Elaine da seguinte maneira: para cada 3 cadernos que Diana ganhar, Elaine vai ganhar 5 cadernos. Quantos cadernos cada uma vai ganhar?

Observe o raciocínio de Naiara para resolver esse problema.



Se Rodrigo fizer essa partilha uma vez, distribuirá:

3 cadernos + 5 cadernos = 8 cadernos

Se ele fizer essa distribuição duas vezes, dará:

(2 · 3 cadernos) + (2 · 5 cadernos) =

= 6 cadernos + 10 cadernos = 16 cadernos

ID/BR

a) Continue usando o raciocínio de Naiara para descobrir quantos cadernos cada uma das sobrinhas vai ganhar.

b) A quantidade de cadernos que Diana vai ganhar representa que fração da quantidade de cadernos que Elaine vai ganhar? **$\frac{15}{25}$ ou $\frac{3}{5}$**

8. Observe a ilustração.

Danilo Souza/ID/BR

Elabore um problema que envolva a divisão das frutas, sabendo que uma parte das frutas será usada para fazer o suco da festa e outra parte, diferente da primeira, será usada para fazer salada de frutas. Depois, dê seu problema a um colega para ele resolver. **Resposta pessoal.**

10. a) I. $\frac{1}{16}$; II. $\frac{1}{4}$; III. $\frac{1}{4}$; IV. $\frac{1}{8}$; V. $\frac{1}{16}$; VI. $\frac{1}{8}$; VII. $\frac{1}{8}$

9. Registre no caderno a alternativa correta.

(Obmep) Em 2009, uma escola tinha 320 alunos esportistas, dos quais 45% jogavam vôlei. Em 2010, essa porcentagem diminuiu para 25%, mas o número de jogadores de vôlei não se alterou.

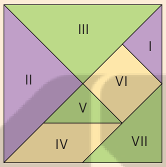
Danilo Souza/ID/BR

Qual era o número de alunos esportistas em 2010? **Alternativa d.**

a) 480 c) 560 e) 580

b) 524 d) 576

10. A figura a seguir é formada pelas peças do *tangram*.



ID/BR

a) Determine a fração correspondente a cada peça do *tangram*.

b) Qual é a soma de todas as frações indicadas nas peças do *tangram*? **1**

c) Que fração da figura as peças pintadas de verde representam? **$\frac{7}{16}$**

d) Que fração da figura as peças pintadas de lilás representam? **$\frac{5}{16}$**

11. Escreva no caderno a alternativa correta.

(OBM) A fortuna de João foi dividida da seguinte forma. Um quinto para seu irmão mais velho, um sexto do restante para seu irmão mais novo e partes iguais do restante para cada um de seus 12 filhos. Que fração da fortuna cada filho recebeu? **Alternativa b.**

a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{1}{18}$ c) $\frac{1}{16}$ d) $\frac{1}{15}$ e) $\frac{1}{14}$

AUTOAVALIAÇÃO

Proponha aos estudantes as questões a seguir para que façam uma autoavaliação.

- Sei ler e escrever números positivos representados na forma de fração?
- Compreendi que frações podem representar partes de um todo e uma divisão?
- Consigo classificar as frações em próprias, impróprias ou impróprias aparentes?
- Sei transformar fração imprópria em número misto e vice-versa?
- Aprendi a simplificar frações?
- Consigo realizar operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números fracionários positivos?
- Sei calcular a potência e a raiz quadrada de um número na forma fracionária?
- Entendi o conceito de porcentagem?
- Sei resolver mentalmente problemas que envolvem porcentagens?
- Procurei conversar com os colegas ou o professor para esclarecer minhas dúvidas?

ESTRATÉGIAS DE APOIO

A educação financeira é um tema relevante para a vida dos estudantes, pois os ensina a lidar com o dinheiro de uma maneira racional. Entre os assuntos desse tema, as liquidações e as promoções rendem boas discussões.

Nesse sentido, caso os estudantes tenham dificuldades com as atividades que trabalham com porcentagem, peça que façam uma pesquisa sobre as promoções que podemos encontrar no dia a dia em produtos de consumo. Eles podem utilizar dados obtidos em uma visita a lojas e/ou supermercados ou pela pesquisa em meios impressos ou digitais (jornais, revistas). Em seguida, eles devem calcular o preço do produto sem desconto, com desconto, com pagamento à vista, pagamento parcelado, etc. No final do trabalho, peça aos estudantes que indiquem os produtos com os maiores descontos e os com os menores descontos. Discuta em sala de aula se há diferenças entre o pagamento à vista ou a prazo. Além disso, discuta a real necessidade de comprar o produto ou não.

NESTA UNIDADE...

Competências gerais
2, 9 e 10.

Competência específica de Matemática
3

Temas Contemporâneos Transversais
Meio Ambiente, Economia e Ciência e Tecnologia.

Habilidades

(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

UNIDADE 6

NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL

SOBRE A UNIDADE

O estudo dos números racionais na forma decimal pode ser introduzido por meio de situações do cotidiano. Aproveite o início da unidade para explorar uma situação em que seja necessário usar números escritos na forma decimal. Explore também as situações cotidianas para representar um mesmo número nas formas fracionária e decimal.

Para que os estudantes entendam a necessidade de ampliação do conjunto dos números, é importante que eles percebam que ambas as maneiras de representar um número aparecem em situações em que os números naturais não são suficientes. No decorrer do capítulo 1, serão apresentadas diferentes situações que envolvem números racionais na forma decimal.

Além disso, os estudantes vão resolver problemas que envolvem números na forma decimal, ampliando e construindo novos significados para as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação.

PRIMEIRAS IDEIAS

De toda água disponível na Terra, cerca de 97% corresponde à água salgada (imprópria para o consumo humano) e 3% corresponde à água doce – porém, desses 3%, apenas 0,5% está em aquíferos subterrâneos, nos lagos e nos rios, e os outros 2,5% estão em geleiras.

Por se tratar de um recurso abundante, mas não inesgotável, o ser humano demorou muito tempo para começar a se preocupar com sua utilização de modo consciente. Para despertar nas pessoas a consciência de preservar esse importante recurso, a Organização das Nações Unidas (ONU) criou, em 2004, o Dia Mundial da Água, que é comemorado em 22 de março.

1. O que são números decimais? Explique com suas palavras.
2. Dê exemplos de situações em que usamos números na forma decimal.
3. O número 0,365 é maior, menor ou igual a trezentos e sessenta e cinco milésimos?

Zoonar GmbH/Alamy/Fotoarena

← Turistas em visita à geleira Glacial Perito Moreno, na Patagônia, Argentina. Foto de 2020.

RESPOSTAS

1. Resposta pessoal. Neste momento, os estudantes não precisam utilizar a linguagem formal. Analise as respostas deles e aceite as que forem coerentes.
2. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes relatem situações do cotidiano, como preços e transações de compra e venda de produtos, medições de distâncias, nota de um atleta em uma competição.
3. É igual. Essa questão permite verificar o conhecimento prévio dos estudantes sobre a leitura e a escrita de um número na forma decimal.

PRIMEIRAS IDEIAS

- Utilize o texto de abertura da unidade para discutir com os estudantes o que são números na forma decimal. Pergunte quais números do texto são representados na forma decimal. Aproveite os números escritos em porcentagem para retomar o conceito de maneira sucinta; cálculos com porcentagem e números na forma decimal serão explorados no capítulo 2 desta unidade.
- Converse com os estudantes sobre a necessidade da criação dos números na forma decimal, uma vez que, em muitas situações, o uso dos números naturais não é suficiente.
- Aproveite o texto e a imagem das páginas de abertura da unidade para discutir com os estudantes sobre os recursos naturais renováveis e não renováveis. Incentive-os a refletir sobre a responsabilidade de cada cidadão ao utilizar de maneira consciente os recursos naturais, como a água, e as consequências do mau uso para o meio ambiente e para a sociedade. Pergunte a eles que atitudes do dia a dia podem ser modificadas em suas residências e na escola para evitar o desperdício de água.
- Para compreender como ocorre a coleta dos dados descritos sobre a quantidade de água disponível no planeta, incentive os estudantes a realizar um trabalho de pesquisa e investigação científica que envolva os processos utilizados pela ciência e pela tecnologia para fornecer à sociedade dados confiáveis a respeito dos danos causados pelo ser humano à natureza e, posteriormente, dar soluções sustentáveis a esse problema. Essa tarefa contribui para que a turma reflita sobre atitudes sustentáveis que podem beneficiar a sociedade de maneira econômica e socialmente justa com base nos **Temas Contemporâneos Transversais** Educação Ambiental e Ciência e Tecnologia, que pertencem, respectivamente, às macroáreas **Meio Ambiente** e **Ciência e Tecnologia**.

DE OLHO NA BASE

Ao refletir sobre os recursos naturais renováveis e não renováveis e o papel de cada cidadão em relação ao uso racional desses recursos, os estudantes têm a oportunidade de agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios sustentáveis e solidários, favorecendo o desenvolvimento da **competência geral 10**.

CAPÍTULO 1

Conteúdos

- Números racionais positivos na forma decimal.
- Leitura dos números escritos na forma decimal e quadro de ordens.
- Frações decimais.
- Transformações que envolvem números na forma decimal e frações.
- Números na forma decimal equivalentes.
- Comparação de números na forma decimal.

Objetivos

- Compreender o sistema de numeração decimal: décimos, centésimos e milésimos.
- Ler e escrever por extenso os números racionais positivos na forma decimal.
- Representar frações como números na forma decimal.
- Representar números na forma decimal positivos na forma de fração.
- Identificar números na forma decimal equivalentes.
- Reconhecer e representar frações decimais.
- Comparar números na forma decimal.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de ampliar o estudo dos números racionais, dessa vez compreendendo sua representação na forma decimal. Serão retomadas algumas características do sistema de numeração decimal e as relações entre as formas decimal e fracionária. Os números racionais na forma decimal são frequentes no dia a dia, e entender as representações, as características e as relações entre esses números possibilita que os estudantes compreendam melhor o mundo que os cerca.

NÚMEROS RACIONAIS POSITIVOS NA FORMA DECIMAL

Ao iniciar o estudo de números na forma decimal com os estudantes, converse sobre o fato de os números na forma decimal serem compostos de uma parte inteira e de uma parte não inteira. Nesse estágio, é interessante reforçar que todos os conceitos matemáticos estudados com relação aos números naturais e aos números racionais na forma fracionária são válidos também para os números racionais na forma decimal.

Capítulo 1
NÚMEROS NA FORMA DECIMAL

Para melhor compreensão destes conteúdos, os estudantes devem conhecer as regras do sistema de numeração decimal para números naturais e os conceitos relacionados a frações.

Números racionais positivos na forma decimal

Nos jogos olímpicos de 2021, em Tóquio, no Japão, o brasileiro Alison dos Santos garantiu a medalha de bronze ao completar a prova dos 400 metros com barreiras em 46,72 segundos.

O ouro ficou com o norueguês Karsten Warholm, que quebrou o recorde mundial ao completar a prova em 45,94 segundos. O estadunidense Rai Benjamin completou a prova em 46,17 segundos e ficou com a medalha de prata.

Observe que os números que indicam o tempo em que os atletas completaram a prova dos 400 metros com barreiras são diferentes dos que estudamos até agora, pois apresentam vírgula.

46,72 45,94 46,17

Os números que são expressos com vírgula são chamados de **números decimais** ou de **números racionais na forma decimal**.

↓ Com a marca de 46,72 segundos, Alison dos Santos estabeleceu um novo recorde brasileiro e sul-americano na prova dos 400 metros com barreiras. Foto de 2021.

Abbie Parr/AsiaPac/ Getty Images

OUTRAS FONTES

RIBEIRO, C. M. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma eficaz navegação entre representações. *Educação e Pesquisa*, v. 37, n. 2, p. 407-422, maio/ago. 2011. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ep/a/hdT7xZYF8WcnBCpDCKcKNRL/?lang=pt. Acesso em: 31 maio 2022.

Esse artigo apresenta sugestões de atividades relacionadas às operações com números na forma decimal, principalmente a multiplicação, além de promover uma reflexão acerca das dificuldades encontradas por estudantes e professores de Ensino Fundamental no ensino e na aprendizagem de números na forma decimal e de operações com esse tipo de número.

Em muitas situações do nosso cotidiano, deparamos-nos com o uso de números na forma decimal. Veja alguns exemplos.

Exemplos

A. Ao medir a massa de uma pessoa usando uma balança digital, podemos encontrar um valor decimal.

yu-ji/iStock/Getty Images

↑ A balança mostra que a medida da massa do bebê é 5,882 kg (lê-se: cinco quilogramas, oitocentos e oitenta e dois gramas). **Esclareça aos estudantes que essa medida também pode ser lida como cinco vírgula oitocentos e oitenta e dois quilogramas.**

B. Podemos encontrar números na forma decimal na indicação do preço de algumas mercadorias.

Dirceu Portugal/Fotoarena

↑ O preço do quilograma do pêssego é R$ 17,49 (lê-se: dezessete reais e quarenta e nove centavos).

C. Em algumas situações, as notas dadas em concursos e competições utilizam números na forma decimal.

		Total
1º	Viradouro	269,6
2º	Grande Rio	269,6
3º	Mocidade	269,4
4º	Beija-flor	269,4
5º	Salgueiro	269,0
6º	Mangueira	268,9
7º	Portela	268,8
8º	Vila Isabel	268,6
9º	Tijuca	267,6
10º	São Clemente	267,0
11º	Tuiuti	266,2
12º	Estácio	264,7
13º	União da Ilha	264,2

Ana Katharine Frota/ID/BR

Fonte de pesquisa: Carnaval 2020: veja as notas da apuração do Rio. *G1*, 26 fev. 2020. Disponível em: https://g1.globo.com/rj/rio-de-janeiro/carnaval/2020/noticia/2020/02/26/carnaval-2020-veja-as-notas-da-apuracao-do-rio.ghtml. Acesso em: 5 abr. 2022.

↑ Em 2020, a escola de samba Viradouro foi a campeã do Rio de Janeiro com 269,6 pontos (lê-se: duzentos e sessenta e nove inteiros e seis décimos). **Esclareça aos estudantes que esse número também pode ser lido como duzentos e sessenta e nove vírgula seis.**

- Ao trazer os números escritos na forma decimal do dia a dia para a sala de aula, os estudantes percebem que os conhecimentos adquiridos na escola são aplicados em seu cotidiano, possibilitando uma melhor compreensão do mundo ao seu redor.

DE OLHO NA BASE

Conversar sobre a utilização dos números na forma decimal no cotidiano e mostrar sua importância nos diferentes campos da Matemática e em outras áreas de conhecimento favorece o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 3**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para que os estudantes percebam a importância e a frequência do uso dos números na forma decimal no cotidiano, proponha a eles que realizem uma pesquisa em materiais impressos, digitais e auditivos e identifiquem diversas situações nas quais os números são escritos na forma decimal. Depois da pesquisa, sugira a eles que produzam um painel com as diferentes situações.

Oriente os estudantes quanto à utilização dos materiais de pesquisa. Os impressos podem ser recortados e trazidos para a sala de aula e os digitais podem ser copiados com recursos do computador ou celular e depois impressos. Já os materiais auditivos podem ser propagandas de rádio, por exemplo, que poderão ser transcritas e apresentadas em sala de aula. Assim, os estudantes terão contato com as diversas situações de utilização dos números, auxiliando no desenvolvimento da leitura e da escrita dos números na forma decimal, que serão trabalhadas nas próximas páginas.

QUADRO DE ORDENS E LEITURA

- A utilização do quadro de ordens possibilita aos estudantes ter mais clareza em relação à posição dos algarismos que compõem os números na forma decimal e os valores associados a cada um desses algarismos.
- Aproveite esse tópico para discutir com os estudantes que o acréscimo do algarismo zero à direita da parte decimal do número não altera seu valor, por exemplo: 2,97 e 2,970.

DE OLHO NA BASE

Trabalhar com o quadro de ordens auxilia na leitura e na escrita dos números racionais na forma decimal, além de favorecer a compreensão do sistema de numeração decimal, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades **EF06MA01** e **EF06MA02**.

Quadro de ordens e leitura

Na representação dos números racionais na forma decimal, a vírgula separa a **parte inteira** da **parte decimal**.

Exemplos

A. 3,8 — 3: parte inteira; 8: parte decimal

B. 10,005 — 10: parte inteira; 005: parte decimal

C. 0,615 — 0: parte inteira; 615: parte decimal

Quadro de ordens

Assim como para os números naturais, também podemos representar números na forma decimal em um quadro de ordens. Observe o esquema.

PARTE INTEIRA

Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem

PARTE DECIMAL

Décimo	Centésimo	Milésimo	Décimo de milésimo	Centésimo de milésimo
1ª casa decimal	2ª casa decimal	3ª casa decimal	4ª casa decimal	5ª casa decimal

Agora, veja como podemos representar os números decimais 3,8, 0,03 e 0,613 no quadro de ordens.

Centena (C)	Dezena (D)	Unidade (U)	,	décimo (d)	centésimo (c)	milésimo (m)
		3	,	8		
		0	,	0	3	
		0	,	6	1	3

Perceba que o algarismo 3 tem valores numéricos diferentes em cada um dos números.

- No número 3,8, o algarismo 3 representa 3 unidades.
- No número 0,03, o algarismo 3 representa 3 centésimos.
- No número 0,613, o algarismo 3 representa 3 milésimos.

Leitura dos números escritos na forma decimal

Para ler um número na forma decimal, consideramos primeiro a parte inteira e, em seguida, a parte decimal.

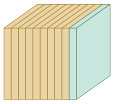
Exemplos

A. 3,8: três inteiros e oito décimos.
B. 10,005: dez inteiros e cinco milésimos.
C. 400,3: quatrocentos inteiros e três décimos.
D. 0,613: seiscentos e treze milésimos.
E. 102,501: cento e dois inteiros e quinhentos e um milésimos.

Frações decimais

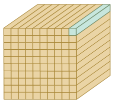
Na unidade anterior, vimos que as frações decimais são aquelas cujo denominador é uma potência de 10, ou seja, 10, 100, 1 000, etc.

Veja como podemos relacionar uma fração decimal com um número decimal.



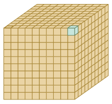
Décimo

Considere que a unidade (cubo) foi dividida em 10 partes iguais. Cada parte representa um décimo da unidade, ou seja, $\frac{1}{10}$ ou 0,1 da unidade.



Centésimo

Considere que a unidade (cubo) foi dividida em 100 partes iguais. Cada parte representa um centésimo da unidade, ou seja, $\frac{1}{100}$ ou 0,01 da unidade.



Milésimo

Considere que a unidade (cubo) foi dividida em 1 000 partes iguais. Cada parte representa um milésimo da unidade, ou seja, $\frac{1}{1\,000}$ ou 0,001 da unidade.

Ilustrações: ID/BR

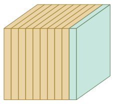
Perceba que a leitura de uma fração decimal facilita a escrita do número na forma decimal.

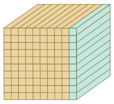
Exemplos

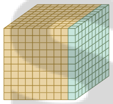
	Fração decimal	Leitura	Número na forma decimal
A.	$\frac{8}{10}$	Oito décimos	0,8
B.	$\frac{53}{100}$	Cinquenta e três centésimos	0,53
C.	$\frac{621}{1\,000}$	Seiscentos e vinte e um milésimos	0,621

Observação

Considere as figuras a seguir.







Note que:

1 décimo = 10 centésimos = 100 milésimos
ou ainda
0,1 = 0,10 = 0,100

- Sugira aos estudantes que, inicialmente, utilizem o quadro de ordens para realizar a leitura dos números na forma decimal, principalmente a de números que apresentam o algarismo zero em sua composição.
- Discuta com os estudantes as características comuns e as diferenças entre os números racionais nas formas decimal e fracionária. Utilizando frações decimais, mostre a eles que a leitura das frações decimais e dos números na forma decimal é a mesma.
- Reforce que um décimo de uma unidade corresponde sempre a uma das dez partes iguais em que a unidade foi dividida.

DE OLHO NA BASE

A leitura de números racionais na forma decimal e a comparação desta com a leitura de frações decimais auxiliam no desenvolvimento da habilidade **EF06MA01**.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Para complementar o estudo das frações decimais, sugerimos que sejam realizadas as seguintes atividades:

1. Apresente algumas figuras geométricas (círculo, retângulo, quadrado, etc.) que possam ser divididas em dez partes de mesma medida de área, de modo que cada uma dessas partes represente um décimo da figura. Peça aos estudantes que pintem a décima parte dessas figuras geométricas.
2. Também é possível utilizar elementos discretos, como cadeiras e canetas, para desenvolver esse conceito. Utilize, por exemplo, 20 canetas e peça aos estudantes que as dividam em 10 subconjuntos e explicitem quantas canetas formam a décima parte do conjunto inicial.

MATEMÁTICA TEM HISTÓRIA

Com o avanço da internet e a facilidade de acesso para a obtenção de textos estrangeiros, alguns estudantes já devem ter percebido que em outras línguas, especialmente o inglês, os números decimais podem apresentar ponto em vez de vírgula.

Na prática, diz-se que o ponto é usado nos países falantes de inglês e na maior parte da Ásia, e a vírgula, nos países da América não inglesa e na maioria dos países europeus continentais.

Esclareça aos estudantes que algumas calculadoras apresentam o ponto para separar a parte decimal da parte inteira dos números racionais, enquanto outras utilizam a vírgula para indicar essa separação.

MATEMÁTICA TEM HISTÓRIA

250.4 e 250,4 são o mesmo número?

Os números 250.4 e 250,4 representam o mesmo número na forma decimal, mas, até chegarmos ao uso de "." ou ",", a escrita desses números passou por diversas notações.

Em 1582, na Europa, o belga Simon Stevin (1548-1620) deu um passo importante para a criação do número na forma decimal que utilizamos hoje. Veja como ele escrevia, por exemplo, o número 984,315.

984(0) 3(1) 1(2) 5(3)

Nessa notação:

- (0) indica a parte inteira;
- (1) indica a unidade decimal da 1ª ordem (décimos);
- (2) indica a unidade decimal da 2ª ordem (centésimos);
- (3) indica a unidade decimal da 3ª ordem (milésimos).

Dez anos depois, o suíço Jost Bürgi (1552-1632) eliminou as notações das ordens e simplificou a escrita dos números na forma decimal colocando o símbolo "°" em cima da unidade da parte inteira. Assim, o número 984,315 era escrito da seguinte maneira:

$98\overset{\circ}{4}\ \ 315$

Na mesma época, o italiano Giovanni Antonio Magini (1555-1617) teve a ideia de substituir o símbolo "°" sobre o algarismo da unidade da parte inteira por um ponto entre o algarismo da unidade e o algarismo da unidade decimal de primeira ordem da seguinte maneira:

984.315

E assim nasceu a notação utilizada até hoje por países anglo-saxões, como a Inglaterra e os Estados Unidos, em que, nos números na forma decimal, o ponto separa a parte inteira da parte decimal. No início do século XVII, o holandês Willebrord Snellius (1580-1626) propôs a separação das partes dos números decimais com uma vírgula, o que foi seguido pela maioria dos países do mundo.

Em 2003, a 22ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM) aprovou que o uso do separador entre a parte inteira e a parte decimal pode ser tanto a vírgula quanto o ponto, dependendo do uso comum em cada nação. No Brasil, o padrão adotado para a separação decimal é a vírgula.

Portanto, o número 250.4 nos Estados Unidos ou na Inglaterra representa o número 250,4 aqui no Brasil.

Fontes de pesquisa: Georges Ifrah. *Os números*: história de uma grande invenção. Tradução: Stella Maria de Freitas Senra. 11. ed. São Paulo: Globo, 2007; Carl B. Boyer. *História da Matemática*. Tradução: Helena Castro. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2013; Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro). Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM). Disponível em: http://www.sitedoconsumidor.gov.br/metCientifica/comites/cgpm.asp. Acesso em: 5 abr. 2022.

João Picoli/ID/BR

RESPOSTAS

5.

Unidade (U)	,	décimo (d)	centésimo (c)	milésimo (m)
2	,	1		
4	,	0	2	
0	,	1	2	5

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Escreva, na forma decimal, o valor de cada moeda representada a seguir.

a)

R$ 1,00

c)

R$ 0,05

b)

R$ 0,25

d)

R$ 0,01

Banco Central/Reprodução: Dotta/The Next/ID/BR

2. Escreva o número na forma decimal correspondente a cada fração decimal.

a) $\frac{3}{10}$ 0,3

b) $\frac{7}{100}$ 0,07

c) $\frac{17}{1\,000}$ 0,017

d) $\frac{53}{10}$ 5,3

e) $\frac{231}{10}$ 23,1

f) $\frac{113}{100}$ 1,13

g) $\frac{1}{10\,000}$ 0,0001

h) $\frac{70}{100}$ 0,70

i) $\frac{7\,568}{10\,000}$ 0,7568

j) $\frac{3\,283}{1\,000}$ 3,283

3. Escreva cada número a seguir por extenso.

a) 0,7

b) 3,45

c) 0,34

d) 12,038

e) 0,021

f) 6,005

4. Escreva os números a seguir na forma decimal.

a) Doze centésimos. 0,12

b) Três inteiros e cinco centésimos. 3,05

c) Sete milésimos. 0,007

d) Vinte inteiros e quinze milésimos. 20,015

e) Trinta e um milésimos. 0,031

5. Usando algarismos, escreva os números a seguir em um quadro de ordens. Consulte as respostas neste manual.

a) Dois inteiros e um décimo.

b) Quatro inteiros e dois centésimos.

c) Cento e vinte e cinco milésimos.

6. Determine o valor posicional do algarismo 5 em cada um dos números.

a) 0,125

b) 15,8

c) 18,58

d) 50,67

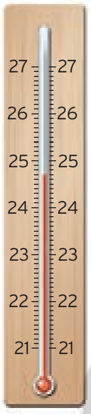
7. Copie as representações a seguir no caderno e complete-as.

a) $23\text{ cm} = \frac{\overset{23}{\blacksquare}}{100}\text{ m} = \overset{0,23}{\bigstar}\text{ m}$

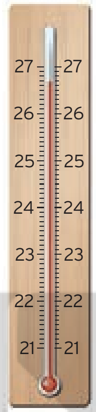
b) $9\text{ cm} = \frac{\overset{9}{\blacksquare}}{\underset{100}{\bigstar}}\text{ m} = \overset{0,09}{\bullet}\text{ m}$

c) $\overset{7}{\blacksquare}\text{ cm} = \frac{\overset{7}{\bigstar}}{\underset{100}{\bullet}}\text{ m} = 0,07\text{ m}$

8. Os termômetros a seguir registraram a temperatura mínima e a temperatura máxima, em graus Celsius, de um dia em determinada cidade.



↑ Temperatura mínima (em °C).



↑ Temperatura máxima (em °C).

ID/BR

a) Qual foi a temperatura mínima registrada nesse dia? 24,7 °C

b) Qual foi a temperatura máxima registrada nesse dia? 26,7 °C

9. No Grande Prêmio da Rússia, realizado em setembro de 2021, os pilotos percorreram 53 voltas, em um total de 309,944 quilômetros. O vencedor foi Lewis Hamilton, seguido de Max Verstappen, que chegou depois de 53,271 segundos. O terceiro colocado, Carlos Sainz Jr., chegou após 62,475 segundos. Represente em um quadro de ordens os números na forma decimal que aparecem nas informações sobre o Grande Prêmio da Rússia e, depois, escreva como lemos esses números. Consulte a resposta neste manual.

3. a) Sete décimos.
b) Três inteiros e quarenta e cinco centésimos.
c) Trinta e quatro centésimos.
d) Doze inteiros e trinta e oito milésimos.
e) Vinte e um milésimos.
f) Seis inteiros e cinco milésimos.

6. a) 5 milésimos ou 0,005
b) 5 unidades ou 5
c) 5 décimos ou 0,5
d) 5 dezenas ou 50

- A atividade **7** permite integrar as unidades temáticas Números e Grandezas e medidas. As unidades de medida metro e centímetro fazem parte do cotidiano; no entanto, se algum estudante tiver dificuldade em realizar a conversão, informe que 1 metro equivale a 100 centímetros.
- Na atividade **8**, esclareça aos estudantes que cada marca no termômetro equivale a um décimo de grau; portanto, para saber a medida de temperatura, temos de contar o número de marcas entre os números inteiros em que o nível da substância do termômetro se encontra.

DE OLHO NA BASE

As atividades desta página permitem aos estudantes que leiam e escrevam números na forma decimal e reconheçam que os números racionais podem ser escritos nas formas decimal e fracionária, favorecendo o desenvolvimento das habilidades **EF06MA01** e **EF06MA08**. Além disso, trabalham o valor posicional, que é muito importante para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA02**.

9.

Centena (C)	Dezena (D)	Unidade (U)	,	décimo (d)	centésimo (c)	milésimo (m)
3	0	9	,	9	4	4
	5	3	,	2	7	1
	6	2	,	4	7	5

- 309,944: trezentos e nove inteiros e novecentos e quarenta e quatro milésimos.
- 53,271: cinquenta e três inteiros e duzentos e setenta e um milésimos.
- 62,475: sessenta e dois inteiros e quatrocentos e setenta e cinco milésimos.

NÚMEROS POSITIVOS NA FORMA FRACIONÁRIA E NA FORMA DECIMAL

- Para transformar um número fracionário positivo qualquer em um número na forma decimal, uma possível abordagem é a utilização de frações decimais. Nesse caso, primeiro se calcula a fração decimal equivalente à fração de interesse, para depois obter o número na forma decimal por meio da contagem de casas decimais de acordo com a quantidade de zeros no denominador da fração decimal. Há outras abordagens para essa transformação, como realizar a divisão do numerador pelo denominador, porém a divisão com quociente na forma decimal só será trabalhada no capítulo 2 desta unidade. Outra estratégia é utilizar uma calculadora para realizar essa divisão.

DE OLHO NA BASE

Realizar as transformações propostas nestas páginas permite aos estudantes desenvolver a habilidade **EF06MA08**.

Números positivos na forma fracionária e na forma decimal

Transformação de um número na forma fracionária em um número na forma decimal

Vimos que a leitura de uma fração decimal facilita sua escrita na forma decimal. Entretanto, nem todas as frações são decimais. Quando isso ocorre, verificamos se existe uma fração equivalente à fração dada que seja decimal e, então, escrevemos o número na forma decimal correspondente.

Exemplos

A. Vamos transformar $\frac{8}{5}$ em um número na forma decimal.

Como essa fração não é decimal (seu denominador não é uma potência de 10), devemos tentar encontrar uma fração equivalente a ela e que seja decimal. Veja.

$$\begin{tikzcd}\frac{8}{5} \arrow[rr, bend left, "\cdot 2"] \arrow[rr, bend right, "\cdot 2"'] & = & \frac{16}{10}\end{tikzcd}$$

Observe que:

$$\begin{tikzcd}\frac{16}{10} & = & \frac{10+6}{10} & = & \frac{10}{10} \arrow[rrr, bend left] & + \frac{6}{10} & = & 1 & + & \frac{6}{10} \arrow[rr, bend left] & = 1 + & 0{,}6 & = 1{,}6\end{tikzcd}$$

Então, $\frac{8}{5} = \frac{16}{10} = 1{,}6$.

B. Vamos transformar $\frac{91}{40}$ em um número na forma decimal.

Como a fração não é decimal, devemos tentar encontrar uma fração equivalente a ela e que seja decimal. Veja.

$$\begin{tikzcd}\frac{91}{40} \arrow[rr, bend left, "\cdot 5"] \arrow[rr, bend right, "\cdot 5"'] & = & \frac{455}{200} \arrow[rr, bend left, "\cdot 5"] \arrow[rr, bend right, "\cdot 5"'] & = & \frac{2\,275}{1\,000}\end{tikzcd}$$

Observe que:

$$\begin{tikzcd}\frac{2\,275}{1\,000} = \frac{2\,000+275}{1\,000} = & \frac{2\,000}{1\,000} \arrow[rrr, bend left] & + & \frac{275}{1\,000} \arrow[rrr, bend left] & = & 2 & + 0{,}275 & = 2{,}275\end{tikzcd}$$

Então, $\frac{91}{40} = \frac{2\,275}{1\,000} = 2{,}275$.

PARE E REFLITA

Você percebeu alguma relação entre a quantidade de zeros das frações decimais e a quantidade de algarismos na parte decimal nos exemplos A e B?

Resposta pessoal.

De maneira geral, para transformar uma fração decimal em um número decimal, podemos escrever o numerador da fração decimal e separar, com a vírgula, a parte inteira da parte decimal de modo que a quantidade de casas da parte decimal corresponda à quantidade de zeros no denominador da fração decimal. Ou seja, se o denominador da fração decimal for 10, teremos um número na forma decimal com uma casa decimal; se for 1 000, teremos um número na forma decimal com três casas decimais; e assim sucessivamente.

Exemplos

A. $\frac{8}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}} = 0{,}\underbrace{08}_{\text{dois algarismos na parte decimal}}$

B. $\frac{15}{\underbrace{10\,000}_{\text{quatro zeros}}} = 0{,}\underbrace{0015}_{\text{quatro algarismos na parte decimal}}$

C. $\frac{269}{\underbrace{10}_{\text{um zero}}} = 26{,}\underbrace{9}_{\text{um algarismo na parte decimal}}$

Transformação de um número na forma decimal em um número na forma fracionária

Acompanhe alguns exemplos de como transformar números racionais na forma decimal em números racionais na forma fracionária.

Exemplos

A. Vamos transformar 2,8 em um número na forma fracionária.

Lemos 2,8 como "dois inteiros e oito décimos". Então:

$$2{,}8 = 2 + \frac{8}{10} = \frac{20}{10} + \frac{8}{10} = \frac{28}{10} \underset{:2}{\overset{:2}{=}} \frac{14}{5}$$

Como $\frac{14}{5}$ é a fração irredutível de $\frac{28}{10}$, temos: $2{,}8 = \frac{14}{5}$

B. Vamos transformar 3,07 em um número na forma fracionária.

Lemos 3,07 como "três inteiros e sete centésimos". Então:

$$3{,}07 = 3 + \frac{7}{100} = \frac{300}{100} + \frac{7}{100} = \frac{307}{100}$$

Portanto, $3{,}07 = \frac{307}{100}$.

De maneira geral, para transformar um número na forma decimal em um número na forma fracionária, podemos escrever uma fração na qual o numerador seja o número na forma decimal sem a vírgula e o denominador seja uma potência de base 10 com a mesma quantidade de zeros que a quantidade de casas decimais do número na forma decimal (esse será o denominador da fração).

Exemplos

A. $2{,}\underbrace{58}_{\text{dois algarismos na parte decimal}} = \frac{\overset{\text{número decimal sem a vírgula}}{258}}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}}$

B. $0{,}\underbrace{1234}_{\text{quatro algarismos na parte decimal}} = \frac{\overset{\text{número decimal sem a vírgula}}{1\,234}}{\underbrace{10\,000}_{\text{quatro zeros}}}$

PARE E REFLITA

É possível notar alguma relação entre a quantidade de casas decimais do número decimal e a quantidade de zeros no denominador das frações decimais? E entre o número decimal e o numerador da fração equivalente?

Respostas pessoais.

- Basicamente, o processo de transformação de um número na forma decimal em um número na forma fracionária utiliza o processo inverso da transformação do número fracionário em decimal. Reproduza os exemplos desta página na lousa para que os estudantes percebam as diferentes estratégias que podem ser utilizadas na conversão: por meio de uma adição de frações e, depois, pelo método prático. É importante que as estratégias sejam apresentadas nessa ordem, pois a primeira estratégia permite compreender a segunda.

- Peça aos estudantes que digam como pensaram para resolver a atividade **14**. Incentive a resolução com cálculo mental e estimativas.
- Na atividade **15**, sugira aos estudantes que encontrem inicialmente a fração decimal que representa a parte verde da figura, para então obter o número na forma decimal correspondente.

15. b) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$ c) $2\frac{2}{5} = \frac{12}{5} = \frac{24}{10} = 2,4$

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

10. Transforme as frações decimais em números na forma decimal.

a) $\frac{1}{10}$ **0,1**

b) $\frac{1}{100}$ **0,01**

c) $\frac{1}{10\,000}$ **0,0001**

d) $\frac{13}{10}$ **1,3**

e) $\frac{521}{100}$ **5,21**

f) $\frac{63}{1\,000}$ **0,063**

11. Transforme os números na forma decimal em frações decimais.

a) 0,1 $\frac{1}{10}$

b) 0,001 $\frac{1}{1\,000}$

c) 0,00001 $\frac{1}{100\,000}$

d) 8,7 $\frac{87}{10}$

e) 96,361 $\frac{96\,361}{1\,000}$

f) 0,6547 $\frac{6\,547}{10\,000}$

12. Copie o quadro a seguir no caderno e complete-o.

	Fração irredutível	Fração decimal equivalente	Número na forma decimal
0,5	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{10}$	▥
24; 2,4	$\frac{12}{5}$	$\frac{■}{10}$	▥
35; 0,35	$\frac{7}{20}$	$\frac{■}{100}$	▥
$\frac{25}{100}$; 0,25	$\frac{1}{4}$	▥	▥
$\frac{25}{1\,000}$; 0,025	$\frac{1}{40}$	▥	▥
$\frac{125}{100}$; 1,25	$\frac{5}{4}$	▥	▥

13. Escreva os números a seguir na forma fracionária e na forma decimal.

a) Dois inteiros e treze centésimos.

b) Um inteiro e sete milésimos.

c) Sete inteiros e onze milésimos.

d) Quinze inteiros e dois milésimos.

e) Seis inteiros e um centésimo.

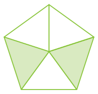
13. a) $\frac{213}{100}$; 2,13.
b) $\frac{1\,007}{1\,000}$; 1,007.
c) $\frac{7\,011}{1\,000}$; 7,011.
d) $\frac{15\,002}{1\,000}$; 15,002.
e) $\frac{601}{100}$; 6,01.

14. Associe o número na forma decimal à fração decimal correspondente. **a – II; b – III; c – I.**

a) 2,5	I. $\frac{2\,251}{500}$
b) 0,25	II. $\frac{5}{2}$
c) 4,502	III. $\frac{1}{4}$

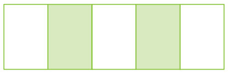
15. Represente a parte verde das figuras a seguir na forma decimal.

a)



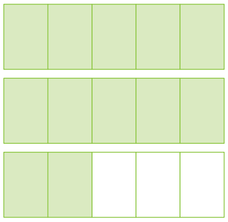
$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$

b)

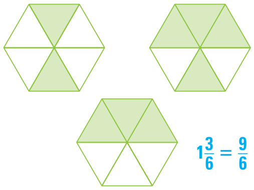


Ilustrações: ID/BR

c)



d)



$1\frac{3}{6} = \frac{9}{6} = 1,5$

16. Veja como Joana determinou quantos milésimos há no número 18 inteiros e 12 centésimos.

> Escrevi a fração decimal correspondente a esse número:
>
> $18,12 = 18\frac{12}{100} = \frac{(100 \cdot 18) + 12}{100} = \frac{1812}{100}$
>
> Depois, escrevi a fração equivalente com denominador 1000:
>
> $\frac{1\,812}{100} = \frac{1\,812 \cdot 10}{100 \cdot 10} = \frac{18\,120}{1000}$
>
> Logo, no número 18,12 há 18120 milésimos.

Usando a estratégia de Joana, descubra quantos milésimos há no número 7 inteiros e 128 milésimos. **7128 milésimos.**

Diferentes representações de um número na forma decimal

Os números na forma decimal, assim como os números naturais, podem ser representados de diversas maneiras. Veja algumas nos exemplos a seguir.

Exemplos

A. 87,6

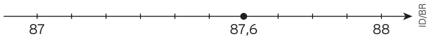
- Usando a decomposição:

$$87{,}6 = 87 + 0{,}6$$
ou
$$87{,}6 = 80 + 7 + 0{,}6$$

- Usando a composição:

$$87 + 0{,}6 = 87{,}6$$
ou
$$81 + 6{,}6 = 87{,}6$$

- Com uma fração: $\frac{876}{10}$
- Por extenso: oitenta e sete inteiros e seis décimos
- Na reta numérica:



B. 159,45

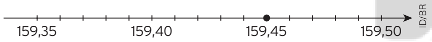
- Usando a decomposição:

$$159{,}45 = 150 + 9 + 0{,}45$$
ou
$$159{,}45 = 100 + 50 + 9 + 0{,}4 + 0{,}05$$

- Usando a composição:

$$140 + 15 + 4 + 0{,}4 + 0{,}05 = 159{,}45$$
ou
$$151 + 8{,}45 = 159{,}45$$

- Com uma fração: $\frac{15\,945}{100}$
- Por extenso: cento e cinquenta e nove inteiros e quarenta e cinco centésimos
- Na reta numérica:



ATIVIDADE

Responda sempre no caderno.

17. Considere os números a seguir.

392,1 5 930,59 0,682

Para cada um desses números, faça o que se pede em cada item.

a) Escreva uma possível decomposição.

b) Escreva uma fração decimal.

c) Escreva-os por extenso.

d) Localize o número em uma reta numérica.

17. Respostas possíveis:

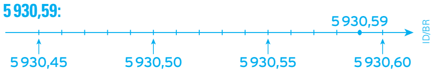
a) 392,1 = 300 + 90 + 2 + 0,1; 5 930,59 = = 5 900 + 30 + 0,59; 0,682 = 0,6 + 0,08 + 0,002.

b) 392,1: $\frac{3\,921}{10}$; 5 930,59: $\frac{593\,059}{100}$; 0,682: $\frac{682}{1\,000}$.

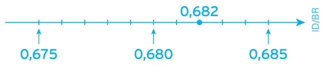
c) 392,1: trezentos e noventa e dois inteiros e um décimo; 5 930,59: cinco mil, novecentos e trinta inteiros e cinquenta e nove centésimos; 0,682: seiscentos e oitenta e dois milésimos.

d) 392,1:

5 930,59:



0,682:



DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DE UM NÚMERO NA FORMA DECIMAL

- Um número na forma decimal pode ser decomposto de diferentes maneiras, além da decomposição em ordens. Incentive os estudantes a realizar várias representações para um mesmo número.

DE OLHO NA BASE

A capacidade de reconhecer os números racionais nas formas decimal e fracionária e as diferentes formas de representação de cada uma delas, bem como de suas equivalências, permite compreender o sistema de numeração decimal, favorecendo o desenvolvimento das habilidades **EF06MA01** e **EF06MA02**.

Além disso, as relações entre as diferentes formas de representação contribuem para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA08**.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Para complementar e ampliar a compreensão dos estudantes acerca dos conteúdos desenvolvidos até o momento, propomos duas atividades.

1. Utilize moedas de brinquedo de real para trabalhar a decomposição da unidade, pois, ao colocar os estudantes diante de situações em que eles têm, por exemplo, de trocar uma moeda por outras de menor valor, estamos permitindo que reconheçam características do sistema de numeração decimal.
2. Apresente aos estudantes cinco números na forma fracionária e cinco números na forma decimal e, depois, peça a eles que coloquem esses números na reta numérica.

Pergunte a eles: Em qual das duas representações foi mais fácil localizar os números na reta numérica: na forma fracionária ou na forma decimal? Por quê? Foi necessário transformar os números fracionários em números na forma decimal para realizar esta atividade?

Propor atividades desse tipo auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF06MA08**, pois os estudantes precisam refletir sobre como localizar um número racional na reta numérica e se precisam ou não transformar uma representação em outra.

NÚMEROS NA FORMA DECIMAL EQUIVALENTES

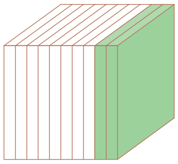
- As diferentes representações de um número racional positivo ampliam os conhecimentos dos estudantes acerca do sistema de numeração decimal. O quadro de ordens pode ser um dos caminhos para mostrar que 0,2, 0,20 e 0,200 são representações do mesmo número. Verifique se os estudantes percebem que 2 décimos equivalem a 20 centésimos e a 200 milésimos. Se necessário, dê mais exemplos com outros números, utilizando também a representação geométrica, frações equivalentes e a reta numérica, para que percebam a equivalência dos números na forma decimal.

DE OLHO NA BASE

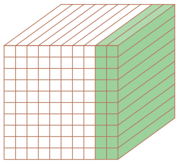
A compreensão da equivalência e da comparação entre números na forma decimal, bem como a ordenação desses números, favorecem o desenvolvimento das habilidades **EF06MA01** e **EF06MA08**.

Números na forma decimal equivalentes

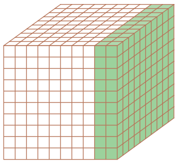
Nas figuras a seguir, os três cubos têm as mesmas dimensões, e cada um deles representa uma unidade.


Dividimos o cubo em **10** placas iguais e pintamos **2** placas.

$\frac{2}{10} = 0{,}2$


Dividimos o cubo em **100** barras iguais e pintamos **20** barras.

$\frac{20}{100} = 0{,}20$


Dividimos o cubo em **1 000** cubinhos iguais e pintamos **200** cubinhos.

$\frac{200}{1\,000} = 0{,}200$

ID/BR

Você notou que as partes pintadas de verde representam a mesma porção de cada cubo? **Resposta pessoal.**

Quando dois números na forma decimal representam a mesma quantidade, dizemos que eles são equivalentes. Assim, os números 0,2, 0,20 e 0,200 são números na forma decimal equivalentes, isto é, representam a mesma quantidade.

$$0{,}2 = 0{,}20 = 0{,}200$$

Observe a representação desses números no quadro de ordens.

Unidade (U)	,	décimo (d)	centésimo (c)	milésimo (m)
0	,	2		
0	,	2	0	
0	,	2	0	0

Quando acrescentamos ou eliminamos os zeros que estão à direita na parte decimal de um número na forma decimal, o valor desse número não se altera.

Exemplos

A. 1,5 = 1,50 = 1,500

B. 0,0020 = 0,002

C. 15 = 15,0 = 15,00 = 15,000

D. 62,389 = 62,3890 = 62,38900

Comparação de números na forma decimal

Assim como comparamos dois números naturais, também podemos comparar dois números na forma decimal estabelecendo uma relação de igualdade ou de desigualdade entre eles. Para isso, utilizamos os símbolos:

= (igual a) > (maior que) < (menor que)

Na comparação de números na forma decimal, comparamos inicialmente as partes inteiras. Se elas forem iguais, comparamos as partes decimais.

Números na forma decimal com partes inteiras diferentes

Ao comparar dois ou mais números na forma decimal com partes inteiras diferentes, o maior número é aquele que apresenta a maior parte inteira.

Exemplo

Vamos ordenar os números 9,87, 6,578, 0,5 e 4,605 do menor para o maior.

Identificamos a parte inteira de cada um desses números (9,87, 6,578, 0,5 e 4,605) e, depois, as comparamos.

$$0 < 4 < 6 < 9$$

Então, $0{,}5 < 4{,}605 < 6{,}578 < 9{,}87$.

Números na forma decimal com partes inteiras iguais

Ao comparar dois ou mais números na forma decimal com partes inteiras iguais, o maior número é aquele que apresenta a maior parte decimal.

Exemplos

A. Vamos comparar os números 5,345 e 5,4.

Como a parte inteira desses números é igual (5), devemos comparar as partes decimais. Para facilitar, igualamos o número de casas decimais.

$$5{,}345 \qquad 5{,}4 = 5{,}400$$

Comparamos 345 milésimos com 400 milésimos.

$$345 < 400$$

Como 345 milésimos é menor que 400 milésimos, temos: $5{,}345 < 5{,}400$ ou $5{,}345 < 5{,}4$.

B. Segundo o Relatório do Desenvolvimento Humano de 2020, publicado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud), o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) do Brasil é 0,765, o da Bolívia é 0,718 e o do Canadá é 0,929. Para comparar o desenvolvimento desses países, vamos organizar os índices de cada um do maior para o menor.

Como a parte inteira desses números é igual (0), devemos comparar as partes decimais (0,765, 0,718 e 0,929).

$$929 > 765 > 718$$

Então, $0{,}929 > 0{,}765 > 0{,}718$.

Isso significa que o Canadá é mais desenvolvido que o Brasil, que, por sua vez, é mais desenvolvido que a Bolívia.

RESPONSABILIDADE PARA COM O DESENVOLVIMENTO HUMANO

O IDH é calculado por um conjunto de indicadores, como expectativa de vida, taxa de alfabetização e renda da população. Quanto maior o indicador, melhor a qualidade de vida da população.

Esse índice é classificado como: muito elevado, quando é maior que 0,800; elevado, quando está na faixa de 0,700 a 0,799; médio, quando está na faixa de 0,550 a 0,699; ou baixo, quando é menor que 0,550.

- **Pesquise em *sites* especializados, como o do IBGE, e verifique qual é o IDH da cidade em que você vive e em qual categoria ele se enquadra.**
- **Agora, indique algumas medidas que podem ser tomadas para melhorar o IDH da cidade pesquisada.**

Respostas pessoais.

- Antes de começar a trabalhar com o conteúdo desta página, escreva três números na forma decimal na lousa, por exemplo, 6,421, 6,7 e 4,7. Pergunte aos estudantes qual desses números é o maior e peça que expliquem como chegaram a essa conclusão. Dessa maneira, é possível avaliar os conhecimentos deles sobre a comparação de números na forma decimal.
- Outra estratégia que pode ser utilizada para a ordenação de números na forma decimal é a localização dos números na reta numérica.

Responsabilidade

Explique aos estudantes que o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é um dos principais índices capazes de determinar com precisão os estágios de desenvolvimento humano e de condições de vida. Trata-se de um indicador do nível de atendimento, em uma dada sociedade, às necessidades humanas básicas.

Solicite aos estudantes que façam uma pesquisa sobre esse assunto e promova com eles uma conversa a respeito dos índices obtidos. Discuta com os estudantes os motivos do IDH da cidade onde vivem. Na opinião deles, qual é o maior problema que a cidade apresenta? Com base nessas respostas, peça aos estudantes que proponham algumas medidas para melhorar o IDH da cidade.

DE OLHO NA BASE

Por meio de pesquisa, reflexão acerca dos resultados encontrados e sugestão de medidas para melhorias na cidade onde vivem, os estudantes estarão agindo pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários, favorecendo o desenvolvimento da **competência geral 10**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Realize a atividade a seguir para que os estudantes tenham a oportunidade de ordenar números na forma decimal em situações do cotidiano.

Utilizando exemplos encontrados em esportes (tempos de corridas de atletas nas provas de 100 m, competições de natação, notas em competições de ginástica olímpica, entre outros), sugira aos estudantes que ordenem os atletas começando pelos mais rápidos e/ou com maior nota até os mais lentos e/ou com menor nota. Peça a eles que verifiquem a partir de qual ordem os algarismos de dois tempos que eles compararam passaram a ser diferentes. Procure conversar com eles a respeito de os décimos, os centésimos ou os milésimos serem decisivos para determinar o vencedor.

- Ao corrigir a atividade **19**, converse com os estudantes a respeito da quantidade de casas decimais e do valor do zero, por exemplo, no item **b**; apesar de um número ter duas casas decimais e o outro ter quatro, eles representam o mesmo número. Peça que escrevam outro número equivalente a 0,12. Já no item **c**, não há casas decimais e o acréscimo de zeros à direita aumenta o valor do número. Caso os estudantes tenham dificuldade em perceber esses fatos, utilize um quadro de ordens para representar os números.
- Amplie a atividade **21** solicitando aos estudantes que representem os números do item **a** em uma reta numérica. Depois, pergunte entre quais dois números inteiros os números do item **b** estão. Verifique se eles percebem que todos esses números estão entre 0 e 1.
- Na atividade **25**, o tempo de cada piloto está representado em minutos, segundos e milésimos de segundo. Citando como exemplo o tempo do piloto Daniel Ricciardo, temos 1 minuto, 44 segundos e 156 milésimos de segundo. Proponha aos estudantes que escrevam o tempo de cada piloto por extenso.

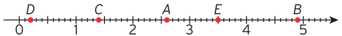
DE OLHO NA BASE

As atividades desta página possibilitam aos estudantes comparar e ordenar números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso ou não da reta numérica, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA01**.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

18. Identifique o número na forma decimal associado a cada letra na reta numérica.



ID/BR

$D = 0{,}2$; $C = 1{,}4$; $A = 2{,}6$; $E = 3{,}5$; $B = 4{,}9$.

19. Complete as expressões com = ou ≠.

a) 5 $\overset{=}{■}$ 5,0
b) 0,12 $\overset{=}{■}$ 0,1200
c) 9 $\overset{\neq}{■}$ 900
d) 78 $\overset{\neq}{■}$ 7,8
e) 7,80 $\overset{=}{■}$ 7,8000
f) 7,80 $\overset{\neq}{■}$ 78

20. Usando os símbolos >, < ou =, compare os números de cada item.

a) 0,37 $\overset{>}{■}$ 0,06
b) 5,12 $\overset{=}{■}$ 5,120
c) 10,08 $\overset{<}{■}$ 10,1
d) 13,06 $\overset{=}{■}$ 13,0600
e) 2,4 $\overset{>}{■}$ 2,14
f) 1,005 $\overset{<}{■}$ 1,04

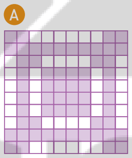
21. Escreva em ordem crescente os números de cada item a seguir.

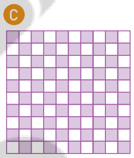
a) 3,57; 2,57; 4,89; 4,9; 6,9; 0,687; 2,9
b) 0,2; 0,07; 0,015; 0,901; 0,006; 0,1004

22. Identifique os pares de números na forma decimal equivalentes. **a – III; b – II; c – IV; d – I.**

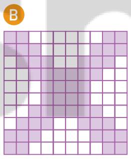
a)	1,45000	I)	2,1
b)	1,050	II)	1,05
c)	0,9750	III)	1,45
d)	2,100	IV)	0,975

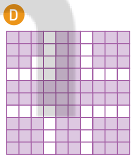
23. Os mosaicos a seguir foram construídos com 100 pastilhas cada um.

Ⓐ


Ⓒ


ID/BR

Ⓑ


Ⓓ


a) Represente a fração de pastilhas lilases de cada mosaico. Depois, escreva essa fração usando um número na forma decimal.

b) Coloque os números na forma decimal que você obteve no item anterior em ordem decrescente. **0,71 > 0,6 > 0,52 > 0,50**

24. A moeda da União Europeia é o Euro (€), e a maneira de representar quantias em dinheiro é parecida com a do nosso sistema monetário. Veja.

Andrey Lobachev/Shutterstock/ID/BR

Escreva em euros cada quantia representada a seguir.

a) **€ 2,35**

b) **€ 1,53**

25. Veja o tempo de classificação para a largada dos cinco pilotos mais rápidos no Grande Prêmio de Fórmula 1 da Rússia em 2021.

Piloto	Tempo de classificação
Daniel Ricciardo (Austrália)	1 min e 44,156 s
Carlos Sainz Jr. (Espanha)	1 min e 42,510 s
Lewis Hamilton (Reino Unido)	1 min e 44,050 s
Lando Norris (Reino Unido)	1 min e 41,993 s
George Russell (Reino Unido)	1 min e 42,983 s

Qual foi o *grid* de largada dessa prova? **Norris, Sainz Jr., Russell, Hamilton e Ricciardo.**

21. a) $0{,}687 < 2{,}57 < 2{,}9 < 3{,}57 < 4{,}89 < 4{,}9 < 6{,}9$
b) $0{,}006 < 0{,}015 < 0{,}07 < 0{,}1004 < 0{,}2 < 0{,}901$

23. a) A: $\frac{60}{100} = 0{,}6$; B: $\frac{52}{100} = 0{,}52$; C: $\frac{50}{100} = 0{,}50$;
D: $\frac{71}{100} = 0{,}71$.

DIVERSIFICANDO

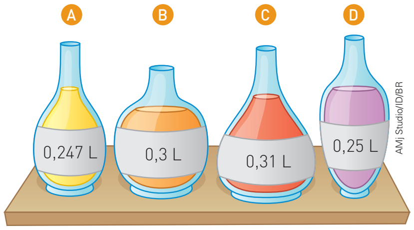
Responda sempre no caderno.

1. No visor da balança está indicada, em grama, a medida da massa de algumas maçãs. A medida da massa da sacola plástica não foi considerada.

AMj Studio/ID/BR

Na balança há mais ou menos de 1 quilograma de maçãs? **Mais de 1 quilograma de maçãs.**

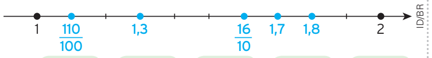
2. Em cada garrafa representada foi colocado um rótulo indicando a quantidade de líquido que ela contém.



AMj Studio/ID/BR

Qual delas contém a menor quantidade de líquido? **A garrafa A.**

3. Copie a reta numérica a seguir no caderno e, depois, localize os números indicados.

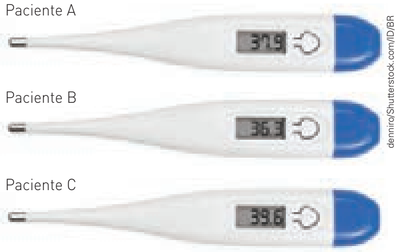


ID/BR

1,3 $\frac{110}{100}$ 1,8 1,7 $\frac{16}{10}$

4. A febre é uma reação do corpo a uma inflamação ou infecção. Observe a escala de temperatura do corpo humano.
   - Normal: de 36 °C a 36,9 °C.
   - Estado febril: de 37 °C a 37,5 °C.
   - Febre baixa: de 37,6 °C a 38 °C.
   - Febre moderada: de 38,1 °C a 39 °C.
   - Febre alta: acima de 39,1 °C.

   Uma enfermeira mediu a temperatura de três pacientes usando um termômetro digital e obteve as leituras indicadas a seguir. No termômetro, a vírgula é representada por um ponto.

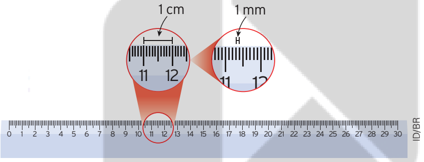


denniro/Shutterstock.com/ID/BR

   a) Qual dos pacientes está com temperatura considerada normal? **O paciente B.**

   b) De acordo com a escala de temperatura, como estão os outros pacientes? **O paciente A está com febre baixa. O paciente C está com febre alta.**

5. Leia a explicação que o marceneiro deu a um de seus aprendizes.
   - Quando dividimos o metro em 100 partes iguais, cada uma das partes corresponde a 1 centímetro.
   - O milímetro corresponde à décima parte do centímetro, o que equivale à milésima parte do metro.



ID/BR

Então, podemos concluir que:

1 cm = 0,01 m

1 mm = 0,001 m

Agora, faça o que se pede.

a) O aprendiz tem de cortar uma tábua que mede um décimo de 1 metro de comprimento. Escreva a medida dessa tábua, em metro, usando um número na forma decimal. **0,1 m**

b) O aprendiz precisa de uma ripa de madeira com 143 milímetros de largura. Escreva essa medida, em metro, usando um número na forma decimal. **0,143 m**

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **3**, os estudantes podem converter as frações decimais em números na forma decimal e, depois, localizá-los na reta numérica. Verifique se eles perceberam que o intervalo de 1 a 2 da reta foi dividido em dez partes iguais, em que cada divisão representa um décimo, e que, assim, os números indicados podem ser localizados com precisão.
- Na atividade **5**, os estudantes deverão utilizar a conversão de centímetro para metro e de milímetro para metro. Se eles apresentarem dificuldade, utilize o quadro de ordens para exemplificar a conversão utilizando números na forma decimal.

DE OLHO NA BASE

As atividades desta seção permitem aos estudantes comparar, ordenar, ler e localizar na reta numérica números racionais cuja representação decimal é finita, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA01**.

Além disso, os estudantes estabelecem relações entre as representações decimal e fracionária, passando de uma representação para outra, e relacionam esses números a pontos na reta numérica, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA08**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Para complementar a aprendizagem em relação à importância de saber comparar números decimais e favorecer a aquisição do hábito de argumentar, podemos incentivar os estudantes a fazer simulações da vida real utilizando materiais concretos, como na sugestão a seguir.

Peça aos estudantes antecipadamente que tragam para a sala de aula folhetos de mercado. O objetivo é que eles comparem os preços dos mesmos produtos, nas mesmas quantidades, em diferentes locais. Escolha pelo menos cinco produtos, como 1 pacote de 5 kg de arroz, 1 pacote de 500 g de café, 1 sabonete, 1 caixa de 800 g de sabão em pó e 1 dúzia de ovos.

Na lousa, construa um quadro no qual a primeira coluna refira-se aos produtos; a segunda, à quantidade; a terceira, à massa; e a quarta, ao preço para os diferentes mercados.

Após preencher o quadro, faça perguntas aos estudantes de modo que comparem os preços de cada produto, descobrindo em qual dos mercados o produto é mais barato ou mais caro.

Ao final, peça que escrevam um pequeno texto sobre a importância de realizar uma pesquisa de preços antes de efetuar uma compra.

CAPÍTULO 2

Conteúdos

- Adição e subtração de números na forma decimal.
- Multiplicação com números na forma decimal.
- Divisão exata e aproximada com números na forma decimal.
- Potência e raiz quadrada de números na forma decimal.
- Porcentagem.

Objetivos

- Operar com números na forma decimal utilizando diversas estratégias.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam números na forma decimal.
- Calcular potências e raízes de números na forma decimal.
- Calcular porcentagem de uma quantidade.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de efetuar operações com números racionais positivos na forma decimal para resolver diversos problemas, além de aprofundar o estudo a respeito de porcentagem, compreendendo as relações entre suas diversas representações. Compreender procedimentos de cálculos que envolvem números racionais na forma decimal e porcentagem, que estão presentes em situações do cotidiano, contribui para o desenvolvimento da autonomia na resolução de problemas do dia a dia.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Ainda que sejam consideradas as operações mais simples, a adição e a subtração são as mais importantes, uma vez que formam a base para as demais operações. A abordagem das operações deverá ser efetuada utilizando não apenas os registros escritos, mas também a representação geométrica e os materiais manipuláveis. Oriente os estudantes a utilizar diferentes estratégias e raciocínios para realizar as operações.

Capítulo 2

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NA FORMA DECIMAL

Para melhor compreensão deste conteúdo, é importante que os estudantes tenham apreendido os conceitos de operações com números naturais e com números racionais na forma de fração.

Adição e subtração

As curvas de crescimento, adotadas como referência pelo Ministério da Saúde, seguem o padrão da Organização Mundial de Saúde (OMS) e constituem um importante instrumento técnico para medir, monitorar e avaliar o crescimento de crianças e adolescentes, independentemente da origem étnica, da situação socioeconômica e do tipo de alimentação.

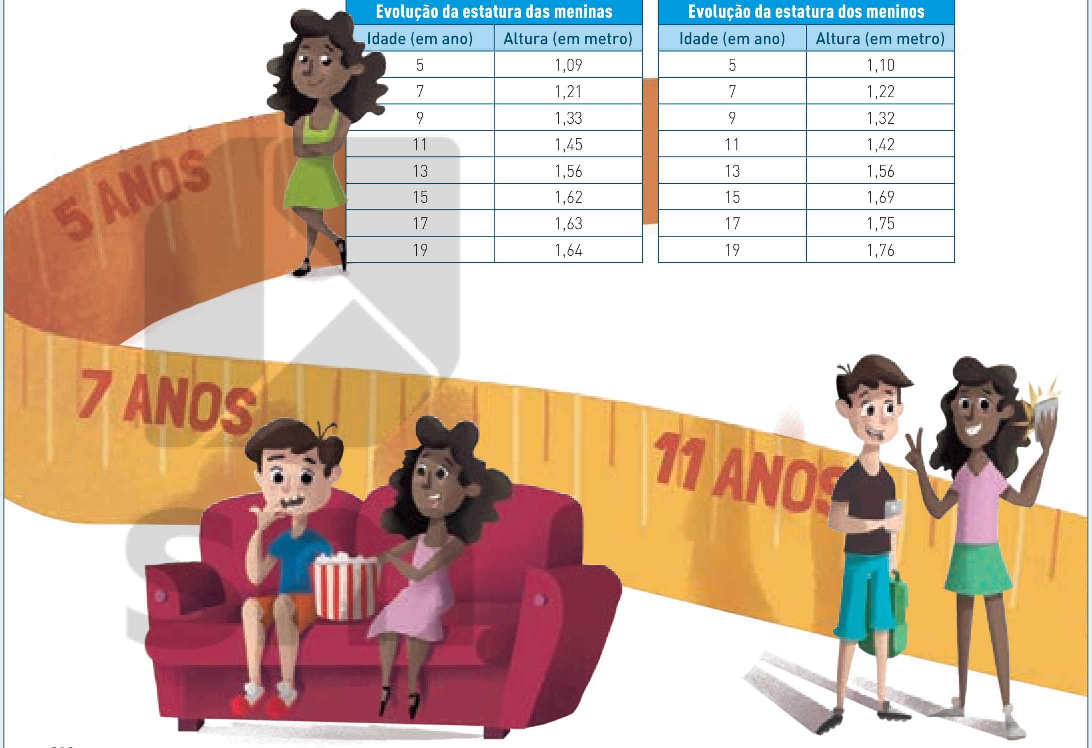
Nos quadros a seguir, é possível observar a evolução na estatura das meninas e dos meninos brasileiros de acordo com a idade. Segundo as curvas de crescimento da OMS, esses valores são considerados adequados para a idade, mas pode haver variação, ou seja, a medida da altura real de cada criança ou adolescente pode ser maior ou menor.

Evolução da estatura das meninas

Idade (em ano)	Altura (em metro)
5	1,09
7	1,21
9	1,33
11	1,45
13	1,56
15	1,62
17	1,63
19	1,64

Evolução da estatura dos meninos

Idade (em ano)	Altura (em metro)
5	1,10
7	1,22
9	1,32
11	1,42
13	1,56
15	1,69
17	1,75
19	1,76



Ao observar os dados apresentados, podemos concluir que:

- aos 13 anos, a diferença entre a medida da altura das meninas e a dos meninos é zero, ou seja, eles têm a mesma altura: 1,56 metro.

$$1{,}56 - 1{,}56 = 0$$

- aos 19 anos, a diferença entre a medida da altura deles é 0,12 metro, pois:

$$1{,}76 - 1{,}64 = \frac{176}{100} - \frac{164}{100} = \frac{176 - 164}{100} = \frac{12}{100} = 0{,}12$$

Ou, ainda:

$$\begin{array}{rcc} \text{U,} & \text{d} & \text{c} \\ 1, & 7 & 6 \\ -\,1, & 6 & 4 \\ \hline 0, & 1 & 2 \end{array}$$

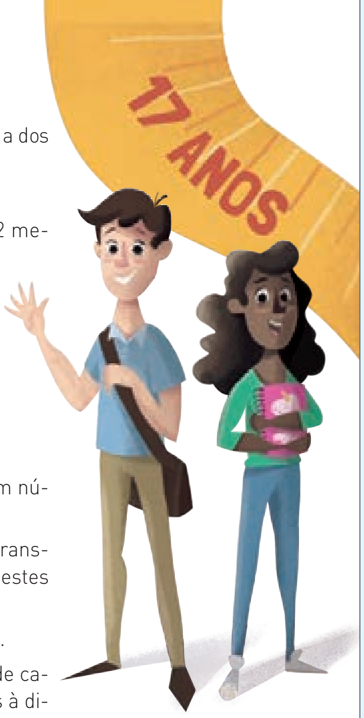
Para encontrar esses valores, efetuamos subtrações que envolvem números racionais na forma decimal.

Para adicionar ou subtrair números na forma decimal, podemos transformá-los em frações decimais ou usar o algoritmo usual, seguindo estes passos.

1º) Posicionamos os números alinhando vírgula debaixo de vírgula.

2º) Caso os números decimais não tenham a mesma quantidade de casas decimais, igualamos essa quantidade acrescentando zeros à direita na parte decimal.

3º) Efetuamos a adição ou a subtração, inserindo a vírgula do resultado obtido alinhada às demais vírgulas.



Rodrigo Cordeiro/ID/BR

- Reforce para os estudantes a importância de alinhar as vírgulas e os algarismos de acordo com a ordem que ocupam antes de efetuar as operações com números racionais positivos na forma decimal.
- Para apresentar outra estratégia de resolução, é possível utilizar o Material Dourado. Apesar da limitação numérica, pois é possível representar no máximo até os milésimos, é uma estratégia que auxilia na compreensão das operações. Com esse material, se considerarmos o cubo grande como a unidade, a placa será um décimo, a barra será um centésimo e o cubinho será um milésimo. Por outro lado, se considerarmos a placa como unidade, cada barra passa a ser um décimo e cada cubinho, um centésimo, sendo o cubo grande uma dezena. Nesse caso, o número 1,76 poderia ser representado com 1 placa, 7 barras e 6 cubinhos. E a subtração 1,76 − 1,64 = 0,12 poderia ser feita retirando as peças da quantidade inicial, ou seja, retiramos 1 placa, 6 barras e 4 cubinhos, restando, assim, 1 barra e 2 cubinhos, que representam 12 centésimos.

  A utilização do Material Dourado pode auxiliar na compreensão das regras do sistema de numeração decimal, bem como na realização das operações com números na forma decimal.

DE OLHO NA BASE

Situações como as apresentadas nestas páginas permitem aos estudantes reconhecer que diversas estratégias de cálculo da adição e da subtração podem ser utilizadas para resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**.

- Ao trabalhar com adição e subtração de números na forma decimal, os estudantes devem ser incentivados a realizar essas operações mentalmente, simulando situações do dia a dia em que o cálculo rápido e aproximado é necessário, como descrito na situação **2**.

Pergunte aos estudantes se eles fariam outro tipo de arredondamento. Verifique se eles sugerem arredondar para a unidade seguinte e, então, obter:

$$\underbrace{8,00}_{\text{ovo}} + \underbrace{4,00}_{\text{leite}} + \underbrace{4,00}_{\text{açúcar}} + \underbrace{8,00}_{\text{feijão}} + \underbrace{5,00}_{\text{arroz}} = 29,00$$

Nesse caso, também é possível concluir que o dinheiro de Fernando seria suficiente.

Peça aos estudantes que façam a conta exata, cujo resultado é R$ 26,69, e comparem com os resultados obtidos pelos dois tipos de arredondamento.

Converse também sobre a escolha de Fernando. É importante que os estudantes percebam que fazer o arredondamento da mesma forma que Fernando oferece uma margem de segurança. Veja que, se o preço dos ovos fosse R$ 7,35, o preço do leite fosse R$ 3,25 e os outros preços fossem os mesmos, o arredondamento para a unidade mais próxima seria igual, porém, se Fernando tivesse apenas R$ 27,00, o dinheiro não seria suficiente, pois a soma seria R$ 27,14.

DE OLHO NA BASE

Estabelecer relações entre as representações fracionária e decimal de um número racional positivo, passando de uma representação para outra, para auxiliar no cálculo da adição ou da subtração, permite desenvolver a habilidade **EF06MA08**.

Agora, acompanhe duas situações que envolvem adições com números na forma decimal.

Situação 1

Cássia vai comprar um caderno de R$ 5,89 e uma caneca de R$ 4,99. Quantos reais ela vai gastar nessa compra?

Podemos responder a essa pergunta efetuando a adição 5,89 + 4,99. Vamos resolver essa adição de duas maneiras diferentes.

1ª maneira: Transformando as parcelas em frações decimais.

$$5,89 + 4,99 = \frac{589}{100} + \frac{499}{100} = \frac{589 + 499}{100} = \frac{1\,088}{100} = 10,88$$

2ª maneira: Usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{ccccc} & D & U, & d & c \\ & & & 1 & \\ & & 5, & 8 & 9 \\ + & & 4, & 9 & 9 \\ \hline & & & & 8 \end{array}$$

Ao adicionar 9 centésimos a 9 centésimos, obtemos 18 centésimos, que representamos como 1 décimo e 8 centésimos.

$$\begin{array}{ccccc} & D & U, & d & c \\ & & 1 & 1 & \\ & & 5, & 8 & 9 \\ + & & 4, & 9 & 9 \\ \hline & & , & 8 & 8 \end{array}$$

Adicionamos o décimo obtido aos demais décimos, obtendo 18 décimos (1 + 8 + 9 = 18), que representamos como 1 unidade e 8 décimos.

$$\begin{array}{ccccc} & D & U, & d & c \\ & 1 & 1 & 1 & \\ & & 5, & 8 & 9 \\ + & & 4, & 9 & 9 \\ \hline & & 0, & 8 & 8 \end{array}$$

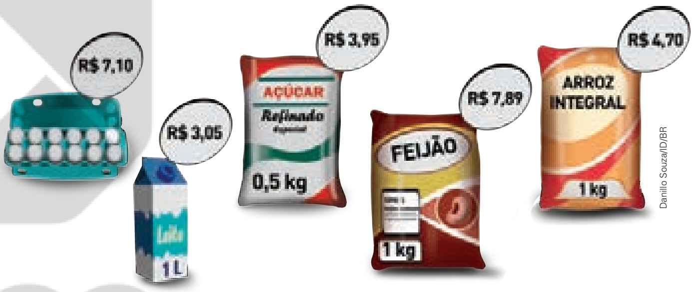
Adicionamos a unidade obtida às demais unidades, obtendo 10 unidades (1 + 5 + 4 = 10), que representamos como 1 dezena e 0 unidade.

$$\begin{array}{ccccc} & D & U, & d & c \\ & 1 & 1 & 1 & \\ & & 5, & 8 & 9 \\ + & & 4, & 9 & 9 \\ \hline & 1 & 0, & 8 & 8 \end{array}$$

Adicionamos a dezena obtida às demais dezenas, obtendo 1 dezena (1 + 0 + 0 = 1).

Situação 2

Fernando e o pai dele foram ao mercado comprar alguns produtos. Enquanto estavam na fila, Fernando lembrou que tinha 30 reais na carteira e resolveu estimar o valor dos produtos para ver se tinha dinheiro suficiente para comprar os seguintes produtos:



Danilo Souza/ID/BR

Por se tratar de dinheiro, Fernando optou por arredondar o preço de cada produto para a unidade mais próxima. Veja.

$$\underbrace{7,00}_{\text{ovo}} + \underbrace{3,00}_{\text{leite}} + \underbrace{4,00}_{\text{açúcar}} + \underbrace{8,00}_{\text{feijão}} + \underbrace{5,00}_{\text{arroz}} = 27,00$$

Assim, Fernando concluiu que o dinheiro que tinha seria suficiente para comprar todos os produtos.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Efetue as operações a seguir.

a) 1 + 0,5 **1,5**
b) 1,3058 + 3,6547 **4,9605**
c) 1,5 + 6,98 + 3,21 **11,69**
d) 2,89 + 6,54 + 1,009 **10,439**
e) 10,1 − 0,1 **10**
f) 5,987 − 1,236 **4,751**
g) 1,5 − 1,05 **0,45**
h) 6 − 0,98 **5,02**

2. Efetue as operações indicadas pelas setas e determine os próximos três números das sequências.

a) 5,3 $\xrightarrow{-2{,}7}$ ▥ $\xrightarrow{-2{,}06}$ ▥ $\xrightarrow{+14{,}5}$ ▥ **2,6** **0,54** **15,04**

b) 28,9 $\xrightarrow{+0{,}7}$ ▥ $\xrightarrow{-0{,}09}$ ▥ $\xrightarrow{+5{,}1}$ ▥ **29,6** **29,51** **34,61**

c) 15,1 $\xrightarrow{+3{,}7}$ ▥ $\xrightarrow{-1{,}2}$ ▥ $\xrightarrow{+0{,}005}$ ▥ **18,8** **17,6** **17,605**

3. Copie os itens a seguir no caderno e complete-os de modo que as igualdades sejam verdadeiras.

a) 7,23 − ■ = 0,78 **6,45**
b) 2,5 + 3,8 + ■ = 9,25 **2,95**

4. Mariana calculou o resultado de 25,38 − 1,7 da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} 25{,}3\ 8 \\ -\quad 1{,}7 \\ \hline 25{,}2\ 1 \end{array}$$

Para verificar se esse cálculo estava correto, Fábio, colega de Mariana, arredondou os valores para a unidade mais próxima e calculou mentalmente o valor aproximado de 25,38 − 1,7.

25,38 − 1,7
↓ ↓
25 − 2 = 23

Fábio concluiu que a resposta de Mariana deveria ser um valor próximo de 23.

a) Supondo que Fábio estava certo, que erro Mariana cometeu? Faça o cálculo e verifique.

b) De maneira semelhante à de Fábio, calcule mentalmente o resultado aproximado de cada item a seguir. Depois, faça o cálculo e compare as respostas.

I. 4,85 + 6,27	IV. 12,05 + 4,14
II. 15,44 − 7,34	V. 9,86 − 3,91
III. 11,35 + 8,72	VI. 13,64 − 5,73

5. Luís precisa cortar dois pedaços de corda de 3,75 m cada um para fazer um balanço. Ele comprou 10 m de corda. A quantidade de corda que Luís comprou é suficiente para fazer o balanço? **Sim, pois ele usará 7,5 m de corda e sobrarão 2,5 m.**

6. Em uma competição, os atletas percorreram 1,5 km nadando, 3,85 km pedalando e 4,75 km correndo. Qual foi a medida da distância total percorrida pelos atletas? **10,1 km**

7. Carolina tem 1,47 m de medida de altura e o pai dela tem 1,82 m. A mãe de Carolina é 20 cm mais alta que ela.

a) Qual é a diferença, em metro, da medida da altura do pai de Carolina para a de Carolina? **0,35 m**

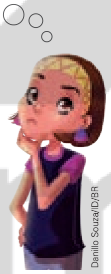
b) Qual é a medida da altura, em metro, da mãe de Carolina? **1,67 m**

8. Luciana tinha uma cédula de R$ 20,00 para gastar na lanchonete. Ela escolheu um lanche, um pedaço de bolo e um suco. Veja os preços dos produtos da lanchonete.

- Pedaço de bolo: R$ 4,70
- Lanche: R$ 6,20
- Água: R$ 3,30
- Suco: R$ 6,80

Observe a maneira como Luciana pensou e, depois, responda.

Juntando 6 reais e 20 centavos do lanche com 6 reais e 80 centavos do suco dá 13 reais; com mais 4 reais e 70 centavos do bolo dá 17 reais e 70 centavos. Então, no total, vou gastar 17 reais e 70 centavos. Como deu menos de 20 reais, vou receber troco. De 17 reais e 70 centavos para 20 reais faltam 2 reais e 30 centavos. Então, vou receber 2 reais e 30 centavos de troco.



Danilo Souza/ID/BR

Quanto Luciana gastaria se quisesse comer um lanche e tomar uma água? E quanto ela receberia de troco? **Luciana gastaria R$ 9,50 e receberia R$ 10,50 de troco.**

4. a) Mariana não organizou os algarismos de ordens iguais um embaixo do outro e não colocou vírgula embaixo de vírgula. Deveria ter feito assim:

$$\begin{array}{r} 2\ \overset{4}{\cancel{5}}\ ,{}^{1}3\ 8 \\ -\quad 1\ ,\ 7\ 0 \\ \hline 2\ 3\ ,\ 6\ 8 \end{array}$$

b) I. 11,12
II. 8,10
III. 20,07
IV. 16,19
V. 5,95
VI. 7,91

- A atividade **3** envolve o conhecimento sobre operações inversas. Solicite aos estudantes que expliquem como fizeram para completar a igualdade. Compartilhar as estratégias utilizadas permite ampliar o repertório de cálculo.
- A atividade **4** mostra um erro comum que as pessoas cometem durante a execução das operações com números na forma decimal. Converse com os estudantes sobre a necessidade de alinhar as parcelas nas vírgulas, respeitando a ordem que cada algarismo ocupa no número.
- No item **b** da atividade **7**, os estudantes deverão converter a diferença entre a medida da altura da mãe de Carolina e a de Carolina (20 cm correspondem a 0,20 m) antes de calcular a medida da altura da mãe.
- Complemente a atividade **8** perguntando aos estudantes quantos reais faltariam se Luciana quisesse comprar também uma água, além do bolo, do lanche e do suco (Resposta: R$ 1,00).

DE OLHO NA BASE

As atividades desta página possibilitam aos estudantes utilizar diversas estratégias para resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**.

MULTIPLICAÇÃO

- Apresente as situações desta página aos estudantes na sequência em que aparecem. A primeira maneira de determinar o resultado de uma multiplicação de um número natural por um número na forma decimal retoma a multiplicação em que um dos fatores é uma fração, pois transformamos o número na forma decimal em número fracionário. Partir de conceitos já estudados pode facilitar o aprendizado de um novo conceito.
- A segunda maneira retoma o algoritmo usual da multiplicação. A novidade é como posicionar a vírgula no resultado dessa operação. Se julgar necessário, na situação **1**, retome a multiplicação como uma adição de parcelas iguais e escreva na lousa:

  $4 \cdot 5{,}35 = 5{,}35 + 5{,}35 + 5{,}35 + 5{,}35$

  Depois, determine o resultado da adição com o algoritmo usual mostrando que as vírgulas ficam alinhadas e, portanto, o resultado também terá duas casas decimais.

DE OLHO NA BASE

As situações destas páginas mostram aos estudantes diferentes estratégias para resolver uma mesma multiplicação, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**.

Multiplicação

Vamos estudar dois casos de multiplicação que envolvem números na forma decimal.

Multiplicação de um número natural por um número na forma decimal

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

A passagem de ônibus na cidade em que Adriana mora custa R$ 5,35. Se ela levar suas 3 sobrinhas para passear de ônibus, quanto pagará pelas 4 passagens? Considere que o preço da passagem é o mesmo para Adriana e para as sobrinhas.

Para calcular quanto Adriana pagará pelas passagens, podemos multiplicar R$ 5,35 por 4. Veja duas maneiras de efetuar essa multiplicação.

1ª maneira: Transformando os números em frações decimais.

$$4 \cdot 5{,}35 = \frac{4}{1} \cdot \frac{535}{100} = \frac{4 \cdot 535}{1 \cdot 100} = \frac{2\,140}{100} = 21{,}40$$

2ª maneira: Usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{rl} 5{,}35 & \\ \times \quad 4 & \\ \hline 0{,}20 & \text{①} \\ 1{,}20 & \text{②} \\ +\,20{,}00 & \text{③} \\ \hline 21{,}40 & \end{array}$$

① Multiplicamos 4 por 5 centésimos: 4 · 5 centésimos = 20 centésimos.

② Multiplicamos 4 por 3 décimos: 4 · 3 décimos = 12 décimos = = 1 unidade e 2 décimos.

③ Multiplicamos 4 por 5 unidades: 4 · 5 unidades = 20 unidades.

Portanto, Adriana pagará R$ 21,40 pelas 4 passagens de ônibus.

Situação 2

Marcelo comprou 36 pãezinhos ao preço de R$ 0,95 a unidade. Qual foi o valor da compra?

Podemos obter o valor da compra efetuando 36 · 0,95. Vamos fazer esse cálculo usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{rl} 0{,}95 & \\ \times \quad 36 & \\ \hline 0{,}30 & \text{①} \\ 5{,}4 & \text{②} \\ 1{,}5 & \text{③} \\ +\,27\phantom{{,}00} & \text{④} \\ \hline 34{,}20 & \end{array}$$

① Multiplicamos 6 por 5 centésimos: 6 · 5 centésimos = 30 centésimos.

② Multiplicamos 6 por 9 décimos: 6 · 9 décimos = 54 décimos = = 5 unidades e 4 décimos.

③ Multiplicamos 30 por 5 centésimos: 30 · 5 centésimos = = 150 centésimos = 1 unidade e 5 décimos.

④ Multiplicamos 30 por 9 décimos: 30 · 9 décimos = 270 décimos = = 27 unidades.

Então, o valor da compra dos pãezinhos foi de R$ 34,20.

De maneira prática, é possível efetuar a multiplicação de um número natural por um número na forma decimal desconsiderando a vírgula e, depois, posicionando-a de modo que o produto tenha a mesma quantidade de casas decimais que o fator na forma decimal. Na situação anterior, poderíamos ter efetuado 0,95 · 36 como 95 · 36 e, no resultado, escreveríamos a vírgula de modo que o produto tivesse duas casas decimais, pois o fator na forma decimal (0,95) tem duas casas decimais.

Multiplicação de números decimais

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Marta comprou 1,2 metro de um arame que custa R$ 5,35 o metro. Quantos reais ela pagou pelo arame?

Para responder à questão, podemos multiplicar 1,2 por 5,35. Veja duas maneiras de efetuar essa multiplicação.

1ª maneira: Transformando os números em frações decimais.

$$1{,}2 \cdot 5{,}35 = \frac{12}{10} \cdot \frac{535}{100} = \frac{12 \cdot 535}{10 \cdot 100} = \frac{6\,420}{1\,000} = 6{,}420$$

2ª maneira: Usando o algoritmo usual.

Desconsideramos as vírgulas e efetuamos a multiplicação.

$$\begin{array}{r} 1\;2 \\ \times\, 5\;3\;5 \\ \hline 6\;0 \\ 3\;6\;0 \\ +\,6\;0\;0\;0 \\ \hline 6\;4\;2\;0 \end{array}$$

Observe que, ao desconsiderar as vírgulas nessa multiplicação, o fator 1,2 ficou multiplicado por 10, e o fator 5,35 ficou multiplicado por 100. Ou seja, o produto 1,5 · 5,35 ficou multiplicado por 1 000. Portanto, para determinar o produto 1,5 · 5,35, devemos dividir o resultado de 12 · 535 por 1 000.

$$\frac{6\,420}{1\,000} = 6{,}420$$

Portanto, Marta pagará R$ 6,42 pelo arame.

De maneira prática, é possível efetuar a multiplicação de um número na forma decimal por outro número na forma decimal desconsiderando a vírgula dos dois fatores e, depois, posicionando-a de modo que o número de casas decimais do produto seja igual à soma do número de casas decimais dos fatores da multiplicação. Na situação anterior, teríamos:

$$1{,}\underbrace{2} \cdot 5{,}\underbrace{35} = 6{,}\underbrace{420}$$

1 casa decimal + 2 casas decimais = 3 casas decimais

Situação 2

Fernando comprou 0,64 metro de fita para enfeitar uma caixa. Sabendo que o metro dessa fita custa R$ 0,25, quantos reais ele pagou pela fita?

Para responder à questão, podemos efetuar 0,64 · 0,25. Veja como calcular essa multiplicação de duas maneiras.

1ª maneira: Transformando os números em frações decimais.

$$0{,}64 \cdot 0{,}25 = \frac{64}{100} \cdot \frac{25}{100} = \frac{64 \cdot 25}{100 \cdot 100} = \frac{1\,600}{10\,000} = 0{,}16$$

FabrikaSimf/Shutterstock.com/ID/BR

- Nas situações desta página, também são apresentadas duas maneiras de realizar a multiplicação de números na forma decimal: a primeira com a transformação dos decimais em frações decimais e ao final transformando as frações novamente em decimais, e a segunda maneira com o algoritmo usual.
- Recomenda-se que todas as operações sejam reproduzidas na lousa e explicadas passo a passo para melhor compreensão dos estudantes.
- Ao explicar o algoritmo da multiplicação, evidencie que o número de casas decimais do produto é igual à soma do número de casas decimais dos fatores.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para complementar o estudo da multiplicação quando pelo menos um dos fatores é um número na forma decimal, proponha a atividade a seguir.

Organize os estudantes em duplas e proponha a eles que criem problemas abordando situações do dia a dia que envolvam multiplicação de números na forma decimal por números naturais e por números na forma decimal, como nas situações exemplificadas no Livro do Estudante. Em seguida, oriente-os a resolver o problema proposto por outra dupla, utilizando a estratégia que desejarem. Ao final, as duas duplas devem conferir e analisar as respostas obtidas.

- Nas atividades **9** e **10**, compartilhe as estratégias de resolução que os estudantes utilizaram a fim de ampliar o repertório de cálculo deles.
- Na atividade **14**, peça aos estudantes que façam uma estimativa para responder à primeira pergunta, antes de realizar o cálculo exato. Por exemplo, arredondando o preço do lápis para R$ 2,00, 6 lápis custarão aproximadamente R$ 12,00 e, portanto, gasta-se mais com meia dúzia de lápis do que com uma lapiseira. Ao fazer o cálculo exato, os estudantes vão obter R$ 11,70 para o custo dos 6 lápis. Ao comparar os dois resultados (o aproximado e o exato), eles perceberão a razoabilidade da resposta.

DE OLHO NA BASE

As atividades desta página permitem o uso de diversas estratégias de resolução pelos estudantes, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**.

2ª maneira: Usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{r l}
0{,}6\,4 & \longleftarrow \text{duas casas decimais} \\
\times\, 0{,}2\,5 & \longleftarrow \text{duas casas decimais} \\
\hline
3\,2\,0 & \\
+\,1\,2\,8\,0 & \\
\hline
0{,}1\,6\,0\,0 & \longleftarrow \text{quatro casas decimais}
\end{array}$$

Portanto, Fernando pagou R$ 0,16 pela fita.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

9. Efetue as multiplicações de um número natural por um número na forma decimal.
- a) 10 · 35,17 **351,7**
- b) 1 000 · 23,4 **23 400**
- c) 100 · 42,37 **4 237**
- d) 7 · 0,8 **5,6**
- e) 4 · 1,09 **4,36**
- f) 8 · 13,405 **107,24**

10. Efetue as multiplicações dos números na forma decimal.
- a) 0,1 · 0,9 **0,09**
- b) 1,5 · 0,06 **0,09**
- c) 25,12 · 1,3 **32,656**
- d) 34,08 · 4,3 **146,544**
- e) 40,5 · 2,06 **83,43**
- f) 12,104 · 1,23 **14,88792**

11. Um posto de combustível deu a um cliente um prêmio equivalente a 10 000 litros de gasolina. Em um dia que o litro da gasolina custava R$ 6,89, esse prêmio era equivalente a quantos reais? **R$ 68 900,00**

Danilo Souza/ID/BR

12. Uma lata contém 0,350 L de suco. Para facilitar o transporte, as latas são embaladas em pacotes com 12 latas cada um. Quantos litros de suco há em cada pacote? **4,2 L**

13. Quantos quilômetros são percorridos ao completar 8,5 voltas em uma ciclovia de 3,8 km de extensão? **32,3 km**

14. Em uma papelaria, uma lapiseira custa R$ 10,80 e um lápis custa R$ 1,95. Comprando meia dúzia de lápis, gasta-se mais ou menos que o valor de uma lapiseira? De quanto é a diferença? **Mais que o valor de uma lapiseira; a diferença é de R$ 0,90.**

15. Veja o cardápio com os preços das esfirras e, depois, faça o que se pede.

Danilo Souza/ID/BR

a) Calcule o preço de:
- 4 esfirras de carne; **R$ 11,20**
- 5 esfirras de queijo; **R$ 15,50**
- 2 esfirras de frango; **R$ 7,70**
- 9 esfirras de atum. **R$ 37,35**

b) Se você comprar 2 esfirras de carne e 6 esfirras de frango, quanto gastará? **R$ 28,70**

16. Para percorrer 9,6 quilômetros, um automóvel utiliza 1 litro de combustível.
- a) Quantos quilômetros ele percorre com 10 litros de combustível? **96 quilômetros.**
- b) Quantos quilômetros ele percorre com 18,5 litros de combustível? **177,6 quilômetros.**

17. Considere a seguinte multiplicação:

158 · 326 = 51 508

Determine mentalmente o valor dos produtos a seguir e registre os resultados no caderno.
- a) 158 · 32,6 **5 150,8**
- b) 1,58 · 326 **515,08**
- c) 15,8 · 32,6 **515,08**
- d) 1,58 · 0,326 **0,51508**
- e) 0,158 · 0,326 **0,051508**
- f) 158 · 0,326 **51,508**

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

A fim de ampliar o estudo da multiplicação de um número natural por um número na forma decimal, proponha a seguinte investigação:

1. Escreva na lousa as multiplicações a seguir.

a) 10 · 0,1 = 1
100 · 0,1 = 10
1 000 · 0,1 = 100

b) 10 · 0,01 = 0,1
100 · 0,01 = 1
1 000 · 0,01 = 10

c) 10 · 0,001 = 0,01
100 · 0,001 = 0,1
1 000 · 0,001 = 1

Peça aos estudantes que calculem o resultado de cada uma dessas multiplicações e pergunte a eles se percebem alguma regra para resolver multiplicações com números na forma decimal por 10, por 100 ou por 1 000.

Verifique se eles percebem que, ao multiplicar um número na forma decimal por 10, a vírgula desloca-se uma vez para a direita; ao multiplicar por 100, desloca-se duas vezes; e, ao multiplicar por 1 000, desloca-se três vezes.

Proponha outras multiplicações de número na forma decimal por potências de 10. Desse modo, espera-se que os estudantes compreendam que, ao multiplicar um número na forma decimal por uma potência de 10, a ordem de grandeza do produto aumenta em relação ao número multiplicado.

Divisão

Vamos estudar três casos de divisão que envolvem números na forma decimal: a divisão de um número natural por outro número natural e quociente na forma decimal, a divisão de um número na forma decimal por um número natural diferente de zero e a divisão de um número na forma decimal por um número também na forma decimal.

Quociente na forma decimal

Helena quer comprar um vestido que custa R$ 89,00. Ela vai parcelar a compra em 4 prestações iguais. Qual será o valor de cada prestação?

Para calcular o valor de cada prestação, podemos efetuar 89 : 4. Acompanhe como fazer essa divisão usando o algoritmo usual da divisão.

Dividimos 8 dezenas por 4.
Obtemos 2 dezenas e resta 0 dezena.

```
  D U
  8 9 |4
– 8     2
  0     D
```

Dividimos 9 unidades por 4.
Obtemos 2 unidades e resta 1 unidade.

```
  D U
  8 9 |4
– 8     2 2
  0 9   D U
  – 8
    1
```

Substituímos 1 unidade por 10 décimos.
Para isso, colocamos a vírgula no quociente a fim de separar a parte inteira da parte decimal.
Dividimos 10 décimos por 4.
Obtemos 2 décimos e restam 2 décimos.

```
  D U
  8 9    |4
– 8       2 2,2
  0 9     D U d
–   8
    1 0
–     8
      2
```

Substituímos 2 décimos por 20 centésimos.
Dividimos 20 centésimos por 4.
Obtemos 5 centésimos e resto 0.

```
  D U
  8 9      |4
– 8         2 2,2 5
  0 9       D U d c
–   8
    1 0
–     8
      2 0
    – 2 0
        0
```

Portanto, o valor de cada prestação será de R$ 22,25.

DIVISÃO

- As divisões com números naturais (com divisor diferente de zero) que resultam em quociente na forma decimal são bem conhecidas pelos estudantes do 6º ano, principalmente em contextos como o da situação apresentada, em que se divide certa quantia (representada por um número natural) em prestações, obtendo-se uma quantia por prestação que é representada com um número na forma decimal.
- Enfatize que a colocação da vírgula no quociente representa a separação entre a parte inteira e a parte decimal e ocorre uma única vez.
- Caso os estudantes tenham dificuldade em compreender essa divisão, providencie dinheiro de brinquedo e simule-a, fazendo a composição de 89 reais com quatro cédulas de 20 reais e nove moedas de 1 real. Delimite quatro espaços sobre a mesa para representar as quatro prestações, distribua as cédulas, uma em cada parte, e depois as moedas. Mostre que, ao fazer isso, ainda sobrou uma moeda de 1 real; pergunte aos estudantes se é possível trocar essa moeda por quatro moedas de um mesmo valor. Espera-se que eles digam que é possível trocar a moeda de 1 real por quatro moedas de 25 centavos. Dessa forma, pode-se demonstrar concretamente que 89 reais divididos por 4 equivalem a 22 reais e 25 centavos.

DE OLHO NA BASE

Descobrir regras gerais para a resolução de problemas matemáticos auxilia os estudantes a desenvolver o pensamento científico, crítico e criativo e contribui para a aquisição da **competência geral 2**.

2. Para ampliar o repertório de cálculo dos estudantes em relação à divisão, proponha que realizem mentalmente, por estimativa, alguns cálculos de divisão entre números naturais cujo quociente seja um número na forma decimal.

Após essas estimativas, peça aos estudantes que resolvam as divisões utilizando a calculadora e confrontem os resultados obtidos por estimativa com os resultados obtidos com a calculadora, verificando se a estimativa é maior ou menor que o valor dado pela calculadora. A proposta dessa atividade é incentivar os estudantes a verificar a razoabilidade das respostas obtidas.

- A divisão de um número na forma decimal por um número natural diferente de zero é abordada com o uso de frações e pelo método do algoritmo da divisão. Em ambos os casos, discuta com os estudantes o posicionamento da vírgula no resultado final.
- Relembre à turma, se necessário, que, na divisão de frações, deve-se multiplicar o dividendo pelo inverso do divisor.
- No boxe *Pare e reflita*, mostre que, em uma divisão com resto, se multiplicarmos ou dividirmos o dividendo e o divisor por certo número, o resto fica multiplicado ou dividido por esse mesmo número. Então, proponha algumas divisões com resto e peça aos estudantes que multipliquem ou dividam pelo mesmo número os dividendos e os divisores e efetuem novamente a divisão para verificar essa propriedade.

DE OLHO NA BASE

As situações apresentadas nestas páginas mostram aos estudantes diferentes estratégias para resolver uma mesma divisão, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**.

Divisão de um número na forma decimal por um número natural diferente de zero

Cinco amigos foram lanchar em uma pastelaria. O valor da conta foi de R$ 48,50, e eles decidiram dividi-la igualmente entre eles. Quanto cada amigo deverá pagar?

Para calcular o valor que cada amigo pagará, devemos efetuar a divisão de R$ 48,50 por 5. Observe como podemos fazer essa divisão de duas maneiras.

1ª maneira: Transformando os números em frações decimais.

$\frac{1}{5}$ é o inverso de 5

$$48{,}5 : 5 = \frac{485}{10} : 5 = \underbrace{\frac{485}{10} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\overset{97}{\cancel{485}} \cdot 1}{10 \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{97}{10} = 9{,}7$$

Nas divisões que envolvem frações, multiplicamos o dividendo pelo inverso do divisor.

2ª maneira: Usando o algoritmo da divisão.

48 unidades divididas por 5 unidades é igual a 9 unidades e sobram 3 unidades, que correspondem a 30 décimos.

$$\begin{array}{rrr|l} \boxed{D} & \boxed{U} & \boxed{d} & \\ 4 & 8 & {,}5 & 5 \\ \cline{4-4} -4 & 5 & & 9 \\ \cline{1-2} & 3 & & \boxed{U} \end{array}$$

Os 30 décimos restantes adicionados a 5 décimos resultam em 35 décimos. 35 décimos divididos por 5 é igual a 7 décimos com resto zero.

$$\begin{array}{rrr|l} \boxed{D} & \boxed{U} & \boxed{d} & \\ 4 & 8 & {,}5 & 5 \\ \cline{4-4} -4 & 5 & \downarrow & 9{,}7 \\ \cline{1-2} & 3 & 5 & \boxed{U}\ \boxed{d} \\ & -3 & 5 & \\ \cline{2-3} & & 0 & \end{array}$$

Então, temos que 48,5 : 5 = 9,7.

Assim, cada amigo deverá pagar R$ 9,70.

Divisão entre dois números na forma decimal

Antes de estudarmos a divisão de números na forma decimal, vamos observar o seguinte fato da divisão com números naturais: se o dividendo e o divisor de uma divisão forem multiplicados ou divididos por um mesmo número diferente de zero, a nova divisão terá o mesmo quociente.

Exemplos

A. $$\begin{array}{ccccc} 6 & : & 2 & = & 3 \\ \cdot 10 \downarrow & & \downarrow \cdot 10 & & \\ 60 & : & 20 & = & 3 \end{array}$$

B. $$\begin{array}{ccccc} 120 & : & 4 & = & 30 \\ :2 \downarrow & & \downarrow :2 & & \\ 60 & : & 2 & = & 30 \end{array}$$

Podemos usar esse fato nas divisões que envolvem números na forma decimal. Acompanhe os exemplos a seguir.

PARE E REFLITA

O que acontece com o resto de uma divisão quando multiplicamos ou dividimos o dividendo e o divisor por um mesmo número?

Espera-se que os estudantes percebam que o resto fica multiplicado ou dividido por esse mesmo número.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Para que os estudantes reforcem o conteúdo sobre divisão de números na forma decimal e ampliem seus repertórios de cálculo, proponha as seguintes atividades:

1. Utilize as cédulas e as moedas de brinquedo para simular com a turma situações de divisão de uma conta de restaurante entre alguns estudantes, o valor da parcela de uma compra, etc.
2. Escreva as seguintes divisões na lousa:

a) 725,1 : 10 = 72,51
725,1 : 100 = 7,251
725,1 : 1 000 = 0,7251

b) 32,3 : 10 = 3,23
32,3 : 100 = 0,323
32,3 : 1 000 = 0,0323

c) 8,7 : 10 = 0,87
8,7 : 100 = 0,087
8,7 : 1 000 = 0,0087

Peça aos estudantes que calculem os resultados dessas divisões e pergunte a eles se percebem alguma regra para resolver divisões de números na forma decimal por 10, por 100 ou por 1 000.

Verifique se eles percebem que, ao dividir um número na forma decimal por 10, a vírgula desloca-se uma vez para a esquerda; ao dividir por 100, desloca-se duas vezes; e, ao dividir por 1 000, desloca-se três vezes. Proponha outras divisões de números na forma decimal por potências de 10. Desse modo, espera-se que os estudantes compreendam que, ao dividir um número na forma decimal por uma potência de 10, a ordem de grandeza do quociente diminui em relação ao número dividido.

Exemplos

A. Vamos efetuar 4,5 : 0,25 de duas maneiras.

1ª maneira: Usando o algoritmo usual.

Multiplicamos o dividendo e o divisor por 100 para suprimir as vírgulas e, em seguida, efetuamos a divisão pelo algoritmo usual.

$$\begin{array}{c} 4{,}5 : 0{,}25 \\ \cdot 100 \downarrow \qquad \downarrow \cdot 100 \\ 450 : 25 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 450 & 25 \\ \cline{2-2} -25 & 18 \\ \cline{1-1} 200 & \\ -200 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Então, 4,5 : 0,25 = 18.

2ª maneira: Transformando os números em frações decimais.

$$4{,}5 : 0{,}25 = \frac{45}{10} : \frac{25}{100} = \frac{\overset{9}{\cancel{45}}}{\underset{1}{\cancel{10}}} \cdot \frac{\overset{10}{\cancel{100}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 5} = \frac{90}{5} = 18$$

B. Vamos efetuar 29,52 : 14,4 usando o algoritmo usual.

Multiplicamos o dividendo e o divisor por 100 para suprimir as vírgulas e, em seguida, efetuamos a divisão pelo algoritmo usual.

$$\begin{array}{c} 29{,}52 : 14{,}4 \\ \cdot 100 \downarrow \qquad \downarrow \cdot 100 \\ 2\,952 : 1\,440 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2\,9\,5\,2 & 1\,4\,4\,0 \\ \cline{2-2} -2\,8\,8\,0 & 2{,}0\,5 \\ \cline{1-1} 7\,2\,0\,0 & \\ -7\,2\,0\,0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Então, 29,52 : 14,4 = 2,05.

Decimais exatos e dízimas periódicas

Acompanhe os seguintes exemplos.

Exemplo A

Rafael tem 4 netos. Ele vai dividir R$ 50,00 igualmente entre os netos. Quanto cada neto vai receber do avô?

Para calcular quanto cada neto vai receber, podemos efetuar 50 : 4.

$$\begin{array}{r|l} 5\,0 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1\,2{,}5 \\ \cline{1-1} 1\,0 & \\ -8 & \\ \cline{1-1} 2\,0 & \\ -2\,0 & \\ \cline{1-1} 0 \longleftarrow \text{resto } 0 & \end{array}$$

Cada neto vai receber R$ 12,50.

- Mostre aos estudantes, por meio de exemplos, que a divisão entre dois números na forma decimal pode ser realizada pela divisão entre dois números inteiros, desde que ambos os números sejam multiplicados pela mesma potência de 10.
- Comente também que as outras estratégias empregadas até o momento para o cálculo da divisão continuam valendo, como a estimativa, o algoritmo usual e o uso de frações decimais.

- No exemplo **B**, é apresentada uma situação em que o divisor é maior que o dividendo. Explore situações cotidianas com divisão de valores monetários entre um número maior de pessoas que o valor a ser dividido. Por exemplo: Quero repartir 9 reais entre 36 pessoas. Quanto cada uma vai receber? (Resposta: 25 centavos.) A ideia é que os estudantes percebam que nesse tipo de situação o quociente sempre será menor que a unidade.
- Ressalte que, para fazer aproximações arredondando um quociente que não é exato, precisamos saber qual é o número desejado de casas decimais.

Exemplo B

Tábatha quer calcular o resultado de 0,9 : 7,2. Observe como ela pode realizar essa divisão.

Primeiro, multiplica-se o dividendo e o divisor por 10 para suprimir a vírgula.

$$\begin{array}{ccc} 0{,}9 & : & 7{,}2 \\ {\scriptstyle \cdot 10}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \cdot 10} \\ 9 & : & 72 \end{array}$$

Depois, efetua-se a divisão pelo algoritmo usual.

$$\begin{array}{r|l} 90 & 72 \\ \cline{2-2} -\underline{72} & 0{,}125 \\ 180 & \\ -\underline{144} & \\ 360 & \\ -\underline{360} & \\ 0 \leftarrow \text{resto 0} & \end{array}$$

Assim, o resultado da divisão é 0,125.

Observe que as divisões dos exemplos A e B têm quociente na forma decimal (12,50 e 0,125) e resto zero. Os números 12,50 e 0,125 são chamados de **decimais exatos**.

Agora, acompanhe outro exemplo que envolve divisão com números na forma decimal.

Exemplo C

Vamos efetuar 9 : 7 usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{r|l} 9 & 7 \\ \cline{2-2} -\underline{7} & 1{,}2 \\ 20 & \\ -\underline{14} & \\ 6 & \end{array}$$


João Picoli/ID/BR

Como não obtemos resto zero, dizemos que 1,2 é um **quociente aproximado** até a casa dos décimos.

Continuando a divisão, temos:

$$\begin{array}{r|l} 9 & 7 \\ \cline{2-2} -\underline{7} & 1{,}28 \\ 20 & \\ -\underline{14} & \\ 60 & \\ -\underline{56} & \\ 4 & \end{array}$$

Como não obtemos resto zero, dizemos que 1,28 é um quociente aproximado até a casa dos centésimos.

Continuando a divisão, temos:

```
  9     |7
 -7      1, 2 8 5
  2 0
 -1 4
    6 0
  - 5 6
      4 0
    - 3 5
        5
```

Como não obtemos resto zero, dizemos que 1,285 é um quociente aproximado até a casa dos milésimos.

Se desejarmos, podemos continuar a divisão de 9 por 7, obtendo quocientes aproximados com mais casas decimais.

Agora, observe mais dois exemplos de divisões que envolvem números na forma decimal.

Exemplo D

Vamos efetuar a divisão 7 : 3.

```
  7    |3
 -6     2, 3 3
  1 0
 - 9
    1 0
   - 9
      1
```

Exemplo E

Vamos efetuar a divisão 37 : 99.

```
  3 7 0          |9 9
 -2 9 7           0, 3 7 3 7
  0 7 3 0
 - 6 9 3
    0 3 7 0
   - 2 9 7
      0 7 3 0
     - 6 9 3
        0 3 7 0
       - 2 9 7
          0 7 3 0
         - 6 9 3
            0 3 7
```

João Picoli/ID/BR

- Peça aos estudantes que reproduzam a divisão do exemplo **C** no caderno e a continuem até que o resto comece a se repetir, conforme mostrado a seguir.

```
  9           |7
 -7            1, 2 8 5 7 1 4
  ②0
 -1 4
    6 0
   -5 6
      4 0
     -3 5
        5 0
       -4 9
          1 0
        -   7
            3 0
          -   2 8
                ②
```

Depois, pergunte aos estudantes se eles sabem dizer o que aconteceria com o quociente se continuássemos a divisão. Espera-se que eles percebam que os algarismos 285714 do quociente vão se repetir, nessa ordem, indefinidamente.

- No estudo das divisões que geram dízimas periódicas, os estudantes devem compreender a formação do período. Neste momento, o estudo desse conteúdo limita-se a encontrar a dízima periódica, pois ele será retomado no 8º ano, quando serão tratados os procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz. Sugira aos estudantes que resolvam as atividades desta página empregando mais de uma estratégia para a resolução dos cálculos propostos: algoritmo usual, usando frações decimais ou cálculo mental, com arredondamento.
- Como ampliação, proponha aos estudantes que elaborem um problema do cotidiano que apresente como solução um dos cálculos das atividades.
- Na atividade **22**, se os estudantes escreverem as respostas utilizando reticências, peça que indiquem o período da dízima periódica em cada caso.

Nos exemplos D e E, mesmo que continuássemos indefinidamente a fazer a divisão, não obteríamos resto zero. No exemplo D, a cada etapa acrescentaríamos o algarismo 3 ao quociente e obteríamos 1 como resto e, no exemplo E, acrescentaríamos 37 ao quociente e obteríamos 37 como resto.

Podemos representar o resultado das divisões dos exemplos D e E por:

$$7 : 3 = 2{,}33... \qquad 37 : 99 = 0{,}3737...$$

As reticências indicam que esses números têm infinitas casas decimais.

Dizemos que 2,33... e 0,3737... são **dízimas periódicas**.

O número formado pelos algarismos que se repetem em uma dízima periódica é chamado de **período**.

Podemos também usar um traço colocado acima do período em vez de usar as reticências. Veja.

$$2{,}333... = 2{,}\overline{3} \qquad 0{,}3737... = 0{,}\overline{37}$$

Então, $7 : 3 = \frac{7}{3} = 2{,}333... = 2{,}\overline{3}$ e $37 : 99 = \frac{37}{99} = 0{,}3737... = 0{,}\overline{37}$.

Observação

Perceba que no exemplo C também obtemos uma dízima periódica. Entretanto, o período dessa dízima é maior que o período das dízimas dos exemplos D e E. Além disso, no exemplo D, note que 2,33 é um quociente aproximado para a divisão de 7 por 3, do mesmo modo que, no exemplo C, 1,285 é um quociente aproximado para a divisão de 9 por 7.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

18. Escreva cada uma das frações a seguir com um número na forma decimal.

a) $\frac{15}{6}$ **2,5**
b) $\frac{35}{8}$ **4,375**
c) $\frac{72}{15}$ **4,8**
d) $\frac{27}{12}$ **2,25**
e) $\frac{112}{10}$ **11,2**
f) $\frac{321}{100}$ **3,21**
g) $\frac{47}{5}$ **9,4**
h) $\frac{439}{1\,000}$ **0,439**

19. Determine o valor de cada divisão de um número na forma decimal por um número natural a seguir.

a) 8,4 : 3 **2,8**
b) 38,5 : 4 **9,625**
c) 123,5 : 5 **24,7**
d) 18,567 : 9 **2,063**
e) 0,9 : 10 **0,09**
f) 3,87 : 100 **0,0387**
g) 0,987 : 10 **0,0987**
h) 12,56 : 1 000 **0,01256**
i) 3,216 : 12 **0,268**
j) 125,94 : 6 **20,99**

20. Determine o valor de cada divisão de números na forma decimal a seguir.

a) 5,25 : 1,75 **3**
b) 3,92 : 2,8 **1,4**
c) 10,575 : 4,23 **2,5**
d) 1,085 : 0,5 **2,17**
e) 2,06 : 0,2 **10,3**
f) 2,6 : 2,5 **1,04**
g) 39,13 : 1,3 **30,1**
h) 60,09 : 1,5 **40,06**

21. Determine o quociente aproximado até a casa dos centésimos em cada divisão a seguir.

a) 2 : 3 **0,67**
b) 4 : 9 **0,44**
c) 5 : 3 **1,67**
d) 5 : 7 **0,71**
e) 57 : 18 **3,17**
f) 110 : 3 **36,67**
g) 5,7 : 2,3 **2,48**
h) 10,1 : 9 **1,12**
i) 8,9 : 4,5 **1,98**

22. Determine o quociente de cada divisão a seguir.

a) 1 : 3 $\mathbf{0{,}\overline{3}}$
b) 1 : 9 $\mathbf{0{,}\overline{1}}$
c) 1 : 6 $\mathbf{0{,}1\overline{6}}$
d) 11 : 9 $\mathbf{1{,}\overline{2}}$
e) 17 : 3 $\mathbf{5{,}\overline{6}}$
f) 56 : 12 $\mathbf{4{,}\overline{6}}$
g) 44 : 45 $\mathbf{0{,}9\overline{7}}$
h) 10 : 6 $\mathbf{1{,}\overline{6}}$
i) 31 : 33 $\mathbf{0{,}\overline{93}}$

Potenciação

Como vimos nos números naturais, a potenciação indica uma multiplicação de fatores iguais. As potências em que a base é um número na forma decimal e o expoente é um número natural seguem as mesmas regras vistas quando a base é um número natural.

Se os fatores estão na forma decimal, podemos transformá-los em frações decimais ou executar a operação pelo algoritmo da multiplicação.

Exemplos

A. Vamos calcular o resultado de $(0,2)^3$ de duas maneiras.

1ª maneira: Transformando em frações decimais.

$$(0,2)^3 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{8}{1\,000} = 0,008$$

2ª maneira: Efetuando a multiplicação pelo algoritmo usual.

$$\begin{array}{r} 0,2 \\ \times\ 0,2 \\ \hline 0,04 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,04 \\ \times\ 0,2 \\ \hline 0,008 \end{array}$$

Então, temos que $(0,2)^3 = 0,008$.

B. Vamos efetuar $(1,5)^2$.

1ª maneira: Transformando em frações decimais.

$$(1,5)^2 = 1,5 \cdot 1,5 = \frac{15}{10} \cdot \frac{15}{10} = \frac{15 \cdot 15}{10 \cdot 10} = \frac{225}{100} = 2,25$$

2ª maneira: Efetuando a multiplicação pelo algoritmo usual.

$$\begin{array}{r} 1,5 \\ \times\ 1,5 \\ \hline 75 \\ +\ 150 \\ \hline 2,25 \end{array}$$

Então, temos que $(1,5)^2 = 2,25$.

Raiz quadrada

Encontrar um número racional que, multiplicado por ele mesmo, resulte em 0,64, por exemplo, é calcular a raiz quadrada de 0,64. Indicamos a raiz quadrada de 0,64 do seguinte modo: $\sqrt{0,64}$. Então:

$$\sqrt{0,64} = 0,8, \text{ pois } 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$$

Exemplos

A. A raiz quadrada de 0,09 é igual a 0,3, pois $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.
Indicamos $\sqrt{0,09} = 0,3$.

B. A raiz quadrada de 2,25 é igual a 1,5, pois $1,5 \cdot 1,5 = 2,25$.
Indicamos $\sqrt{2,25} = 1,5$.

POTENCIAÇÃO

- Retome o conceito de potenciação como uma multiplicação de fatores iguais, da mesma maneira como foi estudado com os números naturais. Mostre que, assim como foi feito na multiplicação e na divisão, existe mais de uma estratégia para o cálculo da potenciação com números na forma decimal.

RAIZ QUADRADA

- O estudo da raiz quadrada com números na forma decimal é feito da mesma maneira como ocorreu no trabalho com os números naturais.
- Se julgar oportuno, mostre aos estudantes que o cálculo da raiz quadrada também pode ser feito transformando o número na forma decimal em uma fração decimal. Por exemplo:

$$\sqrt{0,09} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Caso seja necessário, retome o cálculo de raiz quadrada de frações da unidade 5.

DE OLHO NA BASE

Os exemplos desta página mostram diferentes estratégias para o cálculo de potenciação, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NA FORMA DECIMAL NA CALCULADORA

- Para a realização dos exemplos desta página, providencie calculadoras ou peça antecipadamente aos estudantes que as tragam para a sala de aula.
- No exemplo **A**, pergunte aos estudantes se eles representariam 1,5 de outra forma na calculadora. Verifique se algum estudante sugere que se faça 3 : 2 ou qualquer outra divisão equivalente.

DE OLHO NA BASE

Saber manusear uma calculadora e conseguir efetuar cálculos com ela, mesmo que alguma tecla esteja quebrada, favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**.

Operações com números na forma decimal na calculadora

Vamos efetuar algumas operações com números na forma decimal na calculadora. Lembre-se de que, de maneira geral, nas calculadoras devemos usar "·" em vez de "," para separar a parte inteira da parte decimal.

Para efetuar 1,5 · 3, por exemplo, apertamos as seguintes teclas:

1 · 5 × 3 =

No visor aparecerá:

4.5

Mas e se algumas das teclas da calculadora estiverem quebradas?

Vamos ver, por meio de alguns exemplos, como poderíamos efetuar algumas operações mesmo com algumas teclas quebradas.

Exemplos

A. Como podemos efetuar 1,5 · 3, se a tecla · estiver quebrada?

Se a tecla · estiver quebrada, temos de pensar em outras maneiras de representar o número 1,5 na calculadora.

Uma das maneiras de escrever 1,5 é $\frac{15}{10}$. Assim, podemos apertar as teclas 1 5 ÷ 1 0, que resultará em 1.5.

Podemos multiplicar esse valor por 3, apertando as teclas × 3, e obter o resultado com a tecla =. O resultado será o mesmo que o obtido se a tecla · estivesse funcionando, ou seja: 4.5.

B. Como podemos efetuar 2,6 : 13 se as teclas · e 0 estiverem quebradas?

Uma das formas de escrever 2,6 é $\frac{26}{10}$, porém, como a tecla 0 também está quebrada, podemos simplificar essa fração:

$$\frac{26}{10} = \frac{13}{5}$$

Então, para efetuar 2,6 : 13 na calculadora sem usar as teclas · e 0, podemos apertar as teclas 1 3 ÷ 5 ÷ 1 3 = e obter o resultado: 0.2.

sm

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Com o intuito de ajudar os estudantes a se familiarizar com a calculadora, sugira que a utilizem para realizar operações que envolvam números na forma decimal, como multiplicações, divisões cujo quociente seja formado por números na forma decimal exatos e dízimas periódicas, bem como potências e raiz quadrada. Se julgar oportuno, retome as atividades do Livro do Estudante já feitas e peça aos estudantes que as realizem utilizando a calculadora.

DESCUBRA MAIS

Será que é possível encontrar o número na forma decimal mais próximo de zero?

Já vimos como efetuar divisões com números na forma decimal, cujos resultados são quocientes exatos ou aproximados. Agora, vamos descobrir o número na forma decimal mais próximo de zero que pode ser representado em uma calculadora.

Materiais

- barbante com 50 cm de comprimento
- tesoura com pontas arredondadas
- trena ou régua de 30 cm
- calculadora
- caderno para anotações
- lápis ou caneta

(Representações sem proporção de tamanho entre si)

Como fazer

① Antes de iniciar o experimento, construa um quadro como o mostrado para organizar as informações.

Corte	Medida do comprimento do barbante obtida com régua ou trena	Medida do comprimento do barbante obtida com o uso de calculadora
1º		25 cm
...		

② Veja as imagens e leia as instruções a seguir.


Fotografias: Sérgio Dotta Jr./ID/BR

Dobre o barbante ao meio, corte-o e separe as metades. Meça o comprimento de uma das partes com a trena ou a régua. Anote o valor encontrado no quadro. Repita esse procedimento usando o pedaço de barbante que mediu até que não consiga mais realizar cortes.

③ Reproduza o processo de obtenção das medidas encontradas no passo anterior usando a calculadora. Para isso, divida por 2 cada resultado. Registre as informações no quadro.

Para concluir

Responda sempre no caderno.

1. Em sua opinião, por que há diferença nos valores encontrados para as medidas dos comprimentos dos cortes de barbante quando usamos a trena (ou a régua) e quando usamos a calculadora? **Resposta pessoal. Uma das respostas possíveis é a presença de erros durante o processo empírico.**
2. Qual é a medida do comprimento de barbante mais próxima de zero a que você conseguiu chegar com os cortes no barbante? E com a calculadora? Qual foi o valor mais próximo? Justifique suas respostas. **Respostas pessoais.**
3. Se você continuasse a divisão na calculadora, qual seria o número mais próximo de zero a que chegaria? **Resposta pessoal. Pergunte aos estudantes se conseguem imaginar um número ainda mais próximo de zero do que o que eles obtiveram na calculadora.**

DESCUBRA MAIS

Discuta com os estudantes a ideia de que, dado um número racional qualquer, sempre é possível encontrar um número maior que o número dado, que ainda seja menor que o próximo inteiro.

Essa atividade tem como objetivo mostrar aos estudantes que, para qualquer número, sempre é possível dividi-lo em duas partes iguais, pois entre dois inteiros consecutivos existem infinitos números racionais.

A ideia não é aprofundar o conceito de infinito, visto que os estudantes não têm maturidade cognitiva para tal; mas é importante introduzir a ideia de infinitos pontos, infinitos números, para que compreendam, ainda que superficialmente, a necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais, levando à construção dos números racionais.

PARA CONCLUIR

- Na atividade **2**, provavelmente, ao cortar o barbante sucessivamente, os estudantes conseguirão obter um pedaço com medida de comprimento de 0,7 cm a 0,3 cm aproximadamente. Já com a calculadora, nas linhas respectivas, o quadro será preenchido com 0,78125 cm e 0,390625 cm.
- O tipo de calculadora influencia a resposta da questão **3**. Se a calculadora for simples, os estudantes vão repetir a divisão até obter zero, uma vez que esse tipo de calculadora já arredonda os valores para sete casas decimais, e o valor que eles encontrarão antes de zerar será 0,0000001. Se a calculadora utilizada for a padrão de um computador, com dezesseis casas decimais, o valor encontrado será 0,0003814697265625 e, quando os estudantes dividirem esse valor por 2, aparecerá 1,9073486328125e-4. Se julgar oportuno, explique que e-4 significa que o número antes dele está sendo multiplicado por 10^{-4} ou 0,0001. E que, a cada vez que o número for dividido por 2, ele ficará menor e com mais casas decimais e cada vez mais próximo do zero.

PORCENTAGEM

- Discuta o conceito de porcentagem relacionando-a com números na forma decimal, utilizando tabelas que mostrem a razão entre as partes e o todo, de modo a facilitar a compreensão dos cálculos e procedimentos.

DE OLHO NA BASE

As situações desta página mostram aos estudantes como resolver problemas que envolvem porcentagem utilizando estratégias diferentes, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA13**.

PARA EXPLORAR

***Aventura decimal*, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática, 2008 (Coleção A Descoberta da Matemática).**

Com esse livro, você vai conhecer a história de Paulo, um craque de futebol que vai parar na Terra do Povo Pequeno e viver uma aventura decimal.

Porcentagem

Sabemos que uma porcentagem pode ser representada por uma fração cujo denominador é 100 e que podemos escrever qualquer fração decimal como um número na forma decimal.

Exemplos

A. $13\% = \frac{13}{100} = 0{,}13$

B. $1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$

Do mesmo modo, podemos transformar um número na forma decimal em uma fração decimal com denominador 100 e, então, encontrar a porcentagem correspondente.

Exemplos

A. $0{,}24 = \frac{24}{100} = 24\%$

B. $0{,}598 = \frac{59{,}8}{100} = 59{,}8\%$

Agora, acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Em uma pesquisa sobre o nível de satisfação dos clientes, uma empresa obteve o seguinte resultado:

Nível de satisfação dos clientes

Nível	Número de votos
Muito bom	12
Bom	16
Regular	10
Ruim	2
Total	**40**

Dados fornecidos pela administração da empresa.

Para saber a porcentagem de pessoas que votaram na classificação “Muito bom”, devemos verificar quanto o número de votos “Muito bom”, ou seja, 12, representa do total de votos, que é 40. Assim:

$$\frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 0{,}30 = \frac{30}{100} = 30\%$$

Portanto, 30% das pessoas que responderam à pesquisa votaram na classificação “Muito bom”.

Situação 2

Marcelo comprou uma bermuda que estava em promoção com 60% de desconto. O preço dela sem desconto era R$ 80,00. Quanto Marcelo pagou pela bermuda?

Danilo Souza/ID/BR

- Valor do desconto:

$$60\% \text{ de } 80 = 0{,}6 \cdot 80 = 48$$

- Preço com desconto:

$$80 - 48 = 32$$

Portanto, Marcelo pagou R$ 32,00 pela bermuda.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Sugira aos estudantes que, em grupos, realizem uma pesquisa de opinião sobre algum tema de interesse da turma, como esporte preferido, comida favorita, animais de estimação, etc. Após a obtenção dos dados, oriente-os a organizar as informações obtidas em uma tabela, indicando a quantidade de votos e as porcentagens correspondentes. Peça que elaborem um pequeno texto com as conclusões a que chegaram após tabularem os dados obtidos na pesquisa.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

23. Calcule.

a) $(0,1)^2$ **0,01**
b) $(0,1)^3$ **0,001**
c) $(0,3)^2$ **0,09**
d) $(1,1)^2$ **1,21**
e) $(1,4)^2$ **1,96**
f) $(0,4)^3$ **0,064**

24. Calcule.

a) $\sqrt{0,04}$ **0,2**
b) $\sqrt{0,16}$ **0,4**
c) $\sqrt{0,25}$ **0,5**
d) $\sqrt{0,81}$ **0,9**
e) $\sqrt{1,69}$ **1,3**
f) $\sqrt{2,56}$ **1,6**

25. Responda às questões a seguir.

a) O quadrado de um número é 0,49. Que número é esse? **0,7**

b) O cubo de um número é 0,125. Que número é esse? **0,5**

c) A raiz quadrada de um número é 1,7. Que número é esse? **2,89**

26. Calcule os seguintes valores.

a) 10% de 40 **4**
b) 1% de 500 **5**
c) 0,3% de 180 **0,54**
d) 25% de 80 **20**
e) 2,5% de 80 **2**
f) 230% de 25 **57,5**
g) 1,4% de 1 203 **16,842**
h) 150% de 54 **81**

27. Mariana quer comprar uma bicicleta usada, igual à do anúncio a seguir. Qual é o preço que ela vai pagar se comprá-la à vista? **R$ 331,20**

Ana Katharine Frota/ID/BR

28. Um forno de micro-ondas custa R$ 500,00. Lúcia comprou esse aparelho com um desconto de 6,5%.

a) Qual foi o valor do desconto, em reais, que Lúcia recebeu? **R$ 32,50**

b) Quanto Lúcia pagou pelo aparelho? **R$ 467,50**

29. Em uma escola com 1 250 estudantes, foi realizada uma eleição para o Grêmio Estudantil. Veja o resultado da eleição.

Eleições para o Grêmio Estudantil

Opções de votos	Quantidade de votos (em %)
Chapa Atuante	38
Chapa Mudança	26
Chapa Renovação	18
Em branco	12
Nulos	2
Não compareceram	4

Dados fornecidos pela organização da escola.

a) Quantos estudantes votaram na chapa que venceu a eleição? **475 estudantes.**

b) Apenas os votos destinados a candidatos são considerados válidos. Qual é o percentual de votos válidos? **82%**

c) Quantos estudantes não votaram em nenhuma chapa? **225 estudantes.**

30. O jogador que mais marcou em um campeonato de basquete fez 180 pontos. Desse total, 35% dos pontos foram de lances livres.

a) Quantos pontos esse atleta fez em lances livres? **63 pontos.**

b) Do total de pontos que esse jogador marcou no campeonato, que porcentagem expressa os pontos que não foram obtidos em lances livres? **65%**

31. Ajude André a responder à pergunta.

Danilo Souza/ID/BR

Dê a resposta em porcentagem. **1%**

- Sugira aos estudantes que realizem, quando possível, as atividades mentalmente por aproximação antes do cálculo exato e comparem os valores obtidos.
- Na atividade **26**, os itens **f** e **h** trazem cálculos de porcentagem maiores que 100%. Verifique se os estudantes compreendem que, nesses casos, o resultado será maior que o valor inicial. Reforce que 100% equivale a 1 e faça uma relação com as frações impróprias.
- Durante a realização das atividades **29** e **30**, verifique se os estudantes compreendem que, nesses casos, o total de votos e de pontos representam o inteiro, que equivale a 100%.
- Peça aos estudantes que comentem como pensaram para realizar a atividade **31**.

DE OLHO NA BASE

As atividades desta página permitem aos estudantes resolver problemas que envolvem potenciação e raiz quadrada de números na forma decimal por meio de diferentes estratégias, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**, e resolver problemas que envolvem o cálculo de porcentagem em diferentes contextos, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA13**.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **4**, além das respostas sugeridas, pergunte aos estudantes se há uma maneira de comprar 35 rosas gastando menos que os R$ 403,90. Verifique se eles percebem que, se forem comprados 3 arranjos serão gastos R$ 360,00 e ainda terá 1 rosa a mais. Essa rosa pode ser devolvida à floricultura, por exemplo. Oriente-os sobre não ser interessante comprar além do que precisamos, mas, nesse caso, devolvendo a rosa à floricultura, não haverá desperdício.
- Incentive os estudantes a resolver o item **b** da atividade **5** mentalmente.

DE OLHO NA BASE

As atividades **8** e **9** permitem aos estudantes elaborar problemas que envolvem operações com números na forma decimal e o cálculo de porcentagem, favorecendo o desenvolvimento das habilidades **EF06MA11** e **EF06MA13**.

DIVERSIFICANDO

2. Sim. É possível transportar toda a carga de uma vez e ainda caberiam 625,5 kg.

1. José foi a uma lanchonete e comprou dois pães de queijo a R$ 3,80 cada um e dois refrigerantes a R$ 3,50 cada um. Pagou a conta com uma cédula de R$ 20,00. Quanto recebeu de troco? **R$ 5,40**

2. Arnaldo é agricultor e precisa transportar 128,75 kg de alho, 562,25 kg de cebola e 1 683,5 kg de batata. Se a capacidade de carga do caminhão usado por Arnaldo é de 3 toneladas, é possível transportar toda essa carga de uma vez usando esse caminhão? Justifique.

3. A medida da massa de 50 balas de goma é 80 gramas. Qual é a medida de massa de cada bala, considerando que as balas têm massas iguais? **1,6 grama**

4. Em uma floricultura, vendem-se rosas avulsas ou em arranjos com uma dúzia, com os seguintes preços:

- R$ 14,90 cada rosa
- R$ 120,00 cada arranjo

a) Qual é o custo de cada rosa quando se compra um arranjo? **R$ 10,00**

b) Se uma pessoa quiser comprar 35 rosas, como deve fazer para gastar menos: Comprar rosas avulsas ou em arranjos? Explique como você pensou. **Para gastar menos, a pessoa deve comprar 2 arranjos e 11 rosas avulsas.**

5. Certo modelo de carro consome 1 L de gasolina para andar 18,8 km na rodovia ou 14,2 km na cidade.

a) Se o tanque estiver com 35 L, quantos quilômetros esse carro pode andar na rodovia sem reabastecer? **658 quilômetros.**

b) Se o carro andar 142 km na cidade, quanto gastará de gasolina? **10 litros.**

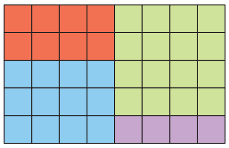
6. Registre no caderno a alternativa correta.

A Papelaria Souza está fazendo uma grande promoção. Anita resolveu aproveitar e comprou 7 cadernos que custaram R$ 21,42 cada um; 4 canetas que custaram R$ 2,26 cada uma; e 45 canetas coloridas que custaram R$ 11,22 cada uma. Qual é o troco de Anita, sabendo que ela levou sete notas de R$ 100,00?

a) R$ 36,12
b) R$ 38,62
c) R$ 32,68
d) R$ 63,82
e) R$ 83,62

Alternativa a.

7. Reproduza as frases a seguir no caderno e complete-as com um número que as torne corretas em relação a esta figura.


ID/BR

a) Os quadradinhos de cor azul representam ★% da figura. **30**

b) 10% dos quadradinhos da figura foram pintados de ★. **roxo**

c) A cor verde representa ★% dos quadradinhos da figura. **40**

d) 20% dos quadradinhos da figura foram pintados de ★. **vermelho**

8. Elabore um problema com base na imagem a seguir que envolva operações com números na forma decimal. Depois, dê seu problema a um colega para ele resolver. **Resposta pessoal.**

AM Studio/ID/BR

9. Elabore um problema com base na ilustração a seguir e dê a um colega para ele resolver. **Resposta pessoal.**

Danilo Souza/ID/BR

10. Substitua cada ★ para que as igualdades se mantenham verdadeiras.

a) 1 + 8 = 7 + 2
1 + 8 + 0,2 = 7 + 2 + $\overset{0{,}2}{★}$

b) 70,51 + 8,32 = 14,87 + 63,96
70,51 + 8,32 + $\overset{12{,}57}{★}$ = 14,87 + 63,96 + 12,57

c) 1,57 + 91,83 = 81,46 + 11,94
1,57 + 91,83 + 15 = 81,46 + 11,94 + $\overset{15}{★}$

d) 905 − 15 = 1 041 − 151
905 − 15 − 10,15 = 1 041 − 151 − $\overset{10{,}15}{★}$

e) 214 + 15,7 = 248 − 18,3
214 + 15,7 − $\overset{67{,}15}{★}$ = 248 − 18,3 − 67,15

f) 87,4 − 75,6 = 91,7 − 79,9
87,4 − 75,6 − $\overset{24}{★}$ = 91,7 − 79,9 − 24

g) 12 · 15 = 18 · 10
12 · 15 · 0,15 = 18 · 10 · $\overset{0{,}15}{★}$

h) 1,8 · 8,6 = 46,44 : 3
1,8 · 8,6 · 2,7 = 46,44 : 3 · $\overset{2{,}7}{★}$

i) 1,2 · 2,8 = 2,1 · 1,6
1,2 · 2,8 · $\overset{15}{★}$ = 2,1 · 1,6 · 15

j) 756 : 12 = 504 : 8
756 : 12 : 1,2 = 504 : 8 : $\overset{1{,}2}{★}$

k) 7,74 : 4,3 = 4,5 : 2,5
7,74 : 4,3 : $\overset{0{,}9}{★}$ = 4,5 : 2,5 : 0,9

l) 8,84 : 3,4 = 3,38 : 1,3
8,84 : 3,4 : 2 = 3,38 : 1,3 : $\overset{2}{★}$

11. Paulo foi comprar um automóvel e a concessionária ofereceu duas formas de pagamento. A primeira, à vista, no valor de R$ 72 670,00 e a segunda, a prazo, sendo R$ 19 501,00 de entrada e o restante em 6 prestações mensais iguais de R$ 13 135,50.

Com o auxílio de uma calculadora, responda às questões a seguir.

a) Existe diferença no valor do automóvel se ele comprar à vista ou a prazo? **Sim.**

b) Se sim, de quanto é essa diferença? **R$ 25 644,00**

12. Junte-se a três colegas. Discutam se as frases a seguir são verdadeiras ou falsas. **Espera-se que os estudantes cheguem à conclusão de que todas as frases são verdadeiras.**

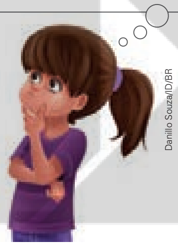
a) Uma igualdade cujos membros são números naturais se mantém verdadeira quando adicionamos, subtraímos, multiplicamos ou dividimos os dois membros por um mesmo número racional na forma decimal.

b) Uma igualdade cujos membros são números racionais na forma decimal se mantém verdadeira quando adicionamos, subtraímos, multiplicamos ou dividimos os dois membros por um mesmo número natural.

c) Uma igualdade cujos membros são números racionais na forma decimal se mantém verdadeira quando adicionamos, subtraímos, multiplicamos ou dividimos os dois membros por um mesmo número racional na forma decimal.

13. Observe como Mariana calculou quanto é 30% de 50.

Para calcular quanto é 30% de 50, posso fazer a multiplicação 0,30 · 50. Para transformar 0,30 em um número natural, basta multiplicá-lo por 10, obtendo 3. Como multipliquei 0,3 por 10, vou dividir 50 por 10 para que a igualdade se mantenha verdadeira. Assim, para calcular 0,30 · 50, posso calcular 3 · 5, obtendo o mesmo resultado.


Danillo Souza/ID/BR

Agora, calcule mentalmente as porcentagens a seguir.

a) 20% de 60 **12**
b) 40% de 800 **320**
c) 7% de 900 **63**
d) 6% de 1 200 **72**

14. Na compra de um aparelho, obtive desconto de 15% por ter feito o pagamento à vista. Se paguei R$ 102,00 reais pelo aparelho, qual era o preço original? **R$ 120,00**

- Amplie a atividade **13** sugerindo aos estudantes que a resolvam utilizando frações decimais.

DE OLHO NA BASE

As atividades **10** e **12** contribuem para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14**.

Ao utilizar a calculadora para resolver a atividade **11**, os estudantes estarão favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11**.

Ao calcular mentalmente as porcentagens indicadas em cada item na atividade **13**, os estudantes estarão favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA13**.

- Na atividade **14**, pergunte aos estudantes como pensaram para resolver o problema e promova um debate das ideias apresentadas por eles.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Entre as estratégias que podemos adotar para auxiliar na compreensão das operações com números na forma decimal estão:

- Exemplificar cada uma das operações com números naturais e extrapolar os conhecimentos para os números na forma decimal.
- Sempre que possível, utilizar o quadro de ordens para facilitar a visualização da ordem correspondente a cada um dos algarismos.
- Apresentar frações decimais que facilitem a visualização do posicionamento da vírgula no número decimal. Fique atento para o fato de que alguns estudantes podem apresentar dificuldades com os números decimais, pois não compreenderam as frações decimais. Se este for o caso, retome o conceito de fração decimal.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nesta seção, visando oferecer ferramentas para a tomada de decisão autônoma dos estudantes, convide-os a refletir sobre responsabilidades, atitudes e consequências de tomadas de decisão a respeito de questões financeiras de acordo com a situação apresentada. Para que reflitam sobre o significado de "consumo responsável", incentive-os a descrever algumas situações vivenciadas com os pais ou responsáveis nas quais foram tomadas atitudes que eles consideram positivas ou negativas que poderiam ser modificadas. Esse debate contribui para refletir sobre situações do orçamento doméstico com base na Educação Financeira, um dos **Temas Contemporâneos Transversais** incluído na macroárea **Economia**.
- Reforçamos a ideia central de que o orçamento é um instrumento que auxilia no mapeamento das receitas e das despesas, pessoais ou familiares. Um orçamento não serve apenas para identificar as despesas que eventualmente precisam ser cortadas quando problemas financeiros aparecem, ou seja, não deve ser apenas diagnóstico, mas também preventivo e projetivo, traçando um caminho para se atingir metas de médio e longo prazos.
- Os aspectos matemáticos podem ser explorados mais a fundo quando se fala de orçamento pessoal e doméstico. Os números na forma decimal aparecem com muita frequência nas despesas cotidianas, e saber operar com eles, assim como com os números naturais, é fundamental para a construção de um orçamento doméstico.
- Se considerar pertinente, peça aos estudantes que compartilhem as estratégias utilizadas por eles ou por algum amigo ou familiar para não esquecerem com o que gastaram dinheiro.

Responsabilidade e criatividade

Nesta seção, são desenvolvidos dois valores: responsabilidade e criatividade. Sugerimos que utilize a ilustração como suporte para desenvolver esses dois valores de maneira integrada. Comente com os estudantes que a fala "o dinheiro praticamente desapareceu" revela que a personagem não agiu com responsabilidade, pois ela nem sequer lembrava com o que havia gastado o dinheiro. Já o valor criatividade pode ser explorado tanto na elaboração do orçamento como ao tentar traçar estratégias para mantê-lo equilibrado.

AMPLIANDO HORIZONTES

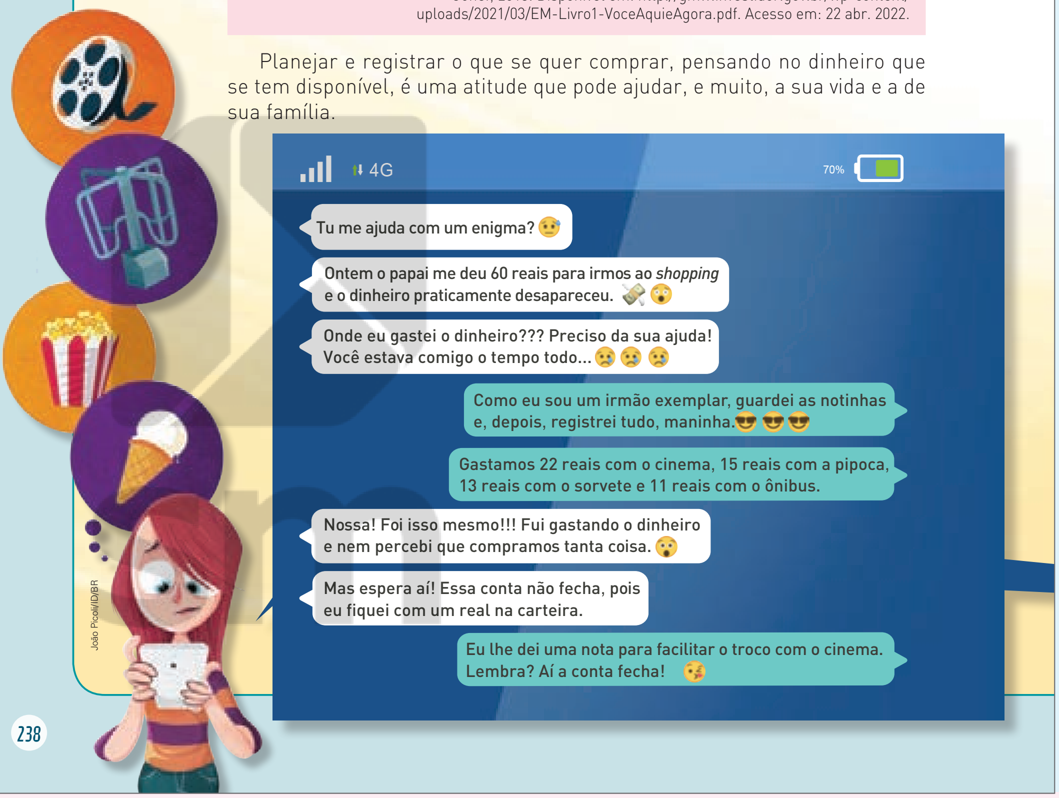
O enigma das despesas invisíveis

Quando você vai ao supermercado com alguém de sua família, vocês costumam levar uma lista do que pretendem comprar? Ou fazem as compras à medida que lembram do que está faltando em casa?

Não fazer listas de compra é uma situação que ilustra de maneira simples um hábito muito comum entre as pessoas: gastar dinheiro sem que haja planejamento. Antes de fazer qualquer compra, uma pergunta que sempre precisa ser respondida é: O dinheiro que você tem vai dar para fazer o que você quer? Afinal, o dinheiro é limitado e você precisa decidir em que vai gastá-lo. Fazer uma lista dos itens que serão comprados ou registrar o que se pretende gastar durante um período (um mês, uma semana, etc.) para controlar as despesas, por exemplo, são medidas estratégicas muito importantes para o orçamento pessoal ou doméstico. Mas o que é isso?

> Um **orçamento pessoal** ou **doméstico** é uma ferramenta financeira, geralmente uma tabela em que você registra de um lado o que você ganha (receitas) e do outro o quanto você pretende ou precisa gastar (despesas).
>
> Fonte de pesquisa: *Educação financeira nas escolas*: ensino médio. Brasília: Conef, 2013. Disponível em: http://gmw.investidor.gov.br/wp-content/uploads/2021/03/EM-Livro1-VoceAquieAgora.pdf. Acesso em: 22 abr. 2022.

Planejar e registrar o que se quer comprar, pensando no dinheiro que se tem disponível, é uma atitude que pode ajudar, e muito, a sua vida e a de sua família.



Tu me ajuda com um enigma? 😓

Ontem o papai me deu 60 reais para irmos ao *shopping* e o dinheiro praticamente desapareceu. 💸 😲

Onde eu gastei o dinheiro??? Preciso da sua ajuda! Você estava comigo o tempo todo... 😢 😢 😢

Como eu sou um irmão exemplar, guardei as notinhas e, depois, registrei tudo, maninha.😎 😎 😎

Gastamos 22 reais com o cinema, 15 reais com a pipoca, 13 reais com o sorvete e 11 reais com o ônibus.

Nossa! Foi isso mesmo!!! Fui gastando o dinheiro e nem percebi que compramos tanta coisa. 😲

Mas espera aí! Essa conta não fecha, pois eu fiquei com um real na carteira.

Eu lhe dei uma nota para facilitar o troco com o cinema. Lembra? Aí a conta fecha! 😘

João Picoli/ID/BR

O orçamento pode ajudar a ter mais clareza do que se tem e do que se pode fazer. Ele pode ajudar a saber realmente o quanto se gasta e como se gasta, a identificar desperdícios, a enxergar compras equivocadas ou desnecessárias, a avaliar hábitos de consumo, a identificar possibilidades de economia, a redefinir prioridades, etc. Em muitos casos, o orçamento, com um pouco de criatividade, pode fazer com que o dinheiro renda mais e que se viva com mais qualidade. O orçamento não faz milagres, apenas deixa as coisas mais claras ao fornecer uma espécie de mapa das finanças pessoais e domésticas.

Para refletir

Responda sempre no caderno.

Reúna-se com um colega para responder às questões a seguir. **Consulte as respostas neste manual.**

1. Qual é a importância do orçamento pessoal ou doméstico na vida de uma família? Vocês registram regularmente as despesas pessoais? E suas famílias?
2. Anote no caderno tudo o que gastaram na última semana. O que vocês consideram que foi essencial e o que poderia ter sido evitado?
3. Considerem o orçamento doméstico simples, feito por uma família no início do mês, com base nas despesas do mês anterior.

RECEITAS		DESPESAS	
Descrição	Valor (R$)	Descrição	Valor (R$)
Salário do responsável 1	1 800,00	Alimentação	800,00
Salário do responsável 2	2 000,00	Luz e água	230,00
		Telefone	450,00
		Aluguel	1 300,00
		Cartão de crédito	750,00
		Lazer	400,00
		Transporte	400,00
Total	3 800,00	Total	4 330,00

a) Quais são os problemas financeiros que podem ser identificados no orçamento doméstico dessa família? Essa família precisa reduzir despesas? Por quê?

b) Imaginem que essa fosse a situação das suas famílias. Agora, usem a criatividade e formulem sugestões para resolver os problemas que vocês identificaram no item anterior.

c) Leiam a conversa entre os irmãos Estela e Arthur. Depois, elaborem um quadro com as receitas e as despesas que podem ser identificadas na conversa deles.

OUTRAS FONTES

Vida e dinheiro. Disponível em: https://www.vidaedinheiro.gov.br/. Acesso em: 1º jun. 2022.

Nesse *link*, você encontrará informações sobre a Estratégia Nacional de Educação Financeira (Enef). Além disso, poderá consultar livros que tratam de educação financeira para o Ensino Fundamental. Recomendamos a leitura do livro 6, dirigido ao 6º ano.

RESPOSTAS

DE OLHO NA BASE

Reunir-se em duplas e discutir as questões propostas exercita a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, além de promover o respeito, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades sem preconceitos de qualquer natureza, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

1. Respostas pessoais. Incentive os estudantes a responder com base nas experiências familiares, procurando listar razões e vantagens do orçamento doméstico, como melhor controle das despesas, avaliação do que se gasta e como se gasta, identificação de possíveis desperdícios e excessos, reorganização das despesas para fazê-las caber no orçamento, ajuda no planejamento de metas para o futuro, entre outras.
2. Resposta pessoal. Se achar conveniente, sugira aos estudantes como modelo o quadro apresentado na questão seguinte.
3. **a)** e **b)** É apresentado um orçamento simples, por grupos de despesas. Optamos por separar luz e água de telefone para viabilizar as discussões sobre temas transversais como desperdício de água, pacote de dados de internet, utilização do ar-condicionado, tempo no banho, etc. Aqui a avaliação dos estudantes será individual. É interessante que a discussão não gire apenas em torno do que cortar, mas também do porquê e de como cortar e de como se chega a uma situação em que se gasta mais do que se ganha.

c)

Receitas		Despesas	
Descrição	Valor (R$)	Descrição	Valor (R$)
Estela	60,00	Cinema	22,00
Arthur	2,00	Pipoca	15,00
		Sorvete	13,00
		Ônibus	11,00
Total	62,00	Total	61,00

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

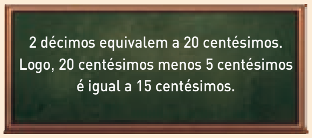
- Nesta seção, são propostas atividades que retomam os conteúdos trabalhados ao longo da unidade.
- Complemente o item **a** da atividade **1** perguntando qual foi o erro cometido pelo estudante que fez o cálculo errado. Espera-se que os estudantes percebam que, apesar de a operação estar correta, esse estudante adicionou os dois números em vez de subtraí-los.

  Complemente essa questão perguntando sobre as características comuns das três resoluções. Verifique se eles percebem que todas elas utilizam a equivalência 0,2 = 0,20 na forma por extenso, na forma fracionária ou na decimal.
- Verifique se os estudantes compreenderam a proposta das atividades **2** e **3**. Se tiverem dificuldades em resolvê-las, retome a explicação sobre divisão de números na forma decimal.
- Para responder ao item **a** da atividade **4**, os estudantes podem subtrair o troco do valor da cédula e depois dividir o resultado por 2, encontrando o preço de cada ingresso.
- Na atividade **7**, auxilie os estudantes a perceber que a base da figura tem 6 caixas e a segunda linha tem 3. Se julgar oportuno, providencie cubinhos do Material Dourado para reproduzir o empilhamento.
- Na atividade **8**, observe se os estudantes notaram a regularidade da multiplicação de um número na forma decimal por uma potência de 10, em que basta deslocar a vírgula para a direita conforme o número de casas correspondente ao expoente da potência de 10.
- Na atividade **9**, compare os valores obtidos no cálculo mental e no cálculo com uma calculadora. Pergunte aos estudantes qual estratégia seria mais indicada para o cálculo do valor da compra na peixaria. Verifique se eles percebem que o cálculo aproximado que Jaqueline fez permite ter uma noção de quanto ela vai gastar. Porém, ao calcular o valor com a calculadora, obtemos R$ 60,39 e, portanto, se ela tivesse exatamente R$ 60,00, essa quantia seria insuficiente para a compra. O ideal seria arredondar sempre para um valor maior, nesse caso, para R$ 41,00 o quilograma. Solicite aos estudantes que comparem os demais cálculos aproximados com os cálculos realizados com uma calculadora.

ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Observe como três estudantes calcularam dois décimos menos cinco centésimos.

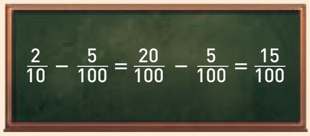
1º estudante:



2 décimos equivalem a 20 centésimos.
Logo, 20 centésimos menos 5 centésimos é igual a 15 centésimos.

Danilo Souza/ID/BR

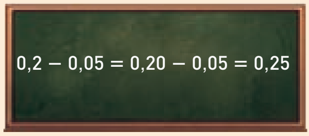
2º estudante:



$$\frac{2}{10}-\frac{5}{100}=\frac{20}{100}-\frac{5}{100}=\frac{15}{100}$$

Danilo Souza/ID/BR

3º estudante:



$$0{,}2-0{,}05=0{,}20-0{,}05=0{,}25$$

Danilo Souza/ID/BR

a) Quais estudantes fizeram o cálculo corretamente? **O 1º e o 2º estudante.**

b) Você notou alguma diferença entre as resoluções deles? Explique sua resposta. **Resposta pessoal.**

c) Qual das resoluções você considera mais rápida? Por quê? **Respostas pessoais.**

2. Para fazer um enfeite, Rita usa 1,5 m de barbante. Quantos enfeites ela poderá fazer com 30 m de barbante? **20 enfeites.**

3. Um copo tem capacidade para 0,25 L. Quantos copos podemos encher com 2 L de vitamina? **8 copos.**

4. Cláudia foi ao teatro com a prima. Comprou dois ingressos com uma cédula de 100 reais e recebeu 80 centavos de troco.

a) Quanto custou cada ingresso? **R$ 49,60**

b) Se um grupo de sete pessoas fosse assistir ao espetáculo, quanto o grupo gastaria no total? **R$ 347,20**

c) Sabendo que o preço do ingresso de estudante é metade do preço do ingresso comum, quanto custa um ingresso de estudante? **R$ 24,80**

5. Um liquidificador custa R$ 303,90 e esse valor pode ser pago em três parcelas iguais. Qual será o valor de cada parcela? **R$ 101,30**

6. Joana está participando da organização de uma campanha de doação de alimentos. Observe as doações que já foram recebidas para duas instituições.

Instituição A

Quantidade de farinha recebida	Dia
128,5 kg	Sexta
214,6 kg	Sábado

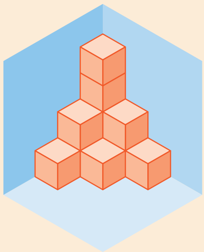
Instituição B

Quantidade de farinha recebida	Dia
157,1 kg	Sexta
186 kg	Sábado

a) Quantos quilogramas de farinha cada instituição recebeu na sexta e no sábado juntos? **Cada instituição recebeu 343,1 kg.**

b) No domingo, a instituição A recebeu 156,7 kg de farinha. Sabendo que a quantidade de farinha recebida nesses 3 dias pelas duas instituições foi a mesma, quantos quilogramas de farinha a instituição B recebeu no domingo? **156,7 kg**

7. Depois de um dia de promoção, sobraram essas caixas encostadas nas paredes do fundo de uma loja.

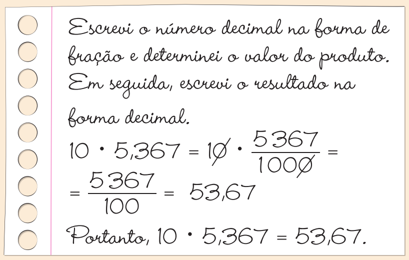


ID/BR

a) Quantas caixas sobraram? **11 caixas.**

b) Considerando que todas as caixas são iguais e a medida da massa das caixas juntas é 47,85 quilogramas, qual é a medida da massa de cada caixa? **4,35 kg**

8. Veja como Alexandre efetuou 10 · 5,367.


Escrevi o número decimal na forma de fração e determinei o valor do produto. Em seguida, escrevi o resultado na forma decimal.

$10 \cdot 5{,}367 = 1\cancel{0} \cdot \frac{5367}{100\cancel{0}} =$

$= \frac{5367}{100} = 53{,}67$

Portanto, 10 · 5,367 = 53,67.

ID/BR

a) Seguindo a mesma estratégia de Alexandre, copie o quadro a seguir no caderno e complete-o.

×	10	100	1 000
5,367	53,67	|||||||||||||||	|||||||||||||||
0,6	|||||||||||||||	|||||||||||||||	|||||||||||||||
12,8	|||||||||||||||	|||||||||||||||	|||||||||||||||

536,7; 5 367
6,0; 60; 600
128; 1 280; 12 800

b) Escreva que regularidade há em cada multiplicação: por 10, por 100 e por 1 000. Compare sua resposta com a de um colega.

9. Veja o preço de 1 kg de cada tipo de peixe que está em promoção em uma peixaria.

Danilo Souza/ID/BR

Jaqueline pretende comprar 1,5 kg de pescada. Veja a estratégia utilizada por ela para calcular mentalmente o valor aproximado de sua compra.

Um quilograma de pescada custa aproximadamente R$ 40,00. Para comprar 1,5 kg, vou precisar de aproximadamente:

$$\underbrace{\text{R\$ } 40{,}00}_{1\text{ kg}} + \underbrace{\text{R\$ } 20{,}00}_{0{,}5\text{ kg}} = \underbrace{\text{R\$ } 60{,}00}_{1{,}5\text{ kg}}$$

Danilo Souza/ID/BR

8. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que, para multiplicar um número na forma decimal por 10, por 100 ou por 1 000, basta deslocar a vírgula uma, duas ou três casas, respectivamente, para a direita. Quando necessário, acrescentamos zeros.

Seguindo a mesma estratégia de Jaqueline, calcule o valor aproximado de 1,5 kg de cada um dos outros tipos de peixe em promoção. **Cação: R$ 45,00; merluza: R$ 51,00; badejo: R$ 90,00.**

10. Em certo dia, 4 mil pessoas passaram na frente de uma loja. Desse total, 29% das pessoas passaram pela manhã, 48,5% passaram à tarde e 22,5% passaram à noite. Determine quantas pessoas passaram na frente da loja no período da tarde. **1 940 pessoas.**

11. Considere os números racionais representados pelos pontos A e B na reta a seguir.

ID/BR

a) Quais são os números A e B? **$A = 0{,}3$; $B = 0{,}4$**

b) Determine os valores de A^2 e de B^2. **$A^2 = 0{,}09$; $B^2 = 0{,}16$.**

c) Calcule $\sqrt{A^2 + B^2}$. **0,5**

d) Copie a reta numérica no caderno e localize o ponto encontrado no item **c**.

12. Uma estante tem 10 prateleiras, uma em cima da outra. Há 10 livros em cada uma dessas prateleiras. Em nove dessas prateleiras, cada livro tem 1 kg. Em apenas uma dessas prateleiras, os livros pesam 1,1 kg cada um. Supondo que você tenha uma balança digital, como você faria para descobrir qual prateleira está com os livros mais pesados realizando uma única pesagem? **Resposta pessoal.**

AUTOAVALIAÇÃO

Proponha aos estudantes as questões a seguir para que façam uma autoavaliação.

- Compreendi o sistema de numeração decimal: décimos, centésimos e milésimos?
- Sei ler e escrever por extenso os números na forma decimal?
- Sei reconhecer e representar frações na forma decimal?
- Sei representar decimais na forma de fração?
- Consigo comparar números na forma decimal e identificar os números equivalentes?
- Consigo realizar as operações matemáticas com números na forma decimal?
- Consigo resolver problemas que envolvem números na forma decimal utilizando adições, subtrações, multiplicações e divisões?
- Consigo efetuar diversos tipos de cálculo (mental ou escrito, exato ou aproximado) envolvendo operações com números na forma decimal?
- Consigo efetuar cálculos de porcentagens por meio de sua representação decimal?
- Sei calcular potências e raízes quadradas com números na forma decimal?
- Procurei conversar com os colegas ou o professor para esclarecer minhas dúvidas?
- Ampliei meus conhecimentos de Matemática?

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes ainda tenham dificuldades em resolver atividades como a **4**, a **5** e a **9**, uma estratégia é utilizar cédulas e moedas de brinquedo para que eles possam fazer as simulações e realizar diversas operações: para calcular o troco (subtração), compra de diversos itens (soma e multiplicação), cálculo de prestações (divisão), etc.

NESTA UNIDADE...

Competências gerais
1, 5 e 9.

Competências específicas de Matemática
5 e 6.

Temas Contemporâneos Transversais
Cidadania e Civismo e Multiculturalismo.

Habilidades

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.

(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

UNIDADE 7

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

SOBRE A UNIDADE

Nesta unidade, os estudantes vão explorar situações referentes à unidade temática Probabilidade e Estatística.

Esses campos da Matemática investigam a obtenção, organização, interpretação e análise de dados. O conhecimento e as técnicas desses ramos da Matemática dão suporte a diversas áreas científicas, como Economia, Sociologia, Psicologia, Geografia, Física e Química, e, em alguns casos, são fundamentais à formulação e à verificação de hipóteses. Desse modo, o conteúdo desta unidade tem caráter interdisciplinar e pode ser útil em muitos aspectos da vida cotidiana.

O principal objetivo do primeiro capítulo é desenvolver o pensamento probabilístico, inicialmente de maneira intuitiva e com o auxílio de experimentações.

No segundo capítulo, os estudantes serão convidados a trabalhar com conhecimentos relacionados à pesquisa estatística. Eles serão incentivados a planejar pesquisas e a refletir sobre a importância delas na vida em sociedade. É importante que os estudantes compreendam a necessidade do uso de diversos gêneros textuais, como fluxogramas, gráficos e tabelas, para a representação e a comunicação dos resultados da pesquisa.

Zhong Liting/Southern Metropolis Daily/Visual China Group/Getty Images

← Estação ferroviária em Guangzhou, província de Guangdong, na China, em um dia de volta de feriado nacional. Foto de 2020.

PRIMEIRAS IDEIAS

Estima-se que a população mundial, em 2020, era de 7 794 798 729 habitantes.

A população chinesa representava, aproximadamente, 18,5% do total da população mundial.

Veja na tabela a seguir a estimativa da população dos três países mais populosos do mundo.

Estimativa da população de alguns países em 2020

País	China	Índia	Estados Unidos
Número de habitantes	1 439 323 774	1 380 004 385	331 002 647

Dados obtidos em: IBGE Países. Disponível em: https://paises.ibge.gov.br/#/mapa/ranking/china?indicador=77849&tema=5&ano=2020. Acesso em: 9 fev. 2022.

1. De acordo com o texto, é possível dizer que, em 2020, de cada 100 habitantes do mundo, cerca de 18 eram chineses?

2. Por mais de 30 anos, vigorou na China uma política que determinava que os casais pudessem ter apenas um filho. Essa política foi derrubada em 2015. Converse com os colegas e o professor sobre esse fato e por que essa política de controle era necessária.

OUTRAS FONTES

China acaba com a política do filho único e permitirá 2 crianças por casal. *G1*, 29 out. 2015. Disponível em: https://g1.globo.com/mundo/noticia/2015/10/china-acaba-com-politica-do-filho-unico-e-permitira-dois-filhos-por-casal.html. Acesso em: 13 jun. 2022.

Esse artigo traz informações e um infográfico sobre a regra do filho único, que vigorou por mais de trinta anos na China.

PRIMEIRAS IDEIAS

- Explore a imagem de abertura perguntando aos estudantes que local está sendo representado. Espera-se que eles percebam que a legenda da foto permite responder a essa pergunta, pois é uma ferramenta que comunica informações importantes.
- Em seguida, leia o texto aos estudantes e promova uma discussão com base nas perguntas com o intuito de verificar o conhecimento prévio deles.
- Verifique se os estudantes compreendem o significado da palavra “estimativa” e o motivo pelo qual ela é necessária nessa situação. Comente que não é possível determinar com certeza a quantidade de pessoas de um país, pois essa é uma informação dinâmica.
- Faça alguns questionamentos com a intenção de verificar se os estudantes são capazes de interpretar a tabela apresentada: De onde essas informações foram extraídas?; Qual era a população estimada da Índia em 2020?; entre outras questões possíveis.
- A atividade **2** é uma oportunidade de mostrar as diferenças sociais, históricas, políticas, demográficas e culturais entre a China e o Brasil.

RESPOSTAS

1. Sim. Verifique onde os estudantes tentam buscar a resposta: no texto ou na tabela. Espera-se que eles relembrem o conteúdo de porcentagem e associem a expressão “cerca de” com a ideia de aproximação. Assim, eles devem retomar o significado do símbolo % e comparar 18,5 em cada 100 e 18 em cada 100.

2. Comente com os estudantes que, na China, a partir de 1979, com algumas exceções, os casais foram proibidos de ter mais de um filho para conter o crescimento populacional. Em 2015, porém, o governo chinês autorizou todas as famílias a ter até dois filhos e, em 2021, passou a permitir três filhos por casal. Essas alterações foram apoiadas em pesquisas que revelaram o envelhecimento da população, o que poderia acarretar perda da força de trabalho.

Capítulo

1 PROBABILIDADE

Para melhor compreensão deste conteúdo, os estudantes devem reconhecer frações e números na forma decimal e saber realizar divisões com números naturais.

Ideia de probabilidade

O censo demográfico é uma pesquisa feita de dez em dez anos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para coletar informações sobre a população brasileira. Em 2020, a coleta foi adiada para 2022 por causa da pandemia de covid-19. Por isso, vamos considerar as informações do censo de 2010.

Entre as informações apuradas pelo censo estão o total de habitantes, a quantidade de homens e mulheres, como vivem, qual a escolaridade e a renda da população, etc.

Há também informações que se referem à população residente autodeclarada indígena. Os resultados indicaram que, no Brasil, existiam 817 963 indígenas, distribuídos da seguinte maneira: 305 873 estavam na Região Norte; 208 691, na Região Nordeste; 130 494, na Região Centro-Oeste; 97 960, na Região Sudeste; e 74 945, na Região Sul.

Fonte de pesquisa: Os indígenas no Censo Demográfico 2010. Disponível em: https://indigenas.ibge.gov.br/images/indigenas/estudos/indigena_censo2010.pdf. Acesso em: 14 fev. 2022.

↓ Crianças indígenas da etnia Paresi na aldeia Wazare, em Mato Grosso (MT). Foto de 2021.

Mario Friedlander/Pulsar Images

CAPÍTULO 1

Conteúdos

- Conceitos iniciais de probabilidade: experimento aleatório, espaço amostral e evento.
- Cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento.

Objetivos

- Desenvolver o raciocínio probabilístico com base em situações cotidianas.
- Calcular a probabilidade pela sua definição (razão entre o número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis do experimento).
- Relacionar números obtidos em cálculos de probabilidade com suas representações no campo dos números racionais – frações, números na forma decimal e porcentagens.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de compreender as principais ideias que envolvem probabilidade e os conceitos relacionados a elas. A compreensão desses conteúdos é de fundamental importância para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, que nos possibilita fazer inferências de fenômenos e a resolver problemas reais do dia a dia.

IDEIA DE PROBABILIDADE

- A ideia de probabilidade vem sendo construída desde os anos inicias do Ensino Fundamental. Assim, valorize os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o assunto, mesmo que eles não se recordem das nomenclaturas.
- Para que os estudantes aprendam a terminologia e os conceitos de maneira significativa, incentive-os a vivenciar situações que envolvam probabilidade. Sempre que considerar pertinente, proponha discussões, previsões e conjecturas sobre o caráter aleatório de diversos fenômenos comuns e de situações cotidianas.
- Aproveite a situação apresentada na abertura para promover uma roda de conversa sobre a valorização dos elementos da cultura indígena, como costumes, culinária, tradições, lendas, etc. Comente que os povos indígenas têm tradições culturais próprias e direitos culturais reconhecidos pela Constituição brasileira. Saliente à turma o papel de guardiões de nossas florestas desses povos, pela preservação da biodiversidade, pois eles utilizam os recursos naturais de maneira responsável. Essa conversa contribui para que a turma reconheça e respeite a individualidade, a cultura e o modo de viver de cada indivíduo com base no **Tema Contemporâneo Transversal** Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras, que pertence à macroárea **Multiculturalismo**.
- Promova, de maneira recorrente, rodas de conversa que possibilitem aos estudantes sentir que o ambiente escolar é um espaço livre de quaisquer atos violentos (verbais ou não verbais), em que o respeito a diferentes opiniões e posicionamentos seja constantemente desenvolvido. Aproveite esses momentos para buscar deliberações coletivas e democráticas de um modo que permita identificar, prevenir e reverter situações de conflito no ambiente escolar. Dessa maneira, os estudantes podem ter sentimentos de pertencimento à escola e reconhecê-la como um espaço saudável de convivência.

Nos dias atuais, é fundamental conscientizar os estudantes sobre a importância do combate à violência contra negros, povos indígenas, imigrantes e refugiados, e qualquer atitude discriminatória presente em diversas áreas da sociedade. O ambiente escolar é um dos núcleos sociais em que essas ações têm o objetivo de prevenir e de informar os estudantes para que não sejam alvo de preconceito e/ou de atitudes discriminatórias, assegurando a eles o direito e o respeito às suas singularidades de acordo com suas vivências geográficas e sociais e, assim, fazê-los perceber a riqueza da pluralidade social em que estão inseridos. É importante garantir que todos os estudantes se sintam pertencentes à comunidade escolar, de modo que sejam igualmente acolhidos e possam estabelecer vínculos sociais e gerenciar emoções de maneira intra e interpessoal.

O racismo e seus desdobramentos, presentes na sociedade, habitam também o ambiente escolar reproduzindo-se por ação ou omissão. Ciente disso, a escola deve não apenas adotar medidas de prevenção e combate ao preconceito e à discriminação racial, como precisa estar sempre atenta às manifestações diárias de cunho racista no sentido de intervir, mediar e, portanto, nunca ignorar. Importante considerar ainda que se trata

Com base nesses dados, podemos dizer que, ao considerar uma pessoa da população indígena ao acaso, a probabilidade de ela ser da Região Centro-Oeste é de $\frac{130\,494}{817\,963}$ ou aproximadamente 0,1595, ou ainda, aproximadamente, 15,95%.

A **probabilidade** é a medida da chance ou da possibilidade de um evento ocorrer. Ou seja, na situação descrita, foi medida a possibilidade de escolher um indígena ao acaso e ele ser da Região Centro-Oeste.

A probabilidade é usada em muitas outras situações do dia a dia. Por exemplo, você já escutou alguém dizer que a probabilidade de chover em determinado dia será de 60%? **Resposta pessoal. Incentive os estudantes a compartilhar experiências. Eles já têm um conhecimento básico de probabilidade dos anos iniciais do Ensino Fundamental, por isso recomendamos que você use este momento para deixá-los comentar situações com as quais estão familiarizados e que envolvem o assunto.**

Neste capítulo, vamos conhecer mais sobre probabilidade.

PARA EXPLORAR

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)

No *site* do IBGE, é possível encontrar informações sobre nosso país, como população e área estimada dos estados, economia dos municípios, entre outras.

Disponível em: https://www.ibge.gov.br/pt/inicio.html. Acesso em: 11 fev. 2022.

Experimento aleatório

Imagine que dois colegas, Clara e Vítor, estejam jogando dados. Quando o resultado é um número par, Clara é a vencedora e, quando o resultado é um número ímpar, Vítor é o vencedor. Na próxima rodada, quem vencerá? **Não há como saber.**

photastic/Shutterstock.com/ID/BR

Essa situação se refere a um **experimento aleatório**, pois não é possível prever com certeza qual será o resultado da próxima jogada.

Experimento aleatório é aquele que, mesmo se repetido em condições idênticas, produz um resultado que não pode ser previsto com certeza.

O sorteio de loterias e de amigo secreto (ou oculto) e a observação da face voltada para cima no lançamento de uma moeda são exemplos de experimentos aleatórios.

Espaço amostral

Apesar de não ser possível prever com certeza qual será o resultado de um experimento aleatório, em geral conseguimos descrever os possíveis resultados.

O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório é chamado de **espaço amostral**.

Por exemplo, ao lançar uma moeda para o alto, temos dois resultados possíveis para a face que ficar voltada para cima: cara ou coroa. Dizemos que o conjunto formado por cara e coroa é o espaço amostral do experimento aleatório "lançar uma moeda para o alto" e observar a face voltada para cima.

Observe como podemos representar esse espaço amostral.

$$S = \{\text{cara, coroa}\}$$

De maneira geral, utiliza-se a letra S para indicar um espaço amostral, mas qualquer outra letra pode ser utilizada, desde que fique claro o que ela representa.

OUTRAS FONTES

TV Escola. *Jogos e probabilidade*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=cV5mh6rU8us. Acesso em: 13 jun. 2022.

Nesse vídeo, você encontra uma breve explicação sobre o surgimento da probabilidade nos jogos de azar.

de situações sobre as quais podem incidir responsabilidade penal ao serem tipificados como crime de racismo ou injúria racial.

Convivência escolar e cultura de paz. Brasília: SEEDF/Subeb 2020. p. 67. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Caderno-Conviv%C3%AAncia-Escolar-e-Cultura-de-Paz.pdf. Acesso em: 13 jun. 2022.

DE OLHO NA BASE

A situação apresentada na abertura também contribui para o desenvolvimento da **competência geral 9**, incentivando os estudantes a acolher e valorizar a diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

- Faça questionamentos que lhe permitam verificar se os estudantes conseguem diferenciar com clareza os conceitos de chance e de probabilidade. Reforce que a probabilidade é uma medida da chance.
- Cite outros experimentos aleatórios para garantir que todos os estudantes compreendam os conceitos. Por exemplo: retirar uma bola numerada de dentro de uma urna sem que seja possível ver as bolas nela; ou sortear uma bola colorida de um saco em que não seja possível ver as bolas que estão dentro dele. É fundamental trabalhar com situações que façam parte do dia a dia dos estudantes. Para cada exemplo de experimento aleatório apresentado, incentive-os a tentar descrever o espaço amostral correspondente.
- As notações de espaço amostral são pautadas nas notações de conjuntos. Então, para que os estudantes se familiarizem com essas notações, sempre que propuser ou corrigir uma atividade, faça uso delas.

- Retome os exemplos dados para experimentos aleatórios e espaço amostral e incentive os estudantes a descrever possíveis eventos.

PROBABILIDADE DE UM EVENTO

- Antes de iniciar esse tópico, retome as possíveis maneiras de representar um número racional: fração, forma decimal e porcentagem. Certifique-se de que todos os estudantes compreenderam essas representações, pois elas serão recorrentes na unidade. Caso as dificuldades não sejam sanadas, a aprendizagem dos conteúdos relativos à probabilidade poderá ficar comprometida.
- Proponha aos estudantes que o cálculo de algumas probabilidades seja feito de maneira coletiva. Por exemplo, instigue-os a responder a perguntas como: Ao realizar um sorteio em sala de aula, qual é a probabilidade de o estudante sorteado ter cabelos curtos? E de usar óculos?; Ao lançar um dado de 6 faces, qual é a probabilidade de se obter um número par?

Evento

Ao considerarmos um experimento aleatório, podemos ter diversos resultados relacionados a ele. Por exemplo, imagine que Tatiana e Vívian estejam brincando de tabuleiro. Para vencer o jogo, Tatiana precisa tirar um número maior que 3 no dado.

Ao lançar o dado, ela pode obter os números 1, 2, 3, 4, 5 ou 6. Entretanto, para vencer o jogo, precisa tirar 4, 5 ou 6. Observe que os números que Tatiana precisa tirar para vencer o jogo compõem um subconjunto do espaço amostral S, que chamaremos de E.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \qquad E = \{4, 5, 6\}$$

Os subconjuntos de um espaço amostral são chamados de **eventos**.

Nessa situação, temos:

- experimento aleatório: lançar um dado;
- espaço amostral: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
- evento: $E = \{4, 5, 6\}$.

Probabilidade de um evento

Vimos que a probabilidade é a medida da chance de algo acontecer. Essa medida é um número que varia de 0 a 1 e pode ser expresso na **forma de fração**, na **forma decimal** ou em **porcentagem**. Quando todos os elementos do espaço amostral têm a mesma chance de ocorrer, podemos determinar a probabilidade de um evento da seguinte maneira:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{Número de resultados favoráveis}}{\text{Número de resultados possíveis do experimento}}$$

Vamos ver um exemplo. Considere as seguintes cartas.

9	31	36	14	11	5	18	87	19	98

Imagine que essas cartas foram embaralhadas e uma delas foi sorteada ao acaso. Os possíveis resultados para esse experimento são: 9, 31, 36, 14, 11, 5, 18, 87, 19 e 98. Ou seja, há 10 resultados possíveis, todos com a mesma chance de ocorrer.

Agora, vamos estudar a probabilidade de alguns eventos relacionados a esse experimento.

- Probabilidade de retirar uma carta com um número ímpar.
  Temos as seguintes possibilidades: 9, 31, 11, 5, 87 e 19. Isto é, há 6 resultados favoráveis para esse evento. A probabilidade de esse evento ocorrer é:

  $$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

  Também podemos escrever essa probabilidade com um número decimal ou uma porcentagem, ou seja, 0,6 ou 60%.

OBSERVAÇÃO

Quando dizemos, por exemplo, que a probabilidade de sair coroa no lançamento de uma moeda honesta é 50%, significa que, se a moeda for lançada muitas vezes, é provável que a quantidade de coroas obtidas seja cada vez mais próxima da metade do número de lançamentos feitos.

Banco Central/Reprodução fotográfica: ID/BR

↑ Representação de "cara" e "coroa" na moeda brasileira de 1 real.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Chame a atenção dos estudantes para a informação do boxe *Observação* e proponha a eles que realizem o experimento.

Organize os estudantes em duplas ou trios. Solicite que lancem uma mesma moeda dez vezes seguidas e anotem no caderno o resultado (cara ou coroa) obtido em cada lançamento.

Em seguida, peça aos grupos que compartilhem os resultados obtidos com os demais colegas. Depois, oriente-os a retomar o texto do boxe e a verificar se ele se confirmou no experimento realizado.

Comparar a probabilidade de um evento aleatório com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos permite aos estudantes desenvolver a habilidade **EF06MA30**.

- Probabilidade de a carta retirada ter o número 100.

  Perceba que, para esse evento, não temos possibilidades favoráveis, pois **nenhuma** carta apresenta o número 100. Nessa situação, dizemos que a probabilidade de esse evento ocorrer é 0, pois:

  $$\frac{0}{10} = 0$$

  Eventos que nunca ocorrerão são chamados de **eventos impossíveis**. A probabilidade de um evento impossível é sempre 0.

- Probabilidade de a carta retirada ter um número com menos de três algarismos.

  Temos as seguintes possibilidades: 9, 31, 36, 14, 11, 5, 18, 87, 19 e 98. Isto é, há 10 resultados favoráveis para esse evento. A probabilidade de esse evento ocorrer é:

  $$\frac{10}{10} \text{ ou } 1 \text{ ou } 100\%$$

  Observe que as possibilidades de esse evento ocorrer coincidem com o espaço amostral do experimento. Nesse caso, dizemos que se trata de um **evento certo**, pois podemos garantir o que ocorrerá para esse evento. A probabilidade de um evento certo é sempre 1 ou 100%.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Identifique quais dos experimentos a seguir são aleatórios. **Alternativas a e b.**
   a) Girar uma roleta e observar onde o ponteiro vai parar.
   b) Sortear uma bola de uma urna com 2 bolas laranja e 1 bola marrom e observar sua cor.
   c) Observar um relógio durante 1 hora e ver quantos minutos passaram.

2. Escreva o espaço amostral de cada experimento aleatório indicado.
   a) Sorteio de uma bola de uma caixa com bolas idênticas numeradas de 1 a 30.
   b) Lançamento de um dado cúbico e observação da face voltada para cima.
   c) Lançamento de uma moeda e observação da face voltada para cima.
   $S = \{\text{cara, coroa}\}$

3. Uma caixa contém 10 bolas do mesmo material, com o mesmo tamanho e com a mesma massa, sendo 1 azul, 5 amarelas, 1 preta e 3 vermelhas.

João Picoli/ID/BR

Uma bola é retirada dessa caixa ao acaso e observa-se sua cor.

   a) Quantos resultados são favoráveis ao evento “sair uma bola vermelha”? **3. a) 3 resultados.**
   b) Qual é a probabilidade de sair uma bola vermelha? **$\frac{3}{10}$ ou 0,3 ou 30%.**
   c) Qual é a probabilidade de sair uma bola amarela? **$\frac{5}{10}$ ou 0,5 ou 50%.**
   d) Qual é a probabilidade de não sair uma bola vermelha? **$\frac{7}{10}$ ou 0,7 ou 70%.**
   e) Qual é a probabilidade de sair uma bola branca? **0**

4. Considere o lançamento de um dado honesto com faces numeradas de 1 a 6 e responda.

Steve Green/Shutterstock.com/ID/BR

   a) Qual é a probabilidade de sair o número 6? **$\frac{1}{6}$**
   b) Qual é a probabilidade de sair um número par? **$\frac{1}{2}$ ou 0,5 ou 50%.**
   c) Qual é a probabilidade de sair um número divisível por 3? **$\frac{1}{3}$**
   d) Qual é a probabilidade de sair um número primo? **$\frac{1}{2}$ ou 0,5 ou 50%.**

2. a) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$

2. b) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- Explore situações que permitam o trabalho com eventos certos, cuja probabilidade é 1 ou 100%, e eventos impossíveis, cuja probabilidade é 0.
  - Exemplos de eventos impossíveis: jogar um dado numerado de 1 a 6 e obter o número 9; retirar, de uma urna com bolas vermelhas e azuis, uma bola preta.
  - Exemplos de eventos certos: jogar um dado numerado de 1 a 6 e obter um número menor que 7; retirar uma bola de uma urna com bolas vermelhas e azuis e a bola sorteada ser vermelha ou azul.
- Amplie a atividade **1** solicitando aos estudantes que indiquem outros exemplos de experimentos aleatórios e não aleatórios. Oriente-os a observar se as situações sugeridas por eles podem envolver resultados possíveis ou impossíveis de se prever com certeza.
- Na atividade **2**, reforce a importância de escrever o espaço amostral utilizando a notação de conjuntos.
- Na atividade **3**, os itens **b** e **d** são exemplos de eventos complementares, enquanto o item **e** exemplifica um evento impossível. Sem formalizar o conceito de evento complementar, verifique se os estudantes compreendem essa relação.
- No item **d** da atividade **4**, solicite aos estudantes que registrem os resultados favoráveis. São eles os números 2, 3 e 5. Se necessário, retome o conceito de números primos.

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas permitem aos estudantes calcular a probabilidade de um evento aleatório expressando-a por um número racional (formas fracionária, decimal e percentual), favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA30**.

DESCUBRA MAIS

Providencie com antecedência ou oriente os estudantes a trazer para a sala de aula dois dados de cores diferentes por grupo para a realização dessa atividade. Caso não seja possível conseguir esse material em quantidade suficiente, confeccione modelos de dados com cartolinas coloridas.

Organize os estudantes em duplas ou trios para a realização da atividade.

Leia com eles a parte inicial, na qual está exposto o que vão fazer.

Caminhe pela sala de aula e observe como os estudantes fazem os lançamentos e registram as ocorrências no quadro.

PARA CONCLUIR

- No item **1**, verifique se os estudantes compreendem que, para determinar a probabilidade solicitada, devem obter o total de elementos do espaço amostral, que corresponde à quantidade de linhas com dados numéricos do quadro construído por eles, isto é, 36; e o total de elementos do evento "a soma dos números obtidos ser um número primo", que corresponde às linhas em que os números foram destacados de vermelho, isto é, 15.
- Para realizar o item **2**, os estudantes devem utilizar o quadro da etapa **4** do *Como fazer*. Se julgar pertinente, permita que eles usem uma calculadora.
- No item **3**, os estudantes estão comparando a probabilidade obtida experimentalmente com a probabilidade calculada pela definição, desenvolvendo a habilidade **EF06MA30**.
- Para facilitar a comparação solicitada no item **4**, escreva na lousa os valores obtidos por todos os grupos.
- No item **5**, incentive a turma a valorizar e a respeitar a opinião dos colegas.

DESCUBRA MAIS

Probabilidade de a soma dos pontos obtidos no lançamento de dois dados ser um número primo

Vamos realizar um experimento para verificar qual é a probabilidade de obter um número primo na soma dos números resultantes do lançamento de dois dados.

Materiais

- folha de papel avulsa
- lápis
- 2 dados comuns de cores diferentes

Como fazer

❶ Seguindo as orientações do professor, organizem-se em duplas ou trios.

❷ Escrevam em um quadro todos os resultados possíveis no lançamento de dois dados. Isto é, determinem o espaço amostral desse experimento aleatório. Deixem uma coluna desse quadro para registrar a quantidade de vezes que cada resultado ocorreu.

Exemplo


Sérgio Dotta Jr./ID/BR

Dado azul	Dado vermelho	Ocorrências
1	1	
1	2	
1	3	
⋮	⋮	

❸ Depois, destaquem todos os resultados favoráveis ao evento "a soma dos números obtidos ser um número primo".

Exemplo

1 + 1 = 2 (primo) →
1 + 2 = 3 (primo) →
1 + 3 = 4 (não é primo) →

Dado azul	Dado vermelho	Ocorrências
1	1	
1	2	
1	3	
⋮	⋮	

❹ Lancem os dados, simultaneamente, 100 vezes e anotem a quantidade de vezes que cada evento ocorreu.

Exemplo

Dado azul	Dado vermelho	Ocorrências
1	1	II
1	2	I
1	3	IIIII
⋮	⋮	⋮

Para concluir

Responda sempre no caderno.

2. Resposta de acordo com o experimento realizado pela dupla ou pelo trio.

1. Calculem a probabilidade de, ao lançar dois dados simultaneamente, a soma dos valores obtidos ser um número primo. $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$
2. Adicionem a quantidade de vezes que cada resultado destacado ocorreu e calculem qual é o percentual a que esse valor corresponde do total de lançamentos.
3. Agora, comparem os valores obtidos nos itens **1** e **2**. Esses valores são próximos?
4. Anotem os valores obtidos por todos os grupos e comparem-nos. Os valores obtidos foram próximos? **Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes encontrem valores próximos.**
5. Conversem com os demais grupos e descubram se os valores obtidos por todos no experimento eram os esperados. **Resposta pessoal.**

3. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes encontrem valores próximos. Incentive-os a fazer uma comparação de frações, se for o caso, para responder a essa atividade.

DE OLHO NA BASE

No boxe *Descubra mais*, ao comparar a probabilidade obtida por experimentos sucessivos com a probabilidade de um evento aleatório pela sua definição expressa por um número racional, o desenvolvimento da habilidade **EF06MA30** é favorecido.

Além disso, também estará sendo favorecido o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 6**, ao incentivar o compartilhamento de resultados obtidos com os colegas, com o intuito de realizar uma comparação, a fim de que os estudantes possam expressar e sintetizar suas conclusões.

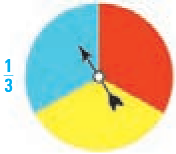
DIVERSIFICANDO

2. $\frac{2}{25}$ **ou 0,08 ou 8%.**

Responda sempre no caderno.

3. b) Resposta pessoal. Espera-se que os valores sejam próximos. Caso os valores não sejam próximos, enfatize que se trata de um experimento aleatório, ao acaso.

1. Pedro está brincando com uma roleta dividida em três partes iguais, como a da imagem a seguir. Ao girar a roleta, qual é a probabilidade de ela parar apontando para a cor azul?



$\frac{1}{3}$

2. Matias escolheu dois nomes desta cartela para participar da rifa de uma bola de vôlei.

Ilustrações: João Picoli/ID/BR

Qual é a probabilidade de ele ganhar a bola, considerando que o sorteio do nome é aleatório?

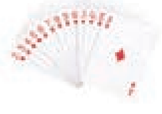
3. Lúcia escreveu o nome de sete amigas em papéis de mesmo tamanho. Veja.

Em seguida, dobrou todos os papéis da mesma maneira e colocou-os em um saquinho para sortear um deles.

a) Qual é a probabilidade de o nome sorteado começar com a letra P? $\frac{3}{7}$

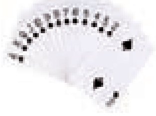
b) Agora, com um colega, escrevam os mesmos nomes em papéis de tamanhos iguais, dobrem, coloquem em um saquinho e, então, sorteiem 35 vezes. Lembrem-se de, a cada sorteio, colocar de volta no saquinho o papel retirado! Anotem quantas vezes foi sorteado um nome iniciado com a letra P. Por fim, verifiquem se a probabilidade calculada neste item é um valor próximo ao obtido no cálculo da probabilidade no item anterior.

4. Paulo está jogando com um baralho comum, formado por 52 cartas de quatro naipes, sendo 13 cartas de cada naipe, como mostrado.



graja/Shutterstock.com/ID/BR

↑ **Cartas de ouros.**



Alexander Mazurkevich/Shutterstock.com/ID/BR

↑ **Cartas de espadas.**

Olga Popova/Shutterstock.com/ID/BR

↑ **Cartas de paus.**

Olga Popova/Shutterstock.com/ID/BR

↑ **Cartas de copas.**

Escreva, na forma de fração, na forma decimal e em porcentagem, a probabilidade de Paulo tirar:

a) um rei; **a)** $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ **ou aproximadamente 0,077 ou aproximadamente 7,7%.**

b) uma carta de copas; $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ **ou 0,25 ou 25%.**

c) uma carta de naipe vermelho. $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ **ou 0,5 ou 50%.**

5. Mariana coloriu 10 bolinhas iguais usando as cores azul, vermelha e verde. Depois, ela as colocou em um saquinho. Observe.

Considerando que o saquinho esteja sempre com todas as bolinhas, calcule a probabilidade de Mariana retirar ao acaso:

a) uma bolinha verde; $\frac{3}{10}$ **ou 0,3 ou 30%.**

b) uma bolinha verde ou azul. $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ **ou 0,6 ou 60%.**

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Na atividade **2**, evidencie que, segundo o enunciado, Matias escolheu dois nomes. É importante que os estudantes percebam que os nomes escolhidos não são relevantes para a resolução do problema, e sim a quantidade de nomes escolhidos, pois todos os nomes têm a mesma chance de serem sorteados.
- Incentive os estudantes a compartilhar as estratégias utilizadas para obter os resultados no item **b** da atividade **3**.
- No item **b** da atividade **5**, ao ler o enunciado, enfatize o significado da palavra “ou” no contexto da situação proposta. Comente que essa palavra tem relação com a soma da probabilidade de retirar uma bolinha verde $\left(\frac{3}{10}\right)$ com a probabilidade de retirar uma bolinha azul $\left(\frac{3}{10}\right)$.

DE OLHO NA BASE

Ao comparar o resultado obtido experimentalmente com o resultado calculado pela probabilidade de o evento ocorrer na atividade **3**, os estudantes estão favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA30**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Após o cálculo da probabilidade de um evento pela sua definição, alguns estudantes podem apresentar dificuldade para transformar as frações obtidas em números na forma decimal e em porcentagem. Reserve um momento da aula para revisar o conteúdo de números racionais, reforçar cálculos de transformação e solucionar dúvidas preexistentes que podem surgir com a realização desses cálculos no estudo de probabilidade.

CAPÍTULO 2

Conteúdos

- Etapas e elementos de uma pesquisa estatística.
- Tabelas e gráficos.
- Fluxogramas, organogramas e infográficos.

Objetivos

- Identificar a Estatística como a área da Matemática que coleta, organiza e interpreta dados.
- Compreender as etapas de uma pesquisa estatística.
- Compreender e ser capaz de diferenciar os conceitos de população e amostra em uma pesquisa estatística.
- Compreender a ideia de variável em uma pesquisa estatística.
- Classificar variáveis de uma pesquisa estatística em qualitativas e quantitativas.
- Interpretar e analisar informações de pesquisas estatísticas.
- Organizar, interpretar e analisar dados representados em gráficos e tabelas.
- Reconhecer diferentes tipos de gráfico e tabela, bem como seus elementos constitutivos: títulos, fontes, legendas.
- Construir tabelas e gráficos com uso de *softwares*.
- Ler e interpretar fluxogramas, organogramas e infográficos.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de estudar os conceitos de Estatística, além de visualizar e construir tabelas e gráficos para apresentar dados de pesquisas estatísticas, entrando em contato, ainda, com outras maneiras de representar informações das mais diversas naturezas.

A Estatística é um ramo da Matemática que fornece subsídios importantes para a tomada de decisões. Compreender as ideias apresentadas neste capítulo é importante para o desenvolvimento da análise crítica e inferencial dos estudantes.

Capítulo

2 ESTATÍSTICA

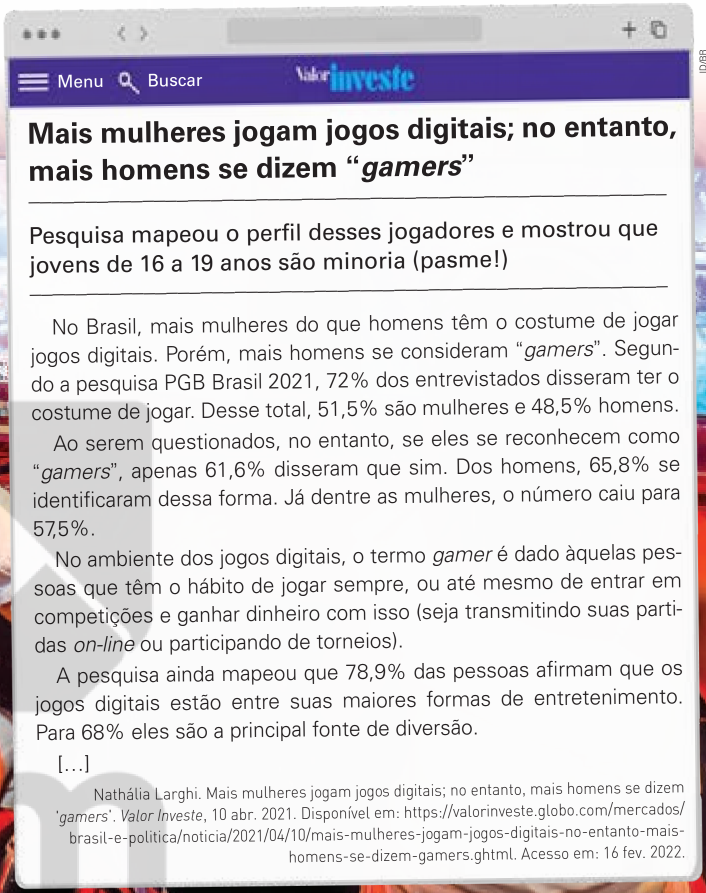
Para melhor compreensão deste conteúdo, os estudantes devem reconhecer números racionais e porcentagem.

Garota testando jogo em feira de *games*, na Alemanha. Foto de 2019.

Agencia Fotografica Caro/Alamy/Fotoarena

O que é estatística

Leia a reportagem a seguir.



ID/BR

Mais mulheres jogam jogos digitais; no entanto, mais homens se dizem "*gamers*"

Pesquisa mapeou o perfil desses jogadores e mostrou que jovens de 16 a 19 anos são minoria (pasme!)

No Brasil, mais mulheres do que homens têm o costume de jogar jogos digitais. Porém, mais homens se consideram "*gamers*". Segundo a pesquisa PGB Brasil 2021, 72% dos entrevistados disseram ter o costume de jogar. Desse total, 51,5% são mulheres e 48,5% homens.

Ao serem questionados, no entanto, se eles se reconhecem como "*gamers*", apenas 61,6% disseram que sim. Dos homens, 65,8% se identificaram dessa forma. Já dentre as mulheres, o número caiu para 57,5%.

No ambiente dos jogos digitais, o termo *gamer* é dado àquelas pessoas que têm o hábito de jogar sempre, ou até mesmo de entrar em competições e ganhar dinheiro com isso (seja transmitindo suas partidas *on-line* ou participando de torneios).

A pesquisa ainda mapeou que 78,9% das pessoas afirmam que os jogos digitais estão entre suas maiores formas de entretenimento. Para 68% eles são a principal fonte de diversão.

[…]

Nathália Larghi. Mais mulheres jogam jogos digitais; no entanto, mais homens se dizem '*gamers*'. *Valor Investe*, 10 abr. 2021. Disponível em: https://valorinveste.globo.com/mercados/brasil-e-politica/noticia/2021/04/10/mais-mulheres-jogam-jogos-digitais-no-entanto-mais-homens-se-dizem-gamers.ghtml. Acesso em: 16 fev. 2022.

O QUE É ESTATÍSTICA

- O ensino da Estatística tem se destacado na educação brasileira. Recomenda-se o estudo de conceitos estatísticos e probabilísticos desde a Educação Infantil, para que os estudantes desenvolvam não apenas noções matemáticas, mas também o sentimento de cidadania ativa, no sentido de despertar ou incrementar sua capacidade de ler, interpretar e analisar dados, incluindo situações sociais do cotidiano.
- Esclareça aos estudantes que a Estatística é utilizada por diferentes profissionais para estudo e análise de diversas situações.
- Após a leitura do gênero textual reportagem, promova uma roda de conversa com os estudantes para desenvolver o tema sobre a participação das mulheres em diversas áreas da sociedade, particularmente em atividades em que a presença masculina predomina. Pergunte a eles se já presenciaram algum tipo de comportamento preconceituoso na atividade retratada ou em outras e incentive-os a expor a opinião deles. O debate sobre a promoção dos direitos da mulher desenvolve o **Tema Contemporâneo Transversal** Educação em Direitos Humanos, englobado pela macroárea **Cidadania e Civismo**.
- Converse com os estudantes sobre a importância das pesquisas estatísticas nas tomadas de decisão empresariais ou governamentais.
- Sugira aos estudantes que falem sobre as pesquisas que conhecem, como a pesquisa eleitoral ou mesmo as pesquisas realizadas dentro da escola, sobre as preferências dos estudantes ou eleições para o grêmio, por exemplo.
- É possível explorar os temas população e amostra e relacioná-los a diversas situações. Um bom contexto são as eleições. Pergunte aos estudantes se, na época da última eleição, eles tiveram conhecimento, pelos meios de comunicação, de resultados de pesquisas pré-eleitorais promovidas por algum instituto e se repararam quantas pessoas foram entrevistadas. Pergunte: Nesse caso, quem é a população e quem compõe a amostra?
- Enfatize a importância de a amostra escolhida ser representativa. Leve os estudantes a perceber que em determinados casos seria impossível considerar todos os elementos de uma população, ocorrendo a necessidade de ter em vista apenas uma amostra representativa dela.
- Se julgar pertinente, apresente a seguinte situação aos estudantes: Para realizar uma

A reportagem que você acabou de ler apresenta os resultados de uma pesquisa sobre o perfil das pessoas que jogam jogos digitais. Esse tipo de pesquisa é chamada de **pesquisa estatística**.

De maneira geral, as pesquisas estatísticas nos ajudam a responder a perguntas como: Qual é a maior torcida de futebol do Brasil? Há mais bibliotecas públicas na Região Sul ou na Região Nordeste? Quantos animais domésticos são abandonados por dia?

Diversos são os propósitos de uma pesquisa estatística, como: atualizar uma pesquisa já existente, descobrir algo novo, ampliar um estudo já realizado, repetir uma pesquisa já existente para verificar seus resultados, entre outros.

O resultado de uma pesquisa estatística pode ser usado em várias situações: auxiliar os executivos de uma empresa a tomar decisões, ajudar no planejamento econômico de um governo, descobrir qual é o produto mais adequado para certo tipo de público, etc.

Se possível, neste momento, retome com os estudantes a segunda atividade proposta na abertura da unidade.

População

A pesquisa estatística estuda uma **população**.

A população de uma pesquisa estatística é o conjunto dos elementos que apresentam determinada característica e que vão ser o objeto de um estudo.

Na reportagem da página anterior, a população são os brasileiros que jogam jogos digitais. Entretanto, a população pesquisada pode ser de produtos fabricados pela indústria farmacêutica, animais de um bioma, pessoas de determinada classe social, entre outras possibilidades.

Amostra

Em diversas situações, a população pesquisada é muito grande, o que torna inviável consultar todos os seus elementos. Assim, para realizar a pesquisa, apenas uma parte da população, chamada de **amostra**, é selecionada.

João Picoli/ID/BR

A escolha da amostra de uma população é muito importante na pesquisa estatística, pois garante que as informações ou os resultados obtidos representem corretamente a população-alvo da pesquisa. Nesse caso, dizemos que a amostra precisa ser representativa.

DE OLHO NA BASE

No que diz respeito à discussão sobre a participação ativa das mulheres na sociedade, incentive os estudantes a valorizar e a utilizar conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo cultural para entender e explicar a realidade e, então, colaborar para a construção de uma sociedade justa e democrática, como pressupõe a **competência geral 1**.

Além disso, discutir a questão da participação efetiva da mulher em diversos setores tradicionalmente ocupados por indivíduos do sexo masculino, exercitando a empatia e o diálogo, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza, favorece o desenvolvimento da **competência geral 9**.

pesquisa sobre a quantidade de pessoas que gostam de teatro em determinado município, é preciso selecionar uma amostra representativa dos moradores desse município. Portanto, para a seleção da amostra, não seria apropriado ir a um teatro, pois é provável que todas as pessoas entrevistadas nesse lugar respondam que gostam de teatro. Então, para que a amostra seja adequada ao propósito da pesquisa, ou seja, para que a pesquisa com essa amostra forneça um resultado que represente a população do município que gosta de teatro, é preciso entrevistar pessoas em diferentes locais da cidade.

- É possível ainda abordar questões que envolvam o censo. Até o momento da elaboração deste material, o censo mais recente do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) era o de 2010, pois, em 2020, a coleta foi adiada para 2022 por causa da pandemia de covid-19. Se julgar essa abordagem oportuna, ao propor atividades que envolvam os dados do censo, procure atualizar as informações estatísticas. Seria produtivo criar uma interface entre Matemática e Geografia, integrando o assunto das duas disciplinas.

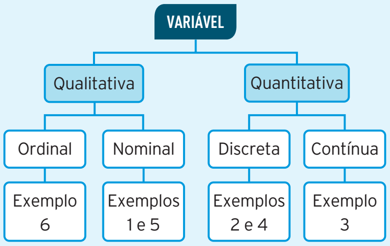
- Ao falar de variáveis, proponha outras situações para os estudantes indicarem as variáveis, classificando-as em quantitativas e qualitativas. Veja alguns exemplos.

1. Gosto musical dos estudantes (variável qualitativa).
2. Quantidade de livros vendidos por uma livraria (variável quantitativa).
3. Medida de massa dos estudantes da escola (variável quantitativa).
4. Quantidade diária de pessoas que visitaram uma exposição (variável quantitativa).
5. Etnia dos estudantes (variável qualitativa).
6. Cargo hierárquico em uma empresa (variável qualitativa).

Depois, oriente os estudantes a classificar as variáveis qualitativas em ordinal ou nominal e as quantitativas em discreta ou contínua.

1. Gosto musical dos estudantes (variável qualitativa nominal).
2. Quantidade de livros vendidos por uma livraria (variável quantitativa discreta).
3. Medida de massa dos estudantes da escola (variável quantitativa contínua).
4. Quantidade diária de pessoas que visitaram uma exposição (variável quantitativa discreta).
5. Etnia dos estudantes (variável qualitativa nominal).
6. Cargo hierárquico em uma empresa (variável qualitativa ordinal).

Se considerar conveniente, organize esses exemplos em um esquema como o mostrado a seguir.



- Após apresentar o conceito de variável aos estudantes, oriente-os a retomar o texto de abertura do capítulo e a identificar e classificar a variável envolvida. A variável sexo biológico de brasileiros que jogam jogos digitais é classificada como qualitativa nominal.

VARIÁVEL

Leia novamente a reportagem apresentada na abertura do capítulo. Qual foi a variável estudada? Converse com os colegas e o professor.

A variável foi o sexo biológico de brasileiros que jogam jogos digitais.

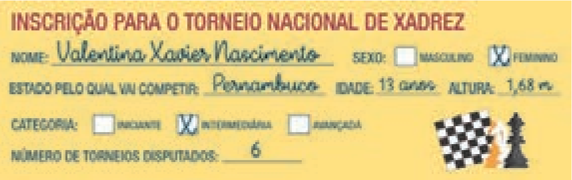
Variável

Em uma pesquisa estatística, também precisamos definir o que vamos pesquisar, isto é, quais serão as variáveis analisadas.

Imagine, por exemplo, que um professor de Educação Física queira organizar grupos de treinamento para alguns esportes. Para isso, ele solicita aos estudantes que preencham uma ficha com a altura e o esporte favorito de cada um. Nessa situação, a altura e o esporte favorito são as variáveis da pesquisa do professor.

Tipos de variável

A ficha a seguir foi utilizada para a inscrição em um torneio nacional de xadrez. Veja.



INSCRIÇÃO PARA O TORNEIO NACIONAL DE XADREZ

NOME: Valentina Xavier Nascimento SEXO: ☐ MASCULINO ☒ FEMININO

ESTADO PELO QUAL VAI COMPETIR: Pernambuco IDADE: 13 anos ALTURA: 1,68 m

CATEGORIA: ☐ INICIANTE ☒ INTERMEDIÁRIA ☐ AVANÇADA

NÚMERO DE TORNEIOS DISPUTADOS: 6

João Picoli/ID/BR

Essa ficha tem diferentes campos e cada um deles representa uma variável. Observe que os resultados que essas variáveis podem assumir têm características distintas.

Em alguns campos, como nome, sexo, estado pelo qual vai competir e categoria, a variável representa uma qualidade (ou um atributo) do indivíduo pesquisado. Para o campo "sexo", há duas respostas possíveis: masculino ou feminino; para "estado pelo qual vai competir", há 27 respostas possíveis: 26 estados brasileiros ou o Distrito Federal; e, para "categoria", há três respostas possíveis: iniciante, intermediária ou avançada.

Em outros campos, como idade e número de torneios disputados, o resultado possível da variável é uma quantidade (ou um número).

Dependendo do tipo de dado pesquisado, podemos classificar as variáveis em dois grupos: qualitativas ou quantitativas.

- **Variável qualitativa:** expressa uma qualidade ou classificação dos elementos estudados. Se as características de uma variável qualitativa podem ser ordenadas, dizemos que ela é **qualitativa ordinal** (por exemplo, estágio de uma doença ou grau de escolaridade). Caso a característica não possa ser ordenada (por exemplo, cor dos olhos ou religião), dizemos que se trata de uma variável **qualitativa nominal**.
- **Variável quantitativa:** expressa características descritas por valores numéricos. Quando as características de uma variável quantitativa representam resultados de contagens (por exemplo, número de filhos ou de irmãos), dizemos que se trata de uma variável **quantitativa discreta**. Se a característica pode ser medida em uma escala contínua (como tempo, altura ou massa), dizemos que a variável é **quantitativa contínua**.

OUTRAS FONTES

Cazorla, I. *et al.* (org.). *Estatística para os anos iniciais do Ensino Fundamental* [livro eletrônico]. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem), 2017 (Biblioteca do Educador – Coleção Sbem). Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ebook_sbem.pdf. Acesso em: 13 jun. 2022.

Esse *e-book* aborda, com exemplos aplicados, os conceitos estatísticos fundamentais, desde a coleta e o tratamento dos dados até a interpretação dos resultados. Além de sugestões de leitura, traz diversos anexos relacionados ao tema, que podem ampliar e enriquecer o estudo da Estatística no Ensino Fundamental.

Silva, M. N. P. da. População e amostras. *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/populacao-amostras.htm. Acesso em: 13 jun. 2022.

Esse artigo discute a diferença entre população finita e infinita, levantando a relevância da escolha da amostra.

Observação

Em algumas situações, podemos atribuir valores numéricos a variáveis qualitativas. Por exemplo, usar o número 1 para indicar pessoas do gênero feminino e o número 2 para indicar pessoas do gênero masculino.

O objetivo, nesse caso, é facilitar a representação das variáveis qualitativas do que está sendo pesquisado. Os números 1 e 2 não têm significado numérico, ou seja, a variável não passa a ser quantitativa; os números 1 e 2 são apenas rótulos.

Etapas de uma pesquisa estatística

Assim como acontece em qualquer outro tipo de pesquisa, para realizar uma pesquisa estatística é necessário ter um planejamento. Veja algumas etapas fundamentais no planejamento de uma pesquisa estatística.

1ª etapa – Definição do problema ou do fenômeno

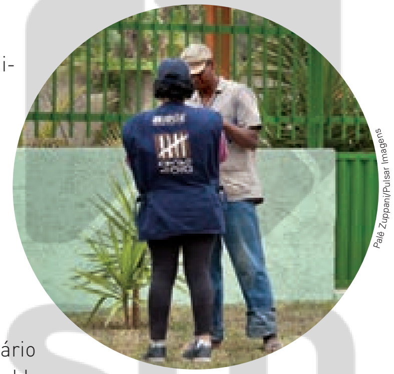
Nessa etapa, deve ser definido de maneira detalhada o que será pesquisado. Imagine que você vai fazer uma pesquisa sobre animais. Existem inúmeras informações que podem ser pesquisadas em relação a eles. O que você quer saber exatamente? Exemplo: Quais são os animais que correm maior risco de extinção na Região Centro-Oeste?

2ª etapa – Planejamento da pesquisa

Antes de definir como os dados da pesquisa estatística serão coletados, é importante decidir se a pesquisa será feita com a população toda ou com uma amostra dessa população e quais serão as variáveis da pesquisa.

3ª etapa – Coleta de dados

Há várias maneiras de coletar dados para uma pesquisa estatística. Eles podem ser obtidos por meio de observação ou de um experimento. Os instrumentos mais comuns usados são formulários, entrevistas, enquetes e questionários. É importante sempre verificar se o instrumento escolhido permitirá a obtenção de todas as respostas esperadas. Pode ser necessário mais de um instrumento.

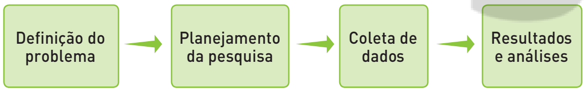


Palê Zuppani/Pulsar Imagens

Nessa situação, há uma combinação de instrumentos para a coleta de dados: um questionário e uma entrevista.

4ª etapa – Resultados e análises

Depois de coletar os dados da pesquisa, é necessário organizá-los e analisá-los, tendo sempre em vista o problema que está sendo estudado.



ETAPAS DE UMA PESQUISA ESTATÍSTICA

- Leia com os estudantes o conteúdo referente às etapas de uma pesquisa estatística e faça intervenções, se necessário, para garantir que eles compreendam o que ocorre em cada uma delas.
- É importante que os estudantes percebam que não é possível alterar a ordem das etapas de uma pesquisa. Pergunte a eles: Como seria possível planejar a pesquisa sem ter definido o que se quer pesquisar?; Como seria possível analisar os resultados se a coleta dos dados ainda não foi realizada?; etc.
- Observe se os estudantes compreendem a combinação de instrumentos utilizados para a coleta de dados mostrada na foto. Explique que o questionário é importante para nortear o pesquisador no momento da entrevista. Verifique se eles percebem que, dependendo do instrumento utilizado, as respostas a serem obtidas podem variar. Ou seja, caso seja feita apenas uma entrevista, as respostas fornecidas serão abertas, o que pode dificultar a organização e a apresentação dos dados. Em contrapartida, em uma enquete, é possível obter as informações desejadas, mas não os motivos pelos quais elas foram dadas.

DE OLHO NA BASE

Compreender as etapas de uma pesquisa estatística é fundamental para que os estudantes sejam capazes de planejar e coletar dados de pesquisa, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA33**.

+ INTERESSANTE

Comente com os estudantes que o censo é a principal fonte de referência para o conhecimento das condições de vida da população em todos os municípios do país.

De maneira geral, o censo investiga características dos domicílios (condição de ocupação, número de banheiros, presença de sanitário, escoadouro do banheiro ou do sanitário, abastecimento de água, destino do lixo, existência de energia elétrica, etc.); migração internacional; composição dos domicílios (número de moradores, responsabilidade compartilhada, lista de moradores, identificação do responsável, relação de parentesco com o responsável pelo domicílio, etc.); características do morador (sexo e idade, cor ou raça, etnia e língua falada no caso dos indígenas, posse de registro de nascimento, alfabetização, rendimento mensal, etc.); e mortalidade.

A pesquisa do censo ocorre de dez em dez anos, com exceção dos anos 1910 e 1930, em que o levantamento foi suspenso; 1990, quando foi adiada para 1991; e 2020, em que a coleta foi adiada para 2022 por causa da pandemia de covid-19.

Comente com os estudantes que há diversos tipos de censo, como o eleitoral, o escolar e o demográfico.

- Na atividade **3**, pergunte aos estudantes que outras perguntas poderiam ser feitas aos clientes. Comente cada uma das propostas sugeridas pelos estudantes e, depois de validadas, registre-as na lousa. Em seguida, peça que classifiquem essas sugestões em cada uma das variáveis.

+ INTERESSANTE

O que é o censo demográfico?

Os censos populacionais produzem informações imprescindíveis para a definição de políticas públicas e a tomada de decisões de investimento, sejam eles provenientes da iniciativa privada ou de qualquer nível de governo, e constituem a única fonte de referência sobre a situação de vida da população nos municípios e em seus recortes internos, como distritos, bairros e localidades, rurais ou urbanas, cujas realidades dependem de seus resultados para serem conhecidas e terem seus dados atualizados.

[...]

Ismar Ingber/Pulsar Imagens

↑ **Recenseadora do IBGE fazendo entrevista.**

IBGE. Disponível em: https://censos.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/sociais/populacao/9662-censo-demografico-2010.html. Acesso em: 16 fev. 2022.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Com o objetivo de realizar uma mostra de cinema, a direção de uma escola fez uma pesquisa sobre o tipo de filme preferido de 95 estudantes. Sabendo que a escola tem 350 estudantes, faça o que se pede.

a) Qual é a população e a amostra dessa pesquisa? **População: 350 estudantes; amostra: 95 estudantes.**

b) Identifique a variável pesquisada e classifique-a. **A variável é "tipo de filme preferido" e é uma variável qualitativa nominal.**

2. Um condomínio vai fazer uma pesquisa com todos os moradores para saber a quantidade de crianças de 2 a 10 anos que residem no local. O objetivo é estudar a possibilidade de construir uma brinquedoteca e uma área de recreação. Veja os dados obtidos.

Idade das crianças do condomínio

Idade	Quantidade de crianças
Até 2 anos	9
De 2 anos e 1 mês a 4 anos	15
De 4 anos e 1 mês a 6 anos	25
De 6 anos e 1 mês a 8 anos	12
De 8 anos e 1 mês a 10 anos	14

Dados obtidos pelo condomínio.

a) Qual foi a população pesquisada? **Moradores de um condomínio.**

b) Foi definida uma amostra para a realização dessa pesquisa? Se sim, qual foi? **Não, pois todos os moradores foram consultados.**

c) Qual foi a variável pesquisada nesse estudo? **A quantidade de crianças por faixa de idade.**

d) Qual é o tipo da variável pesquisada? **Quantitativa discreta.**

3. Uma empresa especializada em turismo nacional decidiu conhecer melhor o perfil de seus clientes. Para isso, elaborou um questionário. Veja algumas das perguntas feitas.

I. Qual é sua idade?

II. Em que meses você prefere viajar? Cite no mínimo um.

III. Para quais estados você pretende viajar?

IV. Que meio(s) de transporte você prefere utilizar?

V. Quanto você pretende gastar com transporte e estadia?

Agora, identifique as variáveis de cada pergunta do questionário e seu tipo.

3. I. idade: quantitativa discreta; II. mês (meses): qualitativa ordinal; III. estados: qualitativa nominal; IV. meios de transporte: qualitativa nominal; V. quanto se pretende gastar: quantitativa contínua.

OUTRAS FONTES

Camargo, O. Censo, a contagem da população. *Brasil Escola.* Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/sociologia/censo-contagem-populacao.htm. Acesso em: 13 jun. 2022.

Esse artigo apresenta um resumo de informações históricas e metodológicas relacionadas com o censo demográfico no Brasil.

Tabelas e gráficos

As tabelas e os gráficos são instrumentos importantes e comumente utilizados para apresentar os resultados de uma pesquisa estatística.

Elementos de uma tabela

Veja a tabela a seguir.

Domicílios, por destino do lixo, segundo as Grandes Regiões (%)

Destino Região	Coletado diretamente ou em caçamba	Queimado na propriedade ou tem outro destino
Norte	79,9	20,1
Nordeste	82,7	17,3
Sudeste	97,1	3,0
Sul	94,7	5,2
Centro-Oeste	92,4	7,6

Fonte de pesquisa: IBGE Educa Jovens. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/21130-domicilios-brasileiros.html. Acesso em: 16 fev. 2022.

Agora, observe alguns dos elementos da tabela apresentada.

- O **título** informa o assunto tratado.

Domicílios, por destino do lixo, segundo as Grandes Regiões (%)

- Os **títulos das colunas e/ou linhas** indicam o assunto de cada coluna e/ou de cada linha, respectivamente. Na tabela do exemplo, a primeira coluna indica a região do país pesquisada; a segunda indica a porcentagem de domicílios cujo lixo é coletado diretamente ou em caçamba; a terceira indica a porcentagem de domicílios cujo lixo é queimado na propriedade ou tem outro destino.

Destino Região	Coletado diretamente ou em caçamba	Queimado na propriedade ou tem outro destino
Norte		
Nordeste		
Sudeste		
Sul		
Centro-Oeste		

- A **fonte** informa de onde os dados foram obtidos – pode ser de jornal, revista, livro, *site* – ou quem os obteve.

Fonte de pesquisa: IBGE Educa Jovens. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/21130-domicilios-brasileiros.html. Acesso em: 16 fev. 2022.

RESPONSABILIDADE E LIXO: TUDO A VER!

O destino inadequado do lixo pode causar graves problemas ambientais, entre eles a contaminação do solo causada pelo chorume – líquido produzido na decomposição de resíduos orgânicos – e a poluição do ar causada pela queima do lixo.

Cuidar do lixo também é nossa responsabilidade! É importante fiscalizar e denunciar caso perceba alguma falha no atendimento da coleta ou caso veja alguém deixando os sacos de lixo na rua em dias que o caminhão coletor não passa.

- **Com um colega, pesquisem os dias e horários em que o caminhão coletor passa no bairro em que fica a escola e os problemas ambientais gerados pelo destino inadequado do lixo. Depois, confeccionem um cartaz com essas informações e o exponham na escola para que toda a comunidade tenha acesso.**

OBSERVAÇÃO

A apresentação dos dados de uma tabela pode variar. Uma linha pode ser destacada para indicar que se trata de uma informação importante, a fonte pode estar localizada ao lado da tabela, etc.

TABELAS E GRÁFICOS

- Tabelas e gráficos são elementos comuns em jornais, livros, revistas e em outros meios de comunicação. Conhecer essas maneiras de representação é essencial para a compreensão das informações apresentadas e para a decodificação de vários aspectos da vida social.
- A incapacidade de interpretar essas ferramentas pode afetar diretamente a tomada de decisões, dificultando a inclusão social e prejudicando o exercício da cidadania.
- Se considerar oportuno, apresente outras tabelas aos estudantes e oriente-os a identificar os elementos: título da tabela, título das linhas ou colunas e fonte. Dê preferência a exemplos nos quais os elementos estejam dispostos de maneiras distintas do exemplo do Livro do Estudante. Se possível, proponha casos que ilustrem as situações comentadas no quadro *Observação* do Livro do Estudante.
- Observe que a tabela usada como exemplo nesta página do Livro do Estudante apresenta algumas linhas que não somam 100% (linhas referentes às regiões Sudeste e Sul). Provavelmente, essa diferença se deve a arredondamentos. Apesar disso, optou-se por manter os dados da maneira que estava na fonte de pesquisa. Nesse momento, é provável que os estudantes não percebam que isso ocorre, pois o foco não é analisar e interpretar os dados da tabela, mas, se julgar conveniente, explique a eles os possíveis motivos dessa diferença.

DE OLHO NA BASE

Nesta página, são apresentados aos estudantes os elementos constitutivos de tabelas, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA31**.

Responsabilidade

Converse com os estudantes sobre a importância de destinar corretamente o lixo doméstico.

Promova uma roda de conversa sobre o tema, incentivando os estudantes a expor suas experiências e a defender suas opiniões.

Organize na lousa uma lista com algumas situações que podem ser provocadas pelo descarte inadequado do lixo, por exemplo: sujeira das ruas, poluição ambiental e visual, contaminação do solo e dos lençóis freáticos, alagamentos e inundações em períodos de chuva, proliferação de doenças, entre outras.

Ao término da discussão, é importante que eles sejam capazes de refletir sobre a responsabilidade diante das regras sociais: civismo e cidadania e responsabilidade diante do próprio consumo e com as próximas gerações.

Se considerar oportuno, proponha aos estudantes, de maneira contextualizada e com a autorização dos pais ou responsáveis, uma visita guiada a uma cooperativa de reciclagem para que conheçam o processo: a coleta de materiais, a triagem, a prensa e a venda. Dessa maneira, eles refletem sobre a importância da reciclagem para a preservação ambiental.

- Leia o conteúdo destas páginas com os estudantes e faça as intermediações necessárias para garantir que eles compreenderam os conceitos apresentados.
- Verifique se eles percebem que as informações apresentadas no gráfico são as mesmas apresentadas na tabela da página anterior. Se não tiverem percebido essa relação, explicite-a a eles e faça associação entre alguns elementos. O título da tabela e o título do gráfico são iguais, pois os dois recursos apresentam a mesma informação. Do mesmo modo, a fonte do gráfico e a fonte da tabela também são as mesmas, pois os dados foram extraídos do mesmo local. Verifique se os estudantes observaram a relação entre os títulos das colunas e a legenda do gráfico.

DE OLHO NA BASE

Nestas páginas, são apresentados aos estudantes os elementos constitutivos de gráficos, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA31**.

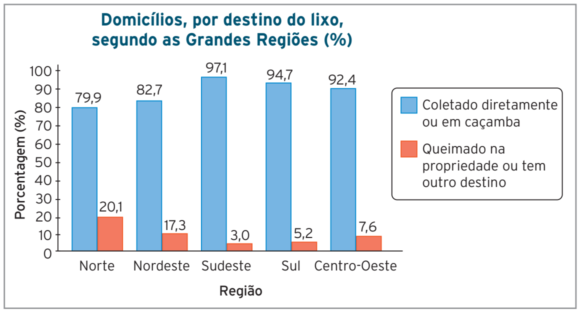
GRÁFICOS DE BARRAS

Os gráficos de barras podem ser construídos com barras verticais ou horizontais. Nesta coleção, vamos chamar os gráficos de barras verticais de **gráficos de colunas** e os gráficos de barras horizontais, de **gráficos de barras**.

Elementos de um gráfico

Um gráfico utiliza recursos visuais, como barras, colunas, figuras, etc., para apresentar e facilitar a interpretação de dados. Veja como as informações da tabela apresentada na página anterior seriam representadas em um gráfico de colunas duplas.

Ilustrações: ID/BR



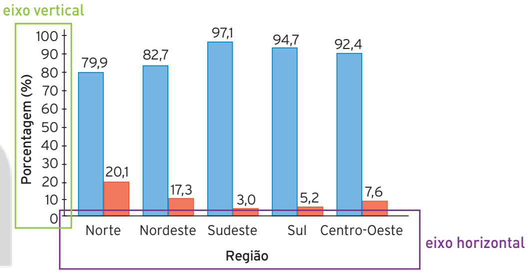
Fonte de pesquisa: IBGE Educa Jovens. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/21130-domicilios-brasileiros.html. Acesso em: 16 fev. 2022.

Agora, observe alguns dos elementos do gráfico apresentado.

- Do mesmo modo que nas tabelas, o **título** informa o assunto tratado.

Domicílios, por destino do lixo, segundo as Grandes Regiões (%)

- Os **títulos dos eixos** indicam o que está representado em cada eixo. No gráfico do exemplo, temos dois eixos: um **eixo vertical**, que mostra a porcentagem, e um **eixo horizontal**, que mostra as regiões. Já a altura das colunas relaciona a região com a porcentagem de domicílios correspondente a cada tipo de destino do lixo.



E há gráficos, como os de setores, os quais veremos posteriormente, que não apresentam eixos.

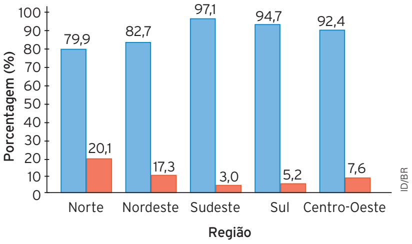
- A **legenda** indica o significado da cor de cada coluna.

🟦 Coletado diretamente ou em caçamba
🟥 Queimado na propriedade ou tem outro destino

- A **fonte** informa de onde os dados foram obtidos ou quem os obteve, assim como nas tabelas.

Fonte de pesquisa: IBGE Educa Jovens. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/21130-domicilios-brasileiros.html. Acesso em: 16 fev. 2022.

- Os números sobre as colunas são chamados de **rótulos de dados** e indicam, nessa situação, a porcentagem exata de domicílios.



5. a) Representa uma pesquisa sobre a quantidade de funcionários de uma empresa.
b) A empresa.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

4. Os estudantes das turmas do 6º ano fizeram uma campanha de arrecadação de latinhas. Observe o resultado da campanha.

Resultado da campanha de arrecadação de latinhas

Turma	Quantidade arrecadada
6º A	48
6º B	46
6º C	44

Dados fornecidos pela direção da escola.

a) O que essa tabela informa? Qual elemento da tabela você observou para responder a essa pergunta?

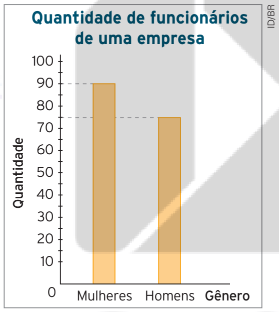
b) Nessa tabela, há títulos nas colunas ou nas linhas? **Nas colunas.**

c) Quem forneceu os dados apresentados?

d) Quantas latinhas foram arrecadadas pelo 6º ano A? **48 latinhas.**

e) Quantas latinhas foram arrecadadas pelas 3 turmas do 6º ano? **138 latinhas.**

5. Observe o gráfico a seguir.



Dados fornecidos pela empresa.

a) O gráfico representa qual pesquisa?

b) Quem forneceu os dados da pesquisa?

c) O que está indicado no eixo vertical? E no eixo horizontal? **A quantidade de funcionários. O gênero dos funcionários.**

d) Qual é o número total de funcionários dessa empresa? **165 funcionários.**

4. a) A tabela informa o resultado da campanha de arrecadação de latinhas. Espera-se que os estudantes tenham observado o título da tabela.

4. c) A direção da escola.

- Comente com os estudantes que nem sempre os gráficos apresentam os elementos destacados no Livro do Estudante. Alguns, como é o caso dos pictogramas, apresentam apenas um dos eixos; outros, como é o caso dos gráficos de colunas simples, raramente apresentam legenda. Além disso, informe a eles que as posições dos elementos podem variar, ou seja, nem sempre os títulos dos eixos, a fonte do gráfico ou mesmo a legenda estarão dispostos como apresentado no exemplo.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, os estudantes são apresentados a recursos como gráficos e tabelas. Se possível, traga para a sala de aula diferentes tipos de tabela e de gráfico, preferencialmente os veiculados pela mídia. Organize a turma em grupos de três ou quatro estudantes. Distribua a cada grupo alguns dos materiais trazidos por você e solicite aos estudantes que identifiquem os elementos constitutivos de cada um deles.

- Saber interpretar informações apresentadas em tabelas e em gráficos é fator de inclusão social. Sem essa habilidade, o indivíduo tem prejuízo no exercício da cidadania, pois esse desconhecimento constitui obstáculo para a compreensão de aspectos da realidade social ou econômica e, portanto, para a tomada de importantes posições e/ou decisões.
- Para cada uma das tabelas apresentadas, retome os elementos constitutivos. Verifique se os estudantes percebem que a fonte está na lateral, e não na parte inferior das tabelas, diferentemente das mostradas anteriormente.
- É possível que os estudantes apresentem dificuldade na interpretação das informações da tabela de dupla entrada. Assim, se considerar oportuno, faça perguntas que incentivem a identificação dos dados antes de iniciar a interpretação deles. É fundamental que eles compreendam que a tabela de dupla entrada é uma simplificação para que não sejam feitas duas tabelas para apresentar informações que de alguma maneira se relacionam. Verifique se os estudantes conseguem perceber o cruzamento das linhas e colunas para identificar os dados.
- Explore os temas abordados para desenvolver o trabalho com valores e ampliar possíveis análises em torno das informações apresentadas.

Tipos de tabelas e gráficos

Vamos conhecer um pouco sobre diferentes tipos de tabelas e gráficos.

Tabela simples

A Mata Atlântica está presente em 17 estados brasileiros, além do Paraguai e da Argentina. Originalmente, ela ocupava mais de 130 milhões de hectares (1 hectare equivale, aproximadamente, à área de um campo de futebol), mas, devido à ocupação, ao desmatamento e a outras atividades humanas, hoje restam apenas cerca de 12% de sua vegetação inicial.

Desmatamento na Mata Atlântica

Período	Área desmatada (em hectares)
De 2019 a 2020	13 053
De 2018 a 2019	14 375
De 2017 a 2018	11 399
De 2016 a 2017	12 562
De 2015 a 2016	29 075
De 2014 a 2015	18 433

Fonte de pesquisa: SOS Mata Atlântica. Disponível em: https://www.sosma.org.br/iniciativas/atlas-da-mata-atlantica/. Acesso em: 16 fev. 2022.

A tabela anterior é chamada de **tabela simples**. Observando essa tabela, podemos notar que:

- de 2014 a 2020, o período de maior desmatamento foi de 2015 a 2016 e o de menor desmatamento foi de 2017 a 2018.
- no período representado, 98 897 hectares da Mata Atlântica foram desmatados.

Tabela de dupla entrada

A tabela a seguir mostra, para cada região do Brasil, a porcentagem de pessoas que realizaram trabalho voluntário por pelo menos uma hora por semana em 2018 e 2019.

Taxa de realização de trabalho voluntário, segundo as regiões do Brasil (%)

Ano Região	2018	2019
Norte	4,6	4,4
Nordeste	3,1	2,9
Sudeste	4,6	4,5
Sul	4,9	4,6
Centro-Oeste	4,6	3,9

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101722_informativo.pdf. Acesso em: 16 fev. 2022.

Os dados da pesquisa foram apresentados em uma tabela chamada de **tabela de dupla entrada**. Observe que, para cada linha, há duas informações diferentes sendo apresentadas. Além disso, podemos perceber que:

- a maior taxa de realização de trabalho voluntário foi em 2018 na Região Sul.
- a taxa de realização de trabalho voluntário em 2018 foi superior ao de 2019 em todas as regiões.

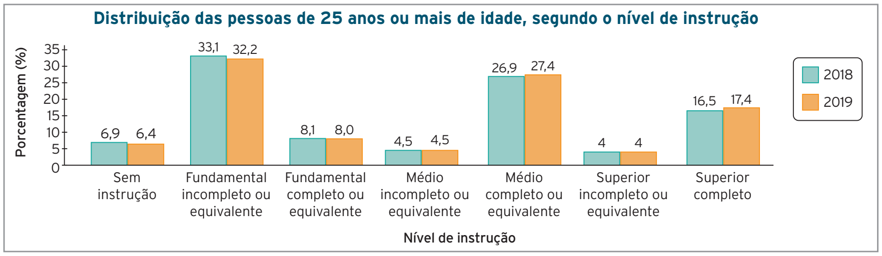
ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Reforce o aprendizado sobre as tabelas e os gráficos por meio de uma situação real. Com a participação dos estudantes, faça um levantamento para identificar o esporte preferido da turma ou qualquer outro tema de interesse do grupo. Registre as respostas na lousa. Depois, construam coletivamente uma tabela e um gráfico.

Discuta com os estudantes a importância do processo de coleta e organização dos dados e enfatize a necessidade de elaborar um título para a tabela, dando maior clareza e direção à leitura dos dados apresentados.

Gráfico de colunas

Observe o gráfico.



Ilustrações: ID/BR

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101736_informativo.pdf. Acesso em: 16 fev. 2022.

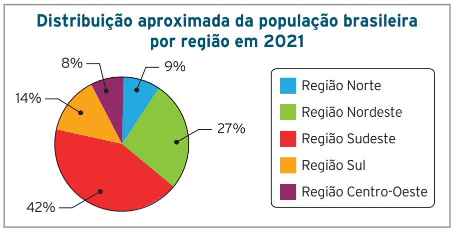
Esse tipo de gráfico é chamado de **gráfico de barras** ou **de colunas**. Nesse tipo de gráfico, as barras podem ser tanto horizontais como verticais. Além disso, eles podem ser de colunas ou de barras simples, duplas, triplas, etc.

No gráfico, podemos notar que:

- os níveis "sem instrução", "fundamental incompleto ou equivalente" e "fundamental completo ou equivalente" apresentaram uma queda de 2018 para 2019;
- de 2018 para 2019, o crescimento da taxa de pessoas com nível de instrução "médio completo ou equivalente" entre as pessoas com 25 anos ou mais foi de 0,5%.

Gráfico de setores

Agora, observe este outro gráfico.



Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2021/estimativa_dou_2021.pdf. Acesso em: 16 fev. 2022.

Esse tipo de gráfico é chamado de **gráfico de setores**, e cada parte colorida é chamada de **setor**. O tamanho do setor é correspondente à sua representação percentual com relação ao total. O círculo inteiro representa 100% dos valores; nesse caso, a população total do Brasil em 2021.

Veja algumas informações que podemos encontrar nesse gráfico:

- Em 2021, a Região Sudeste era a mais populosa e a Região Centro-Oeste era a menos populosa.
- Os dados foram obtidos do *site* de um instituto especializado em dados da população brasileira em 16 de fevereiro de 2022.

- Faça a leitura dos gráficos com os estudantes, sempre retomando seus elementos constitutivos.
- Explore outras conclusões que possam ser extraídas de cada um dos gráficos. Peça a algum estudante que, voluntariamente, faça uma observação referente a um dos gráficos. Depois, promova uma discussão coletiva para verificar a validade da observação feita pelo estudante.
- Nos gráficos apresentados, reforce a importância da legenda.
- Comente com os estudantes que o gráfico de setores não apresenta eixos e ajude-os a compreender como pode ser feita sua leitura.

DE OLHO NA BASE

Interpretar situações que envolvem dados de pesquisas sobre contextos ambientais, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráfico, contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA32**.

- Certifique-se de que os estudantes compreenderam que, no gráfico de linha ou segmento, cada informação é representada por um ponto e que os segmentos traçados para unir esses pontos servem apenas para facilitar a comparação das informações e verificar possíveis intervalos de crescimento ou decréscimo. Para ilustrar esse fato, reproduza o gráfico na lousa e não coloque, por exemplo, a informação correspondente ao ano de 2012. Ao unir os pontos por segmentos de reta, o ponto correspondente ao ano de 2011, 280, será ligado ao ponto 221, correspondente ao ano de 2013. Ao verificar o ponto correspondente ao ano de 2012 no segmento traçado, eles vão obter um valor diferente do real.
- Mostre aos estudantes que no pictograma apenas um dos eixos é apresentado e que a informação que seria correspondente ao outro eixo é vista na legenda.
- Reforce, em cada um dos gráficos, seus elementos constitutivos e proponha outras observações.

Solidariedade

De acordo com a Fundação Pró-Sangue, para doação de sangue os requisitos básicos são: estar em boas condições de saúde; ter entre 16 e 69 anos (desde que a primeira doação tenha sido feita até 60 anos); pesar, no mínimo, 50 kg; estar descansado e alimentado.

Incentive a troca de ideias sobre doação de sangue, comentando que o baixo estoque dos bancos de sangue é um grave problema no Brasil. É comum os bancos de sangue dos hospitais apresentarem defasagem entre a demanda de pacientes e a quantidade de sangue disponível para os procedimentos nos quais ele costuma ser utilizado.

Ao propor a discussão sobre o assunto doação de sangue, incentive o respeito às opiniões divergentes, pois pode haver alguma questão religiosa envolvida em certas considerações. Fique atento à posição dos estudantes para evitar constrangimento entre eles.

Discuta com eles a importância da doação de sangue. Pergunte se conhecem pessoas que doam sangue regularmente ou se conhecem pessoas que já precisaram de doação de sangue.

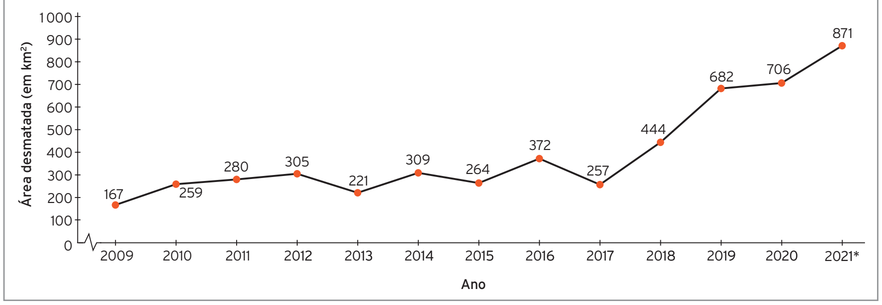
DE OLHO NA BASE

O diálogo pautado no respeito ao outro e na valorização de diferentes saberes e culturas, livre de preconceito de qualquer natureza, também contribui para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

Gráfico de linha ou de segmento

Observe este outro tipo de gráfico.

Área da floresta Amazônica no Acre desmatada anualmente



* Atualizado em: 19 nov. 2021.

Fonte de pesquisa: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe). Disponível em: http://www.obt.inpe.br/OBT/assuntos/programas/amazonia/prodes. Acesso em: 16 fev. 2022.

Comente com os estudantes que, no gráfico, o símbolo —∿— indica que o intervalo não é proporcional aos demais intervalos marcados no eixo.

DIA MUNDIAL DO DOADOR DE SANGUE

[...]

O dia 14 de junho é lembrado como o Dia Mundial do Doador de Sangue, com o objetivo de aumentar a conscientização sobre a necessidade da doação e agradecer aos voluntários pela atitude, que pode salvar vidas. No Brasil, 1,8% da população doa sangue [...]. A taxa, entretanto, está longe da meta da Organização Mundial da Saúde (OMS), de 3% da população doadora.

[...]

Andreia Verdélio. Doação de sangue: 1,8% da população brasileira doa sangue; meta da OMS é 3%. *Agência Brasil*, 14 jun. 2017. Disponível em: http://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2017-06/doacao-de-sangue-18-da-populacao-brasileira-doa-sangue-meta-da-oms-e-3. Acesso em: 16 fev. 2022.

- **Com um colega, pesquisem quais são os critérios exigidos para doar sangue no Brasil. Depois, com o professor, organizem uma roda de conversa para discutir a importância da doação de sangue.**

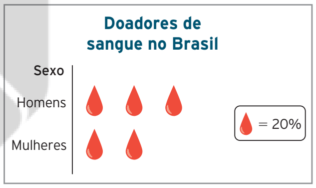
Em **gráficos de linha** ou **de segmento**, cada informação é representada por um ponto, e os pontos são unidos por segmentos de reta apenas para facilitar a comparação das informações.

No gráfico do exemplo, é possível perceber que:

- a área desmatada da floresta Amazônica no Acre em 2020 foi de 706 km^2;
- de 2017 para 2021, houve aumento na área desmatada, mas de 2012 para 2013 e de 2014 para 2015, houve diminuição.

Gráfico pictórico ou pictograma

Neste tipo de gráfico, são utilizados símbolos ou figuras para representar o que foi pesquisado. Observe o exemplo.



Fonte de pesquisa: Andreia Verdélio. Doação de sangue: 1,8% da população brasileira doa sangue; meta da OMS é 3%. *Agência Brasil*, 14 jun. 2017. Disponível em: http://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/ 2017-06/doacao-de-sangue-18-da-populacao-brasileira-doa-sangue-meta-da-oms-e-3. Acesso em: 16 fev. 2022.

O número de figuras relaciona o sexo, homens e mulheres, ao percentual de doadores de sangue no Brasil.

Agora, veja algumas informações que podemos encontrar nesse gráfico.

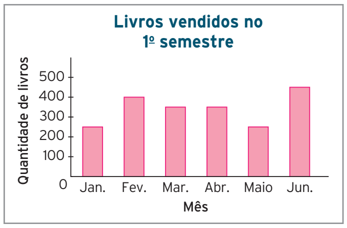
- Cada figura representa 20%. Então, para descobrir o percentual de homens que são doadores de sangue, basta multiplicar 20% pela quantidade de símbolos.
- O percentual de mulheres doadoras de sangue é menor que o de homens.

8. c) Não. É possível determinar apenas a quantidade de alimentos arrecadados.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

6. O gráfico a seguir apresenta a quantidade de livros vendidos em uma livraria no primeiro semestre de certo ano.



Dados obtidos pela livraria.

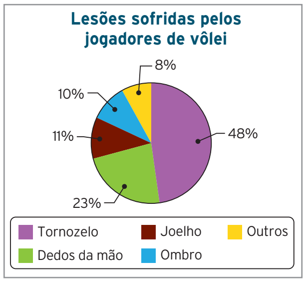
a) Em qual dos meses a venda foi maior? **Em junho.**

b) Em quais dos meses a venda foi menor? **Em janeiro e em maio.**

c) Quais foram os meses em que as vendas aumentaram em relação ao mês anterior? **Fevereiro e junho.**

d) Quais foram os meses em que as vendas diminuíram em relação ao mês anterior? **Março e maio.**

7. Um clube fez uma pesquisa com seus 46 jogadores de vôlei para saber qual era a lesão mais comum sofrida por eles. Observe o resultado.



Dados obtidos pelo clube.

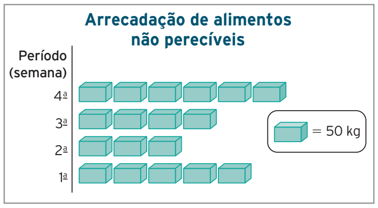
a) Qual é a região do corpo com maior ocorrência de lesões entre os jogadores? **Tornozelo.**

b) Em qual parte do corpo 23% dos jogadores sofreram lesões? **Nos dedos das mãos.**

c) Qual é a porcentagem de jogadores que tiveram lesões no joelho? **11%**

d) Podemos afirmar que metade das lesões sofridas pelos jogadores de vôlei desse clube ocorreu no tornozelo? **Não, pois 48% não corresponde à metade das lesões sofridas.**

8. Em uma campanha, uma entidade social arrecadou alimentos não perecíveis. Observe a quantidade arrecadada no gráfico a seguir.



Ilustrações: ID/BR

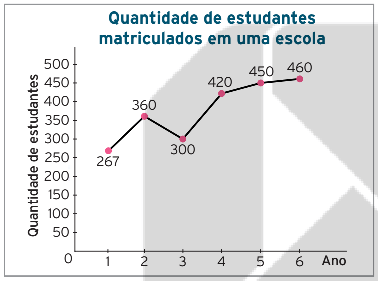
Dados obtidos pela entidade social.

a) Quantos quilogramas de alimentos foram arrecadados na primeira semana? E no mês todo? **250 kg; 900 kg.**

b) Em qual semana a arrecadação foi maior? **Na 4ª semana.**

c) Com base no gráfico, é possível saber quais alimentos foram arrecadados?

9. Uma escola fez um gráfico para verificar a quantidade de estudantes matriculados em cada ano desde sua inauguração. Veja.



Dados fornecidos pela escola.

a) Qual foi o ano com menor quantidade de estudantes matriculados? É possível saber ao certo qual foi essa quantidade?

b) Quantos estudantes foram matriculados no terceiro ano depois da inauguração dessa escola? **300 estudantes.**

c) Em qual ano houve o maior aumento no número de estudantes matriculados?

d) Há quantos anos essa escola funciona? Explique como você pensou para responder a essa questão.

9. a) O primeiro ano. Sim, foram 267 estudantes.

9. c) No quarto ano.

9. d) A escola foi inaugurada 6 anos antes da produção desse gráfico. Espera-se que os estudantes cheguem a essa conclusão lendo o enunciado da atividade ("em cada ano desde sua inauguração") e a informação do eixo horizontal "Ano" (ano 6).

DE OLHO NA BASE

As atividades desta página foram propostas com o intuito de auxiliar os estudantes a desenvolver a habilidade **EF06MA32**. Nesse sentido, eles são convidados a resolver situações de diversos contextos que envolvem dados apresentados em diferentes tipos de gráfico.

- Nesta página, apresentamos quatro atividades, e cada uma traz um tipo de gráfico: de colunas simples, de setores, pictórico e de linha ou segmento. Aproveite esse momento e converse com os estudantes sobre a escolha do melhor tipo de gráfico de acordo com os dados que se pretende apresentar.
- Levante algumas questões que devem ser consideradas na escolha do gráfico, como as variáveis ou categorias; elas podem nortear a escolha do tipo de gráfico.
- Gráficos de colunas e gráficos de linhas são interessantes para apresentar a frequência de uma variável ao longo do tempo ou para comparar valores. Já os gráficos de setores são usados com frequência para representar a composição de partes de um todo.
- Ao término da execução das atividades propostas, organize os estudantes em duplas ou trios e solicite a eles que elaborem outras atividades que envolvam a interpretação dos dados dos gráficos propostos no Livro do Estudante. Depois, oriente-os a trocar as atividades para que um estudante resolva as atividades elaboradas pelo colega e vice-versa.

OUTRAS FONTES

Fundação Pró-Sangue. Requisitos básicos para doação de sangue. Disponível em: http://www.prosangue.sp.gov.br/artigos/requisitos_basicos_para_doacao.html. Acesso em: 13 jun. 2022.

O *site* da Fundação Pró-Sangue, do hemocentro do estado de São Paulo, apresenta os requisitos básicos para uma pessoa ser considerada apta a doar sangue e traz os endereços dos hemocentros estaduais e *links* que direcionam a hemocentros de outros estados.

Salla, F. Gráficos e tabelas para organizar informações. *Nova Escola*, 7 mar. 2018. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/163/graficos-tabelas-organizar-informacoes. Acesso em: 13 jun. 2022.

Nesse artigo, a autora apresenta dicas de como trabalhar com gráficos e tabelas em sala de aula.

- Nestas páginas, apresentam-se brevemente as etapas da construção de uma tabela e de um gráfico em uma planilha eletrônica.
- É importante que você execute o passo a passo proposto no Livro do Estudante com antecedência, pois as instruções apresentadas são genéricas, podendo haver divergências em relação ao *software* disponibilizado pela escola. Portanto, organize-se e planeje-se.
- Explique aos estudantes que uma planilha eletrônica é como uma planilha em papel. Porém, na eletrônica, você pode, por exemplo, alterar um dado a qualquer momento sem ter de rabiscar sua planilha, e, além disso, as informações que estiverem relacionadas ao dado que foi alterado também são reprogramadas automaticamente.
- Se possível, leve os estudantes ao laboratório de informática (se a escola dispuser de um) e deixe-os seguirem o passo a passo utilizando o programa. Vivenciar as situações torna o aprendizado significativo para o estudante.
- Permita que os estudantes explorem o ambiente computacional de modo a adquirir autonomia e incentive a investigação. Essa prática favorece o desenvolvimento do ponto de vista computacional, da análise crítica, criativa e propositiva de temas afeitos aos princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social no país onde vivem, ao passo que analisam e constroem gráficos cuja temática envolve a quantidade de algumas vacinas aplicadas no Brasil. Aproveite essa oportunidade para evidenciar a importância das campanhas de vacinação em todo o território nacional, prevenindo diversas doenças e promovendo melhores condições de saúde para a sociedade.

Construindo tabelas e gráficos com *softwares*

As planilhas eletrônicas são recursos importantes que nos ajudam na construção de gráficos e tabelas. Existem diferentes tipos de planilhas eletrônicas e, de uma para outra, alguns comandos podem variar.

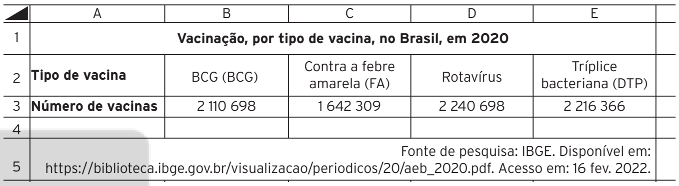
Acompanhe como podemos construir uma tabela e um gráfico utilizando uma planilha eletrônica. Lembre-se de que para isso é necessário ter um dispositivo com um *software* de planilha eletrônica instalado.

❶ O primeiro passo é ter os dados de uma pesquisa para construir o gráfico e a tabela. Como exemplo, vamos usar os dados do IBGE sobre o número de algumas vacinas aplicadas, no Brasil, em 2020.

- BCG (BCG): 2 110 698
- Contra a febre amarela (FA): 1 642 309
- Rotavírus: 2 240 698
- Tríplice bacteriana (DTP): 2 216 366

Essas informações foram consultadas no *site* do IBGE no dia 16 de fevereiro de 2022 e estão disponíveis em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/20/aeb_2020.pdf.

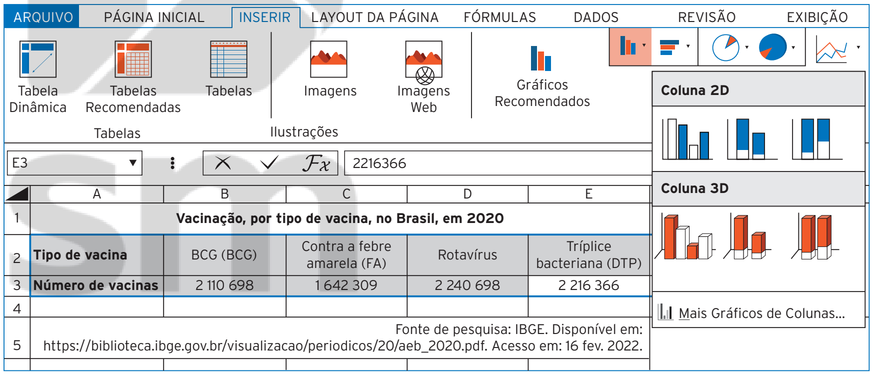
❷ Construir uma tabela em uma planilha eletrônica é simples. Basta abrir o programa e digitar as informações.



	A	B	C	D	E
1	**Vacinação, por tipo de vacina, no Brasil, em 2020**				
2	**Tipo de vacina**	BCG (BCG)	Contra a febre amarela (FA)	Rotavírus	Tríplice bacteriana (DTP)
3	**Número de vacinas**	2 110 698	1 642 309	2 240 698	2 216 366
4					
5	Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/20/aeb_2020.pdf. Acesso em: 16 fev. 2022.				

Observe que mesmo na planilha eletrônica é importante colocar o título da tabela, os títulos das linhas ou das colunas e a fonte das informações.

❸ Agora, vamos construir um gráfico de colunas com base nessa tabela. Para isso, selecione as informações, clique sobre a aba *Inserir* e, em seguida, sobre o ícone que representa um gráfico de colunas.



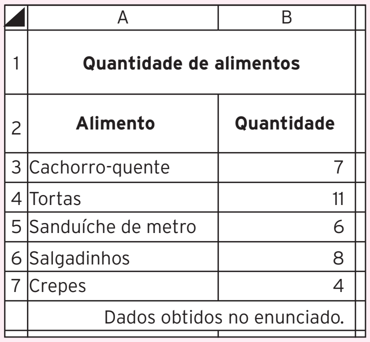
E3 | 2216366

	A	B	C	D	E
1	**Vacinação, por tipo de vacina, no Brasil, em 2020**				
2	**Tipo de vacina**	BCG (BCG)	Contra a febre amarela (FA)	Rotavírus	Tríplice bacteriana (DTP)
3	**Número de vacinas**	2 110 698	1 642 309	2 240 698	2 216 366
4					
5	Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/20/aeb_2020.pdf. Acesso em: 16 fev. 2022.				

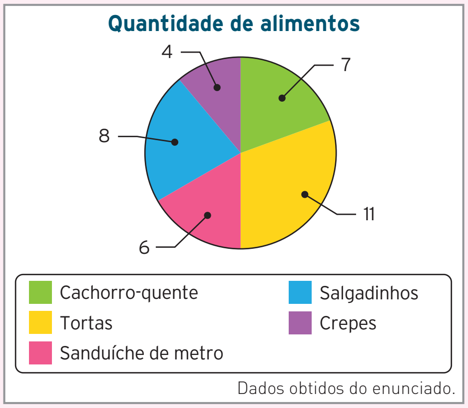
Ilustrações: ID/BR

RESPOSTAS

10. Exemplo de resposta.



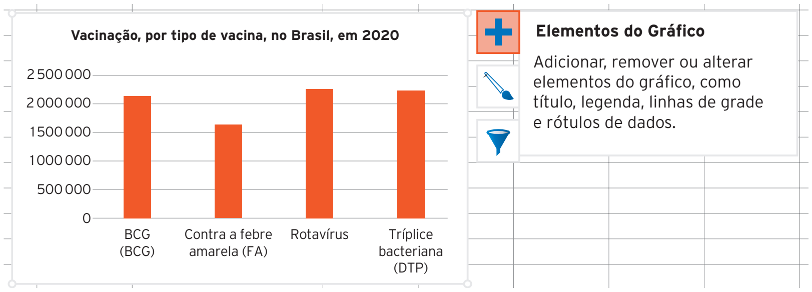
	A	B
1	**Quantidade de alimentos**	
2	**Alimento**	**Quantidade**
3	Cachorro-quente	7
4	Tortas	11
5	Sanduíche de metro	6
6	Salgadinhos	8
7	Crepes	4
	Dados obtidos no enunciado.	



Dados obtidos do enunciado.

Ilustrações: ID/BR

④ Ao clicar sobre o ícone indicado no item anterior, o gráfico aparecerá automaticamente.

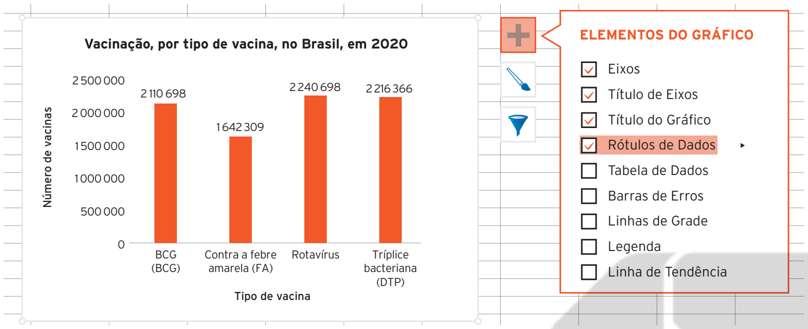


Elementos do Gráfico

Adicionar, remover ou alterar elementos do gráfico, como título, legenda, linhas de grade e rótulos de dados.

Ilustrações: ID/BR

De maneira geral, os gráficos não aparecem com título, nome dos eixos e fonte. Apesar disso, é possível editar o gráfico da maneira que desejar: mudar a cor das colunas, mostrar os valores das colunas ou não, etc.



ELEMENTOS DO GRÁFICO

- ☑ Eixos
- ☑ Título de Eixos
- ☑ Título do Gráfico
- ☑ Rótulos de Dados
- ☐ Tabela de Dados
- ☐ Barras de Erros
- ☐ Linhas de Grade
- ☐ Legenda
- ☐ Linha de Tendência

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/20/aeb_2020.pdf. Acesso em: 16 fev. 2022.

A construção de gráficos de outros tipos, como o de barras duplas, o de setores ou o de linhas, é parecida com a construção do gráfico de colunas apresentada.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

10. Organize os dados apresentados a seguir em uma planilha eletrônica. Depois, construa um gráfico de setores utilizando o mesmo *software*.

Danillo Souza/ID/BR

Consulte a resposta neste manual.

11. Uma loja tem apresentado crescimento mensal na quantidade de esmaltes vendidos. No mês de janeiro, foram vendidos 78 vidros de esmalte. Em fevereiro, foram vendidos 12 vidros a mais que no mês anterior. Em março, houve aumento de 15 vidros em relação a fevereiro.

Com o auxílio de uma planilha eletrônica, faça uma tabela que apresente a quantidade de esmaltes vendida em cada um dos três meses citados. Depois, construa um gráfico. **Consulte as respostas neste manual.**

DE OLHO NA BASE

Fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação de informações em tabelas e em vários tipos de gráfico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA33**.

Além disso, interpretar e resolver problemas que envolvem dados de pesquisas apresentadas pela mídia contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA32**.

Os conceitos desenvolvidos até esse momento possibilitam aos estudantes utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, desenvolvendo a **competência específica de Matemática 5**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

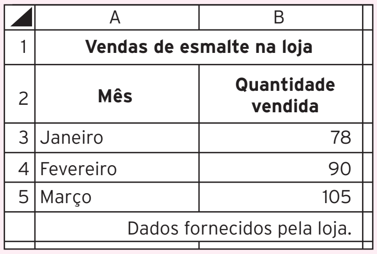
Para a realização desta atividade, é importante que os estudantes tenham acesso a computadores com *softwares* de planilha eletrônica instalados.

Organize a turma em pequenos grupos e oriente os estudantes a utilizar as informações das tabelas da página 258 do Livro do Estudante para construir outras tabelas e gráficos.

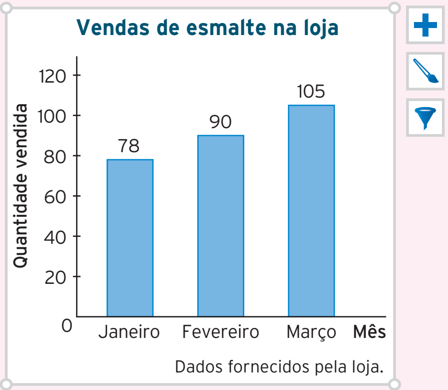
Incentive-os a variar os tipos de gráfico construídos.

Enquanto isso, caminhe entre os grupos e verifique se os estudantes apresentam dificuldade e se cooperam uns com os outros. Além disso, verifique se eles compreendem qual é o melhor tipo de gráfico para representar os dados desejados.

11. Exemplo de resposta.



	A	B
1	**Vendas de esmalte na loja**	
2	**Mês**	**Quantidade vendida**
3	Janeiro	78
4	Fevereiro	90
5	Março	105
	Dados fornecidos pela loja.	



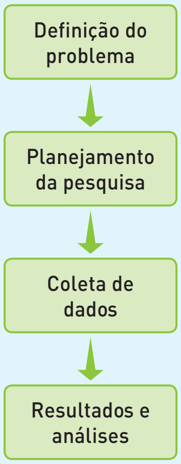
Ilustrações: ID/BR

DESCUBRA MAIS

O objetivo do boxe *Descubra mais* é permitir aos estudantes que sejam protagonistas na elaboração e no desenvolvimento de uma pesquisa.

Leia o texto inicial e as etapas do item *Como fazer* coletivamente. Verifique se os estudantes apresentam dúvidas e, se for o caso, certifique-se de esclarecê-las antes de iniciar o desenvolvimento da pesquisa.

Retome as etapas do planejamento de pesquisa com os estudantes.



Oriente os estudantes a elaborar um cronograma simples e a dividir as tarefas entre os integrantes do grupo.

Na etapa **7**, valorize a elaboração do texto e oriente os estudantes a responder às questões do *Para concluir* observando todo o processo de pesquisa e os resultados obtidos.

No item **1** do *Para concluir*, comente que um bom exercício para verificar se as perguntas foram adequadas é analisar se as respostas dadas a elas permitem que o problema colocado na primeira etapa do planejamento (definição do problema) tenha sido solucionado.

O trabalho realizado nesse boxe permite aos professores dos componentes curriculares Língua Portuguesa e Matemática atuarem em conjunto para o desenvolvimento da habilidade **EF69LP32** [Selecionar informações e dados relevantes de fontes diversas (impressas, digitais, orais etc.), avaliando a qualidade e a utilidade dessas fontes, e organizar, esquematicamente, com ajuda do professor, as informações necessárias (sem excedê-las) com ou sem apoio de ferramentas digitais, em quadros, tabelas ou gráficos.] de Língua Portuguesa.

DESCUBRA MAIS

Pesquisa estatística

Você já viu como planejar pesquisas estatísticas e como construir gráficos utilizando *softwares* específicos. Agora é hora de escolher um tema para uma pesquisa em grupo, planejá-la, coletar os dados e apresentá-los da maneira adequada.


a katz/Shutterstock.com/ID/BR

Criança fazendo entrevista.

Como fazer

❶ Seguindo a orientação do professor, organizem-se em grupos de quatro ou cinco integrantes.

❷ Cada grupo deverá conversar e pensar em um tema interessante de ser pesquisado. Por exemplo, "pessoas do município que gostam de ir ao teatro". Se a população escolhida pelo grupo for muito grande, é preciso selecionar uma amostra. Mas lembrem-se: a amostra deve ser representativa. Na situação do exemplo, não seria apropriado fazer as entrevistas com pessoas que estão na saída de um teatro, pois é provável que todas as pessoas entrevistadas respondam que gostam de teatro. Dessa forma, para que a amostra represente a população do município, é preciso entrevistar pessoas em diferentes locais da cidade.

❸ Definam as variáveis da pesquisa (nome, idade, sexo, se gosta de ir ao teatro, etc.) e criem as perguntas que serão feitas aos entrevistados.

❹ Antes de fazer as entrevistas, mostrem ao professor as perguntas elaboradas por vocês para que ele possa validá-las.

❺ Mãos à obra! Entrevistem, pelo menos, dez pessoas diferentes para obter os resultados desejados. Atenção! Tenha cuidado ao abordar as pessoas que serão entrevistadas. É importante explicar o motivo pelo qual a entrevista está sendo feita, tratar as pessoas com respeito e não influenciar as respostas.

❻ Com os resultados da pesquisa, elaborem, com o auxílio de uma planilha eletrônica, uma tabela e um gráfico para expor os resultados.

❼ Por fim, escrevam um texto de um ou dois parágrafos sobre as conclusões que o grupo obteve com a pesquisa.

Para concluir

Responda sempre no caderno.

Respostas pessoais.

1. As perguntas feitas aos entrevistados foram adequadas para a pesquisa do tema escolhido?
2. Explique como e por que vocês escolheram o tipo de gráfico para representar os dados coletados.
3. Seria possível utilizar outro tipo de gráfico para representar os dados obtidos na pesquisa de vocês? Se sim, qual?

DE OLHO NA BASE

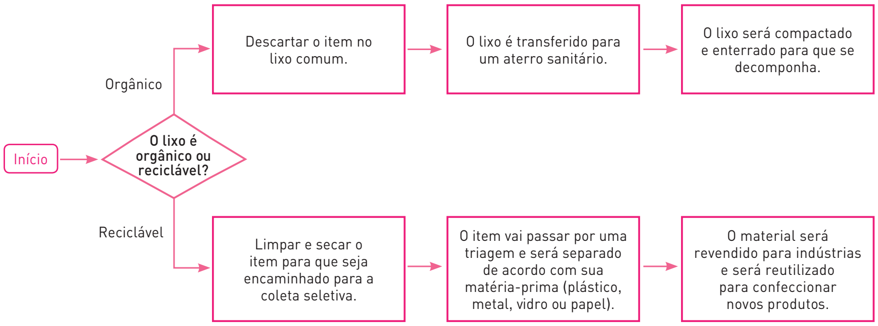
Planejar e coletar dados de pesquisa referente às práticas sociais escolhidas pelos estudantes e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas e em vários tipos de gráfico, favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA33**.

Fluxogramas, organogramas e infográficos

Desde muito tempo, as imagens são utilizadas para facilitar nossa comunicação. Por isso, é comum, no nosso dia a dia, o uso de gráficos, por exemplo, para auxiliar na interpretação de certos assuntos. Agora, vamos conhecer outros recursos visuais utilizados para comunicar informações.

Fluxogramas

Os fluxogramas são usados com frequência para representar processos, indicando o que deve ser realizado em cada etapa. Observe o fluxograma a seguir, sobre o destino do lixo domiciliar.



De maneira geral, cada uma das formas de um fluxograma apresenta uma função diferente. Veja.


Indica o início e o fim de um processo.

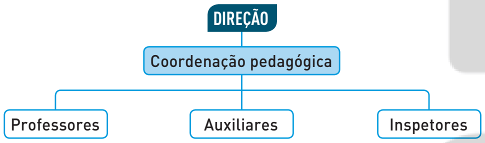

Indica as ações que devem ocorrer em cada etapa.


Indica que uma decisão deve ser tomada antes de seguir para a próxima etapa.


Indica o sentido do fluxo do processo.

Organogramas

Organogramas são comumente utilizados para representar a estrutura hierárquica de uma comunidade ou instituição. Observe no exemplo o organograma de uma escola.



Analisando essa representação, podemos concluir que:

- a direção é uma função com muitas atribuições e responsabilidades em uma escola;
- professores, inspetores e outros profissionais auxiliares estão sujeitos às decisões da coordenação pedagógica.

Em um organograma, uma função deve estar abaixo daquela à qual se subordina.

FLUXOGRAMAS, ORGANOGRAMAS E INFOGRÁFICOS

- No início da aula, diga aos estudantes que eles vão conhecer outros recursos visuais para organizar e comunicar informações. Faça questionamentos com o objetivo de verificar os conhecimentos prévios deles sobre fluxogramas, organogramas e infográficos.
- É importante que os estudantes consigam diferenciar fluxogramas de organogramas. Se considerar pertinente, comente sobre a raiz de cada uma dessas palavras. Explique a eles que a palavra “fluxo” faz referência a movimento contínuo, algo que segue um curso, enquanto a palavra “organograma” faz referência à organização.
- Enfatize que as formas utilizadas em um fluxograma podem variar dependendo do contexto e da mensagem que se quer transmitir. O objetivo não é que os estudantes decorem a função de cada um dos símbolos, mas que sejam capazes de ler e interpretar os processos representados. Verifique se eles percebem que a ponta das setas indica a direção do fluxo.
- A mesma observação é válida para os organogramas. Incentive os estudantes a buscar compreender a função dos organizadores gráficos e a não se prender na estrutura ou nas formas utilizadas.

DE OLHO NA BASE

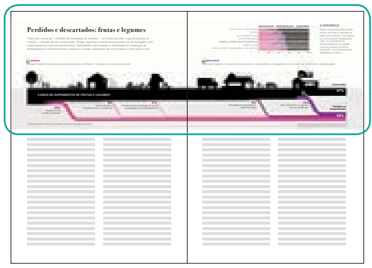
Interpretar fluxogramas simples, identificando as relações entre objetos representados, favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA34**.

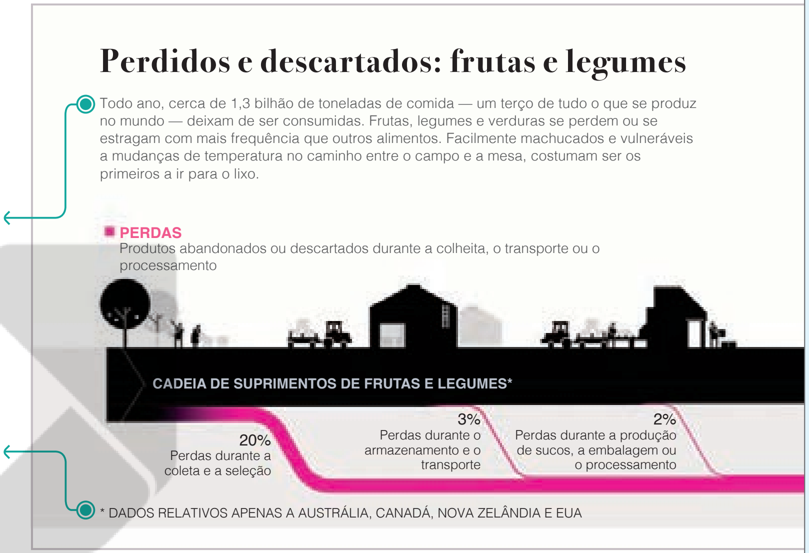
- Leia com os estudantes o infográfico que trata do desperdício e do descarte de frutas e legumes e mostre a eles que ao redor desse infográfico estão as explicações de como fazer a leitura dele.
- Verifique se eles percebem que nesse infográfico há a representação de um fluxo de processos, mas que essa comunicação é bem diferente da apresentada no fluxograma.
- Diga aos estudantes que, assim como em gráficos e tabelas, também é importante que haja fonte e título nos infográficos.

Infográficos

Você já deve ter notado a utilização de recursos gráficos como mapas, ilustrações, fotografias, gráficos e linhas do tempo em revistas, jornais e outros meios de comunicação. Quando esses recursos estão associados, integrados, para apresentar uma informação ou uma questão ou mostrar como uma estrutura ou um processo funcionam, constituem um **infográfico**.

Como exemplo, leia atentamente o infográfico a seguir, retirado de uma reportagem de revista. Depois, observe algumas de suas características lendo os comentários.





Perdidos e descartados: frutas e legumes

Todo ano, cerca de 1,3 bilhão de toneladas de comida — um terço de tudo o que se produz no mundo — deixam de ser consumidas. Frutas, legumes e verduras se perdem ou se estragam com mais frequência que outros alimentos. Facilmente machucados e vulneráveis a mudanças de temperatura no caminho entre o campo e a mesa, costumam ser os primeiros a ir para o lixo.

■ PERDAS

Produtos abandonados ou descartados durante a colheita, o transporte ou o processamento

* DADOS RELATIVOS APENAS A AUSTRÁLIA, CANADÁ, NOVA ZELÂNDIA E EUA

Título e introdução

Dão informações introdutórias sobre o assunto a ser tratado pelo infográfico. Em geral, os títulos são atrativos, para que o leitor continue a leitura.

A reportagem chama a atenção ao apresentar um número impactante: **1,3 bilhão de toneladas de alimentos vão para o lixo todo ano**. Desse total de alimentos, o infográfico vai tratar das frutas e verduras, mostrando o que acontece em um grupo de países.

Ilustrações

São imagens que representam uma situação ou um evento, uma estrutura ou um processo. As ilustrações são utilizadas nos infográficos porque facilitam a compreensão, mesmo que sejam bastante simplificadas.

Da esquerda para a direita, o mesmo sentido de leitura de um texto escrito, vemos o caminho percorrido por frutas e legumes entre a produção agrícola, no campo, e a nossa mesa, e quanto se perde ou se desperdiça em cada uma dessas **etapas**.

OUTRAS FONTES

Venngage. Disponível em: https://pt.venngage.com/?gclid5Cj0KCQjwtb_bBRCFARIsAO-5fVvF8siZ6vrsLWRQus5Dtuogd4kVXIRP00t--0mCIGQOTCLiWGbbov8YaAgaEEALw_wcB. Acesso em: 13 jun. 2022.

Essa página permite que uma pessoa crie infográficos de maneira rápida e gratuita.

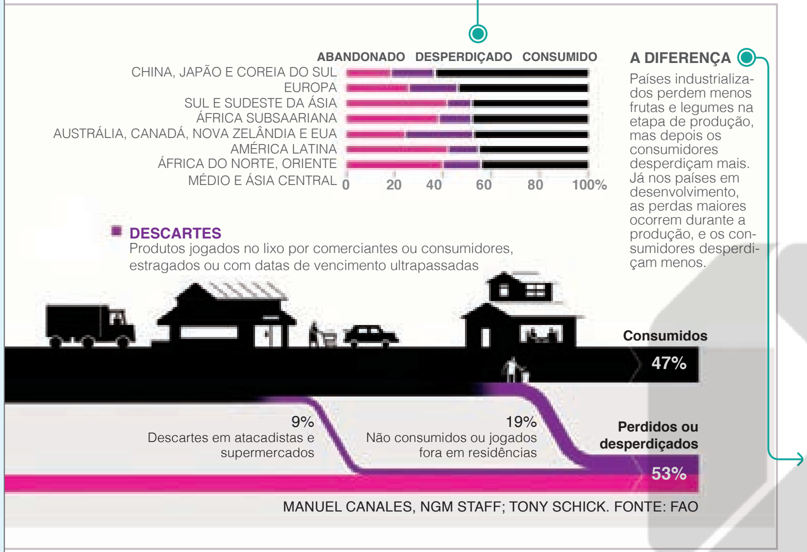
Representações estatísticas

Uma das intenções dos infografistas, profissionais que usam recursos visuais para informar e comunicar, é criar imagens para facilitar nossa compreensão sobre um assunto. Isto é, usar nossa capacidade de ler e entender imagens, até mesmo quando elas representam números.

A espessura das barras representa valores percentuais. Se, no começo do processo, ela equivale a **100%**, ou seja, o total produzido em um ano...

... no final do processo **apenas 47% é de fato consumido. Os outros 53% são perdidos ou desperdiçados no caminho**.

Se essa informação estivesse isolada, ela poderia ter sido representada por um **gráfico de barras simples** ou até por um **gráfico de setores**, mas, por ela estar em um infográfico, conseguimos integrar essa informação a muitas outras.



Arquivo/National Geographic Creative.

Veja como fica simples para compararmos as perdas e o desperdício de frutas e legumes entre diferentes países observando os dados apresentados dessa maneira.

Texto e imagem

As imagens reforçam o entendimento do texto. E, de maneira geral, os textos fazem referência às imagens, interpretando-as.

A legenda comenta e dá significado às diferenças que vemos no gráfico entre os grupos de países.

As três cores utilizadas permitem identificar facilmente os diferentes destinos para frutas e legumes.

- ■ **Consumo**: o que é de fato consumido.
- ■ **Perda**: o que é perdido nas etapas iniciais.
- ■ **Desperdício**: o que é descartado nas etapas finais.

Cores e categorias

O uso de diferentes cores facilita a diferenciação de categorias. Nossa visão identifica rapidamente essas diferenças e, assim, conseguimos saber do que trata cada elemento do infográfico.

Fontes de pesquisa: Rudolf Arnheim. *Arte e percepção visual*: uma psicologia da visão criadora. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005; Noah Iliinsky; Julie Steele. *Designing Data Visualizations*. Sebastopol: O'Reilly Media, 2011.

DE OLHO NA BASE

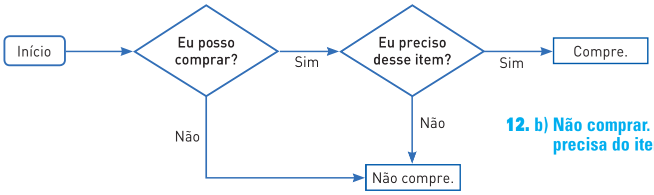
Compreender e utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação apresentadas por meio de fluxogramas, organogramas e infográficos, de forma crítica, significativa e reflexiva na prática escolar, para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo na vida pessoal e coletiva favorece o desenvolvimento da **competência geral 5**.

- No item **a** da atividade **12**, peça aos estudantes que expliquem como chegaram a essa conclusão. Diferentemente das tabelas e dos gráficos, os fluxogramas podem ou não apresentar título. Nesse item, espera-se que eles leiam todo o fluxograma para então verificar do que ele trata. No item **b**, espera-se que identifiquem as palavras "sim" e "não" para seguir o fluxo. Se possível, proponha aos estudantes que copiem no caderno o fluxograma da atividade e incrementem-no com as questões do item **c**. Observe em que posição eles colocam cada uma das informações no fluxograma. Por exemplo, não é possível que eles avaliem o preço e a qualidade do produto depois de a compra ter sido efetuada. Dispor adequadamente essas questões é um indício de que eles compreenderam o funcionamento do recurso gráfico.
- Na atividade **13**, verifique se os estudantes associam as figuras utilizadas no fluxograma com os itens propostos. Dê especial atenção à figura com a letra B, pois ela indica uma tomada de decisão e, portanto, é provável que seja preenchida com uma pergunta. Pode-se, por exemplo, solicitar aos estudantes que escrevam proposições que os ajudem a organizar um raciocínio lógico:
  - Se estiver chovendo, então Ana e Clara devem dar a festa no lugar fechado.
  - Se não estiver chovendo, então Ana e Clara devem dar a festa no lugar aberto.

  Quando todos tiverem realizado a atividade, solicite que compartilhem as respostas.
- Explore a atividade **14** desenhando na lousa o organograma de diferentes maneiras e/ou utilizando outras figuras e verifique se, ainda assim, os estudantes são capazes de compreender os níveis de hierarquia e, então, preencher o organograma corretamente.

ATIVIDADES

12. Observe este fluxograma.



12. b) Não comprar. Deve avaliar se precisa do item.

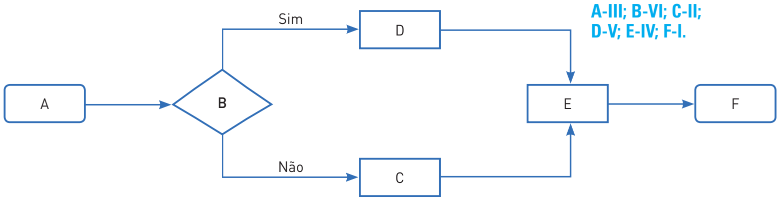
a) Do que trata esse fluxograma? **Da decisão de comprar um item.**

b) Se não pode comprar, o que você deve fazer? E, se você pode comprar, o que deve fazer?

c) Esse fluxograma prevê se o item está caro ou barato? Ele prevê se o item é de qualidade ou não? **Não. Não.**

13. Ana e Clara estão planejando dar uma festa em um sítio que tem uma parte aberta e uma fechada. Elas montaram um fluxograma, mas ainda não o preencheram. Veja.

A-III; B-VI; C-II; D-V; E-IV; F-I.



Agora, relacione os espaços do fluxograma com as informações a seguir.

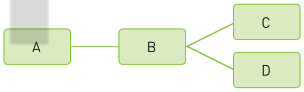
I. Fim
II. Dar a festa no lugar aberto.
III. Início
IV. Festa
V. Dar a festa no lugar fechado.
VI. Está chovendo?

14. Cinco amigos criaram um grupo para recolher doações de ração para cães e gatos. Os itens serão encaminhados para uma ONG do bairro que protege animais abandonados.

Para planejar a ação, eles decidiram que cada um terá uma função.

- Roberta é a diretora. Ela vai planejar a propaganda da campanha, assim como as datas e os locais de arrecadação.
- Alan é o assistente da diretora. Ele vai verificar se possuem recursos disponíveis para executar o plano e manter os outros participantes informados sobre as decisões.
- Jéssica é a responsável pela arrecadação de ração de gatos e vai ficar no ponto de coleta para receber as doações.
- Felipe é o responsável pela arrecadação de ração de cachorros e vai ficar no ponto de coleta para receber as doações.

Para que o organograma a seguir represente a estrutura do grupo, qual nome deve ser inserido em cada retângulo? **A: Roberta; B: Alan; C: Jéssica ou Felipe; D: Felipe ou Jéssica.**



DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nestas páginas colocam os estudantes diante de situações-problema com múltiplos contextos, incluindo situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, bem como possibilitam que eles expressem suas respostas e sintetizem suas conclusões utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados), contribuindo, assim, para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 6**.

Além disso, interpretar fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados, contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA34**.

Responda sempre no caderno.

15. Leia este infográfico.

Pipoca de micro-ondas

A pipoca de micro-ondas é uma solução prática, saborosa, com cheiro bem característico, e que se encaixa perfeitamente em uma rotina corrida. O que pouca gente sabe é que para se produzir essa pipoca são necessários alguns procedimentos, como: adição de substâncias sintéticas e preparação de uma embalagem específica que suporte altas temperaturas. E tudo isso vai deixando o alimento menos saudável.

Dependendo do sabor, sua composição leva gordura vegetal hidrogenada, aromatizantes, açúcar refinado (no caso das versões doces), sal, corantes, ingredientes que, além de calóricos, não são saudáveis para o consumo. ■

Lia Mara G. Machado é nutricionista, pós-graduanda em nutrição clínica, biofuncional, ortomolecular e fitoterapia

Estudo publicado em 2012¹ no ACS d'Investigation Chimique en Toxicologie indica que o aromatizante utilizado no preparo das pipocas de micro-ondas que dá o sabor de manteiga, por exemplo, chamado de diacetil, pode aumentar o risco da doença de Alzheimer, pois o composto eleva o teor de proteínas beta-amiloides no cérebro, um indicador da doença.

Outro estudo² mostra que foram encontradas doenças obstrutivas crônicas, incluindo a bronquiolite obliterante entre funcionários que produzem, sem proteção, a pipoca de micro-ondas.

Dica:
O milho é um grão rico em polifenóis – poderosos antioxidantes –, substâncias que protegem as células dos ataques dos radicais livres e previnem doenças. Porém, é possível obter tais benefícios do milho de pipoca utilizando-se o método tradicional de preparo, ou seja, na panela, com pouco óleo, pouco sal e, se preferir, fazendo o acréscimo de ervas desidratadas como orégano para dar um sabor especial.

Referências

Lia Mara Machado/Casa Publicadora Brasileira

a) Do que trata o infográfico? **Da pipoca de micro-ondas.**

b) Na parte superior esquerda do infográfico, há um gráfico de colunas. O que ele mostra?

c) De acordo com o infográfico, é possível dizer que em 100 gramas de pipoca de micro-ondas metade é de carboidrato? Onde está essa informação?
Sim, é possível; essa informação está localizada no centro do infográfico.

15. b) Espera-se que os estudantes percebam que a primeira coluna apresenta a média de quilocalorias que devem ser consumidas diariamente e a segunda coluna apresenta as quilocalorias de um pacote de pipoca de micro-ondas. Além disso, o "$\frac{1}{5}$" representa a relação entre essas duas colunas.

- No item **b** da atividade **15**, verifique se os estudantes encontram com facilidade o gráfico de colunas. Pergunte o que esse gráfico de colunas tem de diferente em relação aos gráficos que viram anteriormente. Espera-se que eles percebam, por exemplo, que nesse gráfico os eixos não estão representados. Comente que gráficos apresentados pela mídia muitas vezes aparecem sem alguns elementos com os quais eles estão acostumados, mas que esses gráficos utilizam outros recursos que os tornam compreensíveis. Depois, peça a eles que observem o gráfico de colunas que está do lado direito do infográfico.
- Pergunte aos estudantes de que outras maneiras as informações que estão registradas no copo de pipoca poderiam ser registradas. Por exemplo: As informações que estão na parte central do infográfico poderiam ser representadas em uma tabela? E em um gráfico de colunas? E em um gráfico de setores? E em um gráfico de linha? Espera-se que eles percebam que é possível representar essas informações usando tabelas, gráficos de colunas e gráficos de setores, mas não um gráfico de linha ou de segmento.
- Explore também o tema do infográfico. Converse com os estudantes sobre as consequências do consumo de alimentos industrializados em detrimento dos alimentos *in natura*, relacionando esse comportamento com o aumento dos riscos de doenças graves. Nessa conversa, incentive o respeito entre eles e combata qualquer brincadeira ofensiva que possa ocorrer.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- Sempre que possível, explore o contexto das atividades para ampliar o repertório cultural dos estudantes e integrar o aprendizado com diversas áreas.
- Na atividade **1**, verifique a necessidade de retomar as classificações de variável de pesquisa estatística.
- Após a conclusão da atividade **2**, reforce para os estudantes que as tabelas de dupla entrada geralmente são usadas quando necessitamos representar duas variáveis simultaneamente; nesse caso, sexo e tipo de mídia. Ajude-os a perceber que na tabela do item **d** há apenas a variável mídia.
- Os estudantes ainda não sabem calcular a medida da área de um setor circular, mas, apesar disso, são capazes de realizar a atividade **3**. Se julgar conveniente, reproduza o gráfico em uma folha de papel avulsa, recorte cada um dos setores e oriente-os a sobrepor os setores uns sobre os outros para verificar qual deles tem a maior medida de área.
- Na atividade **4**, verifique se os estudantes compreendem que metade do símbolo usado no pictograma corresponde à metade da quantidade que ele representa (2 estudantes). O mesmo é válido para a representação de um quarto do símbolo (1 estudante). Incentive-os a compartilhar as respostas do item **a**.
- Na atividade **5**, é a primeira vez que os estudantes terão contato com um gráfico de linhas duplas. Verifique se eles apresentam dificuldade para estabelecer a correspondência entre os pontos de cada linha e auxilie-os, se for o caso.
- O organograma proposto na atividade **7** é diferente dos que os estudantes já viram. Observe se eles compreendem a organização dele e o fato de "assistentes técnicos" estar sem conexão. Se julgar pertinente, oriente-os a realizar a atividade em duplas.

DIVERSIFICANDO

1. b) Sim; 250 mulheres dessa comunidade.
c) Altura das mulheres idosas.

1. Leia o texto e responda às questões.

A osteoporose é uma doença que atinge principalmente mulheres acima de 60 anos. Para seu diagnóstico, são realizados exames físicos, laboratoriais e de imagem.

Um grupo de médicos decidiu realizar um estudo sobre essa doença em uma comunidade com aproximadamente 900 mulheres idosas. Para isso, foi coletada a altura de 250 mulheres dessa comunidade. **1. a) Mulheres idosas de certa comunidade.**

a) Qual é a população pesquisada?

b) Foi definida uma amostra para a realização dessa pesquisa? Se sim, qual é a amostra?

c) Qual é a variável pesquisada nesse estudo?

d) Qual é o tipo da variável pesquisada? **Variável quantitativa contínua.**

2. Observe a tabela a seguir, que avalia a preferência dos estudantes de uma turma em assistir a um filme no cinema ou na televisão.

Preferência dos estudantes sobre onde assistir a um filme

Sexo Lugar	Meninos	Meninas
Cinema	12	13
Televisão	3	8
Total	**15**	**21**

Dados fornecidos pela escola.

a) Quantos estudantes há nessa turma? **36 estudantes.**

b) Quantos desses estudantes são meninos? E quantos são meninas? **15 meninos; 21 meninas.**

c) A maioria dos estudantes dessa turma prefere assistir a um filme no cinema ou na televisão? **No cinema.**

d) Agora, observe o modo como o professor reorganizou a tabela.

Preferência dos estudantes sobre onde assistir a um filme

Onde assistir	Número de estudantes
Cinema	25
Televisão	11

Dados fornecidos pela escola.

De acordo com essa tabela, é possível responder a todas as perguntas anteriores? Justifique a sua resposta.
Não. Como não há separação de meninos e meninas, não seria possível responder ao item b.

3. A tabela a seguir mostra o número de torcedores presentes em um jogo de vôlei entre as equipes Flanela e Cortina.

Torcedores presentes no jogo

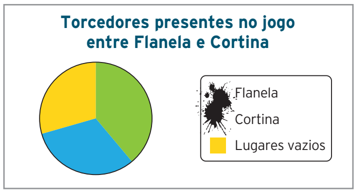
Equipe	Número de torcedores
Flanela	5 850
Cortina	4 750

Dados fornecidos pela comissão organizadora do jogo.

a) Qual equipe tinha mais torcedores presentes? E qual tinha menos? **Flanela; Cortina.**

b) Sabendo que o ginásio em que o jogo aconteceu comporta 15 000 torcedores, quantos lugares ficaram vazios nesse jogo?

c) Mateus faz parte da comissão organizadora do jogo. Ele fez um gráfico de setores para mostrar os torcedores presentes na partida. Observe.



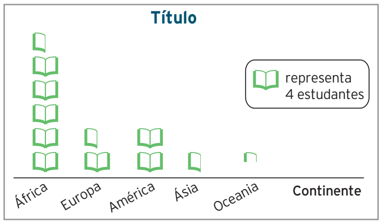
3. b) 4 400 lugares ficaram vazios.

Dados fornecidos pela comissão organizadora do jogo.

Mateus deixou cair tinta sobre as cores da legenda. Ajude Mateus e responda: Qual é a cor da legenda de cada um dos times? Explique como você pensou.

3. c) Flanela: verde; Cortina: azul. Espera-se que os estudantes identifiquem as cores pela área do setor circular: o setor com maior área representa os torcedores do Flanela e o setor com menor área representa os torcedores do Cortina. É possível que eles não consigam expressar como pensaram utilizando o vocabulário correto. Valorize os argumentos dados, pois o objetivo da atividade é a interpretação do gráfico.

4. Uma escola de idiomas abriu duas turmas do curso de Português para estrangeiros. O gráfico a seguir representa a quantidade de estudantes matriculados de acordo com o continente de origem.



Ilustrações: ID/BR

Dados obtidos pela escola de idiomas.

RESPOSTAS

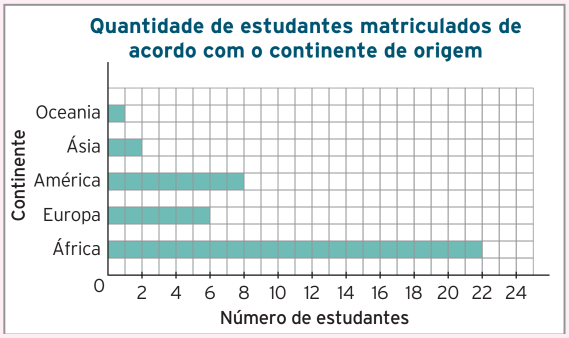
4. e) Resposta possível:

Quantidade de estudantes matriculados de acordo com o continente de origem

Continente	Número de estudantes
África	22
Europa	6
América	8
Ásia	2
Oceania	1

Dados obtidos pela escola de idiomas.

4. f) Resposta possível:



ID/BR

Dados obtidos pela escola de idiomas.

5. e) Resposta possível:

Temperaturas máxima e mínima durante uma semana na cidade de Blumenau, SC

Dia da semana	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)
Domingo	10	8
Segunda-feira	12	6
Terça-feira	14	10
Quarta-feira	16	12
Quinta-feira	15	13
Sexta-feira	13	10
Sábado	17	15

Dados obtidos pelo Instituto Nacional de Meteorologia (Inmet).

Responda sempre no caderno.

4. a) Resposta possível: Quantidade de estudantes matriculados de acordo com o continente de origem.

a) Dê um título para o pictograma.

b) O que está sendo representado no eixo horizontal? **Os continentes.**

c) Quem obteve as informações desse gráfico?

d) Quantos estudantes são da América? E quantos são da Oceania? **8 estudantes. 1 estudante.**

e) Elabore uma tabela com os dados apresentados no gráfico pictórico. **Consulte a resposta neste manual.**

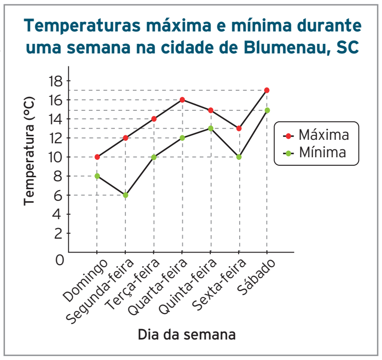
f) Com um colega, utilizem uma malha quadriculada e construam um gráfico de barras.

g) Quantos estudantes se matricularam ao todo?

h) Podemos dizer que mais da metade dos estudantes vieram da América, da Ásia e da Oceania? **Não.**

5. No gráfico a seguir, é possível observar a variação das temperaturas máxima e mínima registradas durante uma semana para a cidade de Blumenau, em Santa Catarina.

Ilustrações: ID/BR


Temperaturas máxima e mínima durante uma semana na cidade de Blumenau, SC

Dados obtidos pelo Instituto Nacional de Meteorologia (Inmet).

5. d) Domingo, quinta-feira e sábado.

a) Em um dos dias, a temperatura máxima atingiu 10 °C. Que dia foi esse? **Domingo.**

b) Em dois dias dessa semana, a temperatura mínima registrada foi igual. Quais foram esses dias? **Terça-feira e sexta-feira.**

c) Qual foi a diferença entre as temperaturas máximas registradas no primeiro dia e no último dia dessa semana? **7 °C**

d) Em quais dias da semana a variação entre as temperaturas máxima e mínima foi menor?

e) Construa uma tabela com as informações apresentadas no gráfico.
Consulte a resposta neste manual.

4. c) A escola de idiomas.

4. f) Consulte a resposta neste manual.

4. g) 39 estudantes.

6. Uma agência de publicidade fez uma pesquisa, por telefone, em um bairro de uma pequena cidade para saber a quantidade de celulares em cada uma das residências. Veja o resultado obtido.

2, 3, 0, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 2, 0, 3, 4,
2, 4, 4, 2, 1, 1, 2, 2, 4, 0, 4, 0, 4, 0, 1

Com esses dados e utilizando uma planilha eletrônica, construa:

a) uma tabela;

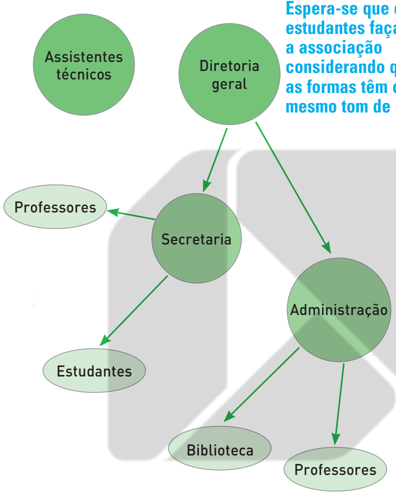
b) um gráfico de colunas;

c) um gráfico de barras.

Lembre-se de colocar título e fonte na tabela e nos gráficos. **Consulte as respostas neste manual.**

7. Observe o organograma a seguir e, depois, responda às questões.

7. b) Da diretoria geral. Espera-se que os estudantes façam a associação considerando que as formas têm o mesmo tom de cor.



a) A biblioteca está relacionada com a secretaria? **Não, ela está relacionada com a administração.**

b) Os assistentes técnicos estão no mesmo nível de que outro setor? Explique como você pensou para responder a essa questão.

c) Em sua opinião, por que as formas desse organograma apresentam diferentes tons de cor? **Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que os tons de cor indicam nível hierárquico: quanto mais escuro, maior o nível hierárquico.**

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nessa seção apresentam gráficos e tabelas que permitem aos estudantes ampliar a capacidade de interpretar e resolver situações contextualizadas, sintetizar e comunicar conclusões, auxiliando no desenvolvimento da habilidade **EF06MA32**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Apresente aos estudantes alguns gráficos e tabelas de jornais e revistas, impressos ou digitais. Traga temas atuais que despertem a curiosidade deles acerca dos resultados das pesquisas retratadas nos gráficos e nas tabelas. Estimular a curiosidade pelos resultados das pesquisas é uma excelente estratégia para instigar os estudantes que ainda não se sentem motivados ou apresentam dificuldades no estudo de Estatística.

Disponibilize alguns momentos das aulas para construir, para um mesmo conjunto de dados, diferentes e variados gráficos utilizando um *software* de planilha eletrônica.

6. Respostas possíveis:

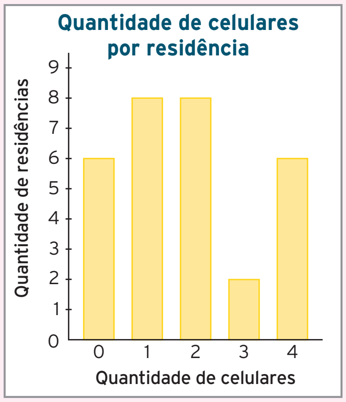
a)

Quantidade de celulares por residência

Quantidade de celulares	Quantidade de residências
0	6
1	8
2	8
3	2
4	6

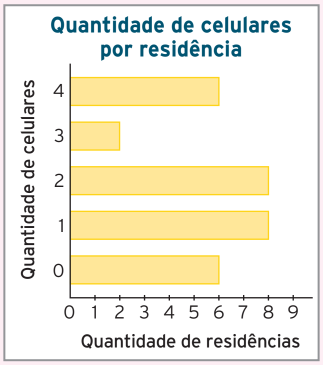
Dados obtidos no enunciado.

b)


Quantidade de celulares por residência

Dados obtidos no enunciado.

c)


Quantidade de celulares por residência

Ilustrações: ID/BR

Dados obtidos no enunciado.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Peça a algum estudante que tenha assistido ao primeiro filme da trilogia *De volta para o futuro* que explique a sinopse aos colegas. Por se tratar de um filme antigo, pode ser que nenhum estudante tenha assistido a ele. Se tiver oportunidade, reserve um tempo da aula para os estudantes assistirem ao filme. Outra possibilidade é solicitar a eles que se reúnam em grupos e pesquisem mais informações sobre o filme.
- Para que os estudantes reflitam sobre a importância de planejar em curto, médio e longo prazos, oriente a discussão de modo que eles sejam capazes de perceber que as atitudes de hoje podem interferir de maneira significativa no amanhã.
- Comente que há pessoas que querem viver o agora intensamente e usufruir tudo que puderem o quanto antes. Todavia, também há pessoas que são mais pacientes e conseguem avaliar e pensar no futuro buscando maiores benefícios, mesmo que para isso tenham de esperar ou abrir mão de algo no presente. O intuito não é defender ou dizer que tipo de pessoa está correta, mas convidar os estudantes a refletir sobre seus comportamentos e as consequências de suas atitudes, sobre suas opções relacionadas ao hoje que impactam o amanhã, sobre sacrifícios e benefícios relacionados a épocas diferentes.
- Para oferecer conceitos para a tomada de decisão autônoma com base em mudanças de atitude dos estudantes, o tema escolhido para essa seção pode ser aproveitado para discutir com eles seus projetos de vida, uma vez que as escolhas e decisões que tomam agora influenciarão suas trajetórias em curto, médio e longo prazos. Compreender esses comportamentos, tendo como contexto a educação financeira, ajuda a formular escolhas mais sensatas e alinhadas aos sonhos e projetos pessoais ou familiares, evitando gastos desnecessários que não estejam de acordo com esse planejamento. Algumas dessas escolhas podem ser moldadas por comportamentos próprios dos adolescentes e jovens adultos, visto que muitas vezes essas decisões sofrem influência da cultura que os cerca.

Responsabilidade

O tema planejamento do futuro está relacionado diretamente ao valor responsabilidade. Sempre que considerar pertinente e oportuno, reforce a importância da responsabilidade ao tomar uma decisão financeira. Essa reflexão pode ser retomada também no desenvolvimento das atividades propostas no item *Para refletir*.

AMPLIANDO HORIZONTES

De volta para o futuro

Você já viu ou escutou falar da trilogia de ficção científica *De volta para o futuro*? No primeiro filme, o jovem Marty McFly viaja no tempo em uma máquina construída por seu amigo dr. Brown, um cientista genial que o leva ao passado para salvar sua vida e garantir seu futuro. Só que, ao mudar o passado, vários eventos foram modificados, gerando outros problemas ainda mais complicados, tanto no presente como no futuro.

Será que esse filme tem alguma relação com educação financeira?

Nossas atitudes, incluindo as que envolvem nossas decisões financeiras, impactam nossa vida e também a vida de outras pessoas que dependem ou dependerão direta ou indiretamente de nós. Como não temos máquinas como a do filme, não podemos viajar no tempo para mudar nosso passado e melhorar nosso presente e nosso futuro. Por isso, fazer um planejamento financeiro pensando no futuro, em curto, médio ou longo prazos, pode nos trazer benefícios importantes.

Mas será que agir hoje pensando no futuro é uma tarefa fácil? Não é melhor viver o presente e deixar o futuro para depois? Ou seria melhor abrir mão de algumas coisas agora para usufruir de outras no futuro? Queremos consumir menos hoje para ter um ambiente menos poluído no futuro ou consumiremos tudo o que está ao nosso alcance agora? Será que você precisa pensar nisso agora se ainda tem tanto tempo pela frente e tanta coisa para curtir?

Analisar nossas despesas pode contribuir para tomarmos decisões mais inteligentes, pois nos ajuda a entender e a perceber como estamos ganhando e gastando nosso dinheiro. Além disso, ver o orçamento sendo cumprido e gerando resultados pode nos motivar a realizar sonhos que inicialmente consideramos impossíveis. Muitas vezes não é fácil ser paciente e perseverante. E, em alguns casos, conseguimos realizar apenas parte dos sonhos.

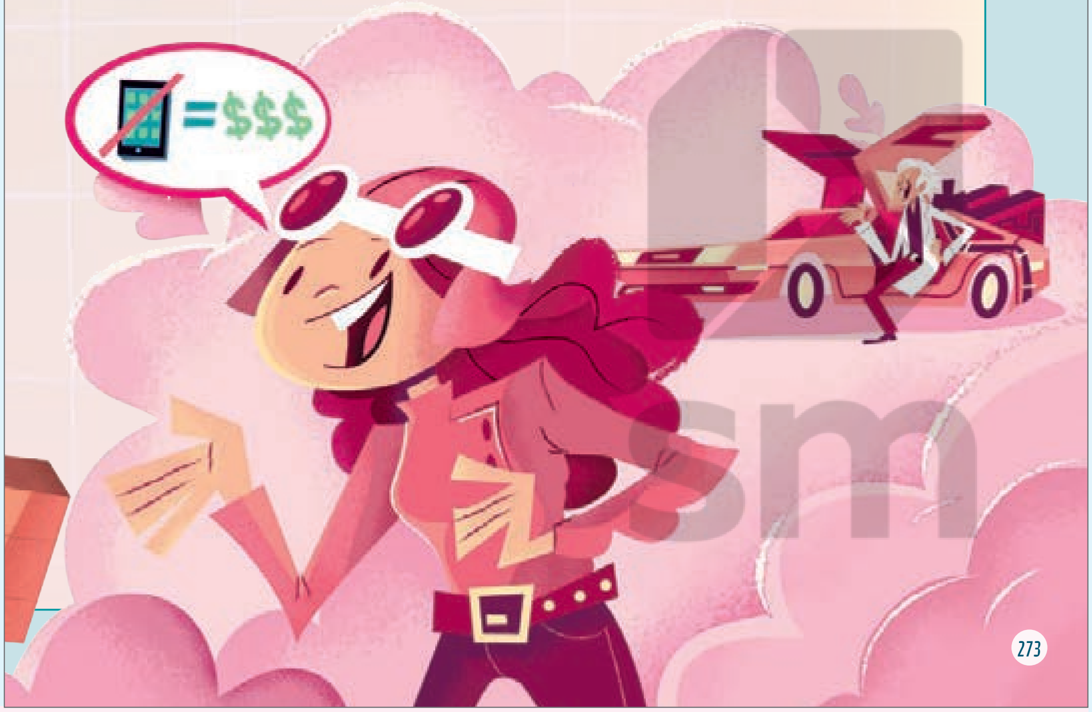
Leandro Lassmar/ID/BR

Para refletir

Responda sempre no caderno.

Reúna-se com um colega para responder às questões a seguir. **Consulte as respostas neste manual.**

1. O que a síntese da história do primeiro filme da trilogia *De volta para o futuro* fez vocês pensarem em termos de educação financeira? Escrevam a resposta com as próprias palavras.
2. Vocês já abriram mão de alguma coisa no presente para ter algo no futuro? Já fizeram algum planejamento com um prazo mais longo? Se sim, de quanto tempo foi? Como conseguiram ter paciência e perseverança? Compartilhem essa experiência.
3. Qual é a importância do planejamento de médio e longo prazos na vida de um adolescente? O que vocês diriam sobre isso a seus responsáveis se pudessem viajar no tempo e falar com eles quando tinham sua idade?
4. Imaginem que a garota da ilustração quer comprar um *notebook* para começar a editar vídeos. Para atingir seu objetivo, ela decidiu economizar a mesada e os presentes em dinheiro que ganha dos pais e avós. Apesar disso, ainda vai faltar dinheiro para comprá-lo. Então, ela pensou em vender seu *smartphone*. Na opinião de vocês, quais seriam os benefícios de ficar sem celular? E quais seriam os prejuízos? No que vocês pensariam para não ter de vender o celular?
5. Antes de vender o *smartphone*, a personagem da ilustração se imaginou no futuro dando conselhos para si no presente. Observando os balões de pensamento e outros detalhes na ilustração, quais conselhos vocês acham que a personagem do futuro deu à personagem do presente?



RESPOSTAS

DE OLHO NA BASE

Ao se reunir em duplas e discutir as questões propostas, os estudantes estão exercitando a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades sem preconceitos de qualquer natureza, desenvolvendo, assim, a **competência geral 9**.

1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que suas atitudes financeiras de hoje têm impacto de longa duração na vida deles.
2. Respostas pessoais. Se achar conveniente, promova esse momento de compartilhamento em pequenos grupos, para que os estudantes fiquem mais à vontade para responder às questões.
3. Respostas pessoais. Trabalhe com os estudantes a noção de que ações costumam ter consequências futuras e que isso acontece também no âmbito da vida financeira.
4. Respostas pessoais. Hoje em dia, o uso de celulares pelos adolescentes é muito comum e a dependência tecnológica está cada vez maior. Aproveite essa questão para propor aos estudantes uma discussão sobre isso. Relembre-os de que há vinte anos não existiam celulares e que a atual dependência tecnológica é muito recente. Peça aos estudantes que troquem ideias e sugiram outras maneiras de obter dinheiro para a compra do *notebook*.
5. Resposta pessoal.

OUTRAS FONTES

De volta para o futuro. Direção: Robert Zemeckis. EUA, 1985 (116 min).

O filme trata de um jovem que, acidentalmente, aciona uma máquina do tempo e volta aos anos 1950. Ao voltar no tempo, ele conhece sua mãe, antes mesmo de ela ter se casado com seu pai. O problema? Sua mãe se apaixona por ele, colocando em risco sua própria existência.

GIANNETTI, Eduardo. *O valor do amanhã*: ensaio sobre a natureza dos juros. São Paulo: Companhia das Letras, 2012.

O livro trata da noção de trocas intertemporais e de como elas estão presentes em diversos aspectos da vida, incluindo as escolhas de coisas relacionadas a épocas diferentes. Mais vida nos anos ou mais anos na vida? Comprar mais hoje e deixar a conta para ser paga no futuro ou abrir mão hoje de algumas coisas para ter algo no futuro? Essas e muitas outras trocas intertemporais, muitas delas envolvendo dinheiro e suas consequências pessoais, familiares e sociais, são abordadas pelo economista Eduardo Giannetti.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nessa seção, são propostas atividades que retomam os conteúdos trabalhados ao longo da unidade. Além disso, as atividades apresentam um grau de dificuldade maior em relação às anteriores. Assim, se considerar adequado, faça todas as resoluções na lousa.
- No item **b** da atividade **1**, os estudantes devem perceber que basta adicionar as informações da segunda coluna para responder à questão. Questione-os em relação à relevância da informação de que cada estudante pratica um único estilo. Verifique se eles percebem que, se algum estudante praticasse mais de um estilo, não seria possível responder à questão.
- Na atividade **2**, os estudantes podem montar um quadro para verificar todas as possibilidades de obter soma 10. Depois de montarem o quadro, ajude-os a perceber que, de todas as possibilidades obtidas, em três delas a soma é 10.
- No item **b** da atividade **4**, oriente os estudantes a observar cada uma das opções, visto que eles ainda não foram apresentados a recursos que possibilitam o cálculo da área do setor circular ou do ângulo central do círculo.
- Atividades de pesquisa que envolvem pesquisas realizadas pelos próprios estudantes são importantes, pois eles veem mais significado nas respostas. Esse é o caso da atividade **5**.
- Observe se os estudantes percebem que os gráficos da atividade **6** representam a mesma informação. Peça a eles que expliquem como chegaram a essa conclusão.
- Na atividade **7**, conduza a discussão de modo a ajudar os estudantes a concluir que os principais métodos utilizados para enganar o leitor são: falta de identificação correta de cada elemento do gráfico e presença de eixos distorcidos, em que a escala é alterada para diminuir ou aumentar diferenças.

DE OLHO NA BASE

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, bem como expressar suas respostas e sintetizar conclusões utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados), favorece o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 6**.

ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Uma escola fez um levantamento para saber quantos estudantes praticam cada um dos estilos de nado. Todos os estudantes participaram desse levantamento. Observe a tabela com o resultado dessa pesquisa.

Quantidade de estudantes que praticam cada estilo de nado

Estilo	Quantidade de estudantes
Crawl	18
Peito	14
Costas	10
Borboleta	12

Dados fornecidos pela escola.

a) Qual é o estilo de nado mais praticado pelos estudantes? ***Crawl.***

b) Se cada estudante pratica um único estilo, quantos estudantes há nessa escola? **54 estudantes.**

2. (Mauá-SP) Lançam-se dois dados com faces numeradas de 1 a 6. Calcule a probabilidade de a soma ser 10. $\frac{1}{12}$

3. Determine todos os números de dois algarismos que podem ser formados usando os algarismos 2, 3, 5 e 6. Considere que um desses números seja sorteado ao acaso. Em seguida, responda às questões. **22, 23, 25, 26, 32, 33, 35, 36, 52, 53, 55, 56, 62, 63, 65 e 66.**

a) Quais são os resultados favoráveis ao evento "*A*: sair número ímpar"? $A = \{23, 25, 33, 35, 53, 55, 63, 65\}$

b) Qual é a probabilidade de, escolhido um desses números ao acaso, ele ser par? $\frac{1}{2}$

c) Qual é a probabilidade de esse número par ser menor que 40 e não ter algarismos iguais? $\frac{3}{8}$

4. Uma pesquisa respondida por 200 jovens tinha o intuito de verificar quais são os tipos de jogo preferidos por eles. Observe o resultado na tabela.

Tipos de jogo preferidos pelos jovens

Tipo de jogo	Quantidade de pessoas
Tabuleiro	100
Eletrônico	50
RPG	30
Outros	20

Dados obtidos pelo pesquisador.

4. a) População: 200 jovens; não há amostra; variável: tipos de jogo preferidos.

a) Determine a população, a amostra (se houver) e a variável dessa pesquisa.

b) Qual das representações a seguir melhor indica os dados dessa pesquisa? **III**

I.

III.

II.

IV.

Ilustrações: ID/BR

5. Forme grupo com mais quatro colegas para fazer uma pesquisa. Sigam as instruções.

I. Elaborem um questionário com quatro tipos de pergunta: a primeira que represente uma variável quantitativa discreta; a segunda que represente uma variável quantitativa contínua; a terceira que represente uma variável qualitativa nominal; e a quarta que represente uma variável qualitativa ordinal.

II. Definam a população e a amostra (se necessário) que desejam pesquisar.

III. Definam quando, como e o local em que farão a pesquisa.

IV. Organizem os dados obtidos em quatro tabelas, uma para cada variável.

V. Construam, com o auxílio de uma planilha eletrônica, um gráfico de barras para a variável quantitativa discreta e um gráfico de setores para a variável qualitativa nominal.

Com base nos dados obtidos e organizados nas tabelas e nos gráficos, conversem sobre as conclusões a que chegaram. Depois, respondam:

- Vocês tiveram alguma dificuldade em realizar essa pesquisa e organizar os dados? Por quê? Expliquem. **Respostas pessoais.**

RESPOSTA

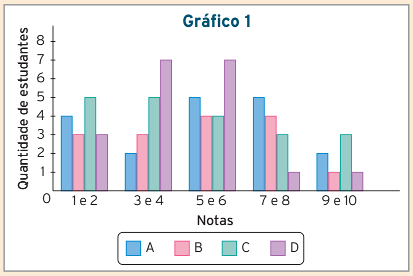
6. a) Os dois gráficos trazem a mesma informação: o desempenho dos estudantes de quatro turmas. Porém, é importante que os estudantes percebam que as informações foram agrupadas de maneiras distintas. No gráfico **1**, elas estão agrupadas por notas e, no gráfico **2**, por turma.

6. a) Consulte a resposta neste manual.

Responda sempre no caderno.

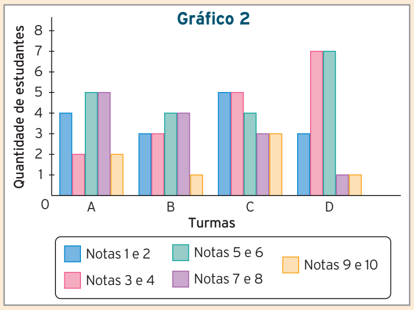
b) Gráfico 1: eixo horizontal – notas; eixo vertical – quantidade de estudantes; gráfico 2: eixo horizontal – turmas; eixo vertical – quantidade de estudantes.

6. Uma professora elaborou dois gráficos para comparar os resultados dos estudantes das quatro turmas (A, B, C e D) na última avaliação.



Dados obtidos pela professora.

Ilustrações: ID/BR



Dados obtidos pela professora.

a) Qual é a principal informação representada em cada gráfico?

b) O que está representado no eixo horizontal de cada um dos gráficos? E o que está representado nos eixos verticais?

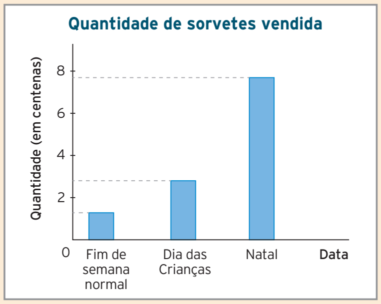
c) Por que foram utilizadas colunas coloridas para representar as informações? As cores indicam a mesma informação em cada um dos gráficos?

d) Qual é a quantidade de estudantes em cada turma?

e) Em sua opinião, qual dos dois gráficos é melhor para estudar o resultado de cada turma? Explique.

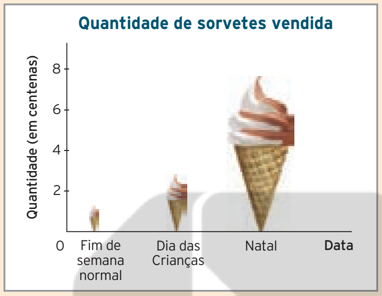
7. Para produzir gráficos em notícias e reportagens, é preciso tomar cuidado para que os gráficos sejam honestos e confiáveis e que não enganem o leitor.

O gráfico de colunas a seguir foi transformado em um gráfico com figuras. Nessa transformação, o gráfico de figuras induz o leitor a um erro.



Dados fornecidos pela sorveteria.

6. d) A: 18 estudantes; B: 15 estudantes; C: 20 estudantes; D: 19 estudantes.



Dados fornecidos pela sorveteria.

Observem que, quando as colunas se transformam em uma figura, o foco é alterado: em vez de o leitor comparar apenas a altura das colunas, seu foco, agora, será a altura e a largura das figuras. No gráfico de colunas, a altura de cada coluna cabe tantas vezes na outra coluna. Já no gráfico de figuras, isso não acontece. Por exemplo, ao analisarmos o sorvete referente ao fim de semana normal, podemos perceber que ele é bem pequeno e fino. Já o sorvete referente ao Natal é grande e largo e não conseguimos fazer caber tantos sorvetes pequenos e finos no sorvete grande e largo.

Agora, com um colega, pesquisem, em jornais e revistas, gráficos que podem de alguma forma provocar a distorção das informações. Depois, conversem com os demais colegas e o professor sobre quais são as características que esses gráficos utilizam e que podem enganar os leitores.

Resposta pessoal.

6. c) No gráfico 1, as colunas coloridas foram utilizadas para representar as turmas de acordo com as notas (para cada turma há diferentes notas); já no gráfico 2, as colunas coloridas foram utilizadas para representar as notas em cada turma (para cada nota há diferentes turmas).

6. e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico 2 é o mais apropriado para estudar o resultado de cada turma.

AUTOAVALIAÇÃO

Proponha aos estudantes as questões a seguir para que façam uma autoavaliação.

- Consigo definir os conceitos de probabilidade (experimento aleatório, espaço amostral e evento)?
- Aprendi a calcular a probabilidade pela sua definição (razão entre o número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis do experimento)?
- Sei descobrir a probabilidade de um evento por meio de repetições sucessivas de um experimento?
- Consigo classificar um evento como certo, provável ou impossível?
- Aprendi a coletar, organizar e registrar dados?
- Sei reconhecer diferentes tipos de gráfico e de tabela, bem como seus elementos constitutivos (títulos, fontes, legendas)?
- Consigo ler e interpretar tabelas, gráficos e fluxogramas?
- Aprendi o que é pesquisa estatística?
- Entendi o conceito de população, amostra e variável em uma pesquisa estatística?
- Consigo diferenciar variáveis qualitativas de variáveis quantitativas e classificá-las?
- Procurei conversar com os colegas ou o professor para esclarecer minhas dúvidas?

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Observe como os estudantes realizam as atividades propostas nessa seção e, se necessário, retome os principais conceitos trabalhados na unidade.

Proponha outras atividades que trabalhem com o cálculo de probabilidade de um evento aleatório, de modo que os estudantes a expressem por um número racional. Além disso, incentive que outros experimentos sucessivos sejam realizados.

Solicite aos estudantes que pesquisem em jornais, revistas ou mesmo em *sites* algumas tabelas, gráficos, fluxogramas, organogramas e infográficos e os tragam para a sala de aula. Explore nesses materiais a identificação da população, da amostra e das variáveis envolvidas na pesquisa. Depois, oriente-os a observar os elementos constitutivos dos recursos visuais em que as informações foram apresentadas.

NESTA UNIDADE...

Competências gerais
6, 7, 8, 9 e 10.

Competências específicas de Matemática
1, 2, 3, 6, 7 e 8.

Temas Contemporâneos Transversais
Meio Ambiente, Economia, Multiculturalismo e Ciência e Tecnologia.

Habilidades

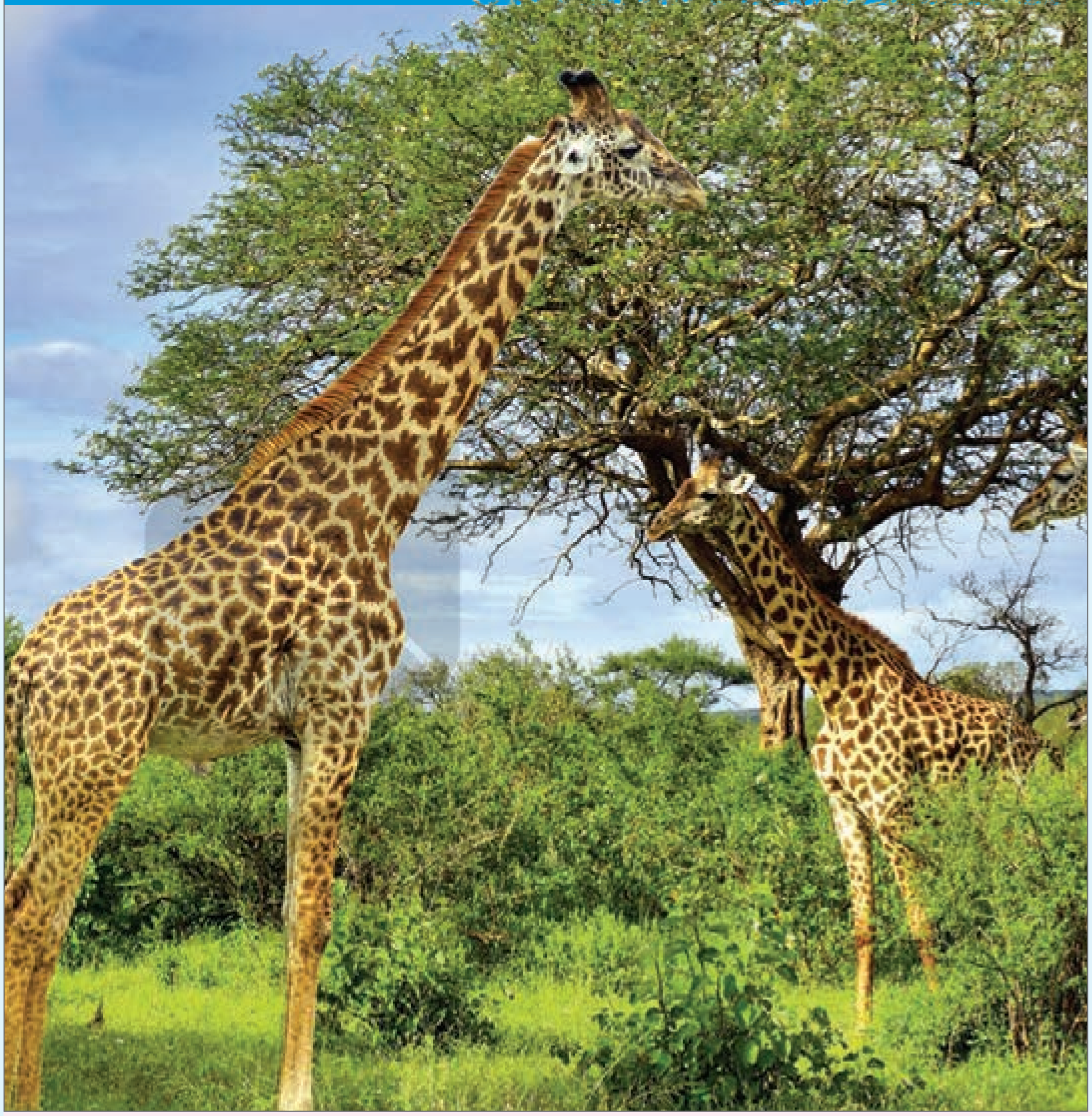
(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.

(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

UNIDADE 8

GRANDEZAS E MEDIDAS



SOBRE A UNIDADE

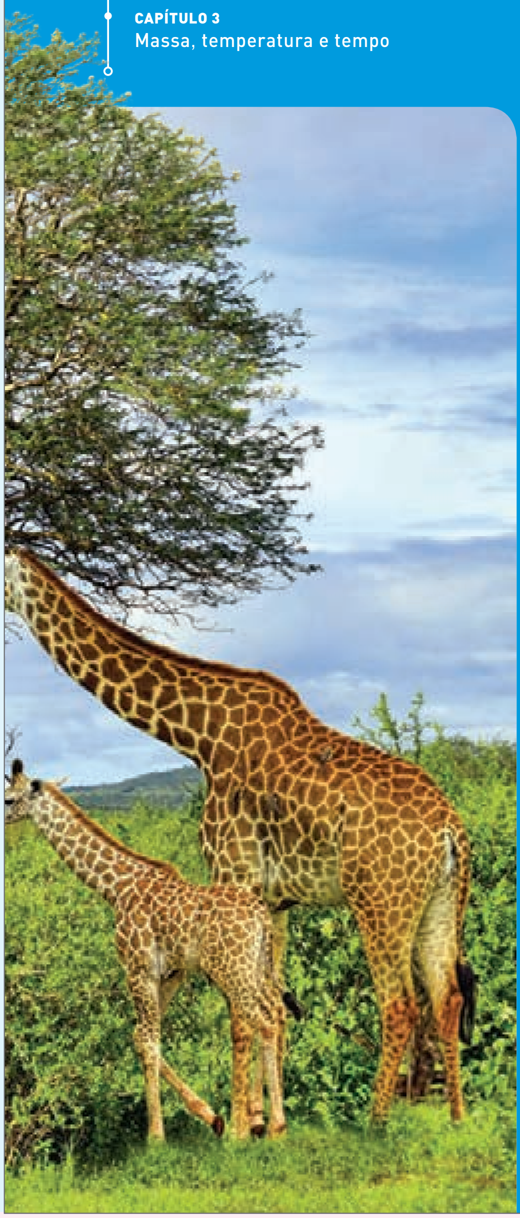
Nesta unidade, serão trabalhadas as grandezas comprimento, área, volume, capacidade, massa, temperatura e tempo. Essas grandezas estão muito presentes no cotidiano dos estudantes, por isso é bem provável que eles já tenham tido contato com algumas ou com todas elas. Serão apresentadas as unidades de medida padrão de cada uma das grandezas mencionadas anteriormente e seus múltiplos e submúltiplos, assim como a transformação entre unidades de medida de mesma grandeza. Com esse trabalho, espera-se que os estudantes consigam escolher as unidades de medida e os instrumentos mais adequados para realizar cada medição.

Também serão trabalhados os conceitos de vista, planta baixa e escala, assuntos que também estão muito presentes no dia a dia.

CAPÍTULO 1
Comprimento, área, volume e capacidade

CAPÍTULO 2
Vistas e plantas baixas

CAPÍTULO 3
Massa, temperatura e tempo


HPS/Alamy/Fotoarena

PRIMEIRAS IDEIAS

Entre os animais terrestres, a girafa está em primeiro lugar no pódio de altura. As fêmeas chegam a medir 4,3 metros e os machos, 5,5 metros. Só o pescoço de uma girafa mede cerca de 1,8 metro de comprimento. As girafas consomem até 34 quilogramas de alimento por dia e seus pulmões podem conter até 55 litros de ar. Mesmo sendo um animal tão grande, em um período de 24 horas, as girafas dormem apenas de 5 a 30 minutos.

Fonte de pesquisa: San Diego Zoo. Disponível em: http://animals.sandiegozoo.org/animals/giraffe. Acesso em: 17 fev. 2022.

1. Em sua opinião, a que é possível comparar a altura de uma girafa?
2. No texto, aparecem algumas medidas. Registre-as no caderno e explique o que elas indicam.
3. Observe a foto. Você acha que está calor? Qual será a temperatura no ambiente retratado? Converse com os colegas e o professor sobre como você pensou para responder a essas questões.

← As girafas se alimentam de folhas de árvores e arbustos altos. A imagem mostra girafas no Parque Nacional Tsavo, no Quênia. Foto de 2021.

PRIMEIRAS IDEIAS

- Peça aos estudantes que observem a imagem de abertura da unidade e comentem o que sabem sobre as girafas. Incentive-os a comparar a medida da altura de cada girafa e pergunte: A girafa mais alta tem o dobro da medida da altura da mais baixa? Espera-se que eles façam uma estimativa para comparar essas medidas.

DE OLHO NA BASE

As questões propostas na abertura possibilitam que os estudantes desenvolvam o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, desenvolvendo a **competência específica de Matemática 2**.

RESPOSTAS

1. Resposta pessoal. Se considerar pertinente, mostre aos estudantes a medida correspondente a 1 metro e, então, observe se eles percebem que a medida da altura de uma girafa é cerca de quatro vezes isso. É possível que eles comparem essa medida à medida de comprimento de um carro, por exemplo.
2. 4,3 metros: medida de altura que uma girafa fêmea chega a ter; 5,5 metros: medida de altura que uma girafa macho chega a ter; 1,8 metro: medida média do comprimento do pescoço das girafas; 34 quilogramas: consumo máximo diário de alimento de uma girafa; 55 litros: quantidade máxima de ar no pulmão da girafa; 24 horas: medida de um período; 5 a 30 minutos: tempo de sono da girafa em um período de 24 horas.
3. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes digam que está calor. É possível que eles não consigam expressar a medida de temperatura, mas incentive-os, por exemplo, a falar da medida da temperatura do dia em que a atividade estiver sendo realizada para que eles possam ter um critério de comparação. Se julgar conveniente, oriente-os a ler a legenda da imagem e a pesquisar a medida média de temperatura do lugar onde vivem as girafas retratadas. Nessas regiões, a medida da temperatura se mantém acima dos 18 °C o ano inteiro.

CAPÍTULO 1

Conteúdos

- Grandezas e medidas.
- Sistema Internacional de Unidades.
- Medidas de comprimento, de área, de volume e de capacidade.
- Transformação das unidades de medida de uma mesma grandeza.
- Perímetro de uma figura plana.
- Área de um retângulo.
- Área de um triângulo.
- Volume do bloco retangular.
- Relação entre volume e capacidade.

Objetivos

- Construir o significado de grandezas e medidas.
- Reconhecer e trabalhar com as grandezas comprimento, área, volume e capacidade.
- Reconhecer instrumentos de medida de comprimento como régua, trena e fita métrica.
- Identificar as unidades de medida padrão de comprimento, área, capacidade e volume no Sistema Internacional de Unidades.
- Realizar transformações entre as unidades de medida de comprimento, de área, de volume e de capacidade.
- Medir o perímetro e a área de figuras planas.
- Medir o volume de bloco retangular.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de compreender os conceitos de grandeza e medida, além de conhecer o Sistema Internacional de Unidades. Além disso, poderão aprofundar o estudo a respeito das unidades de medida de comprimento, de área, de volume e de capacidade, realizando transformações entre unidades de medida associadas a cada uma dessas grandezas.

Os conhecimentos abordados neste capítulo, bem como nos demais capítulos que compõem esta unidade, são de fundamental relevância para que que os estudantes compreendam o mundo que os cerca e sejam capazes de resolver problemas do cotidiano deles.

Capítulo 1
COMPRIMENTO, ÁREA, VOLUME E CAPACIDADE

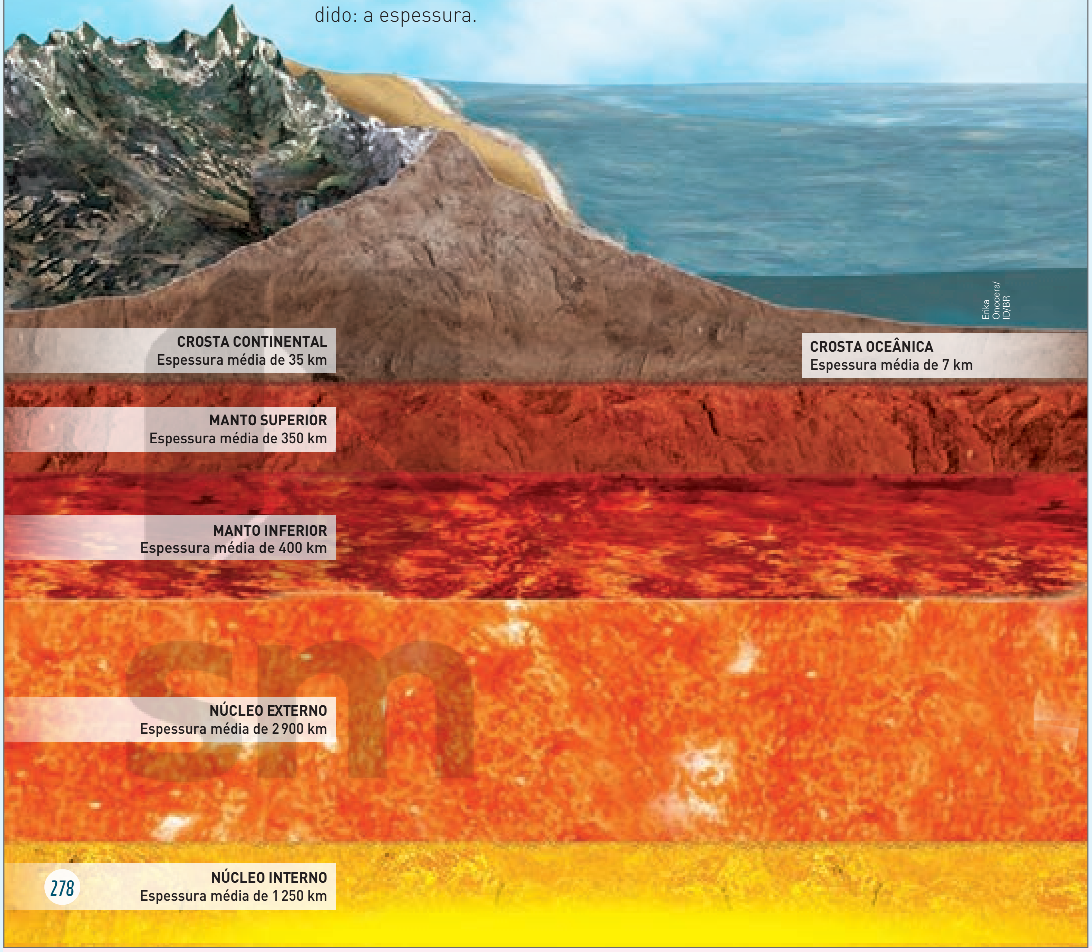
Para a compreensão dos conteúdos apresentados neste capítulo, é importante que os estudantes tenham noções de números decimais e fracionários, bem como das operações que envolvem esses números.

Grandezas e medidas

A Geologia é a ciência responsável por estudar as mudanças no planeta e sua história. Os estudos geológicos mostram que a Terra é formada por camadas que se modificam constantemente e que essas modificações alteram também a aparência da superfície terrestre e a forma dos continentes.

Os números relacionados a medidas são muito comuns no nosso dia a dia. No esquema apresentado, podemos perceber que um atributo foi medido: a espessura.

(Representação sem proporção de tamanho; cores-fantasia.)



Erika Onodera/ ID/BR

(IN)FORMAÇÃO

Ensino de grandezas e medidas

[…] o conceito de grandeza está associado à denominação dada a tudo que pode ser medido:

"Podemos então, considerar como grandeza o que é suscetível de medida e quantidade aquilo que é efetivamente medido e expresso por números. Exemplos: o comprimento de uma corda, a área de uma sala, o volume de uma caixa, etc., são grandezas de várias ordens e a quantidade, o valor encontrado ao medir que é expressa por números" (Perez, 2008, p. 50).

Para medir é imprescindível estabelecer um padrão de comparação entre as grandezas a serem medidas, ou seja, grandezas de mesma natureza que é a unidade de medida da grandeza que está sendo levada em conta. Para se medir um objeto, deve-se levar em conta a escolha da unidade de medida adequada àquilo que almeja medir e a exatidão que se deseja alcançar com a medição.

Com a unidade de medida escolhida para a comparação, devemos pensar no seguinte questionamento: "Quantas vezes a unidade escolhida cabe uma na outra?". Ou seja, quanto maior o tamanho da unidade de medida, menor será a quantidade de vezes que utilizamos para medir o objeto. O resultado que se obtém é chamado de medida da grandeza em relação à unidade de medida escolhida.

[…]

Lima, A. *Ensino de grandezas e medidas*: uma proposta com materiais didáticos manipuláveis para o 6º ano do Ensino Fundamental. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2017. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/2523/1/PG_PPGECT_M_Lima%2C%20Alana_2017.pdf. Acesso em: 17 fev. 2022.

Todos os atributos que podem ser medidos são chamados de **grandezas**. Diariamente, lidamos com vários tipos de grandezas, como tempo, comprimento, massa, área, temperatura, volume e capacidade.

Quando comparamos duas grandezas de mesma natureza e verificamos quantas vezes uma contém a outra, estamos realizando uma **medição**.

Para medir qualquer grandeza, é necessário:

1º) escolher uma unidade de medida;

2º) comparar a grandeza com a unidade;

3º) expressar o resultado por um número.

Os registros de medições são formados por uma parte numérica e a unidade de medida.

Exemplos

A. 6 000 °C
unidade de medida
parte numérica

B. 7 km
unidade de medida
parte numérica

Sistema Internacional de Unidades (SI)

Você já imaginou como faria para comprar alguns produtos se não existissem unidades de medida? Por exemplo, como um eletricista faria para comprar fios? Como o vendedor de fios saberia a quantidade correta de produto a ser vendido se não existisse um modelo em que se basear?

A necessidade de medir surgiu há muito tempo. Durante um longo período, os métodos usados para medir quase sempre se baseavam no corpo humano.

Com o desenvolvimento do comércio entre povos de diferentes regiões, a uniformização das unidades de medida tornou-se cada vez mais necessária. Em 1789, foi criado na França o Sistema Métrico Decimal, que padronizou, entre outras unidades, o metro (que deu nome ao sistema).

Em 1960, foi aprovada pela Conferência Geral de Pesos e Medidas uma versão moderna do Sistema Métrico Decimal, que abrangia diversas grandezas. Essa nova versão é chamada de **Sistema Internacional de Unidades** (ou somente **SI**) e foi adotada pelo Brasil em 1962.

O quadro a seguir mostra algumas das unidades do SI e algumas unidades derivadas delas que usamos com maior frequência. Veja.

Grandeza	Unidade de medida	
	Nome	Símbolo
Comprimento	metro	m
Área	metro quadrado	m^2
Volume	metro cúbico	m^3
Tempo	segundo	s
Massa	quilograma ou kilograma	kg
Temperatura	kelvin	K

Fonte de pesquisa: *Sistema Internacional de Unidades (SI)*. Tradução do grupo de trabalho luso-brasileiro do Inmetro e IPQ. Brasília, DF: Inmetro, 2021. Disponível em: https://www.gov.br/inmetro/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/documentos-tecnicos-em-metrologia/si_versao_final.pdf/view. Acesso em: 2 mar. 2022.

sm

GRANDEZAS E MEDIDAS

- Converse com os estudantes e pergunte a eles: O que significa medir? Eles devem compreender que medir é comparar. Mas comparar o que com o quê? O que se mede? Como se mede? Com o que se mede? É importante que os estudantes compreendam que medir é comparar duas grandezas de mesma natureza; por exemplo, dois comprimentos, duas massas, etc., verificando quantas vezes uma contém a outra.

DE OLHO NA BASE

A contextualização apresentada na imagem de abertura do capítulo, a partir da espessura das camadas geológicas, proporciona aos estudantes a compreensão das relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento, desenvolvendo a **competência específica de Matemática 3**.

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

- O uso de unidades de medida padronizadas está presente em muitas atividades cotidianas, causando a impressão de que elas sempre existiram como as conhecemos. Por isso, é preciso ressaltar para os estudantes que a criação do Sistema Métrico Decimal é relativamente recente, considerando-se o tempo histórico.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que pesquisem como eram efetuadas as medidas antes da criação do Sistema Internacional de Medidas e promova uma roda de conversa sobre as descobertas. Dessa forma, eles poderão expor oralmente o que aprenderam. Atividades como essa possibilitam aos estudantes trabalhar práticas de pesquisa relacionadas à história da Matemática, promovendo, assim, a compreensão do desenvolvimento histórico das unidades de medida.

DE OLHO NA BASE

Citar a história do Sistema Internacional de Unidades possibilita aos estudantes reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 1**.

OUTRAS FONTES

Grandezas e medidas. Coleção Explorando o Ensino, volume 17. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=7842-2011-matematica-capa-pdf&category_slug=abril-2011-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 6 jun. 2022.

No capítulo 8 deste volume, os professores da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Paulo Figueiredo Lima e Paula Moreira Baltar Bellemain, esclarecem conceitos de grandezas e medidas.

Sistema de unidades de medida, 2015. Portal da Matemática Obmep. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=18Qq-K4VYQo. Acesso em: 30 mar. 2022.

Nesse vídeo, o professor Bruno Vianna apresenta a importância dos múltiplos e submúltiplos no sistema de unidades de medida.

MEDIDAS DE COMPRIMENTO

- Faça uma sondagem sobre os conhecimentos que os estudantes já possuem sobre medidas de comprimento. Conhecer e considerar o conhecimento prévio dos estudantes possibilita desenvolver um plano de estudo de assuntos ainda não aprendidos.
- Na discussão sobre o metro (unidade de medida padrão para a grandeza comprimento) e seus múltiplos e submúltiplos, enfatize as unidades de medida mais utilizadas no dia a dia: quilômetro, metro, centímetro e milímetro.
- Nesse momento, pode ser interessante trabalhar com instrumentos para a medição de comprimentos, levando os estudantes a comparar na prática os múltiplos e submúltiplos do metro. A régua faz parte do material escolar e, portanto, poderá ser facilmente observada e manuseada pelos estudantes. Por ser importante a manipulação dos instrumentos de medida apresentados – o que proporcionará aos estudantes um conhecimento não apenas teórico, mas também prático –, verifique se os outros instrumentos de medida em estudo estão disponíveis na escola ou se alguma casa de comércio de ferragens da comunidade ou mesmo algum profissional da construção civil ou de arquitetura pode cedê-los para o tempo da aula; ou, ainda, se os estudantes podem trazer alguns deles de casa. No caso de uma trena, por exemplo, é possível ver o decâmetro, o metro, o decímetro, o centímetro e o milímetro.
- Converse com os estudantes sobre a importância de utilizar os instrumentos adequados para medir, assim como de identificar em quais situações eles podem ser utilizados.

Medidas de comprimento

Você já imaginou se seria conveniente medir o comprimento de um mosquito usando o metro? E a distância entre duas cidades? Nessas situações, o uso do metro não é prático.

O **metro** é a unidade de medida padrão para a grandeza comprimento. Porém, em algumas situações, ele não é a unidade de medida mais adequada. Para medir comprimentos muito menores que o metro ou muito maiores que ele, foram criados os múltiplos e os submúltiplos do metro. Veja.

Múltiplos			Unidade de medida padrão	Submúltiplos		
Quilômetro (km)	Hectômetro (hm)	Decâmetro (dam)	**METRO (m)**	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
1 km equivale a 1 000 m	1 hm equivale a 100 m	1 dam equivale a 10 m	**1 m**	1 dm equivale a $\frac{1}{10}$ m	1 cm equivale a $\frac{1}{100}$ m	1 mm equivale a $\frac{1}{1000}$ m

PARE E REFLITA

Observando o quadro, podemos perceber, por exemplo, que 1 km equivale a 1 000 m.

A quantos quilômetros equivale 1 m? Explique aos colegas e ao professor como você pensou para responder a essa pergunta.

1 m equivale a $\frac{1}{1000}$ km ou 0,001 km.

Resposta pessoal.

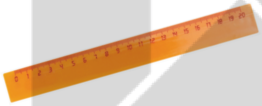
Além dessas unidades de comprimento, existem outras, como a polegada, que equivale a 0,0254 do metro, e o ano-luz, que equivale a aproximadamente 9 460 500 000 000 000 metros.

Instrumentos de medida

Vimos que o metro nem sempre é a melhor unidade de medida de comprimento a ser utilizada. Isso também acontece com os instrumentos de medida. Imagine, por exemplo, como seria medir a altura de uma montanha utilizando uma régua.

Veja alguns dos principais instrumentos utilizados para medir comprimento.

(Representações sem proporção de tamanho entre si)


Doors/Shutterstock/ID/BR

↑ A **régua** é dividida em centímetros e em milímetros e, em geral, sua medida de comprimento varia entre 10 cm e 40 cm.


Julien_N/Shutterstock/ID/BR

↑ O **paquímetro digital** é usado para medir as dimensões internas e externas de peças pequenas, com precisão de 0,01 mm.


Gajic Dragan/Shutterstock/ID/BR

↑ A **trena** é dividida em centímetros e em milímetros e pode ter diferentes medidas: 2 m, 10 m, 20 m, 25 m, etc.


Skobrik/Shutterstock/ID/BR

↑ A **fita métrica** é dividida em centímetros e em milímetros.


magicoven/Shutterstock/ID/BR

↑ O **micrômetro** é usado para medir espessura, altura, profundidade, etc. de peças pequenas. Alguns têm graduação de 0,001 mm.


kreatorex/Shutterstock/ID/BR

↑ A **trena a *laser*** é usada para medir distâncias, em metros, com precisão de 1,5 mm.

OUTRAS FONTES

Clubes de Matemática da Obmep. E haja unidades de medida! Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-atividades-e-haja-unidades-de-medida/. Acesso em: 30 mar. 2022.

Nessa sala, são abordadas algumas medidas e suas diversas unidades, além de ser possível conhecer instrumentos antigos de medida.

Origem das medidas. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=AAYbR-g7zD0. Acesso em: 17 fev. 2022.

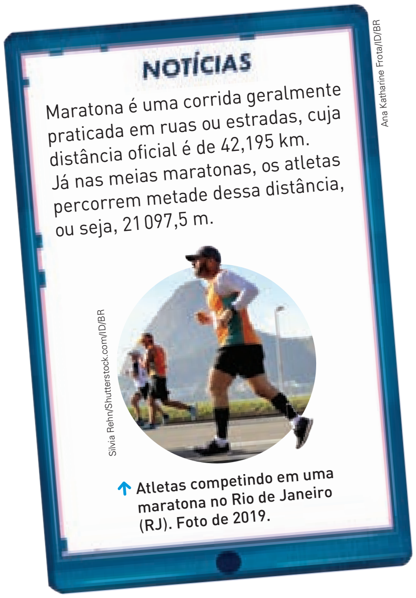
Esse vídeo traz um breve relato da origem das medidas, com a participação dos professores João Bosco Pitombeira (PUC-RJ) e Ubiratan D'Ambrósio (Unicamp).

Transformação das unidades de medida de comprimento

Veja o texto que Veridiana encontrou enquanto pesquisava corridas de rua.

Observe que, no texto, as medidas indicadas estão em unidades de medida diferentes: uma está em quilômetro e a outra, em metro. Para facilitar a comparação entre essas medidas, é importante que elas estejam escritas na mesma unidade de medida.

No SI, cada unidade de medida de comprimento é equivalente a 10 vezes a unidade imediatamente inferior. Podemos dizer também que cada unidade de medida de comprimento equivale a $\frac{1}{10}$ da unidade imediatamente superior. Observe o esquema a seguir, que mostra como fazer a conversão entre as diferentes unidades de medida de comprimento.



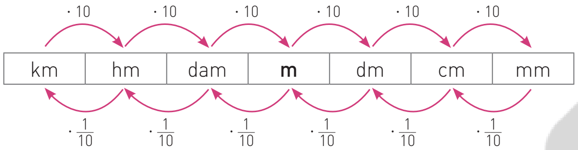
NOTÍCIAS

Maratona é uma corrida geralmente praticada em ruas ou estradas, cuja distância oficial é de 42,195 km. Já nas meias maratonas, os atletas percorrem metade dessa distância, ou seja, 21 097,5 m.

Silvia Rehn/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Atletas competindo em uma maratona no Rio de Janeiro (RJ). Foto de 2019.

Ana Katharine Frota/ID/BR



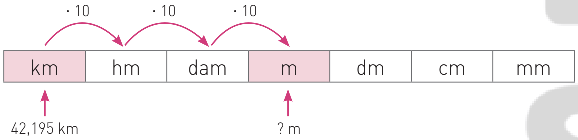
Agora, acompanhe como podemos fazer a conversão entre as unidades de medida apresentadas no texto encontrado por Veridiana.

LEMBRE-SE!

Multiplicar por $\frac{1}{10}$ é o mesmo que dividir por 10. Do mesmo modo, multiplicar por $\frac{1}{100}$ é o mesmo que dividir por 100, e assim por diante.

Convertendo quilômetro para metro

Partindo do quilômetro no esquema a seguir e deslocando três posições para a direita, chegamos ao metro.



Observe que, para converter 42,195 quilômetros em metros, é necessário multiplicar 42,195 por 1 000, pois 10 · 10 · 10 = 1 000. Assim:

$$42{,}195 \cdot 1\,000 = 42\,195$$

Logo, 42,195 km equivalem a 42 195 m.

- Comente com os estudantes o significado dos prefixos dos múltiplos e submúltiplos, para auxiliá-los no entendimento da relação entre os nomes e os seus valores: deci- (um décimo do valor), centi- (um centésimo do valor), mili- (um milésimo do valor), deca- (o valor multiplicado por 10), hecto- (o valor multiplicado por 100) e quilo- (o valor multiplicado por 1 000).

DE OLHO NA BASE

A situação apresentada também contribui para que os estudantes conheçam, apreciem e cuidem de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas, favorecendo o desenvolvimento da **competência geral 8**.

- O ambiente escolar deve ser um espaço saudável e colaborativo, no qual a saúde física e mental dos estudantes deve ser preservada. Para isso, valorize situações em que os estudantes se sintam acolhidos, incentivando o desenvolvimento da empatia e da solidariedade.

> "[...] Além de melhorar a aptidão física, o exercício físico regular também pode melhorar a capacidade cognitiva e reduzir os níveis de ansiedade e estresse em geral.
>
> Os exercícios ajudam a melhorar a autoestima, a imagem corporal, a cognição e a função social de pacientes em risco de saúde mental. [...]"

Campanha da Secretaria de Saúde evidenciará a temática "Mente sã, corpo são" neste mês de julho [de 2022]. Prefeitura de Extrema, 1º jul. 2022. Disponível em: https://www.extrema.mg.gov.br/noticias/educacao-em-saude-mes-de-julho-mente-sa-corpo-sao/. Acesso em: 1º jul. 2022.

+ INTERESSANTE

Leia o texto deste boxe com os estudantes e mencione que, em alguns países, como Inglaterra e Estados Unidos, não se adota o Sistema Métrico Decimal, ou seja, o sistema baseado em múltiplos e submúltiplos do metro. Nesses países, são adotadas nas medições a polegada e a jarda.

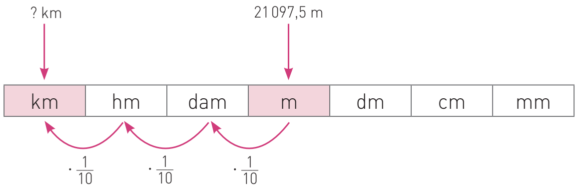
DE OLHO NA BASE

Ler sobre outras culturas possibilita ao estudante perceber que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, favorecendo o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 1**.

- Na atividade **2**, esclareça aos estudantes que há outros instrumentos de medida de comprimento, como o micrômetro, usado para medir objetos pequenos com mais precisão do que o paquímetro (por exemplo, a distância entre duas roscas consecutivas de um parafuso).
- Embora as respostas da atividade **3** sejam pessoais, espera-se que os resultados das estimativas sejam próximos das medidas reais.
- Na atividade **5**, os estudantes devem observar que a informação de o quanto Marcos percorre por dia é dada em quilômetro, mas a resposta à pergunta deve ser em metro. Devem considerar que 1 quilômetro equivale a 1 000 metros, e, assim, Marcos corre 8 000 metros por dia. Em dois dias, portanto, ele corre 16 000 metros.

Convertendo metro para quilômetro

Partindo do metro no esquema a seguir e deslocando três posições para a esquerda, chegamos ao quilômetro.



Espera-se que os estudantes percebam que, ao deslocar posições para a direita, a vírgula do número é deslocada o mesmo número de posições também para a direita. Quando o deslocamento é feito para a esquerda, a vírgula é deslocada o mesmo número de posições também para a esquerda.

PARE E REFLITA

Observe as transformações de unidade de medida realizadas. Que relação você consegue perceber entre o número de posições deslocadas para a esquerda ou para a direita e o deslocamento da vírgula no número a ser convertido?

Observe que, para converter 21 097,5 metros em quilômetros, é necessário multiplicar 21 097,5 por $\frac{1}{1\,000}$, pois $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1\,000}$. Assim:

$$21\,097{,}5 \cdot \frac{1}{1\,000} = 21{,}0975$$

Logo, 21 097,5 m equivalem a 21,0975 km.

+ INTERESSANTE

O campo do futebol americano

Você já assistiu a um jogo de futebol americano? Prestou atenção na narração? Nesses jogos, é comum escutarmos a palavra "jarda". Você sabe o que ela significa? Jarda é uma unidade de medida de comprimento, em que 1 jarda equivale a 0,9144 metro.

Um campo oficial de futebol americano tem 120 jardas de medida de comprimento por 53,3 jardas de medida de largura. Como seriam essas medidas em metro?
Aproximadamente: 109,73 metros de medida de comprimento e 48,74 metros de medida de largura.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Escreva no caderno a unidade de medida de comprimento que você considera mais adequada para expressar a medida: **Respostas possíveis:**
   a) da distância entre duas cidades; **Quilômetro.**
   b) do comprimento de um grão de arroz; **Milímetro.**
   c) do comprimento de uma piscina. **Metro.**

2. No caderno, indique o instrumento de medida mais adequado para medir o comprimento: **Respostas possíveis:**
   a) de um parafuso; **Paquímetro.**
   b) da cintura de uma pessoa; **Fita métrica.**
   c) de uma mesa. **Trena.**

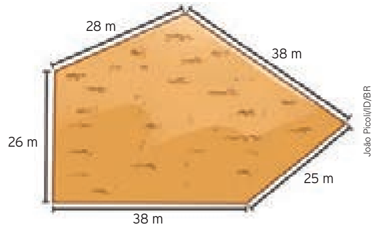
3. Estime as medidas em cada item. Em seguida, use uma régua para verificar se suas estimativas ficaram próximas das medidas reais. **Respostas pessoais.**
   a) Comprimento de uma caneta.
   b) Comprimento do seu pé.
   c) Largura do seu livro de Matemática.

4. Copie no caderno as sentenças e complete-as com o valor correspondente.
   a) 22,05 dam equivalem a 🟩 dm. **2 205**
   b) 18,12 cm equivalem a 🟧 hm. **0,001812**
   c) Em dois quilômetros, temos ■ decâmetros. **200**
   d) Dezoito metros e cinco centímetros equivalem a 🟥 milímetros. **18 050**

5. Marcos corre 8 quilômetros todos os dias. Quantos metros ele corre em 2 dias?
16 000 metros.

Perímetro de uma figura plana

Uma praça será construída com a forma de um pentágono. As medidas dos lados da praça estão indicadas na figura a seguir.



João Picoli/ID/BR

O terreno será delimitado com uma cerca. Para determinar quantos metros de cerca serão necessários, o engenheiro responsável calculou a medida do comprimento do contorno do terreno, ou seja, a soma das medidas do comprimento de todos os lados. Veja.

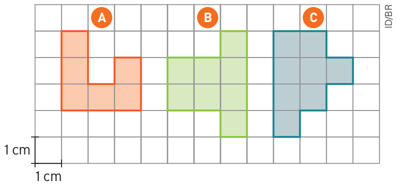
$$28 \text{ m} + 38 \text{ m} + 25 \text{ m} + 38 \text{ m} + 26 \text{ m} = 155 \text{ m}$$

Assim, o engenheiro concluiu que serão necessários 155 m de cerca.

Quando determinamos a medida do comprimento do contorno de uma região plana, dizemos que estamos medindo o **perímetro** dessa região.

O comprimento do contorno de uma região plana é denominado perímetro.

Agora, observe os polígonos ilustrados na malha quadriculada a seguir.



ID/BR

Para determinar a medida do perímetro desses polígonos, devemos adicionar as medidas do comprimento de todos os seus lados.

- Ⓐ Figura laranja: 14 cm.
- Ⓑ Figura verde: 14 cm.
- Ⓒ Figura azul: 14 cm.

Nesse caso, a medida do perímetro dos três polígonos é a mesma. Apesar disso, você percebeu que a forma de cada um deles é diferente?

Assim como nesse exemplo, existem figuras que têm formas diferentes, mas que apresentam perímetros de mesma medida.

DE OLHO NA UNIDADE DE MEDIDA

Caso as medidas dos comprimentos dos lados de uma figura plana estejam indicadas em unidades de medida diferentes, é necessário convertê-las para a mesma unidade de medida e, então, calcular a medida do perímetro.

- Questione os estudantes quanto ao conhecimento deles sobre perímetro. Em seguida, peça que observem o desenho da praça e pergunte a eles como fariam para calcular quantos metros de arame seriam necessários para cercá-la com uma volta de arame.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Ofereça trenas e/ou fitas métricas aos estudantes para que determinem, em pequenos grupos, a medida do perímetro da sala de aula, da quadra, do corredor e de outros espaços da escola. Oriente-os a levar caderno e caneta para anotar as medições. No caso da medição de uma quadra, introduz-se o trabalho com a pesquisa sobre as medidas oficiais utilizadas em quadras de competições oficiais.

- Na atividade **10**, os estudantes devem determinar a medida de um dos lados de um quadrilátero que tem a medida do perímetro e as medidas dos outros lados conhecidas.

DE OLHO NA BASE

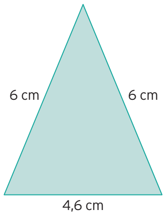
Ao trocar o caderno com o colega para corrigir a atividade proposta, os estudantes exercitam a empatia, o respeito ao outro e o diálogo, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades sem preconceitos de qualquer natureza, o que contribui para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

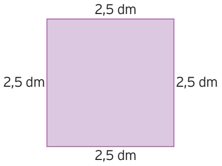
6. Determine a medida do perímetro de cada polígono a seguir.

a)



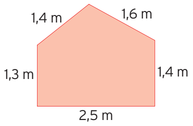
16,6 cm

b)



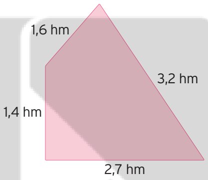
10 dm

c)



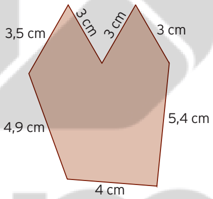
8,2 m

d)



8,9 hm

e)



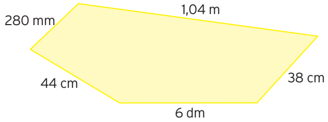
26,8 cm

7. Determine a medida do perímetro de um terreno cuja forma é quadrada, com lados medindo 2,4 m. **9,6 m**

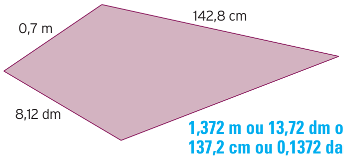
8. Qual é a medida do perímetro de um triângulo cujos lados medem 3 cm, 2,5 cm e 5 cm? **10,5 cm**

2,74 m ou 27,4 dm ou 274 cm ou 2 740 mm.

9. Determine a medida do perímetro da figura a seguir.



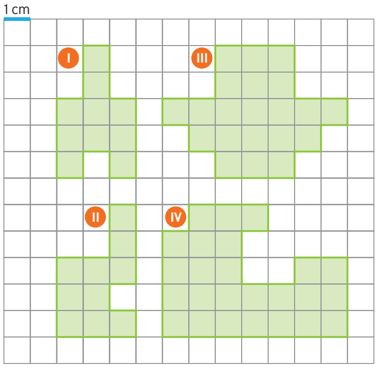
10. Observe a figura a seguir.



1,372 m ou 13,72 dm ou 137,2 cm ou 0,1372 dam.

Sabendo que a medida do perímetro desse polígono é 0,4312 dam, determine a medida do comprimento do lado que não está indicada na figura.

11. Na malha quadriculada a seguir, estão representados diferentes polígonos.



Ilustrações: ID/BR

a) Determine a medida do perímetro de cada polígono. **I: 18 cm; II: 18 cm; III: 24 cm; IV: 28 cm.**

b) Há polígonos cuja medida do perímetro é a mesma? Em caso afirmativo, quais? Eles têm o mesmo formato?

c) Em uma folha quadriculada, represente dois polígonos que tenham a mesma medida de perímetro, mas formatos diferentes. Depois, troque de folha com um colega para você conferir a resposta dele e ele conferir a sua. **Resposta pessoal.**

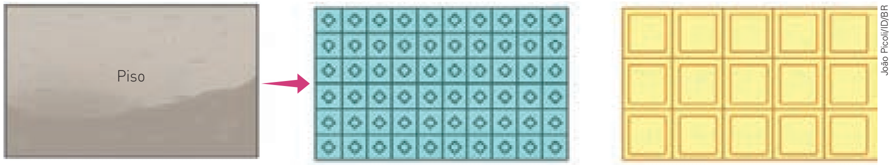
11. b) Sim, os polígonos I e II. Eles possuem formatos diferentes.

Medidas de área

Patrícia vai revestir o piso da sala da casa dela e precisa saber quantas lajotas serão necessárias. Para isso, ela deve medir a área a ser revestida.

Assim como no caso de outras grandezas, para medir a **área** de uma região, utilizamos uma unidade de medida e verificamos quantas vezes essa unidade cabe na região que desejamos medir.

Patrícia sabe que o piso é uma superfície plana e que será revestido com lajotas quadradas. Para medir a área do piso, ela pode utilizar a lajota como unidade de medida. Mas, dependendo do modelo da lajota, a quantidade utilizada pode variar.



Unidade de medida: ▣ (uma lajota)

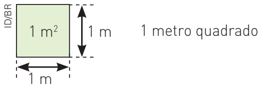
Medida da área do piso da sala: 60 ▣

Unidade de medida: ☐ (uma lajota)

Medida da área do piso da sala: 15 ☐

Nesse caso, a unidade de medida de área não é padronizada – a lajota. Assim como existem unidades de medida padronizadas para medir comprimentos, existem unidades de medida padronizadas para medir áreas.

O **metro quadrado** é a unidade padrão de área no SI. Ele corresponde à medida da área de um quadrado de 1 m de lado.



O metro quadrado também tem seus múltiplos e submúltiplos correspondentes. Observe o quadro.

Múltiplos			Unidade de medida padrão	Submúltiplos		
Quilômetro quadrado (km^2)	Hectômetro quadrado (hm^2)	Decâmetro quadrado (dam^2)	**METRO QUADRADO (m^2)**	Decímetro quadrado (dm^2)	Centímetro quadrado (cm^2)	Milímetro quadrado (mm^2)
1 km^2 equivale a 1 000 000 m^2	1 hm^2 equivale a 10 000 m^2	1 dam^2 equivale a 100 m^2	**1 m^2**	1 dm^2 equivale a $\frac{1}{100}$ m^2	1 cm^2 equivale a $\frac{1}{10\,000}$ m^2	1 mm^2 equivale a $\frac{1}{1\,000\,000}$ m^2

Existem outras unidades de área, como o alqueire e o hectare. Essas medidas são comumente utilizadas em contextos agrários. O alqueire paulista equivale a 24 200 m^2, o alqueire mineiro equivale a 48 400 m^2 e o alqueire baiano equivale a 96 800 m^2. Já o hectare (ha) equivale a um hectômetro quadrado, ou seja, 10 000 m^2.

MEDIDAS DE ÁREA

- Proponha aos estudantes que observem o ambiente, identificando algumas superfícies (tampo de uma mesa, piso e paredes da sala de aula, etc.). Questione-os: Se medir é comparar, como medir áreas? O objetivo desse questionamento é que os estudantes percebam que, para medir áreas, deve-se compará-las com uma unidade de medida de área.
- Na situação apresentada, verifique se os estudantes percebem que, ao aumentar a unidade de medida, o número de vezes que essa unidade de medida “cabe” no que se quer medir diminui. Isso acontece com todas as grandezas, mas, no caso das lajotas, a verificação desse fato se torna mais evidente.
- Chame a atenção dos estudantes para o fato de a unidade de medida padrão de área no Sistema Internacional de Unidades ser o metro quadrado, que corresponde à medida da área de um quadrado com 1 metro de lado.

(IN)FORMAÇÃO

Área de figuras planas

[...]

Muitas vezes, quando se fala de área de uma figura, rapidamente se associa um número real positivo a essa figura, a sua medida. Área e medida da área não são conceitos equivalentes. A área é uma grandeza geométrica e como tal pode ser medida, recorrendo-se a unidades de medida adequadas. A medida da área de uma figura é, precisamente, o número real positivo que resulta da comparação entre a figura que se pretende medir e a figura tomada como unidade.

[...]

Breda, A.; Serrazina, L.; Menezes, L.; Sousa, H.; Oliveira, P. *Geometria e medida no ensino básico.* Portugal: Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), maio 2011. p. 124. Disponível em: https://www.ciencia20.up.pt/attachments/article/641/BrochuraGeometria.pdf. Acesso em: 17 fev. 2022.

- A transformação de unidades de medida de área pode não ser de fácil entendimento para os estudantes, uma vez que, para converter uma medida de área de uma unidade em outra imediatamente à sua esquerda (por exemplo, de metro quadrado para decâmetro quadrado), deve-se multiplicar a parte numérica da medida por $\frac{1}{100}$, enquanto, na transformação de unidades de medida de comprimento, multiplicamos a parte numérica da medida por $\frac{1}{10}$ quando queremos transformar a unidade na que está imediatamente à sua esquerda. Verifique se os estudantes observam alguma relação entre a unidade de medida padrão de área (m^2) e a unidade de medida padrão de comprimento (m) e delas com o fato de multiplicarmos a parte numérica da medida por 100 para transformar uma unidade de medida de área na que está imediatamente à sua direita e multiplicarmos a parte numérica da medida por 10 para transformar uma unidade de medida de comprimento na que está imediatamente à sua direita.

João Picoli/ID/BR

PARE E REFLITA

Qual é a medida da área de um campo de futebol oficial em quilômetro quadrado? Converse com os colegas e o professor e explique como você pensou para responder a essa questão.

0,00714 km^2. Resposta pessoal.

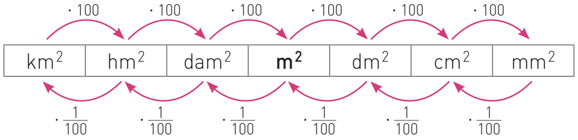
Transformação das unidades de medida de área

Independente desde 1929, o Vaticano é considerado o menor país do mundo, com 0,44 km^2. Um campo de futebol oficial tem área medindo 7 140 m^2. Quantos campos de futebol são necessários para cobrir a área do Vaticano?

Para responder a essa pergunta, vamos deixar as medidas na mesma unidade.

Cada unidade de medida de área do sistema métrico é igual a 100 vezes a unidade imediatamente inferior. Podemos dizer também que cada unidade de medida de área é igual a $\frac{1}{100}$ da unidade imediatamente superior.

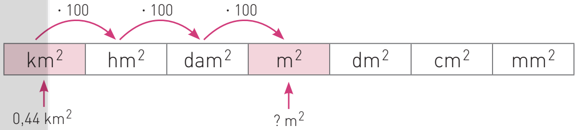
Observe o esquema a seguir, que mostra como fazer a conversão entre as diferentes unidades de medida de área.



Acompanhe como fazer a conversão de quilômetro quadrado para metro quadrado para responder à pergunta inicial.

Convertendo quilômetro quadrado em metro quadrado

Partindo do quilômetro quadrado no esquema a seguir e deslocando três posições para a direita, chegamos ao metro quadrado.



Observando o esquema, percebemos que, para converter 0,44 quilômetro quadrado em metros quadrados, é necessário multiplicar 0,44 por 1 000 000, pois $100 \cdot 100 \cdot 100 =$ $= 1\,000\,000$. Assim:

$$0,44 \cdot 1\,000\,000 = 440\,000$$

Logo, 0,44 km^2 equivale a 440 000 m^2.

Mas, calma, o problema ainda não terminou! Para saber quantos campos de futebol oficiais cabem no Vaticano, é preciso dividir a medida da área do Vaticano pela medida da área de um campo de futebol. Observe.

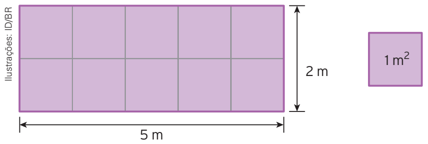
$$\frac{440\,000}{7\,140} \simeq 61,62$$

Ou seja, no Vaticano, o menor país do mundo, caberiam pouco mais de 61 campos oficiais de futebol.

Área de um retângulo

No esquema a seguir, está representada a área que será destinada à construção de um palco em um parque municipal.

Área em que será construído o palco

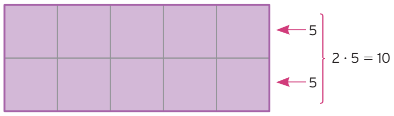


Vamos considerar como unidade de medida de área um quadrado de 1 m de lado, cuja medida da área corresponde a 1 m^2. Observe que esse quadrado cabe exatamente 10 vezes na área destinada à construção do palco representada no esquema anterior. Ou seja, a área destinada à construção do palco mede 10 m^2.

A medida dessa área também poderia ter sido obtida de outras maneiras. Veja duas delas a seguir.

1ª maneira

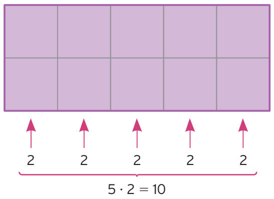
Como no esquema há 2 linhas com 5 quadradinhos de 1 m^2 em cada uma, temos: $2 \cdot 5 = 10$.



Portanto, a área destinada à construção do palco mede 10 m^2.

2ª maneira

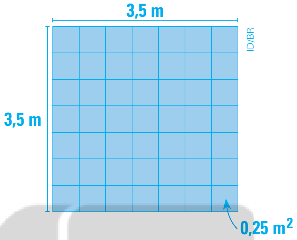
Como no esquema há 5 colunas com 2 quadradinhos de 1 m^2 em cada uma, temos: $5 \cdot 2 = 10$.



Portanto, a área destinada à construção do palco mede 10 m^2.

Área de um quadrado

O quadrado é um caso particular de retângulo. Para determinar a medida da área de um quadrado, podemos fazer do mesmo modo como fizemos para medir a área de um retângulo.



7 linhas com 7 quadradinhos de 0,25 m^2 cada um:
$7 \cdot 7 \cdot 0{,}25\ m^2 = 7 \cdot 1{,}75\ m^2 = 12{,}25\ m^2$
ou
7 colunas com 7 quadradinhos de 0,25 m^2 cada um:
$7 \cdot 7 \cdot 0{,}25\ m^2 = 7 \cdot 1{,}75\ m^2 = 12{,}25\ m^2$
Portanto, a área destinada à construção do palco mediria 12,25 m^2.

PARE E REFLITA

Imagine, por exemplo, que o palco a ser construído tivesse a forma de um quadrado com 3,5 m de lado. Utilizando um quadradinho de 0,5 m de lado, como seria possível medir a área a ser ocupada pelo palco? Junte-se a um colega para responder a essa pergunta. Façam um desenho para representar essa situação e determinar a medida da área destinada à construção do palco.

- Pergunte aos estudantes se há outra maneira de determinar a medida da área do palco, além das mostradas na página do Livro do Estudante. Veja se eles percebem que poderiam ter feito a contagem dos quadrados um a um. Comente que essa é uma maneira de calcular, mas que muitas vezes pode não ser uma maneira muito prática. Quando temos áreas muito grandes, em que a unidade de medida cabe nelas muitas vezes, realizar a contagem dos quadrados um a um pode ser exaustivo. Nesse caso, utilizar uma das maneiras mostradas na página é mais prático.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para melhor compreensão do conceito de área de um retângulo, solicite aos estudantes que construam quadrados com 1 cm de medida de lado e montem, em grupos, diferentes figuras retangulares ou quadradas. Proponha a eles que meçam a área das figuras formadas usando o quadrado com 1 cm de lado como unidade de medida padrão – a medida da área dele corresponde a 1 cm^2. Faça um paralelo com o quadrado de lado medindo 1 m da figura do Livro do Estudante. A unidade de medida utilizada nesse caso é o metro quadrado.

- Proponha aos estudantes que construam as figuras descritas no texto em papel quadriculado. Os materiais manipuláveis e a composição e decomposição de figuras auxiliam na visualização das transformações das figuras geométricas em outras com medidas de área já conhecidas.

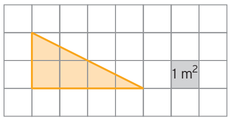
DE OLHO NA BASE

A situação apresentada nessa página favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24**, pois envolve o cálculo de área de triângulo sem o uso de fórmulas.

Área de um triângulo

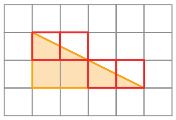
Lina reservou uma parte do terreno da casa onde mora para fazer uma horta. Antes de comprar as sementes, ela precisa saber a medida da área que será destinada para a horta.

Veja o esquema que ela fez em uma malha quadriculada para representar o terreno.



Ilustrações: ID/BR

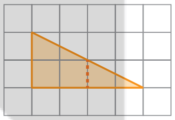
A parte triangular laranja corresponde à parte destinada à horta. Para medir a área dessa região, Lina utilizou um quadradinho da malha como unidade de medida. Observando o triângulo laranja, Lina percebeu que a figura não corresponde a uma quantidade inteira de quadradinhos de 1 m^2.

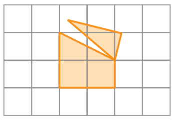


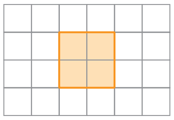
Então, para medir a área da figura, ela pensou de duas maneiras diferentes. Acompanhe.

1ª maneira

“Recortar” a figura, decompondo-a, e depois “unir as partes”, compondo-a de outra maneira, de modo que ela corresponda a uma quantidade inteira de quadradinhos de medida 1 m^2.



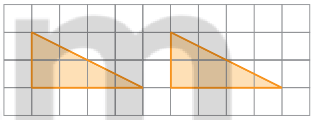


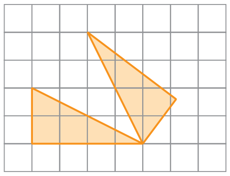


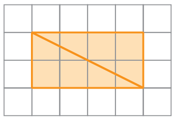
Lina percebeu que a medida da área da região triangular é a mesma da região quadrada. Assim, como a área do quadrado mede 4 m^2, a área do triângulo também mede 4 m^2.

2ª maneira

Duplicar a figura e formar um retângulo, de modo que ele corresponda a uma quantidade inteira de quadradinhos de 1 m^2.







Lina percebeu que a medida da área da região triangular é metade da medida da área da região retangular. Assim, como a área do retângulo mede 8 m^2, a área do triângulo mede 4 m^2.

DESCUBRA MAIS

Área e perímetro

Será que as medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado têm relação entre si? Nesta atividade, vamos responder a essa pergunta.

Como fazer **Desafio II. Consulte a resposta neste manual.**

1. Com a orientação do professor, organizem-se em trios.
2. Cada trio deverá refletir sobre os desafios a seguir e resolvê-los no caderno. Se preferirem, usem uma calculadora.

   Desafio I: Se um quadrado tem 49 cm^2 de medida de área, quanto mede seu lado? E quanto mede seu perímetro? **7 cm; 28 cm.**

   Desafio II: Pedro desenhou um quadrado cujo lado mede 5 mm. Depois, ele ampliou esse quadrado de modo que a medida do lado foi triplicada. O que houve com a medida da área do quadrado? Façam um desenho para representar essa situação.

   Desafio III: Uma região quadrada A tem área medindo 144 km^2; outra, B, é quatro vezes menor. Para que a região B tenha a mesma medida da área da região A, por quanto devemos multiplicar seu lado? **Por 2.**

   Desafio IV: Considere um quadrado com lado de 7 dam. Ao quadruplicarmos a medida do lado desse quadrado, a medida do seu perímetro também quadruplica. É possível concluir que a medida da área também vai quadruplicar? **Não. A medida da área é multiplicada por 16.**
3. Agora, copiem no caderno o quadro a seguir. Depois, completem-no com as informações que vocês obtiveram nos desafios. Observem que alguns desafios apresentam mais de uma informação e, portanto, têm duas linhas correspondentes.

Observe como os estudantes preenchem o quadro e verifique se eles registram as unidades de medida corretamente.

Desafio	Quadrado			
	Lado	Perímetro	Área	
I			49 cm^2	**7 cm; 28 cm.**
II	5 mm			**20 mm; 25 mm^2.**
				15 mm; 60 mm; 225 mm^2.
III			144 km^2	**12 km; 48 km.**
				6 km; 24 km; 36 km^2.
IV	7 dam			**28 dam; 49 dam^2.**
				28 dam; 112 dam; 784 dam^2.

Para concluir

Responda sempre no caderno.

Consulte as respostas neste manual.

1. Observem as linhas do desafio **II** no quadro. Ao triplicar a medida do lado do quadrado, o que ocorreu com o perímetro? E com a área?
2. Utilizando as informações das linhas do desafio **III** do quadro, copiem e completem a frase a seguir no caderno: Ao reduzir pela 🟥 a medida do lado de um quadrado, a medida do 🟧 também fica reduzida pela 🟦 e a medida da 🟦 fica 🟩 vezes menor.
3. O que é possível perceber quando analisamos os números das linhas do desafio **IV** do quadro?
4. Formem uma roda de conversa com todos os trios e compartilhem as conclusões a que vocês chegaram durante essa investigação.

DESCUBRA MAIS

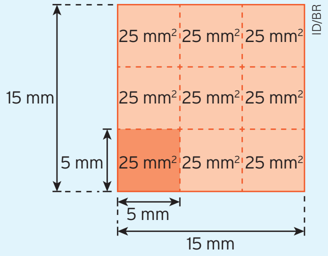
Após a realização dos desafios, não deixe de fazer a roda de conversa para que os estudantes compartilhem as conclusões a que chegaram durante essa investigação, pois a troca de ideias entre eles, na tentativa de resolver os desafios, proporciona a construção de significados e a consolidação de conceitos sobre a área dessas figuras.

- No desafio **III** do item *Como fazer*, se julgar conveniente, oriente os estudantes a fazer um esquema para representar a situação.

RESPOSTAS – *COMO FAZER*

2. Desafio II

A medida da área foi multiplicada por 9. Um possível desenho é o representado a seguir.



RESPOSTAS – *PARA CONCLUIR*

1. A medida do perímetro também foi multiplicada por 3 e a da área foi multiplicada por 9.
2. metade/perímetro/metade/área/quatro
3. A medida do perímetro também fica multiplicada por 4 e a da área fica multiplicada por 16.
4. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes tenham chegado à conclusão de que a medida do perímetro do quadrado é proporcional à medida de seu lado, mas isso não ocorre com a medida da área.

DE OLHO NA BASE

O trabalho feito nesta seção possibilita que os estudantes analisem e descrevam as mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao ampliar ou reduzir, igualmente, as medidas de seus lados e que compreendam que a medida do perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a medida da área. Isso auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF06MA29**.

Além disso, permite aos estudantes enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens, conforme a **competência específica de Matemática 6**.

Esse trabalho também colabora para a interação dos estudantes de forma cooperativa, ao se empenharem coletivamente na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de determinada atividade, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, o que desenvolve a **competência específica de Matemática 8**.

- Como o item **a** da atividade **12** questiona sobre a medida da área de um estado brasileiro, comente com os estudantes o significado de perímetro urbano e área urbana. De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), perímetro urbano é o limite entre a área urbana e a área rural, e área urbana é a área interna ao perímetro urbano de uma cidade ou vila, definida por lei municipal.
- Na atividade **14**, os estudantes devem determinar a medida da área da figura desenhada em uma malha triangular regular utilizando diferentes figuras como unidades de medida.
- Na atividade **15**, os estudantes devem representar regiões planas em uma malha quadriculada regular utilizando as unidades de medida de área e de comprimento dadas. Peça aos estudantes que determinem a medida da área das figuras cuja medida do perímetro é dada, e vice-versa. Oriente-os a comparar suas respostas com as dos colegas, para que percebam em quais os valores determinados são iguais.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

12. Escreva a unidade de medida que você considera mais adequada para expressar a medida da área: **Respostas possíveis:**

a) de um estado brasileiro; **Quilômetro quadrado.**

b) de um selo postal; **Centímetro quadrado.**

c) de uma fazenda. **Hectômetro quadrado.**

13. Copie no caderno as sentenças a seguir e, depois, complete-as.

a) 0,2012 dam² equivale a ■ dm². **2 012**

b) 1 812 cm² equivalem a ■ hm². **0,00001812**

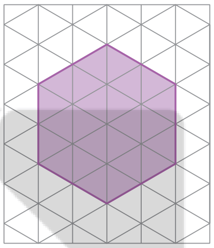
c) 0,000000003 km² tem ■ cm². **30**

d) Em novecentos decâmetros quadrados, temos ■ milímetros quadrados.

13. d) 90 000 000 000

e) Dezenove metros quadrados e seis centímetros quadrados equivalem a ■ milímetros quadrados. **19 000 600**

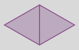
14. O desenho a seguir, feito em uma malha triangular, mostra a parte de uma parede coberta com azulejos.

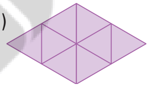


Ilustrações: ID/BR

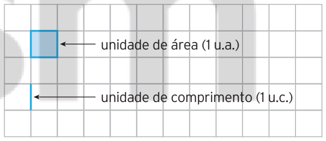
Determine a medida da área revestida dessa parede utilizando as figuras a seguir como unidades de medida.

a) 

b) 

c) 

15. Considere 1 u.a. a unidade de medida de área e 1 u.c. a unidade de medida de comprimento, como indicado nesta malha quadriculada.



Agora, em uma malha quadriculada, desenhe: **Respostas pessoais.**

a) uma região plana com área medindo 13 u.a.;

b) duas regiões planas diferentes, cada uma com área medindo 7 u.a.;

c) uma região plana com medidas de perímetro 18 u.c. e de área 8 u.a.

16. Algumas unidades de medida são usadas especialmente nas zonas rurais. Veja no quadro algumas delas.

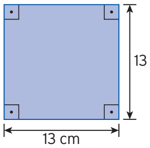
Unidade de medida	Símbolo	Valor equivalente
hectare	ha	10 000 m²
are	a	100 m²
alqueire paulista	—	24 200 m²
alqueire mineiro	—	48 400 m²

a) Qual é a medida da área, em metros quadrados, de uma região plana quadrada cuja área mede 9,8 hectares? **98 000 m²**

b) Um fazendeiro reservou para a horta uma parte do terreno com área medindo 100 ares. Essa medida corresponde a quantos hectares? **1 ha**

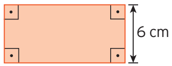
17. Calcule a medida da área de cada figura a seguir.

a)



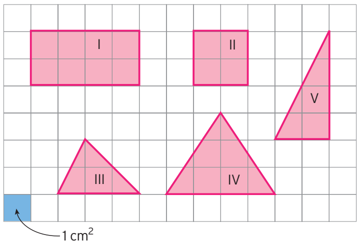
169 cm²

b)

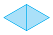
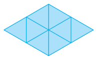


75 cm²

18. Determine a medida da área de cada polígono representado a seguir, considerando que um quadradinho desta malha quadriculada mede 1 cm².



18. I: 8 cm²; II: 4 cm²; III: 3 cm²; IV: 6 cm²; V: 4 cm².

14. a) 24  **b) 12**  **c) 3** 

ID/BR

Medidas de volume

Quando queremos medir a quantidade de espaço que um objeto ocupa, escolhemos uma unidade de medida e verificamos quantas vezes ela “cabe” no objeto. A grandeza associada ao espaço ocupado por um objeto é chamada de **volume**.

Observe esta obra de arte.

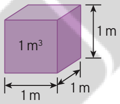
Cube Works Studio/Acervo do artista

Montagem do rosto de Charlie Chaplin, feita com cubos mágicos.

Ela foi feita com cubos mágicos por um grupo colaborativo de artistas canadenses. Para medir o volume dessa obra de arte, podemos considerar o cubo mágico como unidade de medida e, então, verificar quantas vezes um cubo mágico coube nela. A medida do volume dessa obra de arte é de 500 .

emka74/Shutterstock.com/ID/BR

Com o objetivo de padronizar a unidade de volume, o Sistema Internacional de Unidades (SI) determinou como unidade de medida padrão o metro cúbico (m^3), que corresponde ao espaço ocupado por um cubo cujas arestas medem 1 m.



ID/BR

Observe no quadro a seguir os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico.

Múltiplos			Unidade de medida padrão	Submúltiplos		
Quilômetro cúbico (km^3)	Hectômetro cúbico (hm^3)	Decâmetro cúbico (dam^3)	**METRO CÚBICO (m^3)**	Decímetro cúbico (dm^3)	Centímetro cúbico (cm^3)	Milímetro cúbico (mm^3)
1 km^3 equivale a 1 000 000 000 m^3	1 hm^3 equivale a 1 000 000 m^3	1 dam^3 equivale a 1 000 m^3	**1 m^3**	1 dm^3 equivale a $\frac{1}{1\,000}$ m^3	1 cm^3 equivale a $\frac{1}{1\,000\,000}$ m^3	1 km^3 equivale a $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$ m^3

Considerando cada unidade de medida e a unidade de medida que está imediatamente à direita dela, o que é possível perceber?

Espera-se que os estudantes percebam que cada unidade de medida é 1 000 vezes maior que a unidade de medida que está imediatamente à sua direita.

MEDIDAS DE VOLUME

- Pergunte aos estudantes se conhecem os vários significados da palavra “volume”, principalmente no contexto da Matemática. É importante que eles compreendam que a grandeza associada ao espaço ocupado por um objeto é chamada de volume.
- Diferentes objetos podem ter a mesma medida de volume, ou seja, podem ocupar “a mesma quantidade de espaço”.
- Verifique se os estudantes compreendem que a unidade de medida metro cúbico corresponde ao espaço ocupado por um cubo cujas arestas medem 1 m.
- Espera-se que os estudantes percebam que cada unidade de medida corresponde à unidade de medida que está imediatamente à sua direita multiplicada por 1 000.

DE OLHO NA BASE

A contextualização proposta com a observação de obra de arte relaciona Matemática com Arte e Cultura, o que possibilita ao estudante a compreensão das relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 3**.

- Observe se os estudantes compreenderam o processo de transformação de unidades de medida de volume evitando a mecanização e a memorização, sem que haja uma compreensão do significado desse procedimento por eles.
- Assim como a transformação de unidades de medida de área, a transformação de unidades de medida de volume pode não ser de fácil entendimento para os estudantes, uma vez que, para transformar uma unidade de medida de volume em outra imediatamente à sua direita (por exemplo, centímetro cúbico em milímetro cúbico), deve-se multiplicar a parte numérica da medida por 1 000, enquanto, no caso de medidas de comprimento, multiplica-se a parte numérica da medida por 10 quando se quer transformar sua unidade na que está imediatamente à sua direita. Verifique se os estudantes observam alguma relação entre a unidade de medida padrão de volume (m^3) e a unidade de medida padrão de comprimento (m) e delas com o fato de multiplicarmos por $\frac{1}{1\,000}$ para transformar uma unidade de medida de volume na que está imediatamente à sua esquerda e multiplicarmos por $\frac{1}{10}$ para transformar uma unidade de medida de comprimento na que está imediatamente à sua esquerda.

Transformação das unidades de volume

Rogério trabalha com decoração e precisa encomendar uma peça que tem a forma parecida com a de um cubo cujo volume mede 1 metro cúbico. Ao ligar para o fornecedor, o atendente informou a Rogério que era preciso apresentar a medida do volume do cubo em decímetro cúbico para finalizar o pedido.

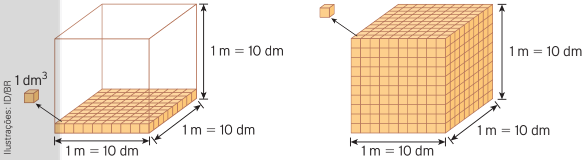
Danilo Souza/ID/BR

Assim como nessa situação, em muitas outras é preciso converter unidades de medida de volume.

Acompanhe duas maneiras que Rogério poderia utilizar para fazer a conversão de metro cúbico para decímetro cúbico.

1ª maneira

1 metro cúbico representa o espaço ocupado por um cubo cujas arestas medem 1 metro. Para verificar quantos decímetros cúbicos cabem em 1 metro cúbico, é possível preencher um cubo de 1 metro cúbico com cubinhos de 1 decímetro cúbico. Veja como:

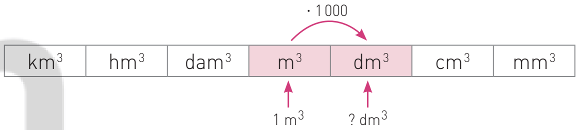


Ilustrações: ID/BR

Portanto, 1 m^3 equivale a 1 000 dm^3.

2ª maneira

Partindo do metro cúbico no esquema a seguir e deslocando uma posição para a direita, chegamos ao decímetro cúbico.



km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

Observe que, para converter 1 metro cúbico em decímetro cúbico, temos de multiplicar 1 por 1 000. Assim:

$$1 \cdot 1\,000 = 1\,000$$

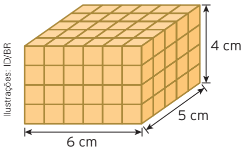
Portanto, 1 m^3 equivale a 1 000 dm^3.

PARE E REFLITA

Imagine que o fornecedor de Rogério tivesse solicitado a ele que informasse a medida do volume do cubo em decâmetro cúbico. Que valor Rogério deveria informar? **0,001 dam^3**

Volume do bloco retangular

Para determinar a medida do volume do bloco retangular a seguir, Catarina pensou em dividi-lo em cubos de 1 cm de aresta.



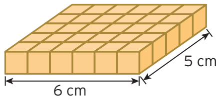
Ilustrações: ID/BR

Como Catarina mediu o volume desse bloco?

Acompanhe os passos a seguir para entender como ela pensou.

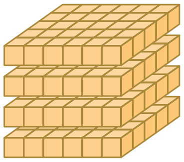
I. Primeiro, Catarina encontrou a quantidade de cubos de 1 cm de aresta que compõem cada camada do bloco.

Em uma camada, há 6 fileiras com 5 cubos cada uma. Ou seja, cada camada é formada por 30 cubos.



$$6 \cdot 5 = 30$$

II. Como o bloco retangular é formado por 4 camadas de 30 cubos cada uma, Catarina multiplicou por 4 a quantidade de cubos de uma camada.



$$4 \cdot 30 = 120$$

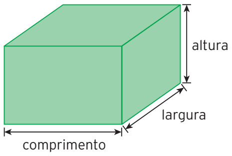
Então, ao todo, o bloco é formado por 120 cubos.

Como a medida do volume de cada cubo é de 1 cm^3, Catarina concluiu que a medida do volume desse bloco retangular é 120 cm^3, pois:

$$120 \cdot 1\ cm^3 = 120\ cm^3$$

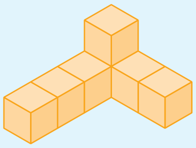
Catarina mediu corretamente o volume do bloco retangular. Entretanto, em algumas situações, dividir a figura em cubinhos de 1 cm de aresta não é prático.

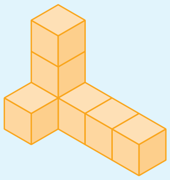
Você reparou que a medida encontrada por Catarina é igual ao produto entre as medidas do comprimento, da largura e da altura do bloco retangular? **Resposta pessoal.**



$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

- Caso seja possível, utilize o Material Dourado para realizar o trabalho com esta página. Peça aos estudantes que montem o bloco mencionado no texto para que possam ter uma melhor compreensão dos passos apresentados.
- Pergunte a eles em que situações consideram que dividir a figura em cubinhos de 1 cm de aresta não é nada prático. A ideia é que os estudantes percebam que, para calcular a medida do volume, basta multiplicar as medidas das três dimensões do bloco retangular.
- Apresente aos estudantes a ilustração a seguir e comente que os blocos foram construídos com cubos de 1 cm^3. Pergunte: Qual é a medida do volume de cada bloco, em centímetro cúbico? Espera-se que eles respondam que cada bloco tem 7 cm^3. Verifique se percebem que os blocos têm formas diferentes, mas a mesma medida de volume, e pergunte se há outros blocos que podem ter a mesma medida de volume que os representados.





Ilustrações: ID/BR

- Em todos os itens da atividade **23**, espera-se que os estudantes identifiquem que cada um dos tijolos que compõem a pilha corresponde a 1 unidade de medida de volume. Assim, eles devem identificar quantos tijolos são necessários para formar uma pilha.

No item **a**, os estudantes devem observar que, caso a pilha estivesse completa, ela representaria um paralelepípedo reto-retângulo, cujo volume é dado pelo produto entre as medidas de suas três dimensões, isto é, comprimento, largura e altura.

DE OLHO NA BASE

A atividade **23** permite aos estudantes resolver problemas que envolvam a grandeza volume sem o uso de fórmulas, utilizando sólidos formados por blocos retangulares, o que auxilia na compreensão do conceito de volume e favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24**.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

19. Resposta esperada: borracha, bola de tênis, caixa de leite e geladeira. Nesta atividade, é possível que alguns estudantes ordenem os objetos por massa (do mais leve para o mais pesado). Caso isso aconteça, retome o conceito de volume com eles.

19. Faça uma lista dos seguintes objetos, ordenando-os do menor para o de maior volume: bola de tênis de mesa, caixa de leite, geladeira, borracha.

20. No caderno, associe a unidade de medida de volume que você considera mais conveniente para expressar as medidas dos volumes dos objetos a seguir.

I

Alexander Kalina/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Edifício.

IV

ProstoSvet/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Geladeira.

II

3Dalia/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Contêiner.

V

MTrebbin/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Livro.

III

GongTo/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Lápis.

(Representações sem proporção de tamanho entre si)

a) Decâmetro cúbico.
b) Decímetro cúbico.
c) Centímetro cúbico.
d) Metro cúbico.
e) Milímetro cúbico.

Resposta esperada: I – a; II – d; III – e; IV – b; V – c.

21. Copie as igualdades a seguir e complete-as com as unidades de medida corretas.

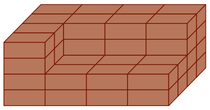
a) 1 dam^3 = 1 000 ■ **m^3**
b) 1 hm^3 = 1 000 ■ **dam^3**
c) 1 km^3 = 1 000 ■ **hm^3**
d) 1 dm^3 = 1 000 ■ **cm^3**

22. Copie as igualdades a seguir e complete-as com os valores adequados.

a) 12 m^3 = ■ cm^3 **12 000 000**
b) 3,2 km^3 = ■ dam^3 **3 200 000**
c) 435 000 mm^3 = ■ cm^3 **435**
d) 7 400 000 m^3 = ■ km^3 **0,0074**

23. Considere que o tijolo ao lado seja uma unidade de volume (1 u.v.) e determine a medida do volume de cada pilha, sabendo que não há pilhas de tijolos escondidas.

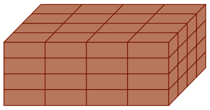
a)



Ilustrações: ID/BR

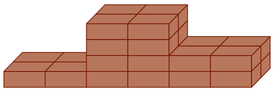
52 u.v.

b)



64 u.v.

c)

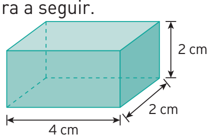


28 u.v.

24. Um caminhão vai transportar 25 caixas de mercadorias. Cada uma dessas caixas ocupa um volume de medida 126 dm^3. No total, quantos metros cúbicos essas caixas vão ocupar no caminhão? **3,15 m^3**

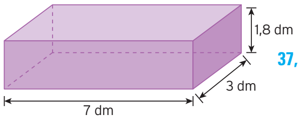
25. Calcule a medida do volume de cada figura a seguir.

a)



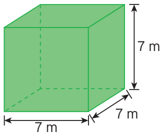
16 cm^3

b)



37,8 dm^3

c)



343 m^3

Medidas de capacidade

O líquido ou o gás colocados em um recipiente tomam a forma desse recipiente. Veja alguns exemplos.

Líquidos

digieye/Shutterstock.com/ID/BR

givaga/Shutterstock.com/ID/BR

Gjermund/Shutterstock.com/ID/BR

Gases

irin-k/Shutterstock.com/ID/BR

Kletr/Shutterstock.com/ID/BR

jocic/Shutterstock.com/ID/BR

(Representações sem proporção de tamanho entre si)

Chamamos de **capacidade** o volume interno e que pode ser ocupado de um recipiente. Ou seja, capacidade é a grandeza associada ao espaço interno de um recipiente que pode ser preenchido.

A unidade de medida padrão de capacidade é o **litro** (L).

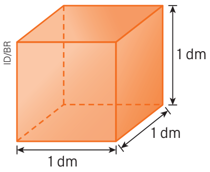
Para medir capacidades muito grandes, usamos os múltiplos do litro; para medir capacidades pequenas, usamos os submúltiplos do litro. Observe essas relações neste quadro.

Múltiplos			Unidade de medida padrão	Submúltiplos		
Quilolitro (kL)	Hectolitro (hL)	Decalitro (daL)	**LITRO (L)**	Decilitro (dL)	Centilitro (cL)	Mililitro (mL)
1 kL equivale a 1 000 L	1 hL equivale a 100 L	1 daL equivale a 10 L	**1 L**	1 dL equivale a $\frac{1}{10}$ L	1 cL equivale a $\frac{1}{100}$ L	1 mL equivale a $\frac{1}{1000}$ L

Relação entre volume e capacidade

Acabamos de ver que capacidade corresponde ao volume interno de um recipiente que pode ser preenchido. Assim, essa grandeza pode ser medida com a unidade de volume padrão: o metro cúbico (m^3).

Um litro corresponde à capacidade de um recipiente com forma de cubo cujas arestas medem 1 dm.



ID/BR

$$\boxed{1\ L = 1\ dm^3}$$

Do mesmo modo que estabelecemos essa relação, podemos relacionar qualquer múltiplo ou submúltiplo do litro com um múltiplo ou submúltiplo do metro cúbico.

MEDIDAS DE CAPACIDADE

- Traga para a sala de aula algumas embalagens que tenham os símbolos L e mL. Organize os estudantes em grupos e distribua as embalagens entre eles, solicitando que localizem essas abreviações nelas. Pergunte aos estudantes se já conheciam essas abreviações e incentive-os a dar exemplos de produtos cuja embalagem apresente medida em litro (L) e em mililitro (mL). Depois, faça na lousa uma lista dos produtos citados.
- Se possível, traga para a sala de aula um recipiente cúbico transparente com arestas de 1 dm e uma garrafa de 1 L vazia. Pergunte aos estudantes em qual dos recipientes cabe mais água. Pela diferença de formato, alguns estudantes podem escolher qualquer um dos dois recipientes. Encha, então, a garrafa completamente com água e despeje o líquido no outro recipiente para os estudantes visualizarem que ambos têm medidas de capacidade iguais.
- A relação entre as unidades de medida de volume e de capacidade será mais bem compreendida se essa equivalência for observada na prática. Para facilitar a compreensão de que 1 dm^3 equivale a 1 000 cm^3 e que também equivale a 1 L, desenhe ou construa cubos de 1 dm de aresta e de 1 cm de aresta. Peça aos estudantes que observem os cubos. Espera-se que eles comparem as arestas e percebam que 1 dm é equivalente a 10 cm. Logo, 1 dm^3 = 1 dm · 1 dm · 1 dm, o que equivale a:

  $10\ cm \cdot 10\ cm \cdot 10\ cm = 1\,000\ cm^3$

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Esta atividade pode ser realizada em duplas.

Solicite aos estudantes uma embalagem com o formato de bloco retangular (uma caixa de leite, por exemplo). Peça a eles que meçam seu comprimento, sua largura e sua altura e anotem as medidas no caderno. Solicite que meçam as arestas e o volume, convertam a medida da capacidade do recipiente encontrada para litro ou mililitro e comparem-na com a descrição da embalagem. Pode haver uma pequena diferença entre a medida de volume obtida e a de capacidade impressa na embalagem devido à precisão do instrumento de medida e ao fato de serem comparados volume e capacidade.

Responsabilidade

Promova um debate sobre a crise hídrica. Pergunte aos estudantes o que eles conhecem do assunto e questione-os sobre como eles contribuem e ainda podem colaborar para reduzir a crise hídrica. Comente a importância de se ter responsabilidade em relação às próximas gerações, procurando por um desenvolvimento sustentável e uma ética global de longo prazo, e motive-os a discutir sobre o assunto.

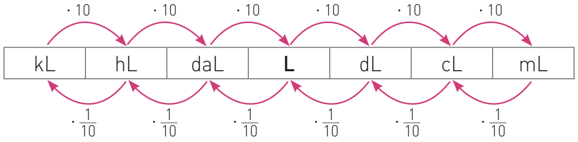
DE OLHO NA BASE

Discutir questões de urgência social, por exemplo, o consumo consciente de água, como princípio sustentável contribui para que os estudantes construam uma visão mais ampla do que é viver em sociedade, pensando no bem comum, por meio do diálogo e da valorização das diferentes ideias, favorecendo o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 7**.

Transformação das unidades de medida de capacidade

Cada unidade de medida de capacidade é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior. Podemos dizer também que cada unidade de medida de capacidade é igual a $\frac{1}{10}$ da unidade imediatamente superior.

Observe o esquema a seguir, que mostra como fazer a conversão entre as diferentes unidades de medida de capacidade.



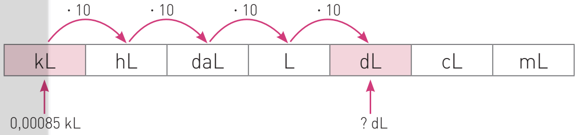
Agora, considere a seguinte situação.

Três recipientes são colocados sobre uma mesa. A medida de capacidade de um deles é 0,00085 kL, a do outro é 720 mL e a do terceiro é 6,9 dL. Qual deles tem a maior medida de capacidade?

Para que seja possível comparar essas medidas e responder a essa pergunta, é preciso deixar todas as medidas na mesma unidade. Vamos converter todas as medidas para decilitro.

Convertendo 0,00085 quilolitro em decilitro

Partindo do quilolitro no esquema a seguir e deslocando quatro posições para a direita, chegamos ao decilitro.



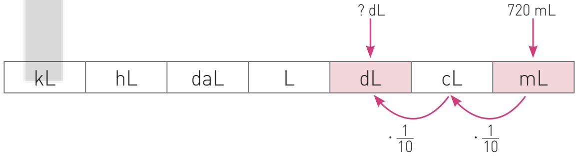
Com isso, podemos perceber que, para converter 0,00085 quilolitro em decilitro, temos de multiplicar 0,00085 por 10 000, pois 10 · 10 · 10 · 10 = 10 000. Assim:

$$0{,}00085 \cdot 10\,000 = 8{,}5$$

Logo, 0,00085 kL = 8,5 dL.

Convertendo 720 mililitro em decilitro

Partindo do mililitro no esquema a seguir e deslocando duas posições para a esquerda, chegamos ao decilitro.



ÁGUA: ESSA RESPONSABILIDADE TAMBÉM É SUA!

Leia este trecho de reportagem.

> [...] Apesar da iminente queda no acúmulo de água dos reservatórios, os números ainda são melhores do que os anos que sucederam a estiagem que teve início em 2012.
>
> Até o dia 13 de maio, o aporte acumulado de 2021 foi de 1,51 bilhão de metros cúbicos. Em 2020, somente no mês de março, houve um acúmulo de 2,55 bilhões de metros cúbicos. Entretanto, o número apresentado neste ano já supera as recargas registradas por ano, de 2012 a 2017.
>
> "A recarga de 2021 não está sendo tão boa quanto a recarga de 2020. Ela é menor que o aporte de 2020, 2019 e 2018. Mas um pouco maior que a de 2017, e bem maior que as de 2012 até 2016. Então, é uma recarga baixa, não é o que nos satisfaz, mas ela está melhor do que as recargas do auge da seca, menor apenas que a dos últimos três anos", explica Francisco Teixeira, secretário dos Recursos Hídricos do Estado.
>
> [...]

Gabriel Borges. Ceará não deverá manter crescimento no aporte de água registrado nos últimos anos. *O Povo*, 15 maio 2021. Disponível em: https://www.opovo.com.br/noticias/ceara/2021/05/15/ceara-nao-devera-manter-crescimento-no-aporte-de-agua-registrado-nos-ultimos-anos.html. Acesso em: 25 fev. 2022.

- **O estado em que você mora já passou por uma crise hídrica? Que hábitos você mudou para contribuir na redução desse problema? Converse com os colegas e o professor.**

Respostas pessoais.

Observando o esquema, podemos perceber que, para converter 720 mililitros em decilitros, temos de multiplicar 720 por $\frac{1}{100}$, pois $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$. Assim:

$$720 \cdot \frac{1}{100} = 7,2$$

Logo, 720 mL = 7,2 dL.

Comparando as três medidas, concluímos que o recipiente com maior capacidade é o que mede 8,5 dL, pois:

$$8,5 \text{ dL} > 7,2 \text{ dL} > 6,9 \text{ dL}$$

Perceba que convertemos as medidas em decilitro, mas poderíamos tê-las convertido em quilolitro ou em mililitro.

PARA EXPLORAR

***Medidas desesperadas: comprimento, área e volume*, de Kjartan Poskitt. São Paulo: Melhoramentos, 2005.**

Com explicações repletas de diversão, o livro trabalha com unidades de medida de comprimento, de área e de volume.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

26. a) Mililitro.

26. Indique a unidade de medida (litro ou mililitro) que você considera mais conveniente para expressar a capacidade destes recipientes: **Respostas possíveis:**

a) copo de água; c) caixa-d'água; **Litro.**

b) piscina; **Litro.** d) seringa de injeção. **Mililitro.**

27. Escreva as seguintes quantidades em centímetro cúbico.

a) 0,05 L **50 cm³** b) 8 cL **80 cm³** c) 37 mL **37 cm³**

28. Escreva as seguintes quantidades em litro.

a) 3,5 dm³ **3,5 L** c) 1 500 mm³ **0,0015 L**

b) 2 000 cm³ **2 L** d) 2 m³ **2 000 L**

29. No caderno, associe os valores correspondentes. **a – III; b – I; c – IV; d – II.**

a) 1 000 L I) 1 000 mL

b) 1 L II) 100 L

c) 10 cL III) 1 kL

d) 10 daL IV) 1 dL

30. Expresse as seguintes quantidades em mililitro.

a) 5 L **5 000 mL** d) 0,3 L **300 mL**

b) 0,05 L **50 mL** e) 26 dL **2 600 mL**

c) 1,8 cL **18 mL** f) 14 hL **1 400 000 mL**

31. Expresse as seguintes quantidades em litro.

a) 4 cL **0,04 L** d) 42 kL **42 000 L**

b) 10,60 daL **106 L** e) 13 cL **0,13 L**

c) 180 hL **18 000 L** f) 0,005 kL **5 L**

32. Observe os recipientes cheios de suco de frutas e, depois, responda às questões.

Ilustrações: Danillo Souza/ID/BR

a) Quantos mililitros de suco de uva estão na mesa? E quantos mililitros de suco de laranja? **1 000 mL; 400 mL.**

b) Quantos litros de suco de abacaxi estão na mesa? E quantos litros de suco de laranja? **0,150 L; 0,4 L.**

c) Qual é o total de centilitros de suco de frutas que estão sobre a mesa? **155 cL**

33. Uma lanchonete vende café em xícaras de 50 mL de medida de capacidade.

Quantos reais a lanchonete obterá com a venda de 5 L de café? **R$ 350,00.**

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Sugira aos estudantes que façam a atividade a seguir como tarefa de casa ou que tragam para a sala de aula uma conta de água e realizem-na ao concluírem as atividades propostas nesta página.

Você sabia que o consumo de água em nossa casa é medido em metro cúbico? Um consumo de água de 18 m³ indica que poderíamos preencher 18 cubos de 1 m de aresta com a água que gastamos no mês.

Pegue uma conta de água de sua residência e responda: Qual é o consumo mensal de água de sua família em metro cúbico? Qual seria esse consumo em litro?

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.
- O objetivo da atividade **1** é usar três pedaços de barbante de medidas de comprimento diferentes para medir o comprimento de um mesmo objeto. Então, peça aos estudantes, com antecedência, que tragam barbante para essa aula ou garanta que esse material esteja disponível para eles. Nessa atividade, os estudantes devem observar que, quanto menor o comprimento do barbante utilizado como unidade de medida, mais vezes ele deverá ser usado para medir o objeto.
- Para realizar a atividade **2**, os estudantes precisam transformar metro em milímetro ou vice-versa. Enfatize que a conversão é necessária e deve ser feita antes da divisão.

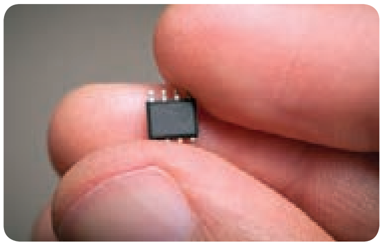
  Após a resolução dessa atividade, converse com os estudantes perguntando se eles sabem o que são *microchips*, como são produzidos, em quais aparelhos são utilizados e qual é a finalidade desse circuito para processar informações. É provável que eles remetam o termo apenas à utilização em aparelhos com os quais eles têm contato no dia a dia, como *smartphones*, televisores, computadores, etc. Amplie esse debate e comente com eles sobre um projeto-piloto realizado pela Universidade de São Paulo (USP) no qual *chips* permitem acessar dados de monitoramento sobre a saúde da árvore na qual está implantado, zelando pelo meio ambiente e pelo bem-estar das pessoas nas áreas urbanas (disponível em: https://jornal.usp.br/universidade/chips-ajudam-monitorar-arvores-e-podem-evitar-riscos-de-queda/; acesso em: 29 mar. 2022). Incentive-os a refletir sobre novas possibilidades de uso desse recurso tecnológico na gestão ambiental. Esse debate contribui para a reflexão do uso da tecnologia para o bem-estar social e ambiental e desenvolve os **Temas Contemporâneos Transversais** Ciência e Tecnologia e Educação Ambiental, que pertencem, respectivamente, às macroáreas **Ciência e Tecnologia** e **Meio Ambiente**.
- No item **b** da atividade **4**, a pesquisa sobre a pintora e desenhista brasileira Tarsila do Amaral (1886-1973) pode ser feita de maneira interdisciplinar com o professor de Arte. A artista foi uma das principais figuras do Modernismo brasileiro, que despontou na Semana de Arte Moderna de 1922. Sua obra *Abaporu* (1928) inaugurou o chamado Movimento Antropofágico (*abaporu*, em tupi-guarani, significa “homem que come carne humana”). Oriente os estudantes a fazer uma pesquisa sobre a pintora em seu *site* oficial (disponível em: https://tarsiladoamaral.com.br/; acesso em: 29 mar. 2022) e a buscar livros que tratem da artista e desse movimento artístico, socializando as informações de maneira oral ou escrita. Esse debate contribui para refletir sobre o movimento que procurava se libertar da cultura europeia presente na arte brasileira da época e transformá-la, valorizando a pluralidade cultural em nosso país e desconstruindo estereótipos – tanto regionais quanto relativos a grupos étnico-sociais e culturais – que remanescem até os dias atuais. Esse trabalho desenvolve os **Temas Contemporâneos Transversais** Diversidade Cultural e Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras, que pertencem à macroárea **Multiculturalismo**.
- Na atividade **5**, para calcular a medida da área destinada ao cultivo do feijão, os estudantes podem calcular a porcentagem fazendo 100% − 40% − 35% = 25% e, em seguida, calcular 25% de 12 hm^2, chegando a 3 hm^2.
- Na atividade **7**, os estudantes devem observar que, quanto menor o volume do recipiente utilizado como unidade de medida, maior será a parte numérica da medida obtida.

DIVERSIFICANDO

1. Resposta possível: Quanto maior o tamanho do barbante, menor será a parte numérica. Caso os estudantes não percebam a relação, peça a eles que meçam outros objetos usando os mesmos três pedaços de barbante.

1. Reúna-se com dois colegas. Com a orientação do professor, vocês vão cortar três pedaços de barbante: um com 10 cm, outro com 20 cm e o último com 30 cm. Depois, meçam um mesmo objeto utilizando cada um dos pedaços do barbante. Existe uma relação entre as medidas obtidas e o comprimento do barbante? Expliquem.

2. A fotografia a seguir mostra um *microchip*. Supondo que ele meça 4 mm de comprimento, quantos iguais a esse caberiam enfileirados por seu comprimento, um ao lado do outro, em 1 metro? **250 *microchips*.**



Bluskystudio/Shutterstock/ID/BR

↑ Pessoa segurando um *microchip*.

3. Júlia foi a uma papelaria comprar 10 m e 50 cm de fita. Se cada metro de fita custa R$ 3,20, quanto ela vai gastar? Calcule mentalmente. **R$ 33,60**

4. O nome da pintura reproduzida a seguir é *Abaporu*.

Coleção particular, Buenos Aires. Fotografia: ID/BR

↑ Tarsila do Amaral. *Abaporu*, 1928. Óleo sobre tela, 85 cm × 72 cm.

Essa é uma das obras mais famosas da pintora Tarsila do Amaral. As dimensões da obra original são 85 cm por 73 cm.

a) Calcule a medida do perímetro do quadro original. **316 cm**

b) Com um colega, faça pesquisas sobre a pintora Tarsila do Amaral e sua obra. Depois, com a ajuda do professor, organizem uma roda de conversa para compartilhar o que cada dupla encontrou. **Resposta pessoal.**

5. Em um sítio com 12 hm^2 de medida de área reservados para cultivo, as terras serão utilizadas da seguinte maneira:

(Representações sem proporção de tamanho entre si)

- 40% para cultivo de algodão.

natu/Shutterstock.com/ID/BR

- 35% para cultivo de arroz.

mayakova/Shutterstock.com/ID/BR

- O restante para cultivo de feijão.

VR Photos/Shutterstock.com/ID/BR

Indique no caderno a medida de área, em hectômetro quadrado, que será utilizada para o cultivo:

a) de algodão; **4,8 hm^2**

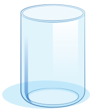
b) de arroz; **4,2 hm^2**

c) de feijão. **3 hm^2**

6. Uma horta com formato quadrado foi cercada. Sabendo que foram utilizados 28 m de fio para cercá-la, determine a medida da área ocupada pela horta. **49 m^2**

Responda sempre no caderno.

7. Para medir o volume de água em um recipiente, Camila usou um copo. Depois, Daniel mediu o mesmo volume de água usando uma jarra.



Copo.

Jarra.

Ilustrações: ID/BR

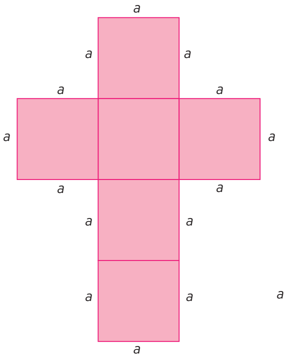
Quem obteve a medida numericamente maior? **Camila.**

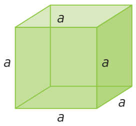
8. Indique no caderno qual destas alternativas apresenta uma medida que não parece ser razoável. **Alternativa a.**

a) Um caminhão com capacidade medindo 100 dm^3.

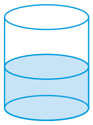
b) Um contêiner com capacidade medindo 33 m^3.

9. Se a medida do perímetro da figura rosa é 168 cm, qual é a medida do volume do cubo verde em decímetro cúbico? **1,728 dm ^{3}**

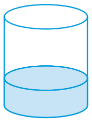




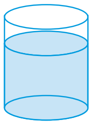
10. Considere que os três recipientes ilustrados a seguir são idênticos.



Recipiente A



Recipiente B



Recipiente C

Em cada recipiente, foi colocada uma quantidade de água diferente.

a) Qual dos recipientes contém o maior volume de água? E qual contém o menor volume de água? **O recipiente C; o recipiente B.**

b) Qual dos recipientes apresenta a maior medida de capacidade? E qual apresenta a menor? **Os três recipientes apresentam a mesma medida de capacidade.**

11. Um posto de saúde precisa vacinar 12 mil pessoas contra a febre amarela. Cada dose dessa vacina corresponde a uma ampola de 0,5 mL, e o laboratório enviou um lote de 75 dL da vacina ao posto. **11. b) Sobrarão 3 000 doses dessa vacina.**

a) Determine a quantidade de pessoas que é possível vacinar contra a febre amarela com o lote enviado ao posto de saúde. **15 000 pessoas.**

b) Após vacinar todas as pessoas, sobrarão ou faltarão doses dessa vacina? Se sim, quantas?

12. De acordo com a Companhia de Saneamento Básico de São Paulo (Sabesp), em um período de 24 horas (1 dia), uma torneira com gotejamento rápido desperdiça 32 litros de água.

a) Determine a quantidade de galões de 20 L que podem ser preenchidos com a água desperdiçada por uma torneira com gotejamento rápido no período de 30 dias. **48 galões.**

b) Elabore uma lista com algumas sugestões para evitar desperdício de água. Depois, converse com os colegas sobre sua lista. **Resposta pessoal.**

13. Com um colega, faça o que se pede em cada item. **Respostas pessoais.**

a) Criem uma cena que envolva as grandezas indicadas.

I. Comprimento	III. Volume
II. Área	IV. Capacidade

b) A partir da cena que vocês criaram no item anterior, elaborem problemas envolvendo as grandezas I, II, III e IV.

c) Troquem de caderno com outra dupla para que eles resolvam os problemas criados por vocês e vocês resolvam os problemas criados por eles.

d) Em sua opinião, qual foi a maior dificuldade desta atividade: Criar a cena, formular os problemas ou resolver os problemas? Converse com os colegas e o professor.

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nesta seção possibilitam que os estudantes resolvam, por meio de estratégias variadas, problemas relacionados às grandezas comprimento, área, volume e capacidade, compreendendo os processos envolvidos neles, o que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24**.

No item **b** da atividade **12**, elaborar uma lista com sugestões para evitar o desperdício de água é uma forma de o estudante defender ideias que respeitem e promovam a consciência socioambiental e o consumo responsável, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 7**.

A atividade **13** promove a interação com os colegas, ao se reunirem para formular e resolver problemas em duplas, possibilitando o exercício da empatia, do diálogo e da cooperação e o respeito ao modo de pensar do colega por meio de um aprendizado mútuo, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 8** e da **competência geral 9**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Se os estudantes encontrarem dificuldade em perceber que, considerando qualquer grandeza, se escolhermos uma unidade de medida menor e uma maior, obteremos uma medida numericamente maior ao usar a unidade de medida menor, faça experimentos práticos na sala de aula. É possível aproveitar os contextos das atividades desta seção:

- traga um copo e uma jarra para medir o volume de água de um recipiente;
- peça aos estudantes que repitam a experiência da atividade **1**;
- traga dois pedaços de retalho de tamanhos diferentes para medir a área da lousa.

Faça as medições com os estudantes para que eles verifiquem que isso vale para qualquer grandeza.

CAPÍTULO 2

Conteúdos

- Vistas.
- Plantas baixas.
- Escalas.

Objetivos

- Identificar os diferentes pontos de vista: horizontal, oblíquo e vertical.
- Interpretar, descrever e produzir plantas baixas.
- Ampliar e aplicar os conhecimentos adquiridos sobre o cálculo de medidas de perímetro e de área, integrando teoria e prática.
- Compreender o que é e como calcular escalas.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de observar diversas vistas de objetos e construções, bem como de identificar e representar plantas baixas. Além disso, as escalas de mapas serão analisadas tendo como suporte conhecimentos que envolvem unidades de medida de comprimento.

  O estudo de vistas e escalas contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico e espacial dos estudantes, favorecendo a autonomia nas resoluções de problemas e nas tomadas de decisões em situações que envolvem esse tipo de pensamento.

VISTAS

- Após a leitura do parágrafo inicial, proponha aos estudantes uma conversa em torno da expressão "depende do ponto de vista". Permita que compartilhem as experiências que eles têm do uso dessa expressão.
- Reforce com os estudantes que, dependendo do ponto de vista pelo qual estamos observando uma paisagem, percebemos elementos distintos. Para isso, tome como parâmetro um elemento de uma das imagens e oriente os estudantes a observar como ele se comporta nas demais vistas. Como exemplo, pode-se considerar a rampa do Congresso Nacional. Na vista horizontal e na vista oblíqua, é possível perceber sua inclinação. Entretanto, do ponto de vista vertical, essa característica não é tão perceptível.
- Se possível, traga para a sala de aula outras imagens de paisagens para que os estudantes analisem e identifiquem de que vista se trata.
- Aproveite a foto de abertura do capítulo para conversar com os estudantes sobre o que é e o que se faz no Congresso Nacional. Comente que o Congresso Nacional é a sede do poder legislativo brasileiro e o principal órgão com função representativa do Brasil.

Capítulo

2 VISTAS E PLANTAS BAIXAS

Neste capítulo, os estudantes terão contato com os conceitos de vistas, plantas baixas e escala. Para que essas ideias sejam absorvidas com eficácia, é importante que eles tenham compreendido os conceitos desenvolvidos no capítulo anterior, principalmente os referentes a unidades de medida de comprimento.

Vistas

Você já escutou a expressão "depende do ponto de vista"? Sabe o que ela significa? Muitas vezes, ao observar um lugar, enxergamos elementos distintos dependendo do ponto de vista pelo qual olhamos.

Você conseguiria dizer como é a parte superior da escola onde estuda olhando de frente para ela? E se você estivesse enxergando a escola do alto, por exemplo, em um helicóptero?

As diferentes posições de onde podemos observar uma paisagem são chamadas de **ponto de vista**.

Nesta imagem, podemos ver o Congresso Nacional do **ponto de vista horizontal**. Observe que a imagem foi obtida de frente e que é possível ver somente um dos lados dos elementos da paisagem.

↓ O Congresso Nacional é uma instituição composta pela Câmara dos Deputados e pelo Senado Federal. Ele fica em Brasília. Foto de 2022.

Alejandro Zambrana/ Shutterstock.com/ID/BR

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Uma maneira interessante de apresentar aos estudantes os diferentes pontos de vista de determinada paisagem é utilizar uma ferramenta de mapas *on-line*.

Reserve uma aula para levar os estudantes ao laboratório de informática (se a escola dispuser de um). Antes, certifique-se de que os computadores estarão conectados à internet. Escolha com eles um local que queiram consultar – pode ser a própria escola, um museu ou um parque da cidade.

Mostre aos estudantes que, com esse tipo de ferramenta, é possível observar um mesmo local de diferentes pontos de vista.

Agora, observe como podemos ver o Congresso Nacional de outros pontos de vista.

- **Ponto de vista oblíquo:** A foto a seguir foi obtida de um ponto de vista um pouco mais do alto e de lado. Observe que a paisagem é vista de modo inclinado, pois temos uma visão oblíqua. Perceba que a imagem permite ver alguns elementos da parte de cima e de partes laterais da paisagem.

2021 Maxar Technologies/Google Earth

Congresso Nacional visto do alto e de lado. Imagem de 2022.

- **Ponto de vista vertical:** A foto a seguir foi obtida de cima para baixo e nos dá uma visão vertical. Perceba que é possível observar principalmente a parte superior dos elementos que compõem a paisagem.

2021 Maxar Technologies/Google Earth

Congresso Nacional visto de cima. Imagem de 2022.

+ INTERESSANTE

Drones

De maneira geral, a vista vertical é a que propicia a melhor visualização da distribuição dos elementos nas paisagens. Mas, afinal, como as fotos aéreas são produzidas? Antigamente, elas eram obtidas por meio de voos em balões, porém atualmente existem diversas outras tecnologias. Uma delas é o *drone*, objeto controlado por controle remoto que é capaz de sobrevoar longas distâncias e pode carregar câmeras.

Naypong Studio/Shutterstock.com/ID/BR

***Drone* com câmera acoplada.**

- Explore também as figuras geométricas que podem ser observadas nessa construção, estabelecendo relações com alguns conteúdos de Geometria.

DE OLHO NA BASE

Compreender as relações entre os diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento contribui para o desenvolvimento da **competência específica de Matemática 3**.

- Observe se os estudantes compreendem as diferenças entre os pontos de vista apresentados. É possível que eles sintam dificuldade em compreender o ponto de vista oblíquo. Se isso ocorrer, reforce que nesse tipo de vista é possível ver alguns elementos da lateral e da parte superior da figura.
- Depois de apresentar os três pontos de vista, proponha aos estudantes que os descrevam, destacando as diferenças entre o modo como os elementos são apresentados em cada um deles.
- Desenvolva atividades utilizando objetos de vários formatos que possam ser observados de diferentes pontos de vista, como estojos, livros, lápis, moedas, copos, carteiras, cadeiras, lixeiras e armários.

DE OLHO NA BASE

Interpretar e descrever vistas aéreas favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA28**.

+ INTERESSANTE

De maneira geral, estudantes dessa faixa etária se interessam por assuntos relacionados à tecnologia. Assim, explore o tema proposto no boxe. Comente que *drone* é um nome genérico e informal para objetos voadores não tripulados. No Brasil, os *drones* utilizados para lazer são considerados aeromodelos e os que são utilizados para outros fins, como pesquisas, comércio ou experimentos, são considerados veículos aéreos não tripulados (vant).

Comente que, antes dos *drones*, as imagens da construção civil eram feitas por câmeras instaladas em balões ou por um fotógrafo que, em um pequeno avião ou helicóptero, tirava as fotos solicitadas. Além de ter custo bastante elevado, as imagens demoravam muito para ficarem prontas e serem entregues aos clientes. Os *drones* seguem as regras da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac).

PLANTAS BAIXAS

- Antes de ler o texto destas páginas, pergunte aos estudantes se eles já viram imagens como as mostradas e se conhecem essas representações. É possível que já tenham visto representações desse tipo, mas que não saibam dizer que se tratam de plantas baixas. Em relação à segunda imagem, eles podem dizer que já viram imagens parecidas em aplicativos que auxiliam nos deslocamentos.
- Em seguida, leia o texto com os estudantes e certifique-se de que todos compreenderam que as plantas baixas são representações planas que possibilitam a observação de alguns detalhes de uma região.
- Espera-se que os estudantes concluam que há 3 quartos no apartamento de Válter e Raul, por meio da observação de alguns elementos presentes em um quarto, como camas e armários.
- Antes de ir para a página seguinte, proponha aos estudantes outras questões para incentivar a interpretação dessas plantas. Para a planta do apartamento de Válter e Raul, pergunte, por exemplo, quais são os cômodos do apartamento, quantos banheiros há no apartamento e se a lavanderia está mais próxima da sala ou da varanda. Para a planta de parte da superfície terrestre, questione-os em relação aos itens utilizados. Além disso, se julgar oportuno, retome os conceitos de posições relativas entre retas no plano.
- Dê atenção especial aos itens propostos no boxe *Pare e reflita*. As questões propostas permitem diferentes respostas. Assim, organize uma roda de conversa para que os estudantes discutam como pensaram para respondê-las. Para o segundo tópico, verifique a necessidade de retomar as noções de lateralidade (direita e esquerda) e incentive os estudantes a utilizar os conhecimentos sobre giros, vistos anteriormente.

DE OLHO NA BASE

Interpretar e descrever uma planta baixa simples de uma residência ou de parte de uma superfície terrestre contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA28**.

Plantas baixas

Válter e Raul decidiram vender o apartamento em que moram. Ao contratar uma imobiliária, eles foram informados de que seria preciso fazer uma planta baixa do apartamento para incluir nos anúncios. Veja como ficou a planta baixa.


Danilo Souza/ID/BR

Observando a planta baixa, é possível saber quantos quartos tem o apartamento de Válter e Raul? **Sim, há 3 quartos.**

As plantas baixas são representações planas que possibilitam a observação de alguns detalhes de uma região. Nessa planta, por exemplo, foi representado o apartamento de Válter e Raul. Por meio dessa representação, é possível observar a quantidade de quartos, a disposição dos cômodos, onde fica a varanda, entre outros.

As plantas baixas também podem ser utilizadas para representar parte de uma superfície terrestre. Veja.

João Picoli/ID/BR

- **Sairia da varanda, passaria pela sala de jantar e, então, chegaria à sala.**
- **Há várias possibilidades de resposta. Uma delas é seguir na direção da rua Rodrigo de Campos, virar à direita e, então, seguir em frente até o museu.**
- **Espera-se que os estudantes percebam que, na primeira imagem, não é possível ver alguns detalhes de decoração nem, por exemplo, onde estão as tomadas da casa ou os utensílios que estão nos armários. Na planta baixa da região, espera-se que os estudantes percebam que não é possível identificar o sentido das ruas nem onde estão os semáforos, por exemplo.**

PARE E REFLITA

Observe novamente as plantas baixas desta página e reflita sobre os seguintes questionamentos:

- Se você estivesse na varanda do apartamento de Válter e Raul, como faria para ir até a sala?
- Se você estivesse na rua William Nivaldo, como faria para chegar até o Museu de Arte Contemporânea?
- Que detalhes importantes você não consegue identificar em cada uma das plantas baixas?

(IN)FORMAÇÃO

Uso do Google Mapas como recurso didático para mapeamento do espaço local por crianças do Ensino Fundamental I da cidade de Ouro Fino/MG

[...]

Não serão as novas tecnologias que irão proporcionar uma revolução no ensino, mas a forma como ela pode ser aproveitada pelo professor. É preciso ter consciência de que a escola não tem mais o monopólio do conhecimento e que o uso da tecnologia pode dar respostas às novas necessidades da sociedade. Se considerarmos a necessidade de trabalhar com a realidade do aluno, a tecnologia possibilita ao professor uma nova forma de ensino e o Google mapas, através de seus mapas e ferramentas, permite essa prática. Os alunos podem ser conscientizados de que a tecnologia no ensino é uma realidade e vem crescendo a cada ano, que há uma grande demanda por profissionais que dominem essas tecnologias e que esses profissionais podem ser eles.

[...]

Assim como a maioria dos mapas digitais, o Google mapas possui uma importante ferramenta que é "Zoom". Com ela, a criança pode trabalhar com múltiplas escalas, permitindo-lhe uma visão ora mais detalhada, ora mais abrangente da cidade e de seu percurso. A possibilidade de trabalhar o mesmo mapa em diferentes escalas é uma das principais vantagens do mapa digital em relação ao mapa em papel.

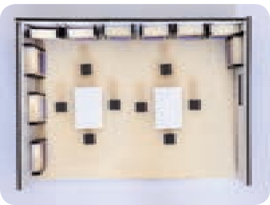
Quando o aluno constrói o caminho usando a linha, o próprio Google mapas fornece a medida em metros, permitindo ao professor trabalhar a noção de distância aproximada dos pontos (casa-escola).

Agora, acompanhe como um garoto desenhou a planta baixa da biblioteca da escola em que estuda.

1º passo: Após observar com atenção a disposição dos elementos da biblioteca, utilizando alguns materiais simples, o garoto confeccionou uma maquete desse espaço. Depois, ele observou a maquete verticalmente, de cima para baixo, pois, desse modo, ele conseguia visualizar a disposição das estantes, das mesas e de outros elementos.

maquete: representação em miniatura de uma região ou paisagem.

↑ Garoto observando a maquete.



↑ Maquete vista de cima.

Fotografias: Dotta2/ID/BR

2º passo: Observando verticalmente a maquete, o garoto representou a biblioteca em um desenho, ou seja, produziu uma planta baixa.

↑ Garoto desenhando a planta baixa a partir da observação da maquete.

↑ Planta baixa da biblioteca.

- A situação apresentada nesta página foi pensada para que os estudantes sejam capazes de compreender as etapas necessárias para desenhar uma planta baixa.
- Se for possível, realize esta atividade com os estudantes. Ao vivenciar esse tipo de experiência, eles criam uma memória que facilita a compreensão do aprendizado.

  Para isso, providencie com antecedência uma caixa de papelão (pode ser uma caixa de sapato), tesoura com pontas arredondadas, cola e fita adesiva, caixinhas de fósforo vazias, tampinhas de garrafas PET ou outros materiais de fácil acesso, plástico transparente ou papel-celofane e caneta esferográfica colorida.

  Combine com os estudantes de que local será feita a maquete – pode ser, por exemplo, da própria sala de aula. Caso seja da sala de aula, solicite a eles que observem com atenção os elementos desse espaço e, juntos, construam a maquete. Comente com eles que serão representados apenas os principais elementos da sala de aula.

  Depois de a maquete estar pronta, cubra a parte aberta da caixa de papelão com o plástico transparente. Use as fitas adesivas para fixar. Copie sobre o plástico transparente o formato e a localização dos elementos da maquete, vistos do alto, tendo uma visão vertical da maquete. Para que todos os estudantes o vejam executando essa tarefa, organize a turma em um semicírculo.

  Depois de concluir os traçados, desgrude o plástico da caixa de papelão e mostre aos estudantes que o desenho obtido corresponde a uma planta baixa da maquete que eles construíram.

DE OLHO NA BASE

A situação proposta nesta página permite que os estudantes verifiquem como é o processo de desenhar uma planta baixa, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA28**.

Depois, o aluno pode, através da opção “localização”, entrar com o nome da rua de sua casa e da escola e simular, através do tempo e distância, o mesmo percurso feito a pé, de carro ou de transporte público. Outras informações lineares podem ser representadas[,] como as rotas das linhas de ônibus, as linhas de abastecimento de água e captação de esgoto.

Para estudar o bairro ou outras áreas, pode-se usar a ferramenta que permite a construção do “polígono” para determinação da área, destacando a localização das indústrias, comércio, bancos, serviços públicos e equipamentos urbanos, permitindo uma análise de sua distribuição sobre o espaço da cidade. Este trabalho poderá ser iniciado analisando os bairros em que as crianças moram e o bairro onde está localizada a escola. Para cada símbolo postado no mapa, é possível vincular informações adicionais como fotos, vídeos, tabelas e textos. A desvantagem dessa ferramenta é que ela não fornece a medida da área, possibilita apenas sua formatação gráfica.

As ferramentas (ponto, área e linha) possibilitam um ensino sistematizado do espaço local, proporcionando o conhecimento geográfico do espaço de vivência do aluno, procurando despertar o interesse em conhecer, cada vez mais, seu espaço de vivência, contribuindo para a formação de um cidadão mais consciente.

[...]

FONSECA, R. A. *Uso do Google Mapas como recurso didático para mapeamento do espaço local por crianças do Ensino Fundamental I da cidade de Ouro Fino/MG*. 2010. (Tese de Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010. p. 92; 97-98. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/104312. Acesso em: 14 jun. 2022.

ESCALAS

- Antes de iniciar o trabalho com estas páginas, retome com os estudantes as ideias relacionadas à proporção, vistas na unidade 4: duas figuras são semelhantes quando as medidas dos ângulos correspondentes são iguais e as medidas dos lados correspondentes são proporcionais, ou seja, ao dividir as medidas dos lados da figura ampliada ou reduzida pelas medidas correspondentes na figura original, obtemos sempre o mesmo valor.
- Informe os estudantes que, ao desenhar uma planta baixa ou uma vista de um objeto, é importante manter a proporção dos elementos representados e que a escala é um recurso que contribui para manter a proporção entre os elementos.
- Enfatize que, para elaborar uma planta baixa de uma residência, uma maquete ou um mapa que represente o objeto real, com suas proporções reais, deve-se utilizar uma razão de semelhança denominada escala. Quanto menor a escala, mais detalhes é possível visualizar.
- Solicite aos estudantes que observem as imagens e leiam as respectivas legendas. Verifique se eles conhecem o símbolo da rosa dos ventos. Caso não saibam o que esse símbolo representa, explique que ele é usado para indicar os pontos cardeais (Norte, Sul, Leste e Oeste). Além disso, verifique se eles percebem que, próximo ao símbolo, está indicada a escala.
- Registre na lousa as escalas utilizadas em cada uma das imagens. Incentive os estudantes a observar a relação entre a escala utilizada e a riqueza de detalhes de cada imagem. Espera-se que eles percebam que, quanto maior for a escala utilizada, menor será a riqueza de detalhes.
- Certifique-se de que os estudantes compreendem que a escala numérica é a relação entre as medidas do desenho de um objeto e seu tamanho real expressa em números. Em uma escala 1 : 100 (lê-se: 1 por 100 ou 1 em cada 100), o número 1 indica a unidade de medida – que pode ser em centímetro, em milímetro ou em qualquer outra unidade de medida – e o número 100 indica quantas vezes o tamanho real foi reduzido.

Escalas

Observe a sequência de fotografias a seguir.

Imagens: 2021 Image Landsat/ Copernicus/Google Earth

Vista aérea de parte do município de Curitiba (PR), na qual é possível ver em poucos detalhes o Jardim Botânico. Imagem de 2022.

Vista aérea de parte do município de Curitiba (PR), na qual é possível ver o Jardim Botânico com um pouco mais de detalhes. Imagem de 2022.

Vista aérea de parte do município de Curitiba (PR), na qual é possível ver uma parte do Jardim Botânico mais de perto. Imagem de 2022.

Você percebeu que as fotografias apresentam diferenças em relação aos detalhes dos elementos representados? Em qual delas é possível identificar mais detalhes?

Resposta pessoal. A última foto é a que possibilita a observação de mais detalhes do Jardim Botânico.

Essas diferenças se devem à **escala** em que as imagens foram produzidas. A escala indica a medida a que cada unidade de medida da representação corresponde no objeto ou na paisagem real.

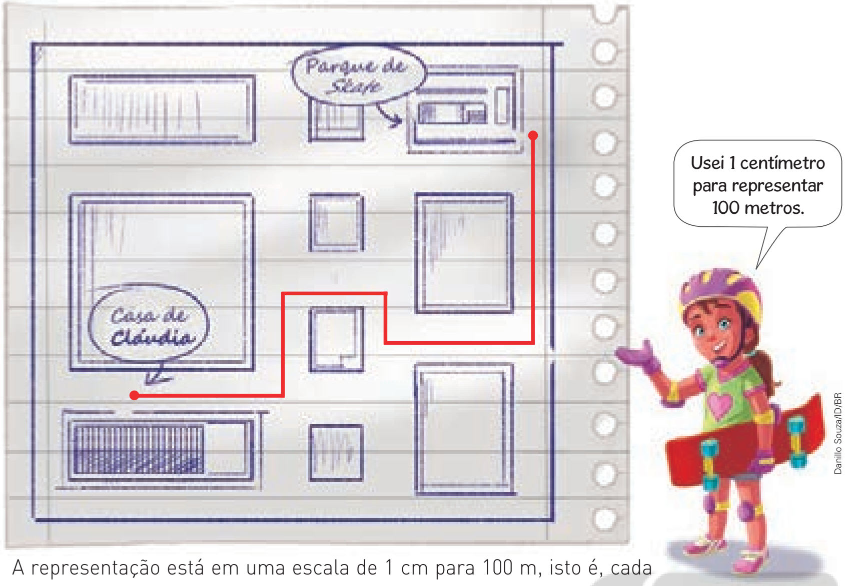
OUTRAS FONTES

Google Earth. Disponível em: https://earth.google.com/web/. Acesso em: 17 fev. 2022.

Nesse *site*, é possível explorar a localização do mesmo local sob diferentes escalas e, com isso, permitir que os estudantes sejam capazes de comparar as escalas utilizadas com a riqueza de detalhes das imagens.

Agora, acompanhe outra situação em que usamos escala.

Cláudia combinou com sua mãe de andar de *skate* em um parque recém-inaugurado. Para facilitar a chegada ao parque, ela fez uma planta baixa para a mãe indicando o trajeto da casa delas até o parque. Observe.



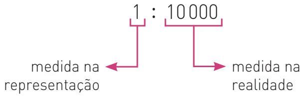
Danillo Souza/ID/BR

A representação está em uma escala de 1 cm para 100 m, isto é, cada 1 cm de medida de comprimento na planta baixa equivale a 100 m (10 000 cm) na realidade.

Podemos indicar essa informação de duas maneiras.

1ª maneira: Escala numérica

Como 1 cm está para 10 000 cm, indicamos:



2ª maneira: Escala gráfica

Se julgar conveniente, comente com os estudantes que geralmente as escalas numéricas são indicadas em centímetros.

Para encontrar a distância real do trajeto da casa de Cláudia até o parque, primeiro medimos o comprimento desse trajeto na planta baixa.

Ao fazer essa medição com o auxílio de uma régua, concluímos que o trajeto mede 15 cm.

Depois, multiplicamos esse valor (15 cm) pela medida correspondente a cada centímetro na realidade, no caso, 100 m.

$$15 \cdot 100 = 1\,500$$

Logo, a distância real do trajeto entre a casa de Cláudia e o parque mede 1 500 m de comprimento.

- Proponha outras atividades que envolvam o uso de escalas com o intuito de assegurar que os estudantes assimilaram esse conteúdo.
- Se houver a possibilidade, leve os estudantes ao laboratório de informática e permita que eles utilizem *softwares* que trabalhem com o mesmo mapa em diferentes escalas. Uma das principais vantagens dessa tecnologia é permitir que os estudantes manipulem o mapa do mesmo local utilizando diferentes escalas. No papel, essa verificação seria muito trabalhosa e até mesmo inviável.
- Caso os estudantes apresentem dificuldade em compreender os cálculos apresentados no Livro do Estudante, faça na lousa o passo a passo de cada uma das maneiras. Na primeira maneira, leia a representação da escala como "1 centímetro na representação da planta baixa equivale a 10 000 centímetros na representação real". Já na segunda maneira, "1 centímetro na representação da planta equivale a 100 metros na representação real". Verifique se há necessidade de retomar a conversão de unidades de medida de comprimento para que eles compreendam que 100 m equivalem a 10 000 cm.
- Outra possibilidade para explorar o conteúdo de escalas é desenvolvê-lo de maneira integrada com o componente curricular Geografia. Para isso, converse com o professor desse componente e compartilhe suas necessidades.

DE OLHO NA BASE

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento contribui para a perseverança na busca de soluções, como prescrito pela **competência específica de Matemática 3**.

- As atividades desta página foram pensadas para desenvolver os temas vistas, escalas e plantas baixas.
- Na atividade **1**, se possível, apresente outras imagens dos locais propostos, mas com outras vistas. Solicite aos estudantes que façam comparações e tentem explicar como pensaram para determinar de qual ponto de vista cada uma das imagens foi tirada.
- Explore a situação proposta na atividade **2**, item **a**, para promover uma roda de conversa acerca das vagas destinadas a idosos, gestantes e pessoas com deficiência. Procure conduzir a conversa de modo que os estudantes reflitam sobre a importância dessas vagas e o respeito ao estacionar na vaga correta. Como eles ainda não dirigem, volte a discussão para o universo deles, por exemplo, usando a questão de assentos preferenciais em ônibus, trens e metrôs.

  É possível que muitos estudantes apresentem dificuldade em responder ao item **c** da atividade **2**. É provável que essa dificuldade se deva à complexidade da percepção espacial em questão. Para auxiliá-los, utilize alguns objetos simples ou peça aos próprios estudantes que se organizem de modo a representar a situação do estacionamento.
- Na atividade **3**, solicite aos estudantes que representem a escala utilizada com o objetivo de verificar se eles compreenderam as notações apresentadas.

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas permitem ao estudante interpretar e descrever plantas baixas simples, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA28**.

RESPOSTA

2. a) 3 vagas. Uma possível descrição é dizer que as vagas para pessoas com deficiência são as três últimas vagas laterais, à direita de quem entra no estacionamento.

2. b) Resposta possível: O carro vermelho está localizado nas vagas centrais do estacionamento, do lado esquerdo, na quinta vaga.

c) Espera-se que os estudantes percebam que não seria possível identificar onde o carro vermelho está estacionado, pois ele não apareceria na visão horizontal que Joaquim teria do estacionamento.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Observe as fotos e indique de qual ponto de vista elas foram obtidas.

a)


Stephen Lynn/iStock/Getty Images

O Taj Mahal é um dos monumentos mais conhecidos da Índia. Foto de 2022.

Ponto de vista horizontal.

b)


alxpin/iStock/Getty Images

Basílica de São Pedro, maior e mais importante edifício religioso do catolicismo, no Vaticano. Foto de 2021.

Ponto de vista oblíquo.

c)


2022 Maxar Technologies/Google Earth

Parte da cidade de Brasília, capital do Brasil. Imagem de 2022.

Ponto de vista vertical.

2. Joaquim trabalha em um estacionamento e controla o número de carros estacionados utilizando uma planta baixa. Veja, na imagem, como estava o estacionamento em certo momento de determinado dia.

Ilustrações: Danilo Souza/ID/BR

a) Quantas vagas reservadas a pessoas com deficiência existem nesse estacionamento? Descreva a localização dessas vagas. **Consulte a resposta neste manual.**

b) Partindo da guarita, como você faria para indicar a localização do carro vermelho?

c) Imagine que Joaquim esteja dentro da guarita do estacionamento. Sem sair de lá e sem olhar para a planta baixa do estacionamento, ele conseguiria identificar em que vaga está estacionado o carro vermelho? Converse com os colegas e o professor.

3. Matias utilizou um programa de computador para montar a planta baixa de seu quarto. Observe como ficou a representação.

Agora, leia o que Matias está dizendo.

a) Com o auxílio de uma régua, meça a parede em que a cama está encostada e determine a medida real dessa parede. **12 m.**

b) Em sua opinião, a escala utilizada por Matias está correta? Converse com os colegas e o professor.

c) Que escala você teria utilizado? Explique como você pensou. **Resposta pessoal. Uma resposta possível seria uma escala na qual 1 cm corresponde a 1 m.**

3. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que 12 m é uma medida considerada grande demais para a parede de um quarto de solteiro em geral. Se considerar pertinente, comente com eles as dimensões de uma cama de solteiro (1,88 m de medida de comprimento por 0,78 m de largura) para que eles avaliem o resultado obtido no item anterior.

DIVERSIFICANDO

Responda sempre no caderno.

1. Escolha um cômodo da sua casa e imagine os elementos dele observados de um ponto de vista vertical. Em uma folha de papel avulsa, produza uma planta baixa desse cômodo. Depois de pronta, você pode pintá-la e colocar legendas para identificar os itens representados. **Resposta pessoal.**

2. Desenhe uma planta baixa na qual seja possível observar o trajeto da sua casa até um local escolhido por você – pode ser a escola, um parque, um cinema, etc. Se necessário, retome a planta baixa da página 305. **Resposta pessoal.**

3. Observe o mapa e, depois, responda às questões.

Brasil: Divisão política atual

João Miguel A. Moreira/ID/BR

Fonte de pesquisa: *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 90.

a) A escala utilizada no mapa é de 1 centímetro para quantos quilômetros? **Para 370 quilômetros.**

b) No mapa, qual é a medida da distância aproximada, em linha reta, de Goiânia à cidade de Cuiabá em centímetros? Meça com uma régua. **2 cm**

c) Qual é a medida da distância real aproximada, em linha reta, entre essas cidades? **740 km**

d) Com um colega, pesquise na internet a medida da distância entre essas cidades. A medida encontrada por vocês é próxima da encontrada no item anterior? Comentem.

Espera-se que os estudantes encontrem uma medida diferente da obtida no item anterior. Instigue-os a descobrir os motivos de isso ocorrer. O objetivo é que eles percebam que a medida da distância que eles encontraram na internet provavelmente não é a medida da distância em linha reta, mas sim a medida da distância considerando as estradas e/ou os acessos possíveis.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.

DE OLHO NA BASE

As atividades desta seção propõem aos estudantes que desenhem plantas baixas simples de residências e trabalhem com vistas aéreas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA28**.

- Na atividade **1**, incentive os estudantes a utilizar a criatividade. Solicite que indiquem a escala utilizada e justifiquem como pensaram para construí-la. Oriente-os a desenhar a planta baixa em uma folha de papel avulsa para que, ao final, você organize uma exposição com os desenhos feitos por eles. Caso perceba que um ou outro estudante cometeu algum equívoco, corrija-o sem gerar constrangimento.
- Proceda de maneira parecida em relação à atividade **2**. Comente com os estudantes a importância de registrar pontos de referência, nome das ruas, entre outros.
- Permita aos estudantes que realizem a atividade **3** em duplas ou em trios.

  Amplie o item **a**, solicitando a eles que representem a escala do gráfico utilizando outra notação. Por exemplo: 1 : 37 000 000.

  No item **b**, pode haver pequenas variações nas medições.

  Caminhe pela sala de aula e observe como os estudantes resolvem o item **c**. Espera-se que eles percebam que é necessário multiplicar a medida obtida no item **b** por 370 km.

  Observe como os estudantes trabalham com as hipóteses do item **d**. Incentive-os a trocar informações.

  Explore a atividade solicitando aos estudantes que repitam os itens **b** e **c**, mas considerando outras cidades.

DE OLHO NA BASE

Incentivar a realização de atividades em duplas ou em grupos permite que os estudantes exercitem a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Utilize as atividades da seção *Diversificando* para avaliar se os estudantes ainda apresentam dificuldade nos conceitos e nas ideias relacionados a vistas (horizontal, vertical e oblíqua), plantas baixas e escalas.

Caso perceba que ainda há estudantes que apresentam dificuldade nesses conceitos, proponha uma retomada desse conteúdo com a leitura do Livro do Estudante e com outras atividades que os desenvolvam. Incentive a troca de conhecimento entre os próprios estudantes, pois, muitas vezes, a linguagem utilizada entre eles é mais compreensível.

Se considerar pertinente, proponha aos estudantes que observem outras imagens e determinem a vista pela qual elas foram obtidas, utilizem jogos que envolvam mapas, como caça ao tesouro, para que eles trabalhem com plantas baixas, e procurem alguns mapas para que conheçam outras representações de escala.

Essas atividades podem ser usadas tanto para retomar como para aprofundar os conhecimentos dos estudantes. Ao elaborar cada uma delas, tenha sempre em mente os objetivos do capítulo.

CAPÍTULO 3

Conteúdos

- Medidas de massa, de temperatura e de tempo.
- Transformação das unidades de medida de uma mesma grandeza.

Objetivos

- Reconhecer e trabalhar com as grandezas massa, temperatura e tempo.
- Reconhecer instrumentos de medida de massa, de temperatura e de tempo.
- Identificar as unidades de medida padrão de massa, de temperatura e de tempo no Sistema Internacional de Unidades.
- Realizar transformações entre as unidades de medida de massa, de temperatura e de tempo.

Justificativa

- Neste capítulo, os estudantes terão a oportunidade de continuar o estudo envolvendo grandezas e medidas, dessa vez compreendendo as grandezas massa, tempo e temperatura e as unidades de medida associadas a elas.

  Os conhecimentos trabalhados neste capítulo dão continuidade aos apresentados no capítulo 1 e, desse modo, também se configuram como temas de fundamental relevância para que os estudantes compreendam o mundo que os cercam e sejam capazes de resolver problemas do cotidiano deles.

Capítulo

3

MASSA, TEMPERATURA E TEMPO

Os conteúdos a serem desenvolvidos neste capítulo dão continuidade ao trabalho feito no primeiro capítulo desta unidade. Desse modo, é importante reforçar que os estudantes precisam ter clareza das operações que envolvem números racionais, tanto na forma fracionária como na forma decimal.

Medidas de massa

O beija-flor-abelha é encontrado em Cuba e é considerado a ave mais leve do mundo, com cerca de 2 gramas. Da ponta da cauda até a ponta de seu bico, ele tem cerca de 6 centímetros de medida de comprimento.

Você consegue imaginar o que significam 2 gramas? Para você ter ideia, a tampa de uma caneta esferográfica tem cerca de 1 grama de medida de massa.

O **quilograma** é a unidade de medida padrão para a grandeza massa no SI. O quilograma é, na verdade, um múltiplo do grama. Observe no quadro a seguir a relação entre essas unidades de medida de massa e algumas outras.

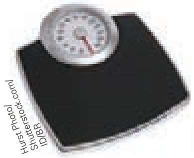
Múltiplos			Unidade de medida	Submúltiplos		
Quilograma (kg)	Hectograma (hg)	Decagrama (dag)	**GRAMA (g)**	Decigrama (dg)	Centigrama (cg)	Miligrama (mg)
1 kg equivale a 1 000 g	1 hg equivale a 100 g	1 dag equivale a 10 g	**1 g**	1 dg equivale a $\frac{1}{10}$ g	1 cg equivale a $\frac{1}{100}$ g	1 mg equivale a $\frac{1}{1\,000}$ g

Beija-flor-abelha (*Mellisuga helenae*).

Instrumentos de medida

O instrumento de medida de massa mais conhecido é a balança. Existem vários tipos de balança, com diferentes precisões.

(Representações sem proporção de tamanho entre si)


Hurst Photo/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Balança comum analógica.


Sergiy Kuzmin/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Balança de precisão digital.


Bruno Monico/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Balança mecânica de dois pratos antiga.


glenda/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Balança mecânica.

Na balança de dois pratos, colocamos um item em cada prato e observamos os pratos. O prato que ficar mais baixo contém o item de maior medida de massa; o prato que ficar mais alto contém o item de menor medida de massa. Se os pratos permanecerem na mesma altura, eles estão em equilíbrio, portanto os dois itens têm a mesma medida de massa.

Massa e peso

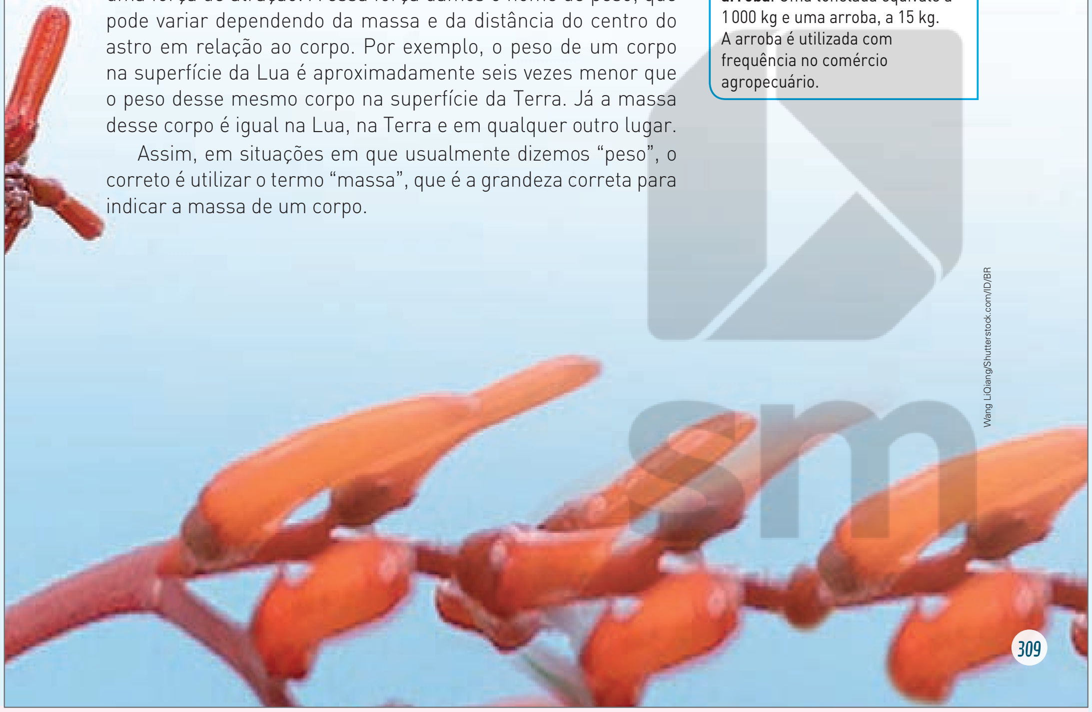
No dia a dia, é comum as pessoas falarem "peso" para indicar massa. Porém, esses termos não têm o mesmo significado. Peso e massa são grandezas diferentes.

A Terra, a Lua, o Sol e outros astros exercem sobre os corpos uma força de atração. A essa força damos o nome de peso, que pode variar dependendo da massa e da distância do centro do astro em relação ao corpo. Por exemplo, o peso de um corpo na superfície da Lua é aproximadamente seis vezes menor que o peso desse mesmo corpo na superfície da Terra. Já a massa desse corpo é igual na Lua, na Terra e em qualquer outro lugar.

Assim, em situações em que usualmente dizemos "peso", o correto é utilizar o termo "massa", que é a grandeza correta para indicar a massa de um corpo.

TONELADA E ARROBA

Duas outras unidades de medida de massa utilizadas com frequência são a **tonelada** (t) e a **arroba**. Uma tonelada equivale a 1 000 kg e uma arroba, a 15 kg. A arroba é utilizada com frequência no comércio agropecuário.


Wang LiQiang/Shutterstock.com/ID/BR

MEDIDAS DE MASSA

- Pergunte aos estudantes quais unidades de medida de massa eles conhecem. Se julgar oportuno, traga para a sala de aula ou peça aos estudantes que tragam rótulos de embalagens de produtos vendidos em grama ou quilograma. Peça a eles que observem os rótulos, escrevam no caderno as medidas que conhecem e apontem aquelas que não conhecem. Incentive-os a perceber que é possível obter várias informações nos rótulos dos produtos: além da indicação da medida da massa do produto, podemos identificar o código de barras, a empresa que o fabricou, o telefone de atendimento ao consumidor, a data de fabricação, a data de validade, etc.
- Se possível, traga para a sala de aula uma balança para que os estudantes possam medir a massa de alguns objetos. Antes de colocar os objetos na balança, pode-se pedir aos estudantes que estimem a medida da massa deles e depois comparem com a medida real.

OUTRAS FONTES

ROMANZOTI, N. A definição de quilograma mudou para sempre. Entenda o que isso significa. *Hypescience*, 25 maio 2019. Disponível em: https://hypescience.com/a-definicao-de-quilograma-mudou-para-sempre-entenda-o-que-isso-significa/. Acesso em: 30 mar. 2022.

Esse artigo apresenta a mudança no padrão usado para definir o quilograma, que passou de um objeto físico que pode sofrer alterações com o passar do tempo para um valor constante muito mais preciso e confiável.

Manual do Mundo. *Balança de garrafas PET (balança caseira – experiência de Física)*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Ox7ZEYivjSU. Acesso em: 17 fev. 2022.

Esse vídeo mostra como é possível confeccionar uma balança caseira com garrafas PET.

MOREIRA, I. de; MASSARANI, L. Cândido Batista de Oliveira e seu papel na implantação do Sistema Métrico Decimal no Brasil. Disponível em: https://www.sbhc.org.br/arquivo/download?ID_ARQUIVO=190. Acesso em: 17 fev. 2022.

Esse artigo aborda a implantação do Sistema Métrico Decimal no Brasil e o papel de Cândido Batista de Oliveira nesse processo.

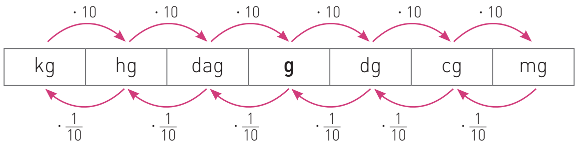
- Esclareça aos estudantes que no cotidiano a unidade quilograma usualmente é chamada apenas de quilo. Porém, quilo é um prefixo que significa 1 000 vezes. Ressalte que o quilograma é um múltiplo do grama e equivale a 1 000 gramas.

Transformação das unidades de medida de massa

Maurício faz pães artesanais para vender. O saco da farinha de trigo que ele costuma comprar contém 20 kg. Para as encomendas desta semana, ele precisa de 80 000 g de farinha de trigo. Será que com um saco de farinha de trigo ele conseguirá atender às encomendas desta semana?

Para responder a essa pergunta, precisamos comparar as medidas 20 kg e 80 000 g.

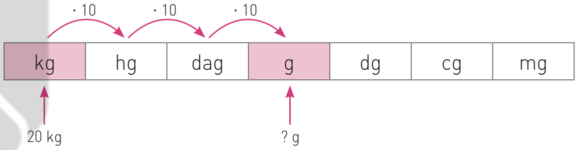
Cada unidade de medida de massa é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior. Podemos dizer também que cada unidade de medida de massa é igual a $\frac{1}{10}$ da unidade imediatamente superior. Observe o esquema a seguir, que mostra como fazer a conversão entre as diferentes unidades de medida de massa.



Agora, para comparar essas medidas de massa, podemos tanto converter 20 kg em gramas como 80 000 g em quilogramas. Vamos fazer da primeira maneira. Acompanhe.

Convertendo quilograma em grama

Partindo do quilograma no esquema a seguir e deslocando três posições para a direita, chegamos ao grama.



Observando o esquema, podemos perceber que, para converter 20 quilogramas em gramas, temos de multiplicar esse valor por 1 000, pois 10 · 10 · 10 = 1 000. Assim:

$$20 \cdot 1\,000 = 20\,000$$

Logo, 20 kg = 20 000 g.

Como para as encomendas da semana serão necessários 80 000 g de farinha de trigo, apenas um saco com 20 kg (20 000 g) não será suficiente para Maurício atender às encomendas. Nessa situação, ele precisará de 4 sacos de farinha de trigo, pois 4 · 20 000 g = 80 000 g.

PARE E REFLITA

Como você faria para converter 80 000 gramas em quilograma? Explique aos colegas e ao professor.

Espera-se que os estudantes usem os recursos já vistos no capítulo 1 e desloquem três posições para a esquerda no esquema, chegando à conclusão de que 80 000 g correspondem a 80 kg.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

1. Escreva a unidade de medida que você considera mais conveniente para expressar a massa dos itens a seguir. **Respostas possíveis:**

a) Um comprimido. **Miligrama.**

b) Carga contida em contêiner. **Tonelada.**

c) Um pacote com seis pãezinhos. **Grama.**

d) Uma onça. **Quilograma.**

2. Copie no caderno as igualdades a seguir e complete-as com o valor correto.

a) 500 kg = 🟩 t **0,5**

b) 3 t = 🟥 g **3 000 000**

c) 2 g = 🟪 mg **2 000**

d) 3 758 cg = 🟧 g **37,58**

e) 3,75 dag = 🟦 mg **37 500**

f) 757 g = 🟫 kg **0,757**

3. Escreva as medidas a seguir em quilograma.

a) 7,8 hg **0,78 kg**

b) 4,5 dag **0,045 kg**

c) 5,4 dg **0,00054 kg**

d) 1,9 t **1 900 kg**

4. Escreva as medidas a seguir em grama.

a) 3,5 dg **0,35 g**

b) 67 mg **0,067 g**

c) 33,47 kg **33 470 g**

d) 0,0082 t **8 200 g**

5. Transforme: **5. a) 1 510 dag**

a) 15,1 quilogramas em decagrama.

b) 109 decigramas em grama. **10,9 g**

c) 1,11 grama em miligrama. **1 110 mg**

d) 7 589 quilogramas em tonelada. **7,589 t**

6. A quantos quilogramas corresponde a medida da massa de uma carga de cacau de 16 arrobas? **240 kg**

7. Em cada item, leia as informações do quadro e indique a medida da massa do animal na unidade de medida que considerar mais apropriada. As imagens estão em diferentes escalas. **Respostas possíveis:**

a)

Kletr/Shutterstock.com/ID/BR

elefante
7 500 000 g

7,5 t

b)

irin-k/Shutterstock.com/ID/BR

mosca
0,0000002 t

0,2 g

c)

NDarya/Shutterstock.com/ID/BR

cachorro
35 500 g

35,5 kg

d)

Pakhnyushchyy/Shutterstock.com/ID/BR

rato
0,0002 t

200 g

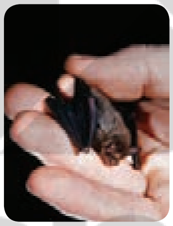
8. Lúcia vai guardar 5 livros e 4 cadernos em uma caixa. A medida da massa de cada livro é 0,25 kg, e a de cada caderno é 200 g. Qual é a medida total dos itens que Lúcia colocará na caixa, em quilograma? **2,05 kg**

9. Rafael fez um bolo de 18 kg e dividiu-o em pedaços iguais, todos com 300 g. Em quantos pedaços ele dividiu o bolo? **Em 60 pedaços.**

10. A medida da massa de uma baleia jubarte pode chegar a 40 t. Já a medida da massa de um morcego kitti é de aproximadamente 2 g. As imagens a seguir estão em diferentes escalas.

blake81/iStock/Getty Images

↑ Uma baleia jubarte adulta pode medir até 16 metros de comprimento.



MerlinTuttle.org/Science Source/Fotoarena

↑ O morcego kitti, também chamado de morcego-nariz-de-porco, vive em torno de 15 anos.

Quantos morcegos kitti seriam necessários para compor a medida da massa de uma baleia jubarte? **20 000 000 morcegos kitti.**

- Na atividade **1**, os estudantes devem apresentar a unidade de medida que consideram mais apropriada para expressar as massas dos elementos apresentados. Essa atividade pode se estender como tarefa de casa, para os estudantes verificarem em embalagens as medidas de massa, por exemplo, de alimentos, medicamentos ou produtos de limpeza.
- A quantidade de material que os estudantes levam na mochila para a escola é motivo de preocupação por parte de médicos, professores e familiares, pois muitas vezes pode causar lesões musculares. Aproveite o tema da atividade **8** e procure uma integração com o professor de Educação Física, para que ele dê uma aula sobre a medida de massa recomendável para ser carregada na mochila de acordo com a massa, a altura e a idade dos estudantes. Oriente os estudantes a pensar em como poderão diminuir a medida da massa que carregam na própria mochila.

MEDIDAS DE TEMPERATURA

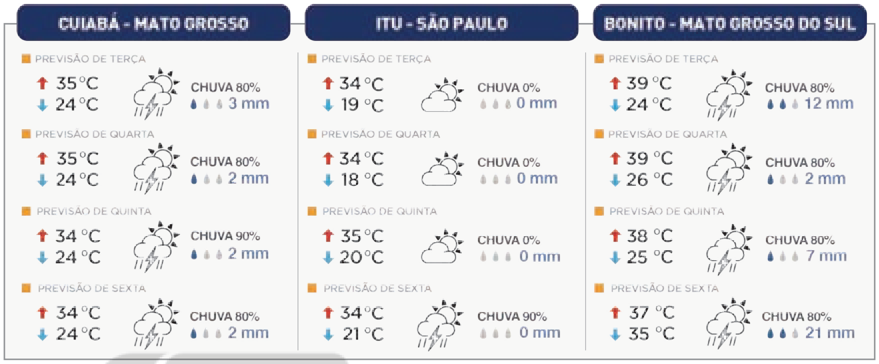
- Esclareça aos estudantes que no cotidiano, assim como é comum nos referirmos à unidade de massa quilograma apenas como quilo, quando falamos em temperaturas é comum falarmos apenas grau, e não grau Celsius. Isso acontece porque no Brasil usamos somente a escala Celsius.
- Se julgar oportuno, pergunte aos estudantes se já ouviram falar em sensação térmica em frases como: “No momento, a temperatura é de 28 °C, mas a sensação térmica é de 32 °C”. O cálculo da sensação térmica, ou seja, da temperatura que realmente sentimos em determinada situação considera dois fatores além da temperatura: a velocidade do vento e a umidade relativa do ar.

Medidas de temperatura

As férias chegaram e é hora de escolher uma cidade para conhecer. Precisamos pensar: queremos ir para um lugar onde esteja fazendo frio ou esteja fazendo calor?

Para saber se nas possíveis cidades para passar as férias estará fazendo frio ou calor, é preciso conhecer a medida da temperatura das cidades. Uma boa estratégia é consultar a previsão do tempo (do clima local).

Veja esta previsão do tempo para quatro dias em três cidades brasileiras.



	CUIABÁ - MATO GROSSO	ITU - SÃO PAULO	BONITO - MATO GROSSO DO SUL
PREVISÃO DE TERÇA	↑ 35 °C ↓ 24 °C CHUVA 80% 3 mm	↑ 34 °C ↓ 19 °C CHUVA 0% 0 mm	↑ 39 °C ↓ 24 °C CHUVA 80% 12 mm
PREVISÃO DE QUARTA	↑ 35 °C ↓ 24 °C CHUVA 80% 2 mm	↑ 34 °C ↓ 18 °C CHUVA 0% 0 mm	↑ 39 °C ↓ 26 °C CHUVA 80% 2 mm
PREVISÃO DE QUINTA	↑ 34 °C ↓ 24 °C CHUVA 90% 2 mm	↑ 35 °C ↓ 20 °C CHUVA 0% 0 mm	↑ 38 °C ↓ 25 °C CHUVA 80% 7 mm
PREVISÃO DE SEXTA	↑ 34 °C ↓ 24 °C CHUVA 80% 2 mm	↑ 34 °C ↓ 21 °C CHUVA 90% 0 mm	↑ 37 °C ↓ 35 °C CHUVA 80% 21 mm

João Picoli/ID/BR

Fonte de pesquisa: Climatempo. Disponível em: www.climatempo.com.br. Acesso em: 26 fev. 2022.

PARE E REFLITA

Na ilustração apresentada, a seta vermelha indica a medida da temperatura máxima prevista para o dia e a seta azul indica a medida da temperatura mínima prevista para o dia.

Imagine que você queira ir, no período registrado pela previsão, a uma das três cidades e vai escolher aquela em que fizer mais calor. Qual delas você escolheria?

Bonito (MS).

Nessa previsão, alguns números aparecem seguidos do símbolo **°C**. Você sabe o que ele significa? Esse símbolo significa **grau Celsius**.

No Brasil, o grau Celsius (°C) é a unidade de medida usual para medir temperatura. Entretanto, em outros países é comum medir temperatura usando o grau Fahrenheit (°F). Já o kelvin (K) é usado em pesquisas científicas.

As unidades de medida de temperatura recebem o nome do pesquisador que as criou.

Observatório Astronômico da Universidade de Uppsala, Suécia. Fotografia: Album/Fotoarena

↑ Anders Celsius (1701-1744).

Alamy/Fotoarena

↑ Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736).

Ken Welsh/Bridgeman Images/Easypix

↑ Lorde Kelvin (1824-1907).

(IN)FORMAÇÃO

O que é o efeito estufa?

O efeito estufa é um fenômeno natural que faz com que a temperatura da superfície da Terra seja favorável à existência de vida no planeta. Se ele não existisse, a temperatura média da superfície da Terra seria −18 °C, ao invés dos 15 °C que temos hoje, ou seja, 33 °C menor. Para entender o efeito estufa, pense em um ônibus parado sob a luz do sol. Os raios chegam como radiação solar visível, passam pelos vidros e aquecem o interior (calor). Esse calor (radiação infravermelha) procura sair pelos vidros, mas tem dificuldade de passar por eles. Ou seja, uma parte fica presa dentro do ônibus, aquecendo-o. O mesmo ocorre com a atmosfera da Terra. Alguns gases, como vapor-d’água e gás carbônico (CO_2), funcionam como o vidro do ônibus, deixando entrar a radiação ultravioleta, mas dificultando o retorno do calor para o espaço. Quando aumenta a concentração de gases na atmosfera (por exemplo, do gás carbônico), o efeito estufa fica mais intenso e, portanto, fica mais difícil o calor ir para o espaço. Essa diferença causa o aquecimento da baixa atmosfera, elevando a temperatura média da Terra e causando mudanças climáticas.

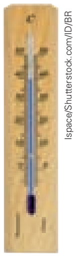
INPE. O que é efeito estufa? Disponível em: http://www.inpe.br/faq/index.php?pai=9. Acesso em: 17 fev. 2022.

Instrumentos de medida

O instrumento de medida mais utilizado para medir temperaturas é o termômetro. Existem diferentes tipos de termômetro. Veja alguns deles.

Igor Semenov/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Termômetro digital.


Ispace/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Termômetro de álcool.

Gerson Gerloff/Pulsar Imagens

↑ Termômetro de rua.

(Representações sem proporção de tamanho entre si)

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

11. Utilizando o símbolo >, escreva no caderno as medidas de temperaturas mostradas a seguir em ordem decrescente. **42 °C > 26 °C > 18 °C > 8,3 °C > 8 °C > 6,4 °C > 4 °C > 1,5 °C**

8,3 °C 42 °C 4 °C 26 °C 8 °C 18 °C 6,4 °C 1,5 °C

12. Relacione as imagens com as medidas de temperaturas registradas. **A – II; B – I.**

Vinicius Bacarin/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Praia de Boa Viagem, em Recife (PE). Foto de 2021.

Gerson Gerloff/Pulsar Imagens

↑ Santa Maria (RS). Foto de 2020.

I. 12 °C

II. 35 °C

13. O quadro a seguir mostra uma previsão das medidas de temperaturas máxima e mínima no período de uma semana no município de Alto Alegre, em Roraima.

Temperaturas máxima e mínima em Alto Alegre (RR)

Domingo	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
36 °C	37 °C	37 °C	35 °C	34 °C	35 °C	33 °C
24 °C	25 °C	25 °C	22 °C	24 °C	24 °C	23 °C

Fonte de pesquisa: Climatempo. Disponível em: www.climatempo.com.br. Acesso em: 17 fev. 2022.

a) Qual é a maior medida de temperatura prevista para esse período? E a menor? **37 °C; 22 °C.**

b) Em qual dia a variação entre as medidas das temperaturas máxima e mínima foi maior nesse período? **Quarta-feira.**

- Se julgar oportuno, converse com os estudantes sobre os usos dos diferentes termômetros indicados no Livro do Estudante: o termômetro digital é usado para medir temperaturas corporais, o termômetro de álcool é usado para medir temperaturas de ambientes fechados e o termômetro de rua é usado para medir a temperatura do ambiente externo.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Proponha aos estudantes que façam uma pesquisa sobre o efeito estufa e as suas consequências no meio ambiente. Se julgar oportuno, peça a eles que façam cartazes com o resultado de suas pesquisas e organize um painel com eles para realizar uma exposição na escola.

MEDIDAS DE TEMPO

- Converse com os estudantes sobre a duração das atividades diárias deles: quanto tempo do dia eles passam brincando, comendo, escovando os dentes, etc. Pergunte como eles fazem para medir esses intervalos de tempo.
- Ao abordar os instrumentos de medida de tempo, pergunte aos estudantes: Qual é o relógio mais antigo? Como era seu funcionamento? Você acha que os relógios de água e de areia (ampulheta) são precisos? Por quê? Eles podem ser usados no cotidiano? Se sim, em quais situações?
- Se julgar oportuno, peça aos estudantes que façam uma pesquisa mais detalhada sobre os relógios mostrados no infográfico.

Medidas de tempo

Você já parou para pensar como seria a nossa vida se não fôssemos capazes de medir o tempo? Como você saberia o horário do intervalo, o horário de chegar à escola e o de acordar? Certamente, se não conseguíssemos medir o tempo, seria quase impossível, por exemplo, registrar os fatos importantes da história, saber se as férias estão no fim ou simplesmente agendar um encontro com os colegas.

Atualmente, usamos o calendário gregoriano para medir o tempo. Nesse calendário, o ano é dividido em meses e os meses são divididos em dias.

Já para medir o tempo em unidades menores que o dia, costumamos utilizar um instrumento chamado relógio. O dia é dividido em horas, as horas são divididas em minutos e os minutos são divididos em segundos.

1 dia = 24 horas

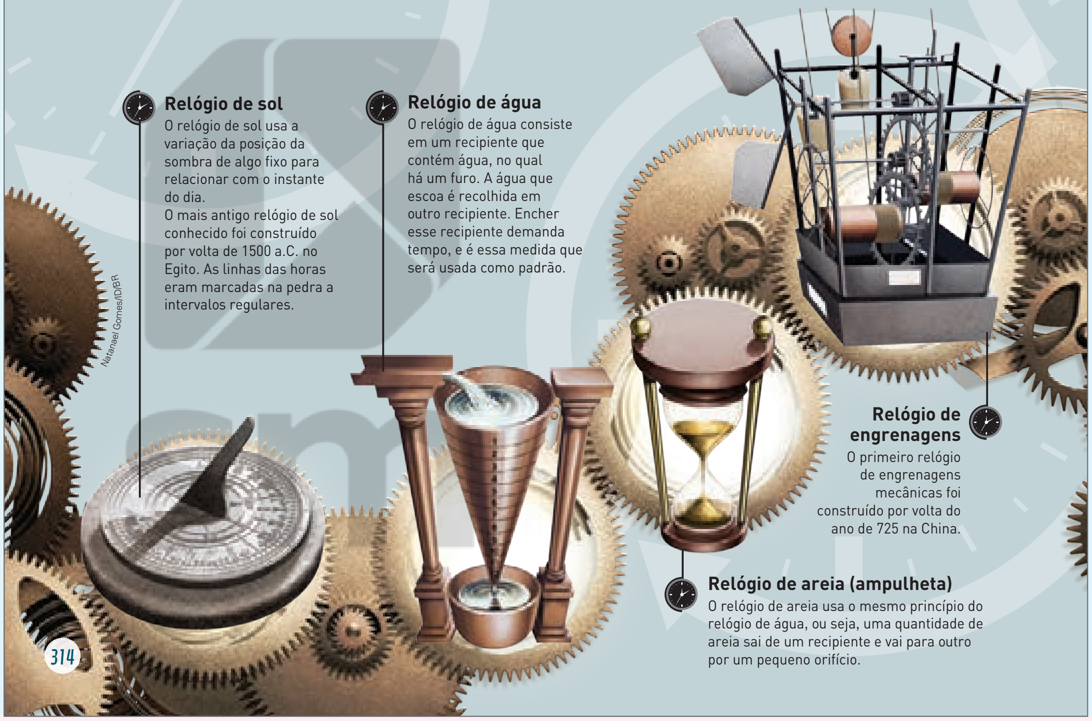
1 hora = 60 minutos

1 minuto = 60 segundos

Utilizamos as seguintes abreviações para indicar hora, minuto e segundo: **h**, **min** e **s**.

Diferentes tipos de relógio

Veja alguns dos relógios mais importantes que já foram inventados.



Natanael Gomes/ID/BR

Relógio de sol
O relógio de sol usa a variação da posição da sombra de algo fixo para relacionar com o instante do dia.
O mais antigo relógio de sol conhecido foi construído por volta de 1500 a.C. no Egito. As linhas das horas eram marcadas na pedra a intervalos regulares.

Relógio de água
O relógio de água consiste em um recipiente que contém água, no qual há um furo. A água que escoa é recolhida em outro recipiente. Encher esse recipiente demanda tempo, e é essa medida que será usada como padrão.

Relógio de engrenagens
O primeiro relógio de engrenagens mecânicas foi construído por volta do ano de 725 na China.

Relógio de areia (ampulheta)
O relógio de areia usa o mesmo princípio do relógio de água, ou seja, uma quantidade de areia sai de um recipiente e vai para outro por um pequeno orifício.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

O sistema de funcionamento de uma ampulheta é relativamente simples, e, dependendo do grau de precisão necessário, ela é um ótimo instrumento de medida de tempo. Proponha aos estudantes a construção de uma ampulheta. Você pode ajudá-los na confecção.

Materiais necessários

- 2 garrafas plásticas transparentes (600 mL) bem limpas e secas (ambas com tampa)
- areia fina ou sal seco ou farinha
- funil
- fita isolante
- cola de secagem rápida
- chave de fenda

Como fazer

- Usando o funil, encha uma das garrafas com a areia ou o sal ou a farinha.

Fotografias: Sérgio Dotta Jr./ID/BR

- Cole uma tampa na outra e espere secar.

- Peça a um adulto que faça um furo nas tampas com a chave de fenda.

(Representações sem proporção de tamanho entre si)

Instrumentos de medida

Veja alguns dos principais instrumentos utilizados para medir o tempo.


Photology1971/Shutterstock.com/ID/BR

↑ A ampulheta é um dos instrumentos mais antigos para se medir o tempo. O esvaziamento total da parte superior equivale a um período de tempo previamente determinado.


wong yu liang/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Os relógios são os instrumentos de medida de tempo mais utilizados atualmente. Eles podem ser digitais ou analógicos e geralmente marcam horas, minutos e segundos.


PrimaStockPhoto/Shutterstock.com/ID/BR

↑ Os cronômetros são instrumentos de medida de tempo capazes de medir intervalos menores que o segundo. Geralmente são utilizados em competições.

Relógio de pêndulo

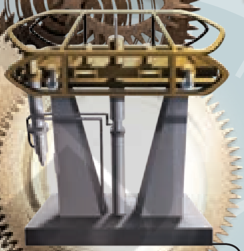
O relógio de pêndulo é um mecanismo que utiliza a regularidade das oscilações do pêndulo para medir o tempo.
Galileu Galilei (1564-1642) foi quem estruturou a teoria da regularidade dessas oscilações, mas o invento do relógio de pêndulo é atribuído a Christiaan Huygens (1629-1695), em 1656.

Relógio digital

Por ser um dispositivo relativamente barato e simples, o relógio digital está associado a outros dispositivos eletrônicos.

Relógio atômico

É considerado o relógio mais preciso construído pelo ser humano, atrasando apenas 1 segundo a cada 65 mil anos. Assim, o Sistema Internacional de Unidades (SI) equiparou um segundo a 9 192 631 770 ciclos de radiação, que correspondem à transição entre dois níveis de energia do átomo de césio-133.



Relógio de quartzo

Com o relógio de quartzo, houve um aumento na precisão dos relógios. Os relógios de quartzo surgiram na década de 1930 e hoje são muito baratos.

- Oriente e auxilie os estudantes na execução de cada etapa da construção da ampulheta. Quando a ampulheta estiver pronta, peça a eles que, utilizando um cronômetro ou um relógio, marquem em quanto tempo toda a areia escoa de uma garrafa para a outra. Compare as medidas registradas e questione: Os valores foram iguais? Por quê? Espera-se que os estudantes percebam que, quanto maior o furo, maior a vazão de areia e, portanto, menor a medida registrada. Além disso, a quantidade de areia também influencia.
- Ao término da atividade, guarde as ampulhetas construídas pelos estudantes para realizar a contagem de tempo em outras atividades em sala de aula, dando um sentido ao trabalho dos estudantes e ao não desperdício de materiais.
- Esta atividade contribui para a discussão do tema Educação Ambiental. Aproveite que os estudantes trarão para a sala de aula garrafas PET para construir a ampulheta e proponha uma campanha de arrecadação desse material para reciclagem. Com antecedência, comunique o projeto à direção da escola para que combinem um local onde guardar os materiais trazidos pelos estudantes. Depois, se possível, levem os materiais a centros de reciclagem do município para os estudantes conhecerem e saberem o destino dos materiais reciclados.
- Se julgar oportuno, exiba aos estudantes o documentário *Oceanos de plástico* (direção de Craig Leeson, Estados Unidos, 2016, duração de 102 min). Ele mostra como o uso de produtos plásticos pelo ser humano está afetando os oceanos do planeta e toda a fauna marinha.

- Tampe a garrafa cheia e, em seguida, a garrafa vazia.

- Ponha a garrafa vazia virada para baixo e espere.

- Caso a areia ou o sal ou a farinha esteja caindo de maneira contínua, passe a fita nas tampas para que fiquem bem firmes.

Fotografias: Sérgio Dotta Jr./ID/BR

- Verifique se os estudantes compreendem que, a cada 60 segundos, devemos transformar a medida para 1 minuto e, a cada 60 minutos, fazer o mesmo para 1 hora.
- A transformação entre as unidades de medida de tempo pode ser considerada pelos estudantes mais desafiadora do que as transformações de unidades de medida de outras grandezas, pois as unidades de medida de tempo estão em base 60, e não em base 10, que é a base com a qual estamos acostumados a trabalhar. Assim, quando obtemos valores maiores do que 60, precisamos convertê-los para a unidade de medida imediatamente superior.
- Faça, na lousa, a conversão apresentada no Livro do Estudante para que os estudantes acompanhem passo a passo como ela é feita e tire eventuais dúvidas que surgirem.

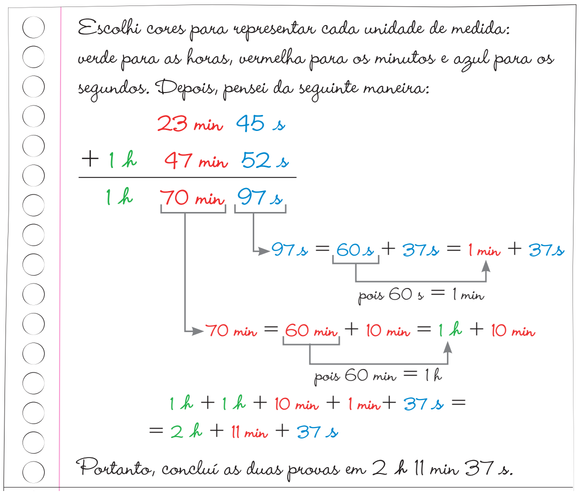
PARA EXPLORAR

Museu do Relógio

Os relógios foram criados há muito tempo e foram se aprimorando ao longo dos anos. No Museu do Relógio, é possível conhecer muito mais dessa história. Para mais informações, acesse a página do Museu do Relógio no *site* Cidade de São Paulo (disponível em: https://cidadedesaopaulo.com/atrativos/museu-do-relogio/?lang=pt. Acesso em: 17 fev. 2022).

Transformação das unidades de medida de tempo

Paulo participou de uma prova de natação e, em seguida, de uma corrida. Ele realizou a prova de natação em 23 min 45 s, e a corrida, em 1 h 47 min 52 s. Veja como ele fez para determinar a medida do tempo total gasto nas duas provas.



Escolhi cores para representar cada unidade de medida: verde para as horas, vermelha para os minutos e azul para os segundos. Depois, pensei da seguinte maneira:

$$\begin{array}{rrr} & 23 \text{ min} & 45 \text{ s} \\ + 1 \text{ h} & 47 \text{ min} & 52 \text{ s} \\ \hline 1 \text{ h} & 70 \text{ min} & 97 \text{ s} \end{array}$$

$$97 \text{ s} = \underbrace{60 \text{ s}}_{\text{pois } 60 \text{ s} = 1 \text{ min}} + 37 \text{ s} = 1 \text{ min} + 37 \text{ s}$$

$$70 \text{ min} = \underbrace{60 \text{ min}}_{\text{pois } 60 \text{ min} = 1 \text{ h}} + 10 \text{ min} = 1 \text{ h} + 10 \text{ min}$$

$$1 \text{ h} + 1 \text{ h} + 10 \text{ min} + 1 \text{ min} + 37 \text{ s} =$$
$$= 2 \text{ h} + 11 \text{ min} + 37 \text{ s}$$

Portanto, concluí as duas provas em 2 h 11 min 37 s.

ID/BR

14. Respostas possíveis:
a) Hora.
b) Dia.
c) Minuto.
d) Segundo.

ATIVIDADES

Responda sempre no caderno.

14. Indique as unidades de medida de tempo mais adequadas em cada situação.

a) Duração de uma viagem de avião de São Paulo (SP) ao Rio de Janeiro (RJ).

b) Duração de uma viagem de carro de Brasília (DF) a Natal (RN).

c) Tempo que uma torneira aberta leva para encher de água uma pia de banheiro.

d) Tempo gasto por uma pessoa para piscar os olhos.

15. Copie as igualdades a seguir e complete-as com os valores corretos.

a) 2 h 23 min 54 s = ■ s **8 634**

b) 7 250 s = ■ h ■ min ■ s **2; 0; 50.**

c) 49 h = ■ dias ■ h **2; 1.**

16. Calcule o resultado das seguintes operações:

a) 46 min 58 s + 15 min 35 s **1 h 2 min 33 s**

b) 22 min 32 s + 24 min 43 s + + 1 h 30 min 13 s **2 h 17 min 28 s**

17. Bianca nasceu no dia contornado no calendário a seguir.

Danilo Souza/ID/BR

a) Qual era a idade dela no dia 28 de novembro de 2009? **18 anos.**

b) Qual era a idade dela no dia 30 de junho de 2015? **23 anos.**

c) E no dia de hoje, qual é a idade de Bianca? **A resposta depende da data de realização da atividade.**

DIVERSIFICANDO

Responda sempre no caderno.

1. Uma fábrica de massas produz diariamente 2 300 pacotes de macarrão de 90 g cada um. Qual é a medida da massa total de macarrão fabricada em 30 dias? Expresse a resposta em quilograma. **6 210 kg**

2. Em uma empilhadeira pequena foi colocada 1,28 t de carga. Porém, para que seu funcionamento não fosse prejudicado, foi necessário retirar 30% da carga. Quantos quilogramas a empilhadeira suporta sem prejudicar seu funcionamento? **896 kg**

3. Um atleta está com 76 kg e precisa fazer uma dieta para eliminar 5% de massa corporal.

a) Quantos quilogramas o atleta deverá ter ao final da dieta? **72,2 kg**

b) Se ele eliminar 200 g por dia, em quantos dias conseguirá atingir seu objetivo? **Em 19 dias.**

4. A medida da massa de um caminhão sem carga é 7 t. Carregado com sacas de soja, a medida da massa passou a ser 22,6 t.

a) Qual é a medida da massa da carga? **15,6 t**

b) Quantos quilogramas tem cada saca de soja, sabendo que a carga é formada por 260 sacas, todas com a mesma quantidade de soja? **60 kg**

c) Qual é o valor de uma saca de soja, sabendo que a nota fiscal discrimina que o valor total da carga é R$ 8 580,00? **R$ 33,00**

5. O *Rally* dos Sertões é uma competição realizada há mais de 20 anos no Brasil. Veja na tabela a medida do tempo dos competidores nas categorias Carro e Moto em 2021.

Tempo dos campeões do *Rally* dos Sertões, em 2021, nas categorias Carro e Moto

Classificação	Carro	Moto
1º lugar	28 h 55 min 21 s	30 h 06 min 12 s
2º lugar	29 h 03 min 39 s	30 h 22 min 40 s
3º lugar	29 h 42 min 46 s	30 h 40 min 06 s
4º lugar	30 h 25 min 15 s	30 h 55 min 55 s

Fonte de pesquisa: Pódio dos Sertões 21 em três idiomas. Sertões. Disponível em: https://sertoes.com/2021/08/22/podio-do-sertoes-21-em-tres-idiomas/. Acesso em: 17 fev. 2022.

a) Quantos minutos e segundos o vencedor da categoria Carro chegou antes do competidor que ficou em terceiro lugar nessa mesma categoria? **47 min 25 s**

b) Quantos minutos e segundos o vencedor da categoria Moto chegou antes do segundo colocado? **16 min 28 s**

c) Qual é a diferença entre as medidas dos tempos dos dois primeiros colocados nas duas categorias? **1 h 10 min 51 s**

d) Qual é a diferença de medida de tempo entre o primeiro e o quarto lugar nas duas categorias? **Carro: 1 h 29 min 54 s; Moto: 49 min 43 s.**

6. Durante as eliminatórias para a Copa do Mundo de 2022, a Seleção Brasileira Masculina de Futebol venceu o Paraguai por 4 a 0. Aos 28 minutos do primeiro tempo, Raphinha abriu o placar. Os outros gols foram marcados no segundo tempo por Philippe Coutinho aos 17 minutos, Antony aos 41 minutos e Rodrygo aos 43 minutos.

a) Uma partida de futebol tem dois tempos de 45 minutos e um intervalo de 15 minutos entre eles. Sabendo disso, quantas horas e minutos se passaram desde o início do jogo até o gol de Philippe Coutinho? (Considere os 15 minutos de intervalo.) **1 hora e 17 minutos.**

b) Quantos minutos se passaram entre o gol de Raphinha e o final do primeiro tempo? **17 minutos.**

c) Quantos minutos se passaram entre os dois últimos gols feitos pela Seleção? **2 minutos.**

7. O termo "amplitude térmica" é utilizado para representar a variação de temperatura, determinando a diferença entre as medidas de temperaturas máxima e mínima registradas.

a) Em uma cidade, a medida da temperatura máxima registrada foi 18 °C e a mínima foi 9 °C em um mesmo dia. Qual é a amplitude térmica desse dia? **9 °C**

b) Pesquise em sua cidade as medidas de temperaturas máxima e mínima registradas durante uma semana e determine a amplitude térmica em cada dia. **Resposta pessoal.**

8. Com a orientação do professor, reúnam-se em trios e elaborem três problemas distintos envolvendo as grandezas massa, tempo e temperatura. Mas atenção: É preciso usar todas as informações dos quadros a seguir, sem repeti-las. **Resposta pessoal.**

Campeão	2 minutos	Termômetro
4 arrobas	Febre	Avião

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- As atividades apresentadas nessa seção destacam os conteúdos trabalhados no capítulo. Aproveite esse momento para avaliar o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes tendo como base os objetivos propostos inicialmente.

DE OLHO NA BASE

As atividades propostas nesta seção possibilitam aos estudantes resolver, por meio de estratégias variadas, problemas que envolvam as grandezas massa, temperatura e tempo, compreendendo os processos envolvidos neles, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24**.

Além disso, as atividades permitem o desenvolvimento do raciocínio lógico, da motivação para investigar e da capacidade de produzir argumentos, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, trabalhando, assim, a **competência específica de Matemática 2**.

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes encontrem dificuldades em realizar as operações com unidades de medida de tempo, lembre-os de que 1 dia equivale a 24 h, 1 h equivale a 60 min e 1 min equivale a 60 s. Na lousa, resolva mais operações que envolvam essas unidades de medida com os estudantes, fazendo as conversões necessárias e perguntando a eles, em cada etapa da resolução, o que deve ser feito.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nessa seção, para favorecer a compreensão dos estudantes sobre economia, o tema abordado é economia solidária. Convide-os a conhecer um pouco mais as iniciativas que envolvem relações de trabalho alternativas às relações assalariadas de mercado, que são as mais típicas e características de sociedades capitalistas, ou seja, ocorrem em praticamente todo o mundo. Incentive-os a refletir sobre novas modalidades de trabalho que surgiram com o avanço tecnológico, como o *home-office*. Esse debate contribui para a turma avaliar sua postura em relação a consumo, direitos trabalhistas e desemprego, de acordo com o **Tema Contemporâneo Transversal** Trabalho, que faz parte da macroárea **Economia**.
- Essas relações de trabalho alternativas se manifestam de formas distintas. Elas podem simplesmente corresponder à informalidade na atividade econômica (como no caso de vendedores ambulantes, camelôs, feirantes, entre outros), como também podem corresponder à organização de grupos de indivíduos de forma associativa, sem uma relação direta de compra e venda de força de trabalho entre eles, para desempenhar diferentes atividades de teor econômico, como aquelas voltadas à produção e à prestação de serviços e as voltadas à intermediação (como a constituição de fundos para microfinanças solidárias locais, trocas de produtos e serviços de interesse comum, compras conjuntas, utilização coletiva de bens ou espaços de produção, assessoramento e assistência técnica, serviços de comercialização, entre outras). Todas essas possibilidades no campo da ação coletiva se inserem na concepção de uma economia plural, em que múltiplas formas de regulação convivem concomitantemente, às vezes de maneira contraditória e conflituosa, às vezes de maneira complementar. É interessante iniciar esse tema com exemplos práticos e experiências bem-sucedidas de economia solidária.
- O tema proporciona possibilidades interdisciplinares com Ciências, História e Geografia e leva à reflexão sobre aspectos econômicos que estão diretamente relacionados à vida dos estudantes, tanto em como é produzido o que consomem como em toda a cadeia pela qual o produto passa até chegar a suas mãos.

AMPLIANDO HORIZONTES

Economia solidária

Faltam apenas dez minutos para a final acabar. Seu time está perdendo, mas você percebe que os jogadores, de repente, se enchem de vontade e “partem para cima” do time adversário. O time joga os dez minutos como nunca e vence a partida. Você já presenciou uma situação dessas, em que a participação e o envolvimento de todos são fundamentais para uma grande vitória?

Mas qual é a relação entre essa situação e a educação financeira? É que vamos falar de economia solidária.

Vivemos em uma sociedade em que há cada vez mais eficiência, inovação e modernidade no mundo do trabalho. Entretanto, existem muitos problemas relacionados às condições e às relações de trabalho e às desigualdades entre patrões e empregados. A economia solidária pode ser vista como uma tentativa de corrigir essas distorções.

Segundo o Ministério do Trabalho, economia solidária é um jeito diferente de produzir, vender, comprar e trocar o que é preciso para viver. Enquanto na economia convencional existe a separação entre os donos do negócio e os empregados, na economia solidária os próprios trabalhadores também são donos. São eles que tomam as decisões de como tocar o negócio, dividir o trabalho e repartir os resultados.

No Brasil, há milhares de iniciativas econômicas, no campo e na cidade, em que os trabalhadores estão organizados coletivamente. Essas atividades buscam outra qualidade de vida e de consumo, em que a eficiência não significa apenas lucro e retorno, mas também a melhoria da vida dos trabalhadores e de toda a comunidade.

Leandro Lassmar/ID/BR

RESPOSTAS

DE OLHO NA BASE

Ao se reunir em duplas e discutir as atividades propostas, os estudantes estão exercitando a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades sem preconceitos de qualquer natureza, desenvolvendo a **competência geral 9**.

1. a – II; b – I; c – III; d – V; e – IV.
2. Resposta pessoal. O objetivo aqui é fazer os estudantes pensarem sobre o tema economia solidária na prática, olhando para o seu contexto socioeconômico. Ou seja, um olhar sobre a economia da cidade que lhes permita perceber, entre outros aspectos, que a economia solidária ainda não é representativa no Brasil, mas que sua função social tem ajudado milhares de pessoas a viver dignamente em um país tão desigual, bem como melhorar a qualidade de vida de pessoas de forma alternativa ao modelo clássico de venda da força de trabalho para os donos dos empreendimentos. Não se trata de uma defesa de que um seja melhor que o outro, mas de uma apresentação de diferentes formas de se fazer economia, criando oportunidades para críticas, reflexões e avaliação dos estudantes sobre as vantagens e desvantagens de cada sistema. Assim, as feiras artesanais, as cooperativas

Alguns princípios são muito importantes para a economia solidária:

- **Cooperação:** em vez de competir, todos trabalham de maneira colaborativa, buscando os interesses e objetivos em comum, a união dos esforços e das capacidades, a propriedade coletiva e a partilha dos resultados.
- **Autogestão:** as decisões são tomadas de forma coletiva, privilegiando as contribuições do grupo, em vez de ficarem concentradas em um indivíduo. Todos têm voz e voto.
- **Ação econômica:** sem abrir mão dos outros princípios, a economia solidária é formada por iniciativas com motivação econômica, como a produção, a comercialização, a prestação de serviços, as trocas, o crédito e o consumo.
- **Solidariedade:** a preocupação com o outro está presente de várias formas, como na distribuição justa dos resultados alcançados, na preocupação com o bem-estar de todos os envolvidos, nas relações com a comunidade, na atuação em movimentos sociais e populares e na busca do desenvolvimento sustentável.

Para refletir

Responda sempre no caderno.

Reúna-se com um colega para responder às questões a seguir. **Consulte as respostas neste manual.**

1. Na ilustração, há alguns exemplos de iniciativas de economia solidária. A qual delas cada um destes itens se relaciona?
   a) Cooperativa de agricultura familiar.
   b) Cooperativa de coleta e reciclagem.
   c) Cooperativa de crédito.
   d) Clube de trocas.
   e) Empresa recuperada assumida pelos trabalhadores.
2. Existem iniciativas de economia solidária que vocês conheçam no bairro ou na cidade onde moram? Descrevam o que fazem e como funcionam.
3. Se vocês fossem montar um projeto de economia solidária na escola em que estudam, como ele seria? Qual seria a atividade econômica e visaria quais trabalhadores?

de agricultores, de coletores de material reciclável, de produtores de leite, bem como as cooperativas de crédito, de fundos rotativos, os clubes de troca, as empresas de autogestão, etc. podem ser bons pontos de partida para a discussão. Apresentar exemplos pode ser um caminho interessante.

3. Respostas pessoais. Incentive a criatividade dos estudantes. Se necessário, disponibilize um tempo maior para eles pensarem sobre o assunto, o que pode ser feito em grupos e até mesmo se tornar um projeto envolvendo outros componentes curriculares e outros professores.

- Se achar oportuno, proponha aos estudantes que pesquisem exemplos de economia solidária no bairro ou no município onde moram. Exemplos práticos de economia solidária têm contribuído para a redução do desemprego e da exclusão de pessoas de classes sociais baixas em todo o Brasil. Já são mais de 19 mil experiências desse tipo mapeadas. E tais empreendimentos de economia solidária podem continuar contribuindo para a redução da desigualdade econômica, financeira e social não só em nossa região, mas em todo o mundo.

DE OLHO NA BASE

Refletir sobre esse tema auxilia os estudantes a agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários, desenvolvendo a **competência geral 10**.

Além disso, possibilita aos estudantes desenvolver consciência crítica e responsável, ao apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhes permitam entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, desenvolvendo a **competência geral 6**.

Solidariedade e justiça

Nesta seção, os valores abordados são solidariedade e justiça. A solidariedade está presente, inclusive, no termo que nomeia o tema da seção: economia solidária. Trata-se de uma forma de economia que visa ao lucro coletivo, e não ao lucro individual. Nesse sentido, o valor justiça também está presente, uma vez que é justamente uma modalidade de economia em que o trabalho e o lucro sejam distribuídos de maneira mais igualitária.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nesta seção, os estudantes devem fazer uma pesquisa bibliográfica para descobrir o que é uma pesquisa estatística. O objetivo da coleta de dados é prepará-los para pesquisa de campo, entrevista, cálculos, análise e interpretação de dados numéricos e construção de gráficos.

PARA COMEÇAR

- Leia o texto introdutório com os estudantes e verifique se eles sabem o que é uma pesquisa estatística. Com base nas respostas deles, verifique se compreendem como ocorre o processo de obtenção de dados fazendo perguntas como: Que tipos de dados poderíamos levantar na sala de aula? Quantos estudantes gostam de assistir a filmes de terror?, etc. Deixe-os levantar hipóteses livremente e peça que as anotem para que, depois, ao longo da pesquisa, possam confirmá-las ou refutá-las.

PROCEDIMENTOS

- Na *Parte I*, auxilie os estudantes na formação dos grupos. A orientação é a de que cada grupo tenha seis estudantes, mas esse número pode variar de acordo com a turma.
- Na investigação proposta, oriente os estudantes sobre a leitura, que também pode acontecer em textos expositivos, que são encontrados, além de no próprio livro didático, em artigos científicos com base em experiências comprovadas.
- Na *Parte II*, verifique a divisão de tarefas em cada grupo. O ideal é que, em cada grupo, uma dupla seja responsável pela pesquisa em um tipo de fonte. Explique aos estudantes que alguns elementos não textuais – como figuras, tabelas, quadros, gráficos, legendas, etc. – podem dar algumas pistas a eles para a compreensão do assunto antes da leitura integral do texto. Reforce com os estudantes a importância de anotar as referências das fontes das informações. Não é a intenção, neste momento, ensinar a eles a compor referências bibliográficas de acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), mas orientá-los sobre a importância de referenciar as fontes e dar os devidos créditos a quem escreveu o texto. No entanto, se considerar oportuno, dê-lhes algumas dicas:
  - o sobrenome do autor deve vir antes do nome, em letras maiúsculas;
  - o destaque em negrito ou itálico é dado ao título do livro ou da revista;
  - a expressão “Disponível em:” é inserida antes do endereço de uma página da internet e a expressão “Acesso em:” antes da data de acesso de um *site*.
- Na *Parte III*, os estudantes podem verificar a credibilidade das fontes e trocar informações entre si sobre as respostas encontradas, verificando se, de fato, compreenderam os textos sobre pesquisa estatística. Aproxime-se de cada grupo neste momento para sanar dúvidas e mediar a

INVESTIGAR

Descobrindo a pesquisa estatística

Para começar

Você já ouviu falar em pesquisa estatística? E para que serve? Nesta seção, você e os colegas vão investigar esse tipo de pesquisa. Com base nos resultados encontrados, vão produzir um resumo, que vai compor uma coletânea dos textos produzidos pela turma. Depois, ela vai ficar disponível na biblioteca da escola, para que todos os estudantes possam ler suas produções e compreender o tema.

resumo: exposição reduzida das informações selecionadas, em que apenas os aspectos principais são apresentados.

O PROBLEMA

- O que é pesquisa estatística e em quais situações é usada?

A INVESTIGAÇÃO

- **Prática de pesquisa:** pesquisa bibliográfica.
- **Instrumentos de coleta:** levantamento de referências teóricas (livros, revistas e *sites*).

MATERIAIS

- computador com acesso à internet
- folha de papel avulsa
- lápis e canetas
- grampeador, cola ou barbante

Procedimentos

Parte I – Planejamento

1. Em grupos de seis estudantes, vocês vão investigar o tema pesquisa estatística. A investigação pode ser realizada em:
   - livros e revistas de divulgação científica, nos quais é possível encontrar textos expositivos sobre a finalidade da pesquisa estatística;
   - internet: em *sites* de divulgação científica e em *blogs* de especialistas que realizam esse tipo de pesquisa.

Parte II – Coleta de dados

1. As informações encontradas pelos integrantes do grupo devem ser anotadas, impressas ou fotografadas para ser compartilhadas com o restante do grupo.
2. Ao registrar uma informação, lembre-se de incluir a referência de onde ela foi reproduzida — livro: autor(es), título do livro, edição, cidade, editora, ano e página; conteúdo de internet: autor(es), endereço completo do *site* e data de acesso.

Parte III – Análise e seleção de dados

1. Em uma data combinada, os integrantes do grupo devem compartilhar as informações coletadas, para que todos possam ler e tomar notas.
2. Verifiquem se é possível responder a estas perguntas: “Quem escreveu o texto é uma pessoa qualificada para falar sobre pesquisa estatística?”; “Quando o texto foi escrito?”; “As informações são atuais?”; “Os textos extraídos na internet são de *sites* confiáveis?”.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

- Peça aos estudantes que organizem uma roda de conversa em formato de “U” para que possam compartilhar as experiências entre si.

1. Espera-se que os estudantes tenham compreendido que a pesquisa estatística se trata de um tipo de pesquisa em que determinado grupo (amostra) é analisado para descobrir a resposta de um problema específico. Com base nesse conhecimento, eles devem refletir sobre que tipo de pesquisa gostariam que fosse realizado na escola. Incentive o diálogo.
2. A resposta dessa atividade pode variar, mas é muito provável que os estudantes respondam que os textos mais confiáveis foram encontrados em livros e revistas, e não na internet. Aproveite este momento para esclarecer que, como qualquer pessoa pode publicar o que lhe convier na internet, ela acaba sendo um meio não tão confiável, no qual se deve estar mais atento à verificação das fontes e até mesmo de notícias, o que amplia as possibilidades de leitura dos estudantes de outros tipos de texto. Essa discussão proporciona o desenvolvimento da análise crítica, criativa e propositiva da produção, circulação e recepção de textos de divulgação científica e de mídias sociais.
3. Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois, sem a pesquisa bibliográfica, não teriam subsídios e argumentos para a produção do resumo.

③ Após a leitura e a análise dos textos, discutam sobre o que é uma pesquisa estatística e em quais situações ela é usada e aproveitem esse momento para esclarecer eventuais dúvidas.

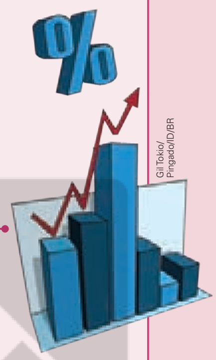
Parte IV – Produção do resumo

① Cada estudante deve selecionar as informações que considera mais adequadas para responder às questões propostas na Parte III.

② Em seguida, produza um resumo dessas informações. Para isso, siga estas orientações:

- Organize uma lista, em forma de tópicos, com base nas informações selecionadas.
- Releia-a e identifique se há algum elemento repetido ou secundário. Se houver, elimine-o.
- Verifique se esses itens estão em uma ordem que facilita a compreensão do assunto. Caso julgue necessário, reposicione-os.
- Com base na lista, escreva seu texto de forma clara e objetiva. Lembre-se de que o resumo não deve ser muito extenso.
- Ao final, indique as fontes de onde as informações foram extraídas. Elas devem ser listadas de acordo com a ordem alfabética do nome dos autores.

③ Em duplas, troquem o resumo entre si e apontem os aspectos que podem ser melhorados (clareza, correção gramatical, correção ortográfica, etc.).


Gil Tokio/Pingado/D/BR

Questões para discussão

Respostas pessoais.

1. Com base no que vocês aprenderam, que tipo de pesquisa estatística gostariam de realizar na escola?
2. Em qual meio de comunicação vocês encontraram informações mais confiáveis sobre pesquisa estatística? Por quê?
3. A pesquisa bibliográfica deu subsídios ao grupo para produzir um resumo? Por quê?

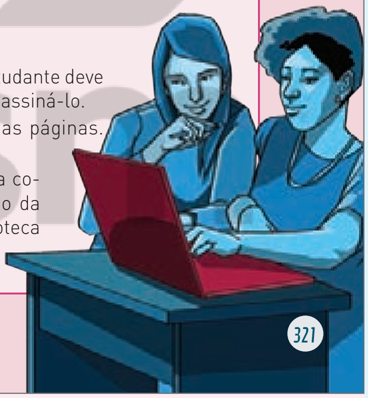
Comunicação dos resultados

Organização da coletânea de resumos

Os resumos produzidos vão ser reunidos em uma coletânea. Cada estudante deve fazer as alterações sugeridas pelo colega, passar seu resumo a limpo e assiná-lo.

Organizem todos os resumos, em ordem alfabética, e numerem as páginas. Depois, criem o sumário de acordo com essa composição.

Providenciem os materiais necessários para a confecção da capa da coletânea e usem a criatividade. Lembrem-se do título e da identificação da turma na capa. Agora, a turma pode doar a coletânea de resumos à biblioteca da escola.



discussão com perguntas como: Vocês descobriram alguma informação nova sobre a pesquisa estatística?; Quais fontes vocês acham que vão contribuir para o trabalho?, entre outras.

- Na *Parte IV*, retome as informações sobre a síntese produzida anteriormente para ajudar na seleção das ideias principais do texto, mas ressalte que o gênero textual resumo é diferente do gênero síntese. Dê algumas dicas aos estudantes, nos textos selecionados, de palavras que estão relacionadas à pesquisa estatística, como amostragem, coleta e interpretação de dados, etc. Ressalte que o resumo é uma atividade de retextualização, ou seja, a transformação de um texto em outro. Depois de os estudantes escolherem as informações essenciais e lerem diversas vezes o texto, espera-se que eles estejam aptos a produzir um pequeno texto, encadeando-as. É provável que copiem alguns trechos do original; portanto, informe a eles que no texto final, com a troca de ideias, esse trecho deve ser reescrito. Peça-lhes que o revisem e leiam mais uma vez até concluírem que o texto final está de acordo com a ideia principal. Esse gênero é um ótimo instrumento de estudo, pois apresenta os conteúdos de forma rápida e objetiva, com base no que aprenderam sobre “o que é” e “para qual finalidade é usada” a pesquisa estatística.

COMUNICAÇÃO DOS RESULTADOS

- Para incentivar os estudantes a produzir um resumo dos dados coletados e a compartilhar esses resumos com a comunidade escolar, oriente-os a trabalhar coletivamente na confecção da coletânea de resumos. Se achar conveniente, antes da entrega dela à biblioteca da escola (ou do bairro, se não houver uma na escola), permita a cada estudante que traga a produção, em data combinada, para a sala de aula a fim de mostrá-la aos responsáveis ou exponha-a em uma reunião de pais ou responsáveis dos estudantes, explicando a eles como essa tarefa foi realizada e como foi o desenvolvimento dos estudantes nessa produção.

DE OLHO NA BASE

Ao dar oportunidade aos estudantes de interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e no desenvolvimento de pesquisas para responder a questões e na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, desenvolve-se a **competência específica de Matemática 8**.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Nesta seção, são propostas atividades que retomam os conteúdos trabalhados ao longo da unidade. Utilize-as para verificar o processo de aprendizagem dos temas propostos na unidade.
- Na atividade **1**, os estudantes devem relacionar cada situação à grandeza correspondente.
- Para realizar a atividade **4**, além de estarem atentos aos diferentes preços de venda das flores, os estudantes devem considerar que a florista venderá 49 kg de flores, caso faça a venda imediata.

  Se optar por vender essas flores mais tarde, deve ser considerada a perda de $\frac{5}{7}$ na medida da massa das flores, ou seja, $\frac{5}{7}$ de 49 kg, por causa do processo de desidratação pelo qual elas passam.
- Na atividade **10**, verifique se alguns estudantes tendem a dividir 1 260 por 6, como seria esperado se estivéssemos tratando de composição de área de figuras. No caso do perímetro, é necessário calcular as medidas das dimensões de uma toalha e adicioná-las para se obter a medida do perímetro. Ao final da atividade, proponha aos estudantes que multipliquem a medida do perímetro de uma toalha por 6 e verifiquem que não será igual à medida do perímetro das seis toalhas justapostas.

ATIVIDADES INTEGRADAS

1. Observe as palavras nos quadros. Em seguida, copie cada frase no caderno completando-a com a informação que está faltando. As imagens estão em diferentes escalas.

capacidade temperatura

área comprimento volume

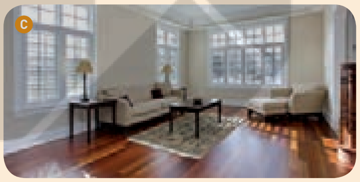
tempo massa

Blazej Lyjak/Shutterstock.com/ID/BR

A ciclista demorou pouco ■ para completar o trajeto.

Alexandr Medvedkov/Shutterstock.com/ID/BR

A medida do 🟦 de um navio cargueiro pode chegar a 400 metros.



pics721/Shutterstock.com/ID/BR

Para revestir a 🟩 do piso dessa sala, foi utilizado um revestimento de madeira.

Angie Yeoh/Shutterstock.com/ID/BR

A 🟪 do forno está alta.

1. A – tempo; B – comprimento; C – área; D – temperatura; E – massa; F – volume; capacidade.

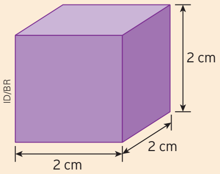
Fedorov Oleksiy/Shutterstock.com/ID/BR

A balança de precisão é utilizada para medir 🟫 .

Peter Kirillov/Shutterstock.com/ID/BR

O 🟥 de ar em um balão corresponde à sua 🟨.

2. Considere o cubo representado a seguir e responda ao que se pede em cada item.



ID/BR

a) Calcule a medida do volume do cubo. **8 cm³**

b) Se a medida do comprimento da aresta do cubo fosse triplicada, o que aconteceria com a medida do volume? **Ficaria 27 vezes maior.**

3. Lúcio queria saber quantos gramas o gato dele tem. No entanto, o gato não ficava parado na balança. Então, Lúcio subiu na balança com o gato no colo, e a balança registrou 74 kg. Depois, Lúcio soltou o gato e subiu sozinho na balança, que registrou 69,5 kg. Você acha que Lúcio conseguiu determinar a medida da massa do gato? Em caso positivo, explique o cálculo que Lúcio fez.

3. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes respondam que sim. Lúcio subtraiu 69,5 kg de 74 kg, obtendo 4,5 kg, que é a massa do gato.

4. (Obmep) Uma florista colheu 49 kg de flores do campo. O quilograma das flores pode ser vendido imediatamente a R$ 1,25 ou, mais tarde, com as flores desidratadas, a R$ 3,25. Mas o processo de desidratação faz as flores perderem $\frac{5}{7}$ de sua massa. Qual é o tipo de venda mais lucrativo para a florista?

É mais lucrativo vender as flores imediatamente, assim que colhidas.

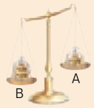
DE OLHO NA BASE

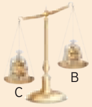
As atividades propostas nesta seção possibilitam aos estudantes resolver, por meio de estratégias variadas, problemas que envolvam as grandezas comprimento, área, capacidade e volume, compreendendo os processos envolvidos neles e favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24**.

Responda sempre no caderno.

5. c) Sim. Como $massa_B > massa_A$ e $massa_C > massa_B$, concluímos que $massa_C > massa_B > massa_A$, portanto $massa_C > massa_A$.

5. Observe as balanças a seguir e, depois, responda às questões.





ID/BR

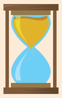
a) Qual dos pacotes contém maior massa: o pacote A ou o pacote B? **O pacote B.**

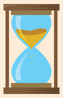
b) E em relação aos pacotes B e C: Qual deles tem maior massa? **O pacote C.**

c) Sem utilizar a balança, é possível determinar se o pacote A contém menor massa que o pacote C? Explique como você pensou.

6. As ampulhetas a seguir mostram o período de tempo necessário para que toda a areia de cada uma delas passe de um compartimento para o outro.

João Piccoli/ID/BR





Utilizando essas ampulhetas, como você marcaria 11 minutos? E como marcaria 8 minutos?

7. Faça o que se pede em cada item. **Respostas pessoais.**

a) Pesquise a medida das temperaturas previstas para os próximos três dias na cidade onde você mora.

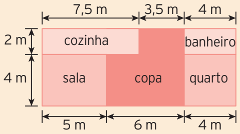
b) No caderno, faça um quadro como este e preencha-o com as informações que você obteve no item anterior.

	Dia __/__	Dia __/__	Dia __/__
Medida de temperatura mínima			
Medida de temperatura máxima			

c) Em qual dia a medida foi maior?

d) Em qual dia a medida foi menor?

8. Esta ilustração representa a planta baixa de uma residência.



ID/BR

Carlos deseja saber as dimensões da copa e, assim, determinar qual ambiente tem a maior medida de área, em metro quadrado.

a) Ajude Carlos e determine o ambiente de maior medida de área. **Copa.**

b) Para determinar o ambiente de maior medida de área, era realmente necessário calcular as dimensões dele? De que outra maneira essa informação poderia ter sido obtida? **Não. Por meio da observação da planta baixa.**

9. Leia a situação a seguir e indique no caderno a alternativa correta.

Uma empresa que engarrafa água mineral recebeu o seguinte pedido de uma distribuidora:

- 8 700 garrafas de água mineral sem gás de 500 mL cada uma.
- 4 000 garrafas de água mineral com gás de 350 mL cada uma.

O gerente da empresa sabe que dispõe de 4,3 m^3 de água mineral sem gás inspecionados e prontos para serem envasados e de 1,33 m^3 de água mineral com gás inspecionado e pronto para ser envasado. Considerando que não há perdas de água durante o envasamento, ao realizar as contas necessárias, o gerente verificou que: **Alternativa d.**

a) será possível atender aos dois pedidos.

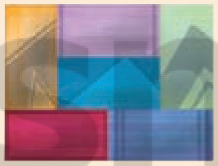
b) será possível atender apenas ao pedido de garrafas de água mineral sem gás.

c) será possível atender apenas ao pedido de garrafas de água mineral com gás.

d) não será possível atender a nenhum dos dois pedidos.

e) para atender ao primeiro pedido, bastaria ter um estoque de 4 m^3.

10. Agora, um desafio! Colocando 6 toalhas do mesmo tamanho na areia da praia, como indica a figura, formou-se um retângulo cujo perímetro mede 1 260 cm.



Danillo Souza/ID/BR

Calcule a medida do perímetro de cada toalha em decímetro. **54 dm**

6. 11 minutos: mede-se três vezes o tempo na ampulheta de 2 minutos de período e uma vez na ampulheta de 5 minutos (pois 6 min + 5 min = 11 min); 8 minutos: mede-se quatro vezes o tempo na ampulheta de 2 minutos (pois 4 · 2 min = 8 min).

AUTOAVALIAÇÃO

Proponha aos estudantes as questões a seguir para que façam uma autoavaliação.

- Compreendi por que as grandezas e medidas são aplicadas em muitas situações do dia a dia?
- Entendi que, para medir qualquer grandeza, é necessário escolher uma unidade de medida, comparar a grandeza com a unidade e expressar o resultado com um número e a unidade de medida?
- Percebi a necessidade do Sistema Internacional de Medidas?
- Consegui realizar as conversões entre as unidades de medida?
- Consegui compreender o significado das grandezas comprimento, área, volume, capacidade, massa, temperatura e tempo?
- Consegui compreender os diferentes pontos de vista?
- Consegui compreender e desenhar plantas baixas?
- Procurei conversar com os colegas ou o professor para esclarecer minhas dúvidas?

ESTRATÉGIAS DE APOIO

Caso os estudantes tenham dificuldade em responder à atividade **5**, se possível, traga uma balança de pratos e uma balança digital para a sala de aula para que os estudantes compreendam o funcionamento de uma balança de pratos na prática. Escolha dois objetos de medidas de massa bem diferentes e registre na lousa a medida da massa de cada um deles, utilizando primeiro a balança digital. Depois, coloque um objeto em um dos pratos da balança e o outro objeto no outro prato e peça aos estudantes que observem qual dos objetos fica mais para baixo e qual fica mais para cima.

INTERAÇÃO

REPRESENTATIVIDADE EM NÚMEROS

Quando uma pessoa é eleita, significa que grande parte da população gostou de suas propostas e a nomeou como sua representante. A identificação das pessoas com as ideias, as propostas e os posicionamentos de um prefeito, por exemplo, é essencial para que haja **representatividade**.

Mas, afinal, o que é representatividade? De acordo com o dicionário *Houaiss*, representatividade é a “qualidade de alguém, de um partido, de um grupo ou de um sindicato, cujo embasamento na população faz que ele possa exprimir-se verdadeiramente em seu nome”, ou seja, o representante passa a ser a voz de quem representa.

A representatividade não acontece apenas nas questões eleitorais. Ela também pode ocorrer quando, por exemplo, um ator negro tem a oportunidade de protagonizar um filme, quando uma mulher consegue um cargo de liderança em uma empresa ou quando um ator transexual conquista um papel de destaque em alguma novela, gerando uma identificação por parte dos respectivos grupos, os quais se sentem então representados.

Em sua opinião, quais grupos têm maior representatividade no Brasil? E quais têm menor? Há algum grupo que é maior em quantidade de pessoas, porém é menos representado?

Neste projeto, você e os colegas vão discutir e levantar informações sobre o assunto. Depois vão analisar os dados e discutir os resultados, apresentando-os em uma roda de conversa. No final, vão produzir um vídeo para compartilhar as informações encontradas.

Objetivos

- Pesquisar a realidade brasileira por meio de indicadores populacionais, sociais, econômicos e geográficos.
- Fazer uma lista de músicas, vídeos, artigos, notícias, obras de arte e filmes que tratam da representatividade e, coletivamente, discutir e definir quais grupos (relativos a gênero, classe social, cor da pele, etc.) podem ser considerados os mais excluídos no Brasil.
- Analisar propagandas e anúncios publicitários em jornais, revistas e na internet e verificar em quantas delas os diversos grupos da população brasileira apareceram, calculando o percentual de representatividade deles.


urbancow/iStock/Getty Images

INTERAÇÃO

Conteúdos

- Porcentagem.
- Tabelas e gráficos.

Objetivos

- Promover o debate e a reflexão acerca do tema representatividade.
- Realizar pesquisa em diferentes fontes.
- Construir tabelas e gráficos.
- Planejar, gravar, editar e publicar vídeo.

Justificativa

- Nesse projeto, os estudantes terão a oportunidade de experienciar um momento de troca de ideias, por meio do debate e da reflexão acerca do tema representatividade. Discutir essa temática é fundamental para a construção de uma sociedade igualitária, democrática e livre de preconceitos.

  Além disso, em grupos, os estudantes vão realizar uma pesquisa e determinar o melhor modo de apresentar o resultado dela. Assim, estarão praticando a autonomia, a empatia e o trabalho em equipe para compreender os temas matemáticos explorados em um contexto significativo.

DE OLHO NA BASE

Refletir e discutir sobre o tema desse projeto auxilia os estudantes a valorizar os conhecimentos historicamente construídos a respeito do mundo físico, social e cultural, colaborando para a construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 1**.

Sugestão de cronograma

- Propomos que esse projeto seja desenvolvido ao longo de um semestre, em 12 aulas, que não precisam ser consecutivas.
  - 1 aula – Divisão das equipes e debate sobre o que os estudantes conhecem a respeito do tema representatividade.
  - 3 aulas – Pesquisa sobre a realidade brasileira, levantamento de materiais sobre representatividade (*sites* do IBGE e de universidades públicas, revistas impressas e eletrônicas, notícias sobre o assunto, vídeos, músicas, etc.) e verificação do percentual de propagandas e anúncios publicitários que apresentam representatividade e dos que reforçam estereótipos.
  - 2 aulas – Debate sobre os dados levantados. Os estudantes podem conversar sobre os dados obtidos e as diferenças populacionais e sociais encontradas durante a pesquisa.
  - 2 aulas – Seleção e/ou construção de tabelas e gráficos demonstrando as diferenças nos números populacionais e o percentual de representatividade.
  - 3 aulas – Planejamento, gravação, edição e publicação dos vídeos. Nesta etapa, os estudantes deverão planejar como será o vídeo, gravá-lo, editá-lo (para que tenha, no máximo, cinco minutos) e publicá-lo. Na última aula destinada a essa tarefa, eles deverão assistir aos vídeos e discutir a realização da atividade.
  - 1 aula – Compartilhamento do vídeo com os convidados, roda de conversa e divulgação da página da turma.

Interdisciplinaridade

- Neste projeto, a interdisciplinaridade se dará mais especificamente com o componente curricular Língua Portuguesa. O projeto contribui para o desenvolvimento das seguintes habilidades:
  - EF69LP06
  - EF69LP09
  - EF69LP12
  - EF06LP01
  - EF67LP03
  - EF67LP20
  - EF67LP21

O texto dessas habilidades pode ser encontrado na BNCC, disponível no *link* http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf (acesso em: 2 jun. 2022).

- Selecionar ou construir gráficos que relacionem os indicadores brasileiros com os dados pesquisados, demonstrando, por exemplo, a densidade demográfica e a representatividade de determinados grupos em meios sociais.
- Planejar, gravar, editar e publicar um vídeo que apresente os gráficos, as porcentagens e os dados obtidos.

Planejamento

- Com a orientação do professor, formem dois grupos.
- O projeto terá cinco partes:

Parte I – Conversa inicial

Parte II – Pesquisa a respeito do tema representatividade

Parte III – Apresentação dos dados em roda de conversa

Parte IV – Seleção e/ou construção de gráficos

Parte V – Planejamento, gravação, edição e publicação de um vídeo que apresente os dados obtidos

Materiais

- Papel, lápis e caneta
- Computador com acesso à internet
- Jornais, revistas e livros
- Câmera (pode ser de celular)

Procedimentos

Parte I – Conversa inicial

① Com os grupos organizados, reflitam sobre a representatividade na sociedade brasileira. Na opinião de vocês, quais grupos têm maior representatividade e quais têm menor representatividade? Em quais contextos a representatividade acontece e em quais ela não acontece?

② Elaborem uma lista dos grupos que vocês consideram menos representados e justifiquem.

PARE E REFLITA!

- Alguma vez você já se sentiu pouco representado em um filme, uma novela ou uma série, seja pelo seu gênero, seja pela cor da sua pele, seja pelo lugar onde você mora, seja pela sua classe social?
- Você acredita que o número de homens e mulheres na política é proporcional ao número de homens e mulheres na população brasileira? **Respostas pessoais.**

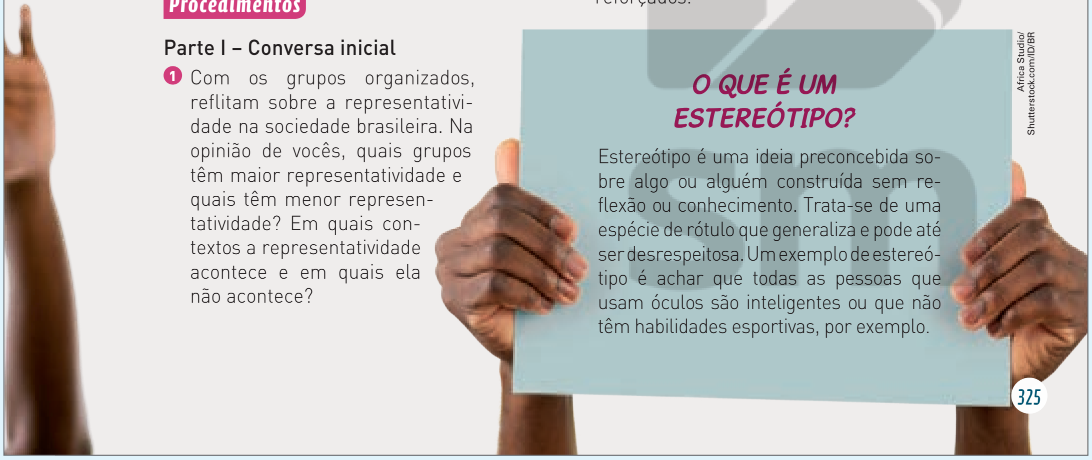
Parte II – Pesquisa a respeito do tema representatividade

① Pesquisem em livros, jornais, revistas e em *sites* confiáveis quais são os indicadores brasileiros sobre cor da pele, escolaridade, renda familiar, etc.

② Façam um levantamento de músicas, vídeos e textos que abordem a representatividade na sociedade brasileira.

③ Busquem propagandas e anúncios publicitários em *sites*, revistas, jornais, vídeos, etc. e verifiquem se existe uma representatividade equilibrada.

④ Calculem a porcentagem desses meios de comunicação em que há representatividade e em que há estereótipos sendo reforçados.



Africa Studio/Shutterstock.com/ID/BR

O QUE É UM ESTEREÓTIPO?

Estereótipo é uma ideia preconcebida sobre algo ou alguém construída sem reflexão ou conhecimento. Trata-se de uma espécie de rótulo que generaliza e pode até ser desrespeitosa. Um exemplo de estereótipo é achar que todas as pessoas que usam óculos são inteligentes ou que não têm habilidades esportivas, por exemplo.

PROCEDIMENTOS

- Na *Parte I*, incentive os estudantes a discutir sobre o tema. Verifique quais são os conhecimentos prévios deles e complemente com informações de seu repertório. Oriente-os a anotar as hipóteses levantadas para serem retomadas posteriormente, quando tiverem de posse dos dados numéricos.
- Na *Parte II*, se possível, leve os estudantes ao laboratório de informática da escola, se ela dispuser de um. Reforce com eles a importância de a pesquisa ser feita em fontes confiáveis e os aspectos que devem ser avaliados para verificar a credibilidade da fonte utilizada.
- A pesquisa pode ser organizada em subgrupos dentro de cada grupo. Por exemplo:
  - Subgrupo 1: pesquisa sobre os indicadores brasileiros mais recentes quanto a densidade demográfica, gênero, cor de pele declarada, renda, etc.;
  - Subgrupo 2: levantamento de textos que discutam a questão da representatividade;
  - Subgrupo 3: pesquisa e levantamento de representatividade e reforço de estereótipos em propagandas e anúncios publicitários.
- O subgrupo 1 pode tabular os dados encontrados em uma planilha eletrônica. Esses dados poderão, posteriormente, ser utilizados na construção de gráficos e de tabelas.
- O subgrupo 2 pode selecionar trechos interessantes dos textos escritos e orais que encontrar, os quais poderão vir a fazer parte do vídeo, produto do projeto.
- O subgrupo 3 pode realizar o cálculo da porcentagem de propagandas e anúncios publicitários que se preocupam com a representatividade e dos que reforçam estereótipos em relação à amostra considerada. Se necessário, explique aos estudantes a diferença entre propaganda e anúncio publicitário: enquanto a primeira tenta vender uma ideia (como as propagandas institucionais, por exemplo), o segundo tenta vender um produto.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

- Essa seção é um convite para que os estudantes participem de ações que desenvolvam as competências e as habilidades esperadas, aprendendo de modo autônomo e colaborativo. Propostas como essa podem ser realizadas com a metodologia de aprendizagem baseada em projetos.

  A aprendizagem com base em projetos é uma metodologia ativa que propõe a atividade prática como instrumento para a aprendizagem.
- Organize os estudantes em pequenos grupos para discutirem as questões do quadro *Pare e reflita!*.

DE OLHO NA BASE

O momento de discussão das questões do quadro *Pare e reflita!* é uma boa oportunidade para que os estudantes exercitem a empatia e o diálogo, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, favorecendo, assim, o desenvolvimento da **competência geral 9**.

DE OLHO NA BASE

Independentemente da dinâmica adotada em sala de aula, converse com os estudantes sobre os estereótipos. Após a leitura do texto “O que é um estereótipo?”, peça aos estudantes outros exemplos de estereótipos com os quais convivem e discuta com eles os males causados por esse tipo de reprodução de pensamento. Este é um momento propício para um trabalho que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06LP01** e, também, das habilidades **EF67LP03** e **EF67LP20**.

- Na *Parte III*, a roda de conversa é uma ótima oportunidade para os grupos e a turma se alinharem em relação ao tema. Com base nessa discussão, já é possível cada grupo começar a delinear sua apresentação em forma de vídeo.
- Na *Parte IV*, oriente os estudantes na construção das tabelas e dos gráficos que aparecerão nos vídeos. Eles podem ser feitos em papel e posteriormente digitalizados ou feitos diretamente em planilhas eletrônicas. Os gráficos podem apresentar diferentes dados pesquisados pelos estudantes, relacionando gênero e renda, cor da pele e escolaridade, etc. Auxilie-os a escolher o tipo de gráfico que melhor represente os dados pesquisados.
- Na *Parte V*, que favorece o desenvolvimento das habilidades **EF69LP06** e **EF67LP21**, por meio da produção do vídeo, oriente os grupos a se organizar de modo que todos os integrantes participem da elaboração do produto final do projeto. O roteiro deve ser preparado por todo o grupo, mas há tarefas e funções que podem ser divididas entre os integrantes, como de redatores (responsáveis pelo texto), atores (quem vai aparecer diante da câmera), produtores (quem vai providenciar os elementos necessários para a filmagem) e equipes de iluminação, de som, de filmagem e de edição. Todo o trabalho, desde o planejamento até a avaliação do vídeo pelos grupos e pela turma, visa contribuir para o desenvolvimento da habilidade **EF69LP12**.
- Reforce que o projeto tem como foco apresentar o tema da representatividade de maneira numérica e objetiva, de modo que quem assistir ao vídeo consiga perceber, de forma clara e impactante, a relevância desse assunto.

COMPARTILHAMENTO

- Promova a socialização do vídeo inicialmente na própria turma, de modo que, se houver alguma sugestão de melhoria, ela possa ser feita em tempo hábil. Aproveite esse momento para realizar a avaliação da atividade, convidando os estudantes a responder às perguntas propostas no Livro do Estudante.
- Combine com a turma quem serão os convidados para a exibição de vídeos e a roda de conversa. Pode ser algo menor, para os estudantes de outra turma, por exemplo, ou um evento maior, aberto aos familiares e moradores do bairro, bem como a toda a comunidade escolar. Além disso, se considerar oportuno, pode haver mais de uma exibição, para públicos distintos.
- Realize a exibição dos vídeos, se possível em um telão, e promova uma discussão, permitindo que estudantes e convidados tratem do assunto de maneira contextualizada. Depois disso, os *links* de acesso aos vídeos podem ser disponibilizados aos presentes e em redes sociais, se todos os envolvidos estiverem de acordo.

Parte III – Apresentação dos dados em roda de conversa

❶ Organizem os dados coletados e os apresentem à turma no dia combinado com o professor.

❷ Verifiquem se os dados coletados na pesquisa estão de acordo com as hipóteses levantadas por vocês na primeira parte ou se vocês se surpreenderam com o que descobriram.

Parte IV – Seleção e/ou construção de gráficos

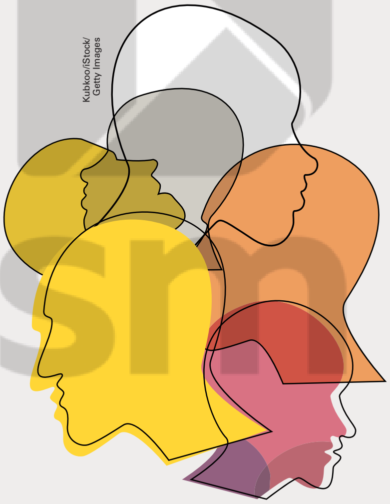
❶ Selecionem e/ou construam tabelas e gráficos que expressem os resultados da pesquisa.

Vocês podem utilizar diversos tipos de gráfico: de barras, de setores, de linhas ou pictogramas. Peçam ajuda ao professor sobre o tipo de gráfico mais adequado para apresentar os resultados encontrados.

Parte V – Planejamento, gravação, edição e publicação de um vídeo que apresente os dados obtidos

❶ Criem um canal de vídeos (um *vlog*) da turma na internet para a publicação do vídeo de cada grupo.

❷ Combinem com os colegas quais gráficos e tabelas cada grupo vai apresentar em seu vídeo, para que as informações não fiquem repetitivas.


Kubkoo/iStock/Getty Images

❸ Definam o formato do vídeo: telejornal, *trailer*, série, documentário, etc. Usem a criatividade!

❹ Anotem todo o planejamento para a produção do vídeo em um papel, em forma de roteiro. Usem as anotações de vocês, os dados encontrados na pesquisa e os gráficos e as tabelas.

❺ Gravem o vídeo com a câmera de um telefone celular, por exemplo.

❻ Editem o vídeo para que tenha, no máximo, cinco minutos de duração.

Compartilhamento

Publiquem os vídeos no *vlog* da turma na internet e, no dia combinado com o professor, assistam a eles em sala de aula.

Em outro momento, os vídeos vão ser exibidos a um grupo de convidados para uma roda de conversa sobre a importância da representatividade.

Depois, divulguem os *links* dos vídeos na comunidade escolar e entre outras pessoas para conscientizá-las do assunto discutido.

Avaliação

1. Como foi feito o levantamento de dados?
2. Você se identificou com algum grupo que tenha menor ou maior representatividade na sociedade brasileira? Em caso afirmativo, qual?
3. Como foi trabalhar com seu grupo? Houve cooperação para o desenvolvimento do trabalho e participação nas discussões em grupo?
4. Foi interessante planejar, gravar, editar e publicar o vídeo? De quais partes você mais gostou e quais partes gostaria de aperfeiçoar?
5. Vocês apresentaram números relativos à representatividade que impactaram o público que assistiu ao vídeo?
6. Qual foi a parte mais difícil do projeto? E qual foi a mais fácil?
7. O que você aprendeu com a realização deste projeto?

DE OLHO NA BASE

Os vídeos podem fazer parte de uma campanha da turma sobre representatividade, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF69LP09**.

Lista de siglas e bibliografia

Lista de siglas

CMPA-RS	Colégio Militar de Porto Alegre
Mauá-SP	Instituto Mauá de Tecnologia
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
Obmep	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
Saeb	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
Saresp	Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
Univates-RS	Unidade Integrada Vale do Taquari de Ensino Superior

Bibliografia comentada

Bacich, L.; Holanda, L. *STEAM em sala de aula*: a aprendizagem baseada em projetos integrando conhecimentos na educação básica. Porto Alegre: Penso, 2020.

Os estudos na área da educação convergem para a adoção de propostas que coloquem o estudante em um papel investigativo. Nesse sentido, a abordagem STEAM (sigla em inglês para Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática) é uma ferramenta valiosa que serve de inspiração para a elaboração de diversas propostas pedagógicas.

Bendick, J. *Pesos e medidas*. Tradução: Djalmir Ferreira de Mello. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1960 (Coleção O Mundo e Nós).

Nesse livro estão presentes ideias e conceitos acerca de pesos e medidas.

Boaler, J. *Mentalidades matemáticas*: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

Nesse livro, a autora apresenta técnicas e atividades que mostram como tornar a aprendizagem da Matemática mais agradável e acessível a todos os estudantes.

Boyer, C. B.; Merzbach, U. C. *História da Matemática*. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

Esse livro trata da história da relação da humanidade com o desenvolvimento da Matemática.

Brasil. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). *Matrizes de referência do Saeb*. Brasília: MEC/Inep, 1999. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/matrizes-e-escalas. Acesso em: 23 mar. 2022.

O Saeb é um conjunto de avaliações que permite ao Inep diagnosticar a educação básica brasileira e os fatores que podem estar relacionados ao desempenho dos estudantes. Essas avaliações são elaboradas com base em matrizes de referência.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Alfabetização. *PNA*: Política Nacional de Alfabetização. Brasília: MEC/Sealf, 2019. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/images/banners/caderno_pna.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022.

A Política Nacional de Alfabetização (PNA) foi instituída com o objetivo de melhorar a qualidade da alfabetização no Brasil e combater o analfabetismo no país. O documento aborda conceitos como alfabetização, literacia e numeracia.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*: educação é a base. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 23 mar. 2022.

Elaborada pelo Ministério da Educação de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, de 1996, a Base Nacional Comum Curricular é um documento normativo que estabelece os conhecimentos, as competências e as habilidades que se espera que os estudantes desenvolvam ao longo da Educação Básica.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao* bullying. Brasília: MEC/SEB, 2020. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/195-competencias-socioemocionais-como-fator-de-protecao-a-saude-mental-e-ao-bullying. Acesso em: 23 mar. 2022.

Nesse material é possível compreender como as competências socioemocionais estão presentes nas dez competências gerais descritas pela BNCC. Esse documento serviu como base para a elaboração de diversas propostas desta coleção.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. *Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Básica*. Brasília: MEC/SEB/Dicei, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file. Acesso em: 23 mar. 2022.

Esse documento traz as diretrizes que estabelecem uma base nacional comum, responsável por orientar a organização, a articulação, o desenvolvimento e a avaliação das propostas pedagógicas de todas as redes de ensino brasileiras.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Ensino Fundamental de nove anos*: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília: MEC/SEB, 2007. Disponível em: portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/ensifund9anobasefinal.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022.

Esse documento foi elaborado com base no diálogo com gestores dos sistemas de ensino e tem como propósito desenvolver uma metodologia de trabalho voltada à ampliação do programa do Ensino Fundamental de oito para nove anos.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: proposta de práticas de implementação. Brasília: MEC/SEB, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022.

O trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) possibilita que os estudantes concluam sua educação formal reconhecendo e aprendendo os temas que são relevantes para sua atuação na sociedade. Esse documento apresenta os TCTs e traz propostas de práticas de implementação.

Bussab, W. O.; Morettin, P. A. *Estatística básica*. São Paulo: Saraiva, 2017.

O livro é divido em três partes. A primeira trata da análise de dados uni e bidimensionais. A segunda traz conceitos básicos de probabilidade e variáveis aleatórias. E, por fim, a terceira trata dos principais tópicos da inferência estatística.

Eves, H. *Introdução à história da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Ed. da Unicamp, 2011.

Essa obra narra a história da Matemática desde a Antiguidade até os dias atuais por meio da observação da cultura de cada época retratada.

Iezzi, G. *et al*. *Fundamentos de Matemática Elementar*. São Paulo: Atual, 2013. v. 1 a 11.

Os livros dessa coleção foram utilizados como referenciais teóricos para a apresentação de diversos temas e conteúdos.

Januário, A. J. *Desenho geométrico*. 4. ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2019.

Esse livro aborda de maneira simples conteúdos de desenho geométrico, possibilitando uma aprendizagem imediata. Muitas das propostas apresentadas nele inspiraram os autores na elaboração dos conteúdos de desenho geométrico desta coleção.

Magalhães, M. N.; Lima, A. C. P. *Noções de probabilidade e estatística*. São Paulo: Edusp, 2015.

O livro apresenta uma introdução à probabilidade e à estatística. Os conceitos de estatística descritiva são tratados em paralelo com outras teorias, possibilitando estabelecer uma relação entre estatística descritiva, probabilidade e variáveis aleatórias.

Meyer, P. L. *Probabilidade*: aplicações à estatística. Tradução: Ruy C. B. Lourenço Filho. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

Os conceitos, os teoremas e os comentários sobre probabilidade e estatística apresentados nesse material serviram de inspiração para a elaboração das unidades referentes ao eixo temático Probabilidade e Estatística.

Milies, C. P.; Coelho, S. P. *Números*: uma introdução à matemática. 3. ed. São Paulo: Edusp, 2013.

Esse livro apresenta a teoria dos números inteiros e mostra como o conjunto dos números racionais se constrói com base nos números inteiros. Além disso, trabalha com uma apresentação axiomática de Peano para os números naturais.

Moraes, C. A. P. *Avaliação em Matemática*: pontos de vista dos sujeitos envolvidos na Educação Básica. Jundiaí: Paco Editorial, 2012.

Esse livro investiga as concepções da avaliação em Matemática na Educação Básica. A leitura da obra permite um amplo aprofundamento nas teorias da avaliação e a compreensão dos processos utilizados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e pelo Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (Saresp).

Polya, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

A resolução de problemas possibilita que os estudantes desenvolvam o pensamento matemático de maneira ativa. Nesse livro, é possível encontrar diversas contribuições acerca desse tema, que serviram de inspiração para o projeto e a elaboração das situações abordadas na seção *Resolvendo problemas*.

Rezende, E. Q. F.; Queiroz, M. L. B. *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*. 2. ed. Campinas: Ed. da Unicamp, 2008.

Esse livro contribui para a descoberta e a compreensão da Geometria associada às demais áreas do conhecimento, além de contribuir para a organização do raciocínio lógico.

Skovsmose, O. *Um convite à educação matemática crítica*. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014.

O autor aborda conceitos cruciais na área de educação matemática crítica e apresenta diferentes cenários para a investigação e a Matemática em ação.

Stewart, I. *Almanaque das curiosidades matemáticas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

Esse material é uma coletânea de casos curiosos da Matemática e serviu como inspiração para a elaboração de algumas informações apresentadas nesta coleção.

Surendra, V. *Ideias geniais*: os principais teoremas, teorias, leis e princípios científicos de todos os tempos. Tradução: Carlos Irineu da Costa. Belo Horizonte: Gutenberg, 2011.

A obra traz princípios, equações, teorias, teoremas e afins que formam os fundamentos da ciência.

sm

2 1 1 8 1 2

ISBN 978-65-5744-754-3

2 900002 118124